

SITUAÇÕES-PROBLEMAS QUE ENVOLVEM O CONCEITO DE FUNÇÃO AFIM: UMA ANÁLISE À LUZ DA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

Clarice de Almeida Miranda¹

GDn° 3 – Educação Matemática no Ensino Médio

Resumo: O texto aqui apresentado se refere a uma pesquisa concluída, na qual tivemos por principal objetivo categorizar situações-problemas relacionadas ao conceito de função afim, à luz da teoria dos Campos Conceituais. Para determinar uma tipologia para as situações, tomamos como base os critérios estabelecidos por Gérard Vergnaud para a classificação de situações presentes nas estruturas aditivas e multiplicativas. Fazem parte desses critérios os tipos de relações - binárias, ternárias e quaternárias - estabelecidas entre os elementos presentes nos problemas e os tipos de situações das estruturas aditivas e multiplicativas. Como fonte de dados para a análise das situações-problemas foram adotados quatro livros didáticos de Matemática, sendo dois do 9º ano do Ensino Fundamental e dois do 1º ano do Ensino Médio, os quais foram aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático – PNLD – de 2017 e 2018. Considerando as situações-problemas mapeadas nesta pesquisa, identificamos nove categorias de situações: proporção simples; produto de medidas; composição de medidas; proporção simples + composição de medidas; proporção simples + transformação de medidas; comparação multiplicativa + composição de medidas; comparação multiplicativa + transformação de medidas; proporção simples + composição de transformações + transformação de medidas; comparação multiplicativa + proporção simples. As categorias identificadas com mais situações-problemas foram: proporção simples e proporção simples + composição de medidas, enquanto que as categorias que apresentaram uma, duas ou três situações foram: produto de medidas, composição de medidas, comparação multiplicativa + transformação de medidas, proporção simples + composição de transformações + transformação de medidas e comparação multiplicativa + proporção simples.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. Estruturas Aditivas. Estruturas Multiplicativas. Problemas Mistos. Função afim.

INTRODUÇÃO

A presente pesquisa foi desenvolvida baseada na teoria dos Campos Conceituais, considerando como pressuposto a existência de imbricações² entre campos conceituais, bem como a continuidade entre o campo conceitual aditivo e o multiplicativo, e as rupturas necessárias para se compreender as relações presentes nas estruturas multiplicativas e as imbricações entre as situações do campo conceitual multiplicativo e o conceito de função linear (VERGNAUD, 2009b).

¹ Universidade Estadual do Oeste do Paraná – UNIOESTE, campus de Cascavel; Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática - PPGECM; nível mestrado; clari.miranda@hotmail.com; orientadora: Veridiana Rezende.

² “[...] o termo ‘imbricações’ caracteriza um tipo de relação em que os campos conceituais se sobrepõem mutuamente, se articulam e a partir desta ‘interconexão dinâmica’ são gerados novos significados para os conteúdos matemáticos em foco” (TELES, 2010, p.129).

As imbricações entre campos conceituais também são indicadas pelas pesquisas relacionadas ao conceito de função de Pavan, Nogueira e Kato (2009) e Magina e Porto (2018), que estudaram a relação entre os problemas das estruturas aditivas e multiplicativas e ideias base do conceito de função (PAVAN; NOGUEIRA; KATO, 2009), e indícios do pensamento funcional na resolução de problemas de proporção simples (MAGINA; PORTO, 2018).

Assim, estabelecemos como hipótese que situações-problemas relacionadas ao conceito de função afim podem ser classificadas de acordo com as relações que se estabelecem entre os elementos presentes nos enunciados destas, sendo estas relações analisadas com base nas relações definidas pelas estruturas aditivas e multiplicativas. Tal hipótese foi se confirmando no decorrer do estudo piloto, publicado em Miranda, Rezende e Nogueira (2018).

Com base nos estudos que realizamos sobre a teoria dos Campos Conceituais, interesses de pesquisa mencionados anteriormente e considerando particularmente o foco de nosso grupo de pesquisa GEPEDIMA – Grupo de Estudos e Pesquisas em Didática da Matemática que se refere ao estabelecimento do Campo Conceitual da função afim, idealizamos responder a seguinte questão de pesquisa: *Como se caracterizam as situações-problemas relacionadas ao conceito de função afim, à luz da teoria dos Campos Conceituais, presentes em Livros Didáticos de Matemática do Ensino Fundamental e do Ensino Médio?*

AS ESTRUTURAS ADITIVAS E MULTIPLICATIVAS E OS PROBLEMAS MISTOS

A teoria dos Campos Conceituais, proposta pelo pesquisador Gérard Vergnaud, é uma teoria cognitivista que estuda o desenvolvimento e a aprendizagem de competências complexas ao longo da experiência (VERGNAUD, 1993).

Vergnaud (2009a) considera que conhecer é se adaptar, e que o sujeito se adapta as situações. Assim, Vergnaud (1993) adota uma concepção pragmática em sua teoria, e defende que “[...] é através das situações e dos problemas a resolver que um conceito adquire sentido para a criança” (VERGNAUD, 1993, p. 1).

Vergnaud (1993, 2009a, 2009b) compreende o conceito como algo que não se desenvolve sozinho e isolado. Para o pesquisador, um determinado conceito se desenvolve por meio da terna de conjuntos (S, I, R), sendo que esses conjuntos são considerados indissociáveis na teoria dos Campos Conceituais: S é o conjunto de situações que dão sentido ao conceito em questão (a referência); I é o conjunto de invariantes (propriedades e relações) utilizados na resolução das situações, na organização da atividade, nos esquemas (o significado); e R é o conjunto de representações simbólicas usados na representação do próprio conceito e de suas relações, ou ainda das situações e dos esquemas envolvidos (o significante) (VERGNAUD, 1993, 2009a, 2009b).

Dois Campos Conceituais foram bem estruturados por Vergnaud e estão relacionados às operações de adição/subtração e multiplicação/divisão, denominados de campo conceitual das estruturas aditivas e campo conceitual das estruturas multiplicativas, respectivamente, caracterizando classes de situações que dão sentido ao conceito em cada caso.

Nos estudos de problemas das estruturas aditivas que podem ser resolvidos com operações de adição ou subtração, ou uma combinação destas operações, as classes de situações estabelecidas por Vergnaud (1993, p. 13) são: 1) Composição de duas medidas em uma terceira; 2) Transformação de uma medida inicial em uma medida final; 3) Relação de comparação entre duas medidas; 4) Composição de duas transformações; 5) Transformação de uma relação; 6) Composição de duas relações.

Para o campo conceitual multiplicativo Vergnaud estabelece cinco categorias de problemas, segundo Vergnaud (2009b) e Gitirana et al. (2014): 1) Isomorfismo de medidas ou proporção simples; 2) Comparação multiplicativa; caso de um único espaço de medidas de mesma natureza; 3) Produto de medidas ou produto cartesiano; 4) Função bilinear ou proporção dupla; 5) Proporção múltipla.

No que se refere aos problemas mistos, Vergnaud (2009b) entende como aquelas situações que exigem operações dos campos conceituais aditivo e multiplicativo, ou seja, problemas que envolvem pelo menos uma adição ou subtração e, ao mesmo tempo, envolvem pelo menos uma multiplicação ou divisão.

Os problemas mistos são, para Vergnaud (2009b), problemas complexos, que apresentam várias relações e questões em jogo. O pesquisador ainda considera que o estudo das relações elementares definidas nas estruturas aditivas e estruturas multiplicativas é “[...]”

insuficiente para dar uma imagem completa das questões que existem na solução de problemas de aritmética” (VERGNAUD, 2009b, p. 269).

Vergnaud (2009b) considera problemas complexos que comportam somente relações aditivas, somente relações multiplicativas e mistas, propondo uma forma de representar os problemas e suas soluções no ensino elementar.

O pesquisador propõe a disposição das medidas envolvidas na situação em quadros para analisar as relações envolvidas entre estas e as perguntas intermediárias possíveis, ou necessárias considerar para obtenção do resultado final.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Para a coleta de dados, consideramos como fonte de identificação de situações-problemas que envolvem o conceito de função afim livros didáticos de Matemática adotados por escolas estaduais de Ensino Fundamental e Médio, pertencentes ao Núcleo Regional de Educação – NRE de Campo Mourão – Paraná.

A escolha das obras analisadas se deu por meio de informações obtidas no *site* do Fundo Nacional do Desenvolvimento da Educação – FNDE³, verificando quais as obras aprovadas pelo Programa Nacional do Livro Didático – PNLD nos anos de 2017 – anos finais do Ensino Fundamental, e 2018 – Ensino Médio foram adotadas na região do NRE de Campo Mourão por um período de três anos consecutivos (QUADRO 1).

Quadro 1: Coleções de livros didáticos mais adotados na região do NRE de Campo Mourão aprovados pelo PNLD 2017 e pelo PNLD 2018

	Coleção	Autor(es)	Editora	Quantidade de colégios que adotam
Ens. Fund.	Matemática – compreensão e prática	Silveira	Moderna	7
	Praticando Matemática	Andrini, Vasconcellos	Editores do Brasil	15
	Projeto Araribá – Matemática	Garcia Gay	Moderna	4
	Vontade de saber – Matemática	Souza, Pataro	FTD	21
Ens. Méd.	Contato Matemática	Souza, Garcia	FTD	7
	Matemática – Contexto e Aplicações	Dante	Ática	6
	Matemática: interação e tecnologia	Balestri	LEYA	17

Fonte: A autora

³ www.fnde.gov.br/distribuicaoimadnet/iniciarSistema.action

Para esta pesquisa não tivemos a intenção de analisar a obra como um todo, nem fazer julgamentos sobre se a obra é ou não pertinente, no que diz respeito às situações sobre função afim. Os livros didáticos do 9º ano do Ensino Fundamental e 1º ano do Ensino Médio foram considerados como uma fonte de dados, para identificar as situações-problemas presentes no capítulo específico sobre função afim, e categorizá-las, tomando como base as classes de situações das estruturas aditivas e multiplicativas e as considerações de Vergnaud (2009b) sobre problemas mistos na aritmética e álgebra, sendo que na impossibilidade de analisar todas as obras, optamos por fazer a identificação de situações-problema relacionadas ao conceito de função afim de quatro livros didáticos: *Vontade de Saber – Matemática* (SOUZA; PATARO, 2015) e *Praticando Matemática* (ANDRINI; VASCONCELLOS, 2015) do Ensino Fundamental; *Matemática: interação e tecnologia* (BALESTRI, 2016) e *Contato Matemática* (SOUZA; GARCIA, 2016) do Ensino Médio.

Além disso, consideramos para as nossas análises as tarefas que estamos denominando por situações-problemas, a saber: situações que envolvem um contexto do cotidiano (VERGNAUD, 2009b), conforme os problemas considerados por Vergnaud na classificação dos problemas do campo aditivo e multiplicativo. Segundo Vergnaud (2009b), esses problemas possuem um conteúdo e um tipo de relação a ser compreendida entre as medidas apresentadas, sendo o conteúdo, por exemplo, quantidade de bolinhas de gude, valores de dinheiro, quilômetros percorridos, entre outros, e a relação, pode ser uma relação ternária de transformação – ganhar ou perder, por exemplo.

ANÁLISE DOS RESULTADOS

Nesta seção apresentamos as categorias de situações-problemas que envolvem o conceito de função afim, identificadas em livros didáticos do Ensino Fundamental e Médio, com base nas estruturas aditivas e nas estruturas multiplicativas da teoria dos Campos Conceituais.

Foram identificadas e analisadas um total de 89 situações-problemas que envolvem o conceito de função afim, sendo 40 de livros didáticos de matemática do 9º ano do Ensino Fundamental e 49 de livros didáticos de matemática do 1º ano do Ensino Médio. No quadro

a seguir (QUADRO 2) apresentamos um quantitativo das situações-problemas identificadas em cada nível de Ensino, no que se refere à cada categoria identificada.

Foram identificadas nove (9) tipos de relações, ou combinações de relações, entre os elementos presentes no enunciado de cada situação, consideradas nas estruturas aditivas e nas estruturas multiplicativas, as quais resultaram em nove categorias de problemas que envolvem o conceito de função afim.

Quadro 2: Frequência da ocorrência de cada categoria de situações indicadas nos livros didáticos por nível de Ensino

Categoria	Frequência por nível de Ensino	
	Ensino Fundamental	Ensino Médio
Proporção Simples	14	17
Produto de Medidas	0	1
Composição de medidas	3	0
Proporção Simples + Composição de medidas	17	15
Proporção simples + transformação de medidas	2	3
Comparação multiplicativa + composição de medidas	1	4
Comparação multiplicativa + transformação de medidas	2	1
Proporção simples + composição de transformações + transformação de medidas	0	2
Comparação multiplicativa + proporção simples	0	1

Fonte: a autora

Das categorias de problemas identificadas para problemas de função afim, três (3) são resultantes de relações puramente multiplicativas: proporção simples, produto de medidas e comparação multiplicativas + proporção simples, sendo que esta última é considerada por Vergnaud (2009b) um problema complexo, pois possui mais de um tipo de relação multiplicativa. Apenas uma (1) categoria (composição de medidas) com relações puramente das estruturas aditivas e outras cinco (5) categorias são resultantes da combinação relações tanto do campo aditivo, quanto do campo multiplicativo: proporção simples + composição de medidas, proporção simples + transformação de medidas, comparação multiplicativa + composição de medidas, comparação multiplicativa + transformação de medidas e proporção simples + composição de transformações + transformação de medidas, consideradas problemas mistos.

As categorias que mais apresentaram situações relacionadas ao tipo de relação estudada nos campos conceituais aditivo e multiplicativo foram: proporção simples e

proporção simples + composição. A primeira, relacionada à função linear $y = ax$, e à segunda relacionada a função $y = ax \pm b$, com $a, b \in \mathbb{R}$, $a > 0$ e $b > 0$. As categorias do tipo produto de medidas, proporção simples + composição de transformações + transformação de medidas e comparação multiplicativa + proporção simples foram identificadas somente em livros de Ensino Médio. Também foram encontradas situações com mais de um tipo de relação no livro do Ensino Médio, tornando-as mais complexas (situações que apresentam mais de um tipo de relação entre os elementos do enunciado), e composição de medidas somente nos livros do Ensino Fundamental.

Além disso, cada categoria de situação-problema identificada apresenta, no seu processo de resolução, com estudo das relações envolvidas, uma forma analítica específica (QUADRO 3). Considerando $a, b \in \mathbb{R}$, $a > 0$ e $b > 0$, temos:

Quadro 3: Expressão analítica resultante do tipo de relação estabelecida

Categoria	Expressão analítica relacionada
Proporção Simples	$y = ax$
Produto de Medidas	$y = ax$
Composição de medidas	$y = ax$ ou $y = \pm ax \pm b$
Proporção Simples + Composição	$y = ax \pm b$
Proporção simples + transformação de medidas	$y = b \pm ax$
Comparação Multiplicativa + Composição de Medidas	$y = ax + b$
Comparação Multiplicativa + transformação de medidas	$y = ax$
Proporção Simples + composição de transformações + transformação de medidas	$y = ax + b$
Comparação multiplicativa + proporção simples	$y = ax$

Fonte: a autora

Assim, podemos verificar que as situações-problemas consideradas para a análise podem assumir tanto a forma analítica da função linear, caso específico de função afim, quando a forma analítica $y = \pm ax \pm b$, com $a, b \in \mathbb{R}$, $a > 0$ e $b > 0$.

Para melhor compreensão sobre a categorização de situações-problemas que envolvem o conceito de função afim na perspectiva da teoria dos Campos Conceituais, apresentamos a seguir exemplos das quatro (4) categorias que mais possuem situações-problemas relacionadas devido a impossibilidade de apresentar a análise completa de todas, considerando o número máximo de páginas desta publicação.

Portanto, consideremos as categorias de situações-problemas de função afim: proporção simples, proporção simples + composição de medidas, proporção simples + transformação de medidas e comparação de medidas + composição de medidas a seguir:

Isomorfismo de medidas ou proporção simples

De acordo com a fundamentação teórica adotada para esta pesquisa, as situações de proporção simples se referem a uma relação quaternária de proporcionalidade em que, duas a duas, as medidas são de mesma natureza, conforme exemplo da situação-problema a seguir (QUADRO 4):

Quadro 4: Exemplo de situação-problema de função afim do tipo proporção simples

O gafanhoto-do-deserto é um inseto capaz de comer cerca de 1,5 grama de folhas por dia, um número aparentemente pequeno, mas se considerarmos que algumas nuvens desses gafanhotos podem conter cerca de 50 milhões de indivíduos, a devastação alcança grandes proporções.
a) Escreva uma função afim que relacione a quantidade de massa m , em gramas, de folhas que eles são capazes de comer por dia.

Fonte: Souza e Garcia (2016, p. 77)

A situação solicita a massa (m) de folhas consumida por dia em relação à quantidade (q) de gafanhotos, que se comporta como uma relação de proporcionalidade, conforme o esquema sagital:

<i>gafanhoto</i>	<i>massa (g)</i>
1	1,5
q	m

A expressão algébrica também pode ser obtida por meio da relação de proporcionalidade representada pelo esquema relacional anterior, escrevendo-se: $\frac{1}{q} = \frac{1,5}{m} \Rightarrow m = 1,5 \cdot q$.

Proporção simples + composição de medidas

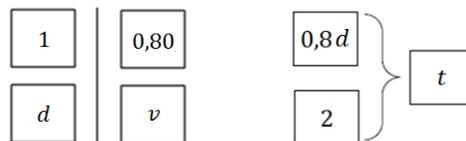
As situações-problemas classificadas como um caso de problema misto do tipo proporção simples + composição de medidas tem a característica de solicitar uma medida resultante da composição de outras duas, sendo uma delas uma taxa fixa (uma constante) e uma medida variável resultado de uma relação quaternária de proporção simples, como no exemplo a seguir (QUADRO 5):

Quadro 5: Exemplo de situação-problema de função afim do tipo misto – proporção simples + composição de medidas

Uma pizzaria oferece serviço de entrega e cobra por isso uma taxa fixa de R\$ 2,00 mais R\$ 0,80 por quilômetro rodado no trajeto entre o estabelecimento e o local da entrega.
b) Escreva uma função que permita calcular o valor t da taxa de entrega, em reais, em função da distância d percorrida, em quilômetros.

Fonte: Souza e Garcia (2016, p. 77)

A situação-problema solicita a taxa do serviço de entrega (t), a qual é composta por duas partes, uma constante no valor de R\$ 2,00 e uma variável, sendo R\$ 0,80 o valor por cada quilômetro percