SEQUÊNCIAS E SÉRIES GEOMÉTRICAS: UMA ABORDAGEM COM VÁRIOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

[1]Rodrigo Martins Lopes

GD 3 – Educação Matemática no Ensino Médio

Resumo: Pesquisas mostram que o uso de vários registros de representação semiótica em sequências e séries geométricas enriquece o aprendizado do aluno em Matemática e, segundo Raymond Duval, compreender e saber usar esses registros não é espontâneo e precisa ser trabalhado pelo professor em sala de aula. Por essa razão, tem-se por objetivo identificar dificuldades nos processos de conversão e tratamento de diferentes registros de representação semiótica em sequências e séries geométricas e explorar a concepção de infinito de um grupo de alunos do Ensino Médio brasileiro, como tema de pesquisa de uma Dissertação de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática. Espera-se responder três questões, "Uma abordagem com vários registros de representação semiótica contribui para a aprendizagem de sequências e séries geométricas no Ensino Médio?" "Essa abordagem permite o enriquecimento das ideias relacionadas ao infinito, no caso de sequências e séries geométricas?" e "Quais as dificuldades encontradas pelos participantes nos processos de tratamento e conversão de registros de representação semiótica, no caso de sequências e séries geométricas?". Pretende-se elaborar, aplicar e analisar um conjunto de questões que explorem esses conceitos e, assim, deixar uma proposta para o professor de Matemática da Educação Básica, com elementos interessantes para o ensino de sequências e séries geométricas e também para um trabalho com o conceito de infinito envolvido nesse assunto.

Palavras-chave: Sequências. Séries geométricas. Registros de representação semiótica. Ensino Médio.

INTRODUÇÃO

O ensino de sequências e séries geométricas é parte do programa de Matemática da 1ª série do Ensino Médio em escolas públicas e privadas do Brasil, com o objetivo de mostrar uma forma de modelar fenômenos da natureza que apresentam regularidade, padrões de comportamento comuns em diferentes situações, leis de formação, situações que envolvem grandezas que sofrem variações, processos de contagem, o desenvolvimento de sistemas de numeração, fenômenos que variam exponencialmente (taxas de crescimento e de decrescimento), entre outros.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais + do Ensino Médio (PCN+, 2002), para o ensino de sequências numéricas é fundamental que:

> Com relação às sequências, é preciso garantir uma abordagem conectada à ideia de função, na qual as relações com diferentes funções possam ser analisadas[...]. O ensino desta unidade deve se ater à lei de formação dessas sequências e mostrar aos alunos quais propriedades decorrem delas. (BRASIL, 2002, p. 121).

E recomenda que:

[1]Universidade de São Paulo – USP; Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática; e-mail: rodrigoml@ime.usp.br; orientadora: Dra. Vera Helena Giusti de Souza.

> Identificar regularidades em situações semelhantes para estabelecer regras, algoritmos e propriedades[...]. Da mesma forma, ao identificar a regularidade de que é constante a soma dos termos equidistantes de uma progressão aritmética finita, estender essa propriedade a toda situação envolvendo progressões aritméticas e daí deduzir a soma de seus termos. (BRASIL, 2002, p. 116).

Segundo Duval (2012), associar às sequências seus gráficos e, com estes, explorar os conceitos de sequência crescente ou decrescente, permite ao estudante compreender melhor as ideias envolvidas, ao mesmo tempo que possibilita visualizar o comportamento de uma sequência sem precisar decorar informações.

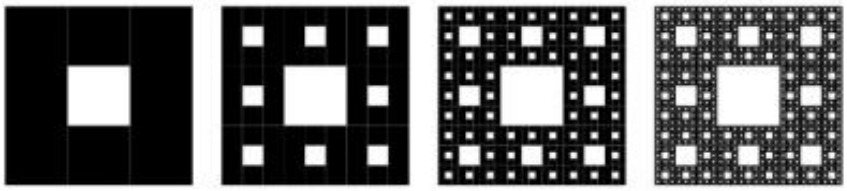
De acordo com a Base Nacional Comum Curricular - BNCC (2017), no ensino das progressões aritméticas (PA) e progressões geométricas (PG), é necessário:

> Identificar e associar progressões aritméticas (PA) a funções afins de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas[..]. Identificar e associar progressões geométricas (PG) a funções exponenciais de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas. (BRASIL,2017, p.529).

