

ESTUDO DO ERRO NA PERSPECTIVA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA REALÍSTICA

Daniela Harmuch¹

GD8 – Avaliação em Educação Matemática

Resumo: Este projeto de tese tem por objetivo conhecer o que é tomado como erro e como se lida com ele na abordagem da Educação Matemática Realística (RME²). Para os pressupostos do método de pesquisa, serão elaborados inventários buscando (a) identificar o que é tomado como erro no processo de avaliação da aprendizagem escolar em teses, dissertações e artigos em periódicos (Brasil) na área da Educação Matemática desde 2010 (b) identificar o que é tomado como erro em autores da RME;(c) configurar uma forma de lidar com o erro no processo de avaliação da aprendizagem escolar pela perspectiva da Educação Matemática Realística. A partir da interpretação, análise e discussão do inventário, será apresentada uma visão geral do que foi investigado. O trabalho será complementado pelo recontar, que gerará o texto final. Este estudo, teórico, será realizado sob uma abordagem qualitativa de cunho interpretativo/especulativo que se resume em três eixos fundamentais: a interpretação, a argumentação e o recontar.

Palavras-chave: Educação Matemática Realística. Avaliação da Aprendizagem Escolar. Erro no processo de Avaliação.

INTRODUÇÃO

Ainda que os trabalhos dos membros do GEPEMA³, Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação Matemática e Avaliação, abordem com frequência o processo da avaliação escolar, o mesmo ainda não ocorreu com o tema “erro”. Assim, justifica-se a relevância deste trabalho a partir dos interesses de pesquisa do GEPEMA. O caráter inovador está no modo de lidar com o erro na dinâmica de sala de aula, segundo a abordagem de ensino da Educação Matemática Realística (RME).

Pesquisas sobre o tratamento dado ao erro por professores de cursos de Licenciatura em Matemática apontam a prevalência de uma concepção de que o erro deve ser eliminado, não existindo uma forma única de se lidar com ele (CURY, 1994), como a de fazer um “reforço” do conteúdo até que a resposta do aluno reproduza o ensino do professor (FISCHER, 2008). Alinhados à hipótese de que essa perspectiva revela a aceitação tácita de uma concepção absolutista da Matemática como ciência exata, constituída de verdades

¹ Universidade Estadual de Londrina - UEL; Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática; dharmuh@yahoo.com.br; orientadora: Profa. Dra. Regina Luzia Corio de Buriasco.

² *Realistic Mathematics Education*

³ Mais informações sobre o grupo em <http://www.uel.br/grupo-estudo/gepema/>

eternas que não admitem suposições, Cury (1994) e Fischer (2008) reiteram possíveis explicações de por que o professor formador, assim como os futuros professores não tomam (ou têm dificuldade de fazê-lo) o erro como objeto de discussão, analisando com o aluno as dificuldades expressas ao responder às tarefas. Com isso, a relevância que os docentes universitários têm dado ao erro durante a formação inicial de professores de Matemática implica diretamente em suas futuras ações didáticas.

Oposta a essa concepção absolutista, há outra, praticamente inexistente entre professores das disciplinas de conteúdo matemático nas Licenciaturas (CURY, 1994; FISCHER, 2008): uma concepção falibilista da Matemática (LAKATOS, 1976), que aceita que a produção do conhecimento matemático, como a de qualquer outro, não está isenta de erros, mesmo tendo atingido o mais alto nível de formalização. Assim, se a descoberta de inconsistências teóricas é considerada motor para o desenvolvimento e o aprimoramento de qualquer ciência, a identificação e a análise dos caminhos que levam ao erro também poderiam indicar ao professor de Matemática outro modo de lidar com os erros dos alunos, tomando, desde os anos iniciais de escolarização, as respostas deles como objeto de reflexão. Tanto na formação básica de professores quanto na continuada é desejável que se analise os erros para que possam utilizá-los como ferramenta didática.

Ao conceber o erro como estratégia ou ferramenta didática, um professor que ensina matemática poderá dele inferir formas diversas de o aluno raciocinar ao executar uma tarefa, particularmente quando resolve problemas matemáticos (e.g. PINTO, 2000). Assim, poderá propor situações de ensino adequadas à superação de dificuldades específicas (e.g., ABRATE, POCHULU Y VARGAS, 2006; ASTOLFI, 2004; BESSOT, 1980; BORASI, 1996; CURY, 2007; GITIRANA, CAMPOS, MAGINA & SPINILLO, 2014; SPINILLO, PACHECO, GOMES & CAVALCANTI, 2014).

Durante a avaliação, é preciso acompanhar os efeitos da análise que o aluno faz de sua produção para que se tome consciência do modo como ele interpretou o discurso matemático do professor. É desejável que o aluno se interesse prioritariamente por aquilo que, no discurso do professor, destaca o saber matemático, tendo um olhar crítico sobre sua solução. O aluno que apenas reproduz o que o professor ensina, restringe muito sua aprendizagem, podendo não modificar seus resultados escolares. Ao escolher que resolverá “como o professor”, ele sobreviverá na escola sempre que for necessário responder com o processo padrão de solução, mas poderá não desenvolver sua capacidade para ler e

interpretar textos, envolver-se com as possíveis soluções e criar representações próprias quando identificar as sutilezas de cada situação a ele apresentada.

Ao descreverem a natureza e o nível de integração de duas professoras, Moro e Soares (2006) analisam as mudanças de compreensão que elas expressaram ao avaliar as realizações de seus alunos em situações de adição-subtração. Essa integração sinalizou mudanças na forma de as professoras organizarem aspectos de seu ensino, especialmente a necessidade de análise interligada dos resultados do aprender dos alunos com as formas de ensinar os conteúdos. Essa tomada de consciência dos resultados de seu fazer pedagógico para a progressão de seus conhecimentos profissionais foi favorecida pela participação das professoras na pesquisa e na formação continuada.

Este será um estudo com o qual se busca conhecer o que é tomado como erro e de como se lida com ele na abordagem da RME. Para tanto buscar-se-á responder as seguintes questões:

- O que é erro para autores da RME?
- Como lidar com o erro no processo de aprendizagem segundo a RME?

Para responder às questões da pesquisa,

- Inventariar a palavra “erro” em teses, dissertações e artigos em periódicos (Brasil) na área da Educação Matemática desde 2010.
- Identificar o que é tomado como erro no processo de avaliação da aprendizagem escolar em autores da RME.
- Configurar uma forma de lidar com o erro no processo de avaliação da aprendizagem escolar na perspectiva da RME.

Educação Matemática Realística: uma abordagem de ensino

Contrapondo pressupostos da matemática como uma ciência acabada e organizada logicamente, Freudenthal (1905-1990), pesquisador e idealizador da RME, a considera uma atividade humana como a palavra, a escrita e o desenho e, a situa “entre as primeiras atividades cognitivas conhecidas e a primeira disciplina a ser ensinada, mas que evoluiu e transformou-se sob a influência das modificações sociais, bem como a sua filosofia e a maneira de ser ensinada” (FREUDENTHAL, 1979, p. 321).

Para o autor, a matemática como atividade humana é

uma atividade de resolver problemas, de procurar problemas, mas também é uma atividade de organização de um assunto. Este pode ser um tema da realidade que deve ser organizado de acordo com padrões matemáticos para ser resolvido. Também pode ser uma questão matemática, com resultados novos ou não, de produção própria ou de outros, que devem ser organizados de acordo com novas ideias para ser bem entendida em um contexto mais amplo ou por uma abordagem axiomática (FREUDENTHAL, 1971, p. 414).

Na perspectiva da RME, a matemática torna-se um meio de organizar uma situação e deve ser conectada à realidade, pertinente à sociedade, e deve ser dada aos estudantes a oportunidade “guiada” para “re-inventá-la”, (FREUDENTHAL, 1979, 1983, 1991, TREFFERS, 1987; DE LANGE, 1987; VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 1996; GRAVEMEIJER, 2005).

Por reinvenção-guiada, FREUDENTHAL (1973, p. 120 *apud* MENDES, 2014, p.25) denomina a estratégia de ensino construída a partir da análise e da interpretação da matemática como uma atividade humana. Destaca, também, que nessa estratégia o aluno deve inventar algo que é novo para ele, mas bem conhecido para o professor (FREUDENTHAL, 1991, p. 48). O foco do ensino passa da matemática (produto de um processo de matematização) para o processo de matematizar, de organizar a realidade usando ideias e conceitos matemáticos. Dessa forma, o professor será um guia com a responsabilidade de criar oportunidades e não mais o detentor e transmissor de conhecimento.

Van den Heuvel-Panhuizen (2001) apresenta uma lista com seis princípios da RME, quais sejam: o princípio da *realidade*, que se refere, em síntese, à interpretação da matemática como atividade humana, em que as produções dos estudantes são utilizadas para a construção de conceitos; o dos *níveis*, segundo o qual os alunos passam por vários níveis de compreensão; o da *interatividade*, em que os alunos devem ter oportunidades para compartilhar suas estratégias e invenções uns com os outros e com o professor (atividade social); o do *entrelaçamento*, em que os alunos devem desenvolver uma visão integrada da matemática; o da *atividade*, em que, de forma geral, as produções dos estudantes são utilizadas para a construção de conceitos; e o da *orientação*, em que os estudantes devem contar com uma oportunidade “guiada” para “reinventar” a matemática. Esses princípios não devem ser vistos separadamente, mas relacionados

Algumas concepções do erro

O pesquisador francês Jean-Pierre Astolfi investigou o *status* do erro na escola e apresentou uma tipologia dos erros dos alunos, alertando para a potencialidade dos educandos no processo de ensino. Astolfi (2004) propõe considerar o erro como uma ferramenta para ensinar.

Muitos dos erros cometidos em situações didáticas devem ser considerados como momentos criativos dos alunos, fora de uma norma que ainda não foi internalizada (ASTOLFI, 2004, p.119). O autor coloca que, se esse risco não for aceito, as crianças serão abrigadas de imprevistos e submetidas à repetição de atividades sem possibilidades de progresso.

Para Abrate, Pochulu y Vargas (2006), o erro pode ter procedências diferentes, geralmente tende a ser considerado como a presença de um esquema cognitivo inadequado no aluno e não apenas como consequência de uma falta específica de conhecimento (ABRATE, POCHULU Y VARGAS, 2006, p.11-12). Esses autores ressaltam:

[...] os erros emergem em uma estrutura conceitual consistente, baseada sobre conhecimentos previamente adquiridos, e qualquer processo de instrução está potencialmente gerando erros, devido a causas, algumas das quais inevitavelmente surgem. Também se devem levar em conta as oportunidades dos alunos para aprender (ABRATE, POCHULU Y VARGAS, 2006, p.12).

Borasi (1996), em sua obra, sustenta a perspectiva do erro como “trampolim para a aprendizagem”, assim como para a investigação no ensino de matemática a fim de que o potencial dos erros seja tomado como fonte de indagações. Ou seja, ao deparar-se com algum equívoco, deve-se aceitá-los, provisoriamente, como correto, oportunizando análises e buscando incentivar os próprios alunos a questionarem suas respostas para (re)construir o próprio conhecimento. “O que aconteceria se aceitássemos esse resultado?” ou “em que circunstâncias esse resultado pode ser considerado correto?” (BORASI, 1996, p. 29).

Outras indagações são sugeridas por Borasi (1996, p.10) ao aceitar provisoriamente algum equívoco: existem outros casos em matemática quando algo pode estar certo e errado ao mesmo tempo? Como poderia ser? Como podemos decidir se uma dada regra é certa ou errada em matemática? Será sempre possível fazê-lo? O mesmo símbolo pode ser usado na matemática para significar coisas diferentes? Se sim, por quê?

Cury (2007) aponta que um erro, quando é usado como fonte de novas descobertas, abre a possibilidade de transformá-lo em um problema para que alunos e professores se debrucem sobre ele e tentem inventar soluções que promovam o aprendizado (CURY, 2007,

p.79-80). Para a autora, o erro é fonte de saberes, é um saber enquistado, resistente, apontando para algum problema que exige atenção (CURY, 2007, p.93).

Para Esteban (2002), o erro, muitas vezes, mais que o acerto, servirá de pista para se descobrir o que o aluno ainda precisa saber, levando em conta que “assinala trilhas não percebidas, que devem ser consideradas e exploradas” (ESTEBAN, 2002, p.142 -143). Enquanto algumas professoras percebem o erro como parte do processo ensino/aprendizagem, outras percebem o erro como a confirmação da impossibilidade da criança (ESTEBAN, 2002, p.58).

Reconhecer-se ignorante, “[...] no sentido da ausência de conhecimentos relevantes, é assumir uma identidade que se fundamenta na desvalorização de si como indivíduo e como sujeito social” (ESTEBAN, 2002, p. 18).

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Este estudo teórico será realizado sob uma abordagem qualitativa de cunho interpretativo/especulativo uma vez que a intenção é constituir uma produção de enunciados teóricos sobre outros enunciados teóricos (VAN DER MAREN, 1996). É um tipo de pesquisa que se resume em três eixos fundamentais, a interpretação, a argumentação e o recontar. Atendendo os pressupostos desse método de pesquisa, será elaborado um inventário de um vocábulo em textos de um mesmo tema, mas de diferentes autores. A partir da interpretação, análise e discussão do inventário, o pesquisador escreve um texto que apresenta uma visão geral do que foi investigado. Esse texto é complementado pelo recontar, que gerará o texto final.

Neste trabalho, “configurar” será entendido como “caracterizar”, ressaltando as características do objeto, representando com os atributos que o caracterizam em ação.

Quadro 1: Fases e ações do desenvolvimento da pesquisa

Fase	Ação
Fase Descritiva	<ul style="list-style-type: none"> • apresentação de características/propriedades; • comparação com outros elementos ou situações.
Fase Explicativa/ Argumentativa	Apresentação das características de erro com um apoio explicativo e argumentativo da fundamentação teórica.
Fase Propositiva	Proposição e/ou encaminhamentos do erro ou lidar com o erro com apoio explicativo da RME.

Fonte: AUTORA, 2019

REFERÊNCIAS

ABRATE, R. S.; POCHULU, M. D.; VARGAS, J. M. **Errores y dificultades en matemática: análisis de causas y sugerencias de trabajo**. Buenos Aires: Universidad Nacional de Villa María, 2006.

ASTOLFI, J. P. **El “error”, un medio para enseñar**. México, 2004, p. 109 -119. Disponível em: <<http://files.materiales-para-cfc-cm1524.webnode.mx/200000032-b3ed5b4e5a/Anexo%20D.%20Sesi%C3%B3n%202.%20Astolfi%20Jean%20Pierre.%20El%20error,%20un%20medio%20para%20ense%C3%B1ar.pdf>> Acesso em 28/07/19.

BESSOT, A. Analyse d’erreurs dans l’utilisation de la suite des nombres par les enfants de la 1^{ère}. **année de l’enseignement obligatoire en France au cours préparatoire**. In: PROCEEDINGS OF THE INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION, 4., 1980, Berkeley/CA: ICME 5, 1980. p. 474-476.

BORASI, R. **Reconceiving mathematics instruction: a focus on errors**. Norwood, NJ: Ablex Publishing Corporation, 1996.

CURY, H. N. **As concepções de matemática dos professores e suas formas de considerar os erros dos alunos**. Tese (Doutorado em Educação). Porto Alegre: UFRGS, Faculdade de Educação, 1994.

_____. **Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos**. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

DE LANGE, J. Mathematics, **Insight and Meaning**. Utrecht: OW &OC, 1987

ESTEBAN, M. T. **O que sabe quem erra?** Reflexões sobre avaliação e fracasso escolar. 3. ed. Rio de Janeiro: DP&A, 2002.

FISCHER, M. C. B. Os formadores de professores de matemática e suas práticas avaliativas. In W. R. Valente (Org.), **Avaliação em Matemática: histórias e perspectivas atuais**. Campinas, SP: Papyrus, 2008. p. 75-100.

FREUDENTHAL, H. **Geometry between the devil and the deep sea**. Educational Studies in Mathematics. Holanda, v. 3, n. 3-4, p. 413-435, 1971.

_____. **Mathematics as an educational task**. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company, 1973.

_____. **Matemática nova ou educação nova?** Perspectivas, Portugal, v. 9, n.3, p. 317-328, 1979.

_____. **Didactical phenomenology of mathematical structures**. Dordrecht: Reidel Publishing Company, 1983.

_____. **Revisiting Mathematics Education**. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1991.

GITIRANA, V., CAMPOS, T. M. M., MAGINA, S. & SPINILLO, A. **Repensando Multiplicação e Divisão: Contribuições da Teoria dos Campos Conceituais**. São Paulo: PROEM, 2014

GRAVEMEIJER, K. P. E. **O que torna a Matemática tão difícil e o que podemos fazer para o alterar?** Educação matemática: caminhos e encruzilhadas. Lisboa: APM, p. 83-101, 2005.

MORO, M. L. F; SOARES, M. T. C. Aprendizagem de estruturas aditivas elementares - alunos, professores e pesquisadores como parceiros de uma construção conceitual. In: BRITO, M. R. F. (Org.). **Solução de problemas e a matemática escolar**. Campinas: Editora Alínea, 2006, p. 135-162.

LAKATOS, I. **Pruebas y refutaciones: la logica del descubrimiento matemático**. Madrid: Alianza Editorial, 1976.

PINTO, N. B. **O erro como estratégia didática: estudo do erro no ensino da matemática elementar**. Campinas, SP: Papyrus, 2000. (Série Prática Pedagógica).

SPINILLO, A. G., PACHECO, A. B. de, Gomes, J. F. & Cavalcanti, L. **O erro no processo de ensino aprendizagem da matemática: errar é preciso?** *Boletim GEPEM* (Online), Disponível em:< <http://dx.doi.org/10.4322/gepem2015.005>> 64, 1-12., 2014.

TREFFERS, A. **Three dimensions: a model of goal and theory description in mathematics instruction – the wiskobas project**. Dordrecht: Reidel Publishing Company, 1987.

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, M. V. D. **Assessment and Realistic Mathematics Education**. Utrecht: CD-β Press/Freudenthal Institute, Utrecht University. 1996

_____. Learning-teaching trajectories with Intermediate attainment targets. In: VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja (Ed.). **Children learn mathematics**: a learningteaching trajectory with intermediate attainment targets for calculation with whole numbers in primary school. Groningen, The Netherlands: Wolters Noordhoff, 2001.

VAN DER MAREN, J. M. **Méthodes de recherche pour l'éducation** (2ème ed.) Paris: De Boeck & Larcier, 1996.