



UNICSUL - Campus Anália Franco, São Paulo - SP 25 a 27 de outubro de 2019

## ANÁLISE DE ERROS NA RESOLUÇÃO DE QUESTÕES DA OBMEP RELACIONADAS ÀS GRANDEZAS PERÍMETRO E ÁREA

Thaís Vendruscolo<sup>1</sup>

GD2 – Educação Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental

Resumo: Neste artigo são apresentados os resultados parciais de uma pesquisa de mestrado relacionados a análise e classificação dos tipos de erros mais frequentes em questões adaptadas da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), referentes às grandezas perímetro e área. A pesquisa foi realizada na Escola Estadual de Educação Básica João XXIII, do município de São João do Polêsine – RS e contou com a participação de doze alunos do 7°, 8° e 9° anos do Ensino Fundamental. O objetivo da pesquisa é analisar as resoluções de questões da OBMEP que envolvam as grandezas perímetro e área com alunos do Ensino Fundamental, a fim de verificar os erros mais frequentes e classificá-los, segundo a classificação de erros proposta por Radatz (1979).

Palavras-chave: Perímetro. Área. Análise de erros.

### INTRODUÇÃO

A disciplina de matemática continua sendo alvo de grande preocupação em relação ao rendimento escolar, pois é uma das que mais reprova no ambiente escolar. Essa insuficiência deve-se, em parte, ao fato de que o ensino de matemática continua sendo apresentado de forma abstrata, apenas com a utilização de regras e memorização de fórmulas. Particularmente, em relação à geometria, os alunos apresentam dificuldades em relação ao seu aprendizado e, principalmente em fazer conexões desta área com sua realidade. Muitas vezes, o professor não sabe como desenvolver esse conteúdo e justificativas para esta situação são várias. Uma delas pode estar relacionada com a metodologia adotada pelos professores ao ensinar os conteúdos de forma tradicional, não possibilitando o desenvolvimento de atitudes e capacidades intelectuais, que são fundamentais para despertar a curiosidade dos alunos e torná-los capazes de lidar com novas situações.

Além disso, os erros cometidos pelos alunos na disciplina de matemática são considerados inaceitáveis, por grande parte dos professores. Além do mais, é comum as

<sup>1</sup> Universidade Federal de Santa Maria - UFSM; Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física; e-mail: thaisvendruscolo@gmail.com; orientador(a): Dra Sandra Eliza Vielmo.



Tema: Pesquisa em Educação Matemática: Perspectivas Curriculares, Ética Compromisso Social

> UNICSUL - Campus Anália Franco, São Paulo - SP 25 a 27 de outubro de 2019

atividades serem avaliadas como certas ou erradas, sem a preocupação de investigar o "porquê" dos resultados, principalmente em relação aos erros.

A partir destas considerações, este projeto de pesquisa tem por objetivo analisar as resoluções de questões da OBMEP que envolvam as grandezas perímetro e área com alunos do Ensino Fundamental, a fim de verificar os erros mais frequentes e classificá-los.

### REFERENCIAL TEÓRICO

A geometria como uma área da matemática está presente nas mais diferentes situações do cotidiano, conforme afirma Lorenzato (1995)

[...] sem estudar Geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e, sem essa habilidade, elas dificilmente conseguirão resolver as situações de vida que forem geometrizadas; também não poderão se utilizar da Geometria como fator altamente facilitador para a compreensão e resolução de questões de outras áreas de conhecimento humano. (LORENZATO, 1995, p. 5)

O estudo das grandezas perímetro e área, é de grande importância para a aprendizagem dos alunos e a aplicação dos conhecimentos adquiridos em diversos contextos. Nesse sentido, a BNCC (BRASIL, 2017) propõe o estudo das relações métricas, na unidade temática *Grandezas e Medidas*, as quais possibilitam a integração com outras áreas do conhecimento. Em relação aos anos finais do Ensino Fundamental, destaca que

[...] a expectativa é a de que os alunos reconheçam comprimento, área, volume e abertura de ângulo como grandezas associadas a figuras geométricas e que consigam resolver problemas envolvendo essas grandezas com o uso de unidades de medida padronizadas mais usuais. (BRASIL, 2017, p. 271)

Os PCN (BRASIL, 1998) enfatizam a confusão dos alunos em relação às noções de perímetro e área, associando, por exemplo, o fato de uma figura ter a maior área, ter obrigatoriamente o maior perímetro, o que não é verdade. Além disso, destaca a ênfase no uso mecânico de fórmulas, as quais podem ser esquecidas facilmente. Como possível causa, ressaltam a carência da relação de perímetro e área de forma simultânea em situações-problemas, isto é,

[...] variando as situações propostas (comparar duas figuras que tenham perímetros iguais e áreas diferentes ou que tenham áreas iguais e perímetros diferentes; duas figuras de modo que uma tenha maior perímetro e menor área que a outra ou maior perímetro e maior área) e solicitando aos alunos que construam figuras em que essas situações possam ser observadas, cria-se a possibilidade para que



Tema: Pesquisa em Educação Matemática: Perspectivas Curriculares, Ética Compromisso Social

UNICSUL - Campus Anália Franco, São Paulo - SP 25 a 27 de outubro de 2019

compreendam os conceitos de área e perímetro de forma mais consistente. (BRASIL, 1998, p. 131)

No âmbito escolar, o erro ou confusão entre as grandezas são, na maioria das vezes, interpretados de forma negativa por parte dos professores, pois são, geralmente, relacionados a falhas e equívocos dos alunos. Apesar dos professores saberem que erros ocorrem no processo de ensino e aprendizagem, alguns não percebem que os mesmos podem ser usados para investigar como ocorreu o processo de aquisição do conhecimento ou a falha deste, por parte do aluno.

Neste sentido, a produção escrita dos alunos pode ser considerada como uma poderosa ferramenta de análise, pois possibilita detectar as dificuldades apresentadas por eles, contribuindo para novas estratégias de ensino e, nessa perspectiva, Cury (2007) afirma que:

a análise das respostas, além de ser uma metodologia de pesquisa, pode ser, também, enfocada como metodologia de ensino, se for empregada em sala de aula, como "trampolim para a aprendizagem" (BORASI, 1995), partindo dos erros detectados e levando os alunos a questionar suas respostas, para construir o próprio conhecimento. (CURY, 2007, p. 15)

Nesse contexto, surge a análise de erros com a finalidade de contribuir com os professores, fazendo com que eles percebam o raciocínio dos alunos. Para Cury (2007, p. 15), "analisar as produções é uma atividade que traz, para o professor e para os alunos, a possibilidade de entender, mais de perto, como se dá a apropriação do saber pelos estudantes", ou seja, é importante que o erro seja visto como uma metodologia de ensino, a fim de contribuir no processo de construção do conhecimento do aluno, além de fazer com que ele questione suas respostas, gerando uma reflexão no seu processo de aprendizagem

A análise de erros é uma metodologia que busca identificar as causas dos erros cometidos pelos alunos, a fim de auxiliar o professor a buscar novas alternativas e estratégias de ensino, com o intuito de melhorar a aprendizagem dos envolvidos. Porém, identificar as dificuldades do aluno e contemplar o erro como fator positivo no seu desenvolvimento não é uma tarefa fácil para os professores.

Segundo Cury (2007) a análise de erros é uma tendência em Educação Matemática e destaca que:

[...] as pesquisas sobre erros na aprendizagem de Matemática devem fazer parte do processo de formação dos futuros professores, pois, ao investigar erros, ao observar como os alunos resolvem um determinado problema, ao discutir as



Tema: Pesquisa em Educação Matemática: Perspectivas Curriculares, Ética Compromisso Social

> UNICSUL - Campus Anália Franco, São Paulo - SP 25 a 27 de outubro de 2019

soluções com os estudantes, os licenciandos em Matemática estão refletindo sobre o processo de aprendizagem nessa disciplina e sobre as possíveis metodologias de ensino que vão implementar no início de suas práticas, podendo ajudar seus alunos logo que detectarem alguma dificuldade. (CURY, 2007, p 95)

Nessa perspectiva, é possível encontrar diversos trabalhos relacionados a análise de erros, que classificam e/ou quantificam os erros, como também os que, além disso os utilizam para rever estratégias metodológicas para o ensino. Pesquisas como De La Torre (2007) e Radatz (1979) propuseram classificações dos erros, as quais são utilizadas por outros pesquisadores. Mas existem pesquisadores que preferem criar suas próprias classificações, baseadas em seus conhecimentos e no material coletado por meio das resoluções.

Nesta pesquisa, a análise dos erros cometidos pelos alunos será efetivada segundo a classificação de erros de processamento de informações, proposta por Radatz (1979), que os classifica em:

- Erros devido a linguagem (E1): relacionados a interpretação do problema e coleta de dados no texto;
- Erros devido a informações espaciais (E2): relacionados a interpretação do problema e coleta de dados em uma figura;
- Erros devido a pré-requisitos (E3): relacionados a falta de conhecimentos prévios como habilidades, fatos e conceitos;
- Erros devido a rigidez de pensamento (E4): relacionados a insistência do aluno em permanecer no mesmo erro, fazendo associações incorretas;
- Erros devido a estratégias irrelevantes (E5): relacionados ao aluno utilizar estratégias ou aplicações de regras inadequadas para a resolução das atividades.

#### **MATERIAIS E MÉTODOS**

A pesquisa foi desenvolvida com alguns alunos do 7°, 8° e 9° anos do Ensino Fundamental da Escola Estadual de Educação Básica João XXIII, situada no município de São João do Polêsine – RS, no primeiro semestre de 2019. Como os conteúdos perímetro e área ainda não haviam sido trabalhados no 6° ano, a pesquisadora optou por não incluí-los na pesquisa.



Tema: Pesquisa em Educação Matemática: Perspectivas Curriculares, Ética Compromisso Social

> UNICSUL - Campus Anália Franco, São Paulo - SP 25 a 27 de outubro de 2019

A pesquisadora apresentou o projeto em cada turma, explicando detalhadamente como este seria desenvolvido e convidou os alunos a participar. Inicialmente, a maioria teve interesse em participar e quarenta e três termos de consentimento e assentimento foram entregues assinados para a pesquisadora. Destes, vinte e três alunos compareceram no primeiro encontro, dezesseis no segundo, treze no terceiro e doze no último encontro, os quais foram realizados no contra turno dos sujeitos de pesquisa.

A pesquisa associada a dissertação de mestrado foi organizada para ser desenvolvida em duas etapas e, neste trabalho, serão descritos os resultados da primeira etapa, que ocorreu em dois momentos. No primeiro momento foram realizados dois encontros presenciais com os sujeitos da pesquisa, onde no primeiro os alunos responderam o questionário inicial com perguntas fechadas, solicitando informações como idade, ano escolar, quais seus conhecimentos sobre as grandezas perímetro e área, dentre outras consideradas pertinentes. Também, foi solicitado que resolvessem três questões da OBMEP adaptadas e que envolviam as grandezas perímetro e área. Em uma primeira análise, a pesquisadora não obteve dados suficientes para que pudesse realizar a análise de erros, pois os alunos, na grande maioria, não desenvolveram seus cálculos ou apenas colocaram respostas sem sentido. A partir de uma conversa com sua orientadora, foi decido fazer uma reaplicação das mesmas atividades em um novo encontro, que teve apoio e auxílio da orientadora. Inicialmente foi realizada uma aula prática, na qual os alunos puderam medir o quadro branco e a sala de aula e, a partir dessas medições, obter os valores das grandezas perímetro e área. Além disso, a pesquisadora levou encartes de lojas, onde os alunos escolheram pisos para revestir o chão da sala de aula e analisar o custo financeiro. Posteriormente, no mesmo encontro, os participantes refizeram as três questões iniciais.

No segundo momento, a pesquisadora fez a análise do questionário inicial e dos erros nas resoluções das questões da OBMEP, classificando-os segundo a categorização proposta por Radatz (1979).

#### ANÁLISE DOS RESULTADOS

Em relação ao questionário inicial serão destacadas três perguntas. A quinta pergunta traz uma situação do cotidiano e questiona como os alunos calculariam o perímetro e a área de um terreno retangular com medidas a e b. A partir das respostas, pode-se concluir que a



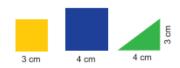
Tema: Pesquisa em Educação Matemática: Perspectivas Curriculares, Ética Compromisso Social

> UNICSUL - Campus Anália Franco, São Paulo - SP 25 a 27 de outubro de 2019

maioria dos alunos não compreendem os conceitos das grandezas perímetro e área, fazendo confusões, como por exemplo, que perímetro e área são iguais, além das dificuldades de trabalhar com variáveis. A sexta pergunta era sobre a participação ou não dos alunos em alguma edição da OBMEP e qual a sua opinião sobre as questões, se houvessem participado. Todos os alunos participaram de alguma edição e a maioria considera as questões medianas quanto ao grau de dificuldade, destacando que as resoluções estão associadas mais ao raciocínio lógico. A sétima pergunta, relacionada com a sexta, teve a finalidade de verificar quantos já foram classificados para a segunda fase da OBMEP. Dos vinte e três alunos, nove já foram classificados em alguma edição da olimpíada.

Em relação as questões da OBMEP, a análise será realizada por questão e será utilizada a classificação de erros de Radatz (1979). Cabe salientar que a classificação feita pela pesquisadora está baseada nos seus conhecimentos e experiências profissionais como professora e que outro pesquisador poderia analisar e classificar os erros cometidos de forma diferente.

**QUESTÃO 1 (2013):** Dafne tem muitas peças de plástico: quadrados amarelos de lado 3 *cm*, quadrados azuis de lado 4 *cm* e triângulos retângulos verdes cujos lados menores medem 3 *cm* e 4 *cm*, como mostrado à direita.



a) Com estas peças e sem sobreposição, ela forma figuras como, por exemplo, o hexágono à direita. Qual é o perímetro e a área deste hexágono?



b) Usando somente peças quadradas, Dafne formou a figura ao lado, com um buraco em seu interior.



Qual é o perímetro e a área da figura hachurada?

Qual é o perímetro e a área do buraco?

*Objetivo da questão:* analisar e reconhecer figuras geométricas conhecidas e, a partir destas perceber a composição e decomposição de novas figuras sem sobreposição, como proposto nos PCN (BRASIL, 1998) e na BNCC (BRASIL, 2017).



UNICSUL - Campus Anália Franco, São Paulo - SP 25 a 27 de outubro de 2019

Na Figura 1 é apresentado a distribuição das respostas em correta, parcialmente correta, incorreta ou em branco da questão 1.

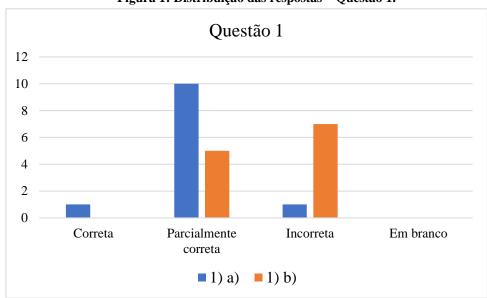


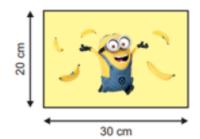
Figura 1: Distribuição das respostas - Questão 1.

Fonte: dados da pesquisa.

Nesta questão, o erro mais frequente está relacionado as dificuldades de obtenção de informações espaciais (E2), sendo perceptível a dificuldade dos alunos em relação a visualização das figuras geométricas e suas composições/decomposições a partir de figuras já conhecidas. Esse fato fica explícito, pois, a grande maioria, teve dificuldade em calcular o perímetro da parte hachurada da figura, não considerando o contorno interno. Além disso, percebe-se a utilização errônea de estratégias para o cálculo da área do hexágono (E5).

**QUESTÃO 2 (2015):** Lucinha tem três folhas retangulares iguais, cujos lados medem 20 *cm* e 30 *cm*, conforme figura ao lado.

a) Qual o perímetro e a área de cada folha?

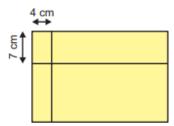




Tema: Pesquisa em Educação Matemática: Perspectivas Curriculares, Ética Compromisso Social

> UNICSUL - Campus Anália Franco, São Paulo - SP 25 a 27 de outubro de 2019

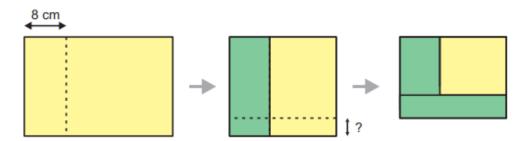
b) Lucinha fez dois traços retos na primeira folha, um a 4 *cm* da margem esquerda e outro a 7 *cm* da margem superior, dividindo-a em quatro retângulos. Um desses retângulos tem a maior área. Qual é o valor dessa área?



- c) O retângulo de maior área do item b) também possui o maior perímetro?
- d) Ajude Lucinha a dividir a segunda folha em quadrados iguais, desenhando traços paralelos às margens, de modo que esses quadrados tenham a maior área possível.



e) Lucinha pegou a terceira folha, amarela na frente e verde no verso, e fez duas dobras: a primeira a 8 cm da margem esquerda e a segunda a uma certa distância da margem inferior, de forma que o perímetro da região não coberta da folha (contorno da região amarela da última figura) fosse de 54 cm. Qual é a distância da segunda dobra à margem inferior?



Objetivo da questão: identificar figuras planas e maximizar perímetro e área, além de verificar situações como indicadas no item c), propostas nos PCN (BRASIL, 1998).

Na Figura 2, é apresentado a distribuição das respostas em correta, parcialmente correta, incorreta ou em branco da questão 2.



> UNICSUL - Campus Anália Franco, São Paulo - SP 25 a 27 de outubro de 2019

Questão 2 14 12 10 8 4 2 0 2) a) 2) b) 2) e) 2) c) 2) d) Correta ■ Parcialmente correta ■ Incorreta Em branco

Figura 2: Distribuição das respostas - Questão 2.

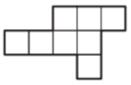
Fonte: dados da pesquisa.

Nessa questão, destaca-se a dificuldade dos alunos na interpretação do enunciado (E1), respondendo, por exemplo, o que não era solicitado, além da falta de domínio em retirar corretamente os dados da figura (E2). Também, nessa questão cabe salientar a confusão entre as grandezas perímetro e área (E3).

QUESTÃO 3 (2016): A peça ilustrada ao lado é formada por quatro quadradinhos de 1 cm de lado. Observe que o perímetro desta peça, ou seja, a medida de seu contorno é de 10 cm.

Roberto forma figuras juntando duas dessas peças, sem sobreposição e fazendo coincidir lados de quadradinhos.

a) Roberto formou a figura ao lado. Qual o perímetro e a área desta figura?



- b) Ajude Roberto desenhando uma figura com perímetro igual a 12 *cm* no quadriculado da esquerda e outra com perímetro igual a 18 *cm* no quadriculado da direita. Calcule a área das figuras formadas.
- c) Comparando os valores das grandezas perímetro e área das figuras formadas no item b), o que você pode concluir?



> UNICSUL - Campus Anália Franco, São Paulo - SP 25 a 27 de outubro de 2019

Objetivo da questão: observar que figuras com diferentes perímetros podem ter mesma área, sendo essa uma das situações propostas pelos PCN (BRASIL, 1998).

Na Figura 3, é apresentado a distribuição das respostas em correta, parcialmente correta, incorreta ou em branco da questão 3.

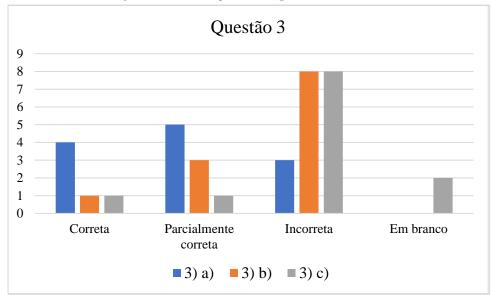


Figura 3: Distribuição das respostas - Questão 3.

Fonte: dados da pesquisa.

Na questão 3, percebe-se a grande dificuldade dos alunos em trabalhar com malhas quadriculadas, a falta de habilidades e o pouco domínio nos conteúdos trabalhos (E3), além da falta de visualização e interpretação das figuras (E2). Outro fator é a dificuldade de interpretação do problema, pois percebe-se que muitos alunos não entenderam o enunciado da questão (E1).

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

A análise de erros como metodologia de ensino, propiciada a partir da produção escrita dos alunos, colabora no processo de construção do conhecimento do mesmo (CURY, 2007). Com isso, cabe ao professor detectar os erros cometidos pelos alunos, que muitas vezes, continuam sendo vistos de forma negativa por parte de alguns. Porém, que não basta

Matemática

Tema: Pesquisa em Educação Matemática: Perspectivas Curriculares, Ética Compromisso Social

> UNICSUL - Campus Anália Franco, São Paulo - SP 25 a 27 de outubro de 2019

apenas identificar os erros, mas sim, buscar novas alternativas e estratégias de ensino, para

então contribuir para o desenvolvimento do conhecimento do aluno.

Com o desenvolvimento da pesquisa, a partir das análises nos questionários e nas

questões da OBMEP adaptadas, fica evidente a dificuldade da maioria dos alunos em relação

as grandezas perímetro e área. Uma das possíveis causas é a forma de como essas grandezas

são, normalmente, trabalhadas em sala de aula, com o uso direto de fórmulas, onde as

mesmas acabam sendo memorizadas e como destacado nos PCN (Brasil, 1998), elas podem

ser facilmente esquecidas.

A identificação dos erros cometidos pelos alunos, não é uma tarefa fácil, como

destaca Pinto (2000), pois exige uma mudança no planejamento do professor. Apesar das

dificuldades encontradas durante a classificação dos erros nas resoluções das questões, a

pesquisadora alcançou os objetivos propostos na pesquisa.

Destaca-se que a pesquisa, até o momento está em fase de conclusão. Após a análise

de erros da primeira etapa de aplicação, foram propostas estratégias de resolução de questões

da OBMEP com o auxílio do software GeoGebra, a fim de verificar como o mesmo contribui

na diferenciação das grandezas envolvidas, além de investigar a visualização propiciada pelo

A definição das questões consideradas neste momento ocorreu a partir das mesmo.

percepções da pesquisadora quanto a existência de erros nas questões aplicadas no primeiro

momento. Além disso, foi solicitado o preenchimento de um questionário final, com o

objetivo dos participantes registrarem suas percepções quanto a utilização do GeoGebra no

processo de aprendizagem dos conteúdos perímetro e área.

Cabe salientar a relevância e os benefícios que esta pesquisa proporcionou à

pesquisadora, pois a mesma percebe que os erros podem ser considerados como uma

ferramenta inovadora no processo de ensino e aprendizagem. A mesma espera conseguir

trabalhar com a análise de erros em sua prática docente, além de utilizar mais recursos de

apoio que possam contribuir para o desenvolvimento do conhecimento do aluno.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Secretária de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares

Nacionais: matemática. Brasília: MEC, 1998.

11



Tema: Pesquisa em Educação Matemática: Perspectivas Curriculares, Ética Compromisso Social

UNICSUL - Campus Anália Franco, São Paulo - SP 25 a 27 de outubro de 2019

\_\_\_\_\_. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular** – BNCC. Brasília, DF, 2017.

CURY, H. N. **Análise de Erros:** o que podemos aprender com as respostas dos alunos. Belo Horizonte: Editora Autêntica, 2007.

DE LA TORRE, S. **Aprender com os erros:** o erro como estratégia de mudança. Tradução Ernani Rosa. Porto Alegre: Artmed, 2007. 240 p.

LORENZATO, S. A. Porque não ensinar Geometria? In: **A Educação Matemática em Revista.** Blumenau: SBEM, ano III, n. 4, 1995, p. 3-13.

PINTO, N. B. O erro como estratégia didática. São Paulo: Papirus, 2000.

RADATZ, Hendrik. **Error Analysis in Mathematics Education**. Journal for Research in Mathematics Education v.10, n.2, p. 163-172. Maio, 1979.