A análise de alguns livros didáticos de Matemática da 1ª série do Ensino Médio permitiu-nos perceber limitações em relação ao ensino de sequências e séries geométricas, como por exemplo a ausência de algumas ideias que poderiam ser trabalhadas, tais como dízimas periódicas e representações geométricas que induzam o conceito de série geométrica $\sum_0^\infty aq^n = a + aq + aq^2 + \cdots$, com razão $0 < |q| < 1$ e a compreensão do infinito nas diferentes representações (numérica, algébrica, geométrica e gráfica).

Na Figura 1, damos um exemplo do cálculo da área vazada do Tapete de Sierpinski (parte branca) por meio da conversão de uma série geométrica na representação figural para a representação numérica e algébrica ($F \rightarrow N \rightarrow A$). Considerando que a área do Tapete de Sierpinski seja igual a um, qual o cálculo da área vazada (parte branca - $A.V$) e da área pintada (parte preta - $A.P$) do quando o número de triângulos tende ao infinito ?

Figura 1: Série geométrica (Tapete de Sierpinski)



Disponível em: https://www.math.uwaterloo./MathCircles/Carpet.jpg. Acesso em: 10 de out. de 2019.

$$\boldsymbol{A.V} = \frac{1}{9} + 8\left(\frac{1}{9}\right)^2 + 64\left(\frac{1}{9}\right)^3 + 512\left(\frac{1}{9}\right)^4 + \cdots = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{4}\left(\frac{8}{9}\right)^{n-1}, com\ n \geq 1 \quad n \rightarrow \infty \quad S_\infty = \frac{\frac{1}{9}}{1 - \frac{8}{9}} = \mathbf{1}$$

$$\boldsymbol{A.P} = \frac{8}{9} - 8\left(\frac{1}{9}\right)^2 - 64\left(\frac{1}{9}\right)^3 - 512\left(\frac{1}{9}\right)^4 - \cdots = \frac{8}{9} - \left[\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{8}{81}\left(\frac{8}{9}\right)^{n-1}\right] \quad n \to \infty \left[\sum_{1}^{\infty} \frac{8}{81}\left(\frac{8}{9}\right)^{n-1}\right] = \frac{8}{9} \qquad \frac{8}{9} - \frac{8}{9} = \mathbf{0}$$

Outro exemplo: considere a representação decimal da fração $\frac{1}{3} = 0{,}333\ldots$ e observe que: $0{,}333\ldots = \frac{3}{10} + \frac{3}{100} + \frac{3}{1000} + \frac{3}{1000} + \cdots = \sum_{n=1}^{+\infty} 3(\frac{1}{10})^n,\ \ com\ n \geq 1$. A esta adição com infinitas parcelas na forma fracionária chamamos de série; portanto, a dízima periódica $0{,}333\ldots$ pode ser interpretada como uma série geométrica.

Partindo da pesquisa de Diaz (2011), de que muitos professores de Matemática se baseiam essencialmente em livros didáticos, o ensino de sequências e séries geométricas pode ficar restrito às fórmulas e às manipulações algébricas de progressões aritméticas e progressões geométricas.

> [...] é fato, suficientemente constatado, que os professores utilizam este material como um recurso central do trabalho cotidiano em sala de aula. Na verdade, o relatório final do estudo do uso de livros didáticos (MINEDUC, 2010) afirma que, em nível geral, 81% dos professores utilizam o texto apresentado pelo Ministério e 58% declaram seu uso de maneira frequente, pode-se dizer que em quase todas as aulas. (DÍAZ, 2010, p. 615)

E se perde a oportunidade de trabalhar com os alunos padrões, concepções de infinito, regularidades e generalizações, temas que vão além de manipulações algébricas de fórmulas.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais + do Ensino Médio (PCN+, 2002), sequências, progressões aritméticas e progressões geométricas apresentadas de forma teórica e breve, apenas com exercícios e fórmulas, não fazem sentido algum aos alunos, que se limitam a decorar como responder às questões colocadas pelo professor.

Segundo Beatriz D´Ambrosio (1989)

> Sabe-se que a típica aula de matemática a nível de primeiro, segundo ou terceiro grau ainda é uma aula expositiva, em que o professor passa para o quadro negro aquilo que ele julga importante. 0 aluno, por sua vez, copia da lousa para o seu caderno e em seguida procura fazer exercícios de aplicação, que nada mais são do que uma repetição na aplicação de um modelo de solução apresentado pelo professor. Essa prática revela a concepção de que é possível aprender matemática através de um processo de transmissão de conhecimento. Mais ainda, de que a resolução de problemas se reduz a procedimentos determinados pelo professor. (D'AMBROSIO, Beatriz S, 1989, P. 15-19).

Temos certeza que podemos ir além de exercícios e fórmulas e escolher, se houver, um livro ou um material didático que não restrinja o tema Sequências e Séries geométricas a isso. Assim, colocamos algumas indagações: como são introduzidos os conceitos de sequências e de séries geométricas em livros didáticos? Os professores iniciam o estudo do

conteúdo com problemas e questões motivadoras? Podemos optar - e se sim, como fazer isso - pelo ensino do tema com o uso de várias representações semióticas?

JUSTIFICATIVA

Os padrões e as regularidades encontradas em sequências e séries geométricas podem ser um ótimo caminho para um conhecimento mais profundo de Álgebra, da concepção do infinito e, sobretudo, do pensamento algébrico. Para isso, é necessário que os alunos tenham contato com experiências algébricas que envolvam a análise de padrões e relações numéricas, representação e generalização por meio de diferentes processos.

Fiorentini (1993) aponta que

> [...] não existe uma única forma de expressão do pensamento algébrico. Ele pode expressar-se através da linguagem natural, da linguagem aritmética, da linguagem geométrica ou através de uma linguagem estritamente simbólica" (FIORENTINI,1993, p.89).

Alguns autores, como Ponte, Branco e Matos (2009) defendem que tanto no Ensino Fundamental quanto no Médio devemos trabalhar e explorar padrões e regularidades, para que assim possamos "desenvolver o pensamento algébrico nos alunos". (PONTE et al., 2009, p. 10).

E no texto da BNCC (2017), ao propor o trato de padrões e representações, encontramos

> Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas." (BRASIL,2017, p.531)

Mason (1996) considerava que a busca da percepção de padrões e regularidades era um caminho para expressar generalidades. Vale e Pimentel (2015) defendem a ideia dos padrões como tema transversal a todos os níveis de ensino e ressaltam que

> [...] a profundidade e variedade das conexões que os padrões possibilitam com todos os tópicos da matemática conduz à consideração deste tema como transversal em toda matemática escolar, quer para preparar os alunos para aprendizagens posteriores quer no desenvolvimento das capacidades de resolução de problemas e comunicação (VALE; PIMENTEL, 2015, p.168).

O estudo dos padrões em sequências e séries geométricas, como parte dos conteúdos de Álgebra e de Geometria, permite a descoberta de diferentes representações, pois ao

trabalhar com padrões o estudante faz observações e compreende conceitos e propriedades e ainda assume um papel fundamental na sua aprendizagem. Essa ligação permite o professor explorar nos diferentes registros de representação a concepção de infinito e trabalhar tratamentos e conversões.

Duval (2012) define que

> O tratamento de uma representação é a transformação desta representação no mesmo registro onde ela foi formada. O tratamento é uma transformação interna a um registro. [..] O cálculo é uma forma de tratamento próprio das expressões simbólicas (cálculo numérico, cálculo algébrico, cálculo proposicional...). [..]. A conversão de uma representação é a transformação desta função em uma interpretação em outro registro, conservando a totalidade ou uma parte somente do conteúdo da representação inicial. [..]A ilustração é a conversão de uma representação linguística em uma representação figural. A tradução é a conversão de uma representação linguística numa língua dada, em outra representação linguística de outro tipo de língua. (DUVAL, 2012, p.272).

Precisamos explorar, no ensino de sequências e séries geométricas, os registros de representação, os padrões, as regularidades, os números e concepções de infinito. No caso das séries geométricas, deve-se trabalhar dízimas periódicas, fração geratriz, discutir convergência e divergência de uma série geométrica por meio de exemplos com representações numéricas, algébricas, geométricas e gráficas.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais + do Ensino Médio (PCN+, 2002), no ensino dessa unidade recomenda-se que

> O estudo da progressão geométrica infinita com razão positiva e menor que 1 oferece talvez a única oportunidade de o aluno entender o conceito de soma para um número infinito de parcelas, ampliando sua compreensão sobre a adição e tendo a oportunidade de se defrontar com as ideias de convergência e de infinito. Essas ideias foram e são essenciais para o desenvolvimento da ciência, especialmente porque permitem explorar regularidades. (BRASIL, 2002, p. 121).

Para Duval (2009), na Educação Básica e até mesmo em cursos superiores, quando se envolvem diferentes representações semióticas de um objeto matemático, alunos têm dificuldade para compreender, espontaneamente, as mudanças de registros de representação e de não confundir um objeto com suas representações; daí, a importância do professor trabalhar, em sala de aula, vários registros e suas mudanças.

E na BNCC (2017)

> [...] o uso dos registros de representação e das diferentes linguagens é, muitas vezes, necessário para a compreensão, resolução e comunicação de resultados de uma atividade. Por sua vez, o trânsito entre os diversos registros de representação pode favorecer que os estudantes tenham maior flexibilidade e fluidez na área e, ainda, promover o desenvolvimento do raciocínio[...] compreender e utilizar, com

> flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas. (BRASIL,2017, p.529-531).

Para Raymond Duval (2009, 2012)

> Não somente a mudança de registros levanta obstáculos que são independentes da complexidade do campo conceitual no qual se trabalha, mas, além disso, a ausência de coordenação entre diferentes registros cria muito frequentemente uma deficiência para as aprendizagens conceituais. (DUVAL, 2009, p. 63).

> No entanto, é essencial, na atividade matemática, poder mobilizar muitos registros de representação semiótica (figuras, gráficos, escrituras simbólicas, língua natural, etc...) no decorrer de um mesmo passo, poder escolher um registro no lugar de outro. (DUVAL, 2012, p. 270).

Quina (2015), ao aplicar quatro atividades sobre sequências e séries, utilizando registros de representação semiótica, com alunos de 1ª série do Ensino Médio, buscou mostrar que o uso da Teoria dos Registros de Representação Semiótica enriquece o aprendizado em Matemática; no entanto, relata que foi notado um alto grau de dificuldade dos alunos nas atividades propostas, pois muitos não conseguiram fazer a conversão entre os registros e não compreenderam as ideias de infinito envolvidas. Duval (2012) defende que compreender os registros de representação não ocorre espontaneamente e que esse tema necessita ser explorado em sala de aula por meio de atividades que trabalhem diferentes tipos de registros, dos mais simples aos mais complexos. Em relação ao desenvolvimento de atividades, é recomendável que

> Nesta perspectiva, três tipos de atividade extremamente diferentes impõem-se (apresenta-se, aqui, uma caracterização bastante breve de cada uma delas): o primeiro tipo concerne à compreensão das representações semióticas; o segundo, a aprendizagem de tratamentos próprios de uma certa categoria de registros e; o terceiro tipo concerne ao modo de produção de representações complexas. (DUVAL, 2012, p.285).

Duval (2012) menciona que

> Uma aprendizagem que leve em consideração a ligação estreita que existe entre a noesis e semiosis deve, então, elevar os alunos a uma condição de tomada de conscientização mais global e, para tal, são necessárias atividades de ensino mais específicas. (DUVAL, 2012, p.285).

Assim, para nossa Dissertação de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática do IMEUSP, colocamos como objetivo propor ao professor de Matemática da Educação Básica elementos interessantes para o ensino de sequências e séries geométricas em sala de aula, de modo que isso enriqueça o planejamento do docente e ele possa ir além do que se propõe em livros didáticos e não deixe de trabalhar aspectos importantes.

Para atingir esse objetivo, pretendemos desenvolver, analisar e aplicar uma proposta de ensino que envolva estratégias, generalizações, observações de padrões, resolução de problemas, concepções de infinito, justificativas, diferentes representações, convergência e divergência de dízimas periódicas e séries geométricas.

E responder três questões norteadoras.

QUESTÕES DE PESQUISA

Uma abordagem com vários registros de representação semiótica favorece a aprendizagem de sequências e séries geométricas no Ensino Médio?

Essa abordagem enriquece as ideias relacionadas ao infinito, no caso de sequências e séries geométricas?

Quais as dificuldades encontradas pelos participantes nos processos de tratamento e conversão de registros de representação semiótica, no caso de sequências e séries geométricas?

E destacamos nossos objetivos

OBJETIVOS

- Identificar dificuldades dos participantes nos processos de conversão e de tratamento de registros de representação semiótica em sequências e séries geométricas.
- Investigar dificuldades dos estudantes com a concepção de infinito nas representações algébrica, numérica, figural e gráfica.
- Propor uma abordagem para o ensino de sequências e séries no Ensino Médio, com o uso de diversos registros de representação semiótica.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Pretendemos desenvolver um conjunto de atividades em que os participantes possam:

- Analisar padrões e regularidades encontradas em sequências e séries geométricas por meio de diferentes representações.

- Entender o conceito das dízimas periódicas representadas por meio da adição com infinitas parcelas fracionárias.
- Utilizar figuras pictóricas para a descoberta de um padrão, analisar e escrever esses padrões nas representações aritmética e algébrica.
- Compreender diferenças entre o infinito atual e o infinito potencial.

Na perspectiva de obter dados para responder às questões de pesquisa propostas, escolheu-se encaminhar a pesquisa em sete etapas, cujos procedimentos metodológicos são descritos no que segue.

Etapa 1 - Revisão bibliográfica e análise de livros didáticos indicados pelo Programa Nacional do Livro Didático – PNLD 2018 sobre o tema proposto. Assim, podemos tomar ciência de como é introduzido o conceito de sequências e séries geométricas nos livros didáticos. Para o embasamento teórico, utilizaremos trabalhos acadêmicos, tais como: artigos, dissertações de mestrado, teses de doutorados e livros que envolvam a temática da pesquisa, para citações e referências ao longo da apresentação dos conceitos teóricos. Faremos uma análise das referências teóricas com o intento de aprofundar os conhecimentos sobre o tema e também utilizá-los como base para o desenvolvimento, a aplicação e a análise das atividades.

Etapa 2 - Elaboração de dois conjuntos de atividades: um diagnóstico e uma intervenção, para serem usados em duas turmas de alunos de 1ª série do Ensino Médio de colégios públicos e/ou particulares do Estado de São Paulo.

A atividade diagnóstica permitirá avaliar os "conhecimentos prévios" sobre o tema proposto, com questões que envolvam alguns conhecimentos necessários para o aprendizado de sequências e séries geométricas.

A intervenção será desenvolvida como uma proposta de ensino, com atividades que propiciem a construção do conhecimento matemático e que favoreçam o aprendizado dos alunos em sequências e séries geométricas.

Etapa 3 - Aplicação e análise do diagnóstico.

Etapa 4 - Numa primeira fase, aplicação das atividades relativas aos conceitos de sequências numéricas e PA.

Etapa 5 - Na segunda fase, serão aplicadas atividades relativas às PG e às séries geométricas.

Conforme Duval (2012), as atividades propostas terão por objetivo fazer com que cada participante, individualmente ou em grupos, perceba os padrões e as regularidades nas figuras geométricas, possam trabalhar o conceito de infinito nos diferentes registros e façam conversões entre as representações (geométrica, numérica, gráfica e algébrica) reciprocamente.

Em particular, mostrar aos participantes a soma infinita de uma série geométrica e alavancar o entendimento de uma dízima periódica representada por meio da soma de infinitas parcelas escritas na forma fracionária.

Etapa 6 - Reaplicação do diagnóstico, para uma comparação de resultados.

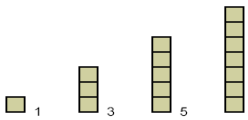
Etapa 7 - Análise dos resultados, com vistas a responder as questões de pesquisa e ainda verificar quais foram as dificuldades na compreensão e na interpretação das questões propostas? A proposta de ensino adotada foi satisfatória? Os objetivos propostos do trabalho foram atingidos?

POSSÍVES QUESTÕES A SEREM PROPOSTAS

Sequências e PA

Perceber os padrões e as regularidades nas figuras geométricas, encontrar a lei de formação por meio de uma transição da representação figural (ou geométrica) para a representação aritmética e algébrica ($F \rightarrow N \rightarrow A$), calcular a soma dos n termos da sequência e identificar se uma determina sequência é progressão aritmética.

Figura 2: Sequência numérica (Progressão aritmética)



Fonte: Acervo Pessoal

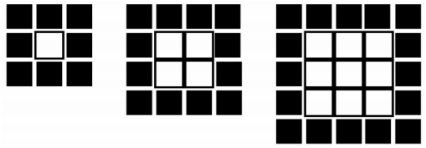
$an = \{1,\ 3,\ 5, \ldots\}$ lei de formação $an = 2n - 1, com\ n \geq 1$

Figura 3: Sequência numérica (números triangulares)

Disponível em: https://pt.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_triangular. Acesso em:10 de out. de 2019.

$an = \{3,\ 6,\ 10, \ldots\}$ lei de formação $an = \frac{n^2+3n+2}{2}, com\ n \geq 1$

Figura 4: Sequência numérica e progressão aritmética (números quadrados)



Disponível em: http://www.obmep.org.br/bq/bq2006.pdf. Acesso em:10 de out. de 2019.

Lei de formação dos quadrados pretos $an = 4n + 4,\ com\, n \geq 1\ \ an = \{8,\ 12,\ 16, \ldots\}$

Lei de formação dos quadrados brancos $an = n^2, com\, n \geq 1 \quad an = \{1,\ 4,\ 16,\ 20, \ldots\}$

Neste caso, temos que a sequência de quadrados pretos forma uma progressão aritmética enquanto a sequência de quadrados brancos forma uma sequência numérica.

PG e séries geométricas

Atividades que tem por característica: analisar os padrões e as regularidades em séries geométricas por meio de representações pictóricas, fazer a conversão transição da representação geométrica (ou figural) para a representação numérica e algébrica e trabalhar o conceito de infinito em séries geométricas $\sum_{n=1}^{+\infty} aq^{n-1} = a + aq + aq^2 + \cdots$, com $n \geq 1$, razão $0 < |q| < 1\ \ e\ (a \neq 0\ e\ q\ \neq 0)$. Nas Figuras 4 e 5, damos dois exemplos de séries geométricas, em ambas é feito o cálculo da área vazada (parte branca) das figuras pictóricas por meio da conversão da representação figural (geométrica) para a representação numérica e algébrica ($F \rightarrow N \rightarrow A$).

Exemplo 1: considerando que a área do triângulo de Sierpinski seja igual a um, qual o cálculo da área vazada (parte branca - $A.V$) e da área pintada (parte preta - $A.P$) do quando o número de triângulos tende ao infinito?

Figura 5: Série geométrica (Triângulo de Sierpinski)

Disponível em: https://pt.wikipedia.org/wiki/Triângulo_de_Sierpinski. Acesso em: 10 de out. de 2019.

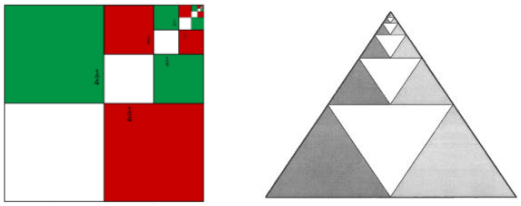
$$\boldsymbol{A.V} = \frac{1}{4} + 3\left(\frac{1}{4}\right)^2 + 9\left(\frac{1}{4}\right)^3 + 27\left(\frac{1}{4}\right)^4 + \cdots = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{4}\left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}, com\, n \geq 1 \quad n \rightarrow \infty \quad S_\infty = \frac{\frac{1}{4}}{1 - \frac{3}{4}} = \mathbf{1}$$

$$\boldsymbol{A.P} = \frac{3}{4} - 3\left(\frac{1}{4}\right)^2 - 9\left(\frac{1}{4}\right)^3 - 27\left(\frac{1}{4}\right)^4 - \cdots = \frac{3}{4} - \left[\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3}{16}\left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}\right] \quad n \rightarrow \infty \left[\sum_{1}^{\infty} \frac{3}{16}\left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}\right] = \frac{3}{4} \quad \frac{3}{4} - \frac{3}{4} = \mathbf{0}$$

Exemplo 2: cálculo da área vazada (parte branca - $A.V$) do quadrado e do triângulo por meio da conversão de uma série geométrica na representação figural (ou geométrica) para a representação numérica e algébrica ($F \rightarrow N \rightarrow A$).

Considerando que a área do quadrado e do triângulo seja igual a um, qual o cálculo da área vazada (parte branca) do quando o número de quadrados e triângulos tende ao infinito ?

Figura 6: Séries geométricas



Fonte: Quina (2015, p.120)

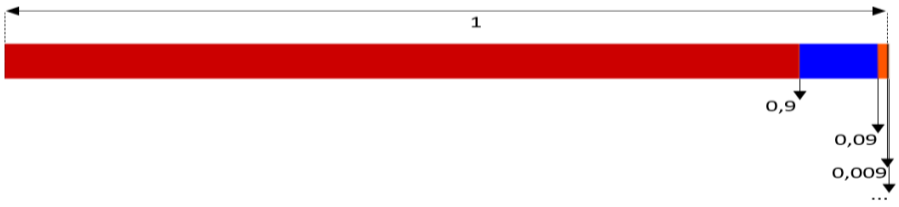
$$\boldsymbol{A.V} = \frac{1}{4} + \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^3 + \cdots = \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{1}{4}\right)^n, com\ n \geq 1 \qquad n \rightarrow \infty \qquad S_\infty = \frac{\frac{1}{4}}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{1}{3}$$

Dízimas periódicas

Na Educação Básica, as dízimas periódicas podem ser interpretadas como adição de infinitas parcelas na forma fracionária, explorando um status do infinito. Por exemplo, considere a representação decimal 0,999.... Essa dízima periódica é $0{,}999\ldots = 1$ ou $0{,}999\ldots < 1$? justifique sua resposta.

Observe que: $0{,}999\ldots = \frac{9}{10} + \frac{9}{100} + \frac{9}{1000} + \cdots = \sum_{n=1}^{+\infty} 9(\frac{1}{10})^n$, com n ≥ 1.

Figura 7: Série geométrica (dízima periódica)



Fonte: Elaborado pelos autores (2019)

Portanto, quando o número de parcelas tende ao infinito $S_\infty = \frac{\frac{9}{10}}{1 - \frac{1}{10}} = 1$

A soma infinita dessas parcelas fracionárias nessa ordem é o que chamamos de série. Portanto, a dízima periódica acima pode ser interpretada como uma série geométrica.

REFERÊNCIAS

BRASIL, Ministério da Educação (MEC/SEED). **Base Nacional Comum Curricular**. Terceira versão - Versão Final. Brasília, 2017. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=79601-anexo-texto-bncc-reexportado-pdf-2&category_slug=dezembro-2017-pdf&Itemid=30192> .Acesso em: 10 de out. de 2019.

BRASIL. **PCN+ Ensino Médio: Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais:** Ciências da natureza, Matemática e suas tecnologias. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 2002. Disponível em: < http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf > .Acesso em: 10 de out. de 2019.

DÍAZ, O. R. T. **A atualidade do livro didático como recurso curricular**. Tradução: Maria Susley Pereira. Linhas Críticas, Brasília: DF, v. 17, n. 34, p. 609-626, set/dez 2011. Disponível em: <http://periodicos.unb.br/index.php/linhascriticas/article/view/6248/5121>. Acesso em: 10 de out. de 2019.

D'AMBROSIO, B. S. **Como ensinar matemática hoje? Temas e Debates.** SBEM. Ano II. N2. Brasília. P. 15-19, 1989.

DUVAL, R. Semiósis e pensamento humano: **Registros semióticos e aprendizagens intelectuais**. Trad. Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu Silveira. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

_____. **Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento.** Registres de representations semiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. Revista eletrônica de Educação Matemática, Florianópolis, v.7, n.2,p.266-297, dez. 2012. Disponível em: http://priodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2012v7n2p266> .Acesso em: 10 de out. de 2019.

FIORENTINI, D.; MIGUEL, A. e MIORIM, M. A**. Contribuição para um Repensar... a Educação** Algébrica Elementar, In: Pro-Posições, Revista Quadrimestral da Faculdade de Educação – Unicamp. Vol.4, n. 1[10]. Campinas: Cortez Editora, p. 78-91, 1993.

PONTE, J.; BRANCO, N.; MATOS, A. **Álgebra no Ensino Básico**. Ministério da Educação, Portugal. Direção Geral de Integração e de Desenvolvimento Curricular (DGIDC). Portugal, 2009.

VALE,I.; PIMENTEL, T. **Padrões Visuais, Generalização e Raciocínio**. In: Machado, S. D. A.; Bianchini, B. L.; Maranhão, C.S.A. (Orgs.). Teoria elementar dos números – da educação básica à formação dos professores que ensinam matemática. p.167-198., São Paulo: Iglu, 2015.

QUINA, C. M. **Sequências e Séries: uma proposta duvaliana para a educação básica**. 2015.181f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade de São Paulo -USP, São Paulo, 2015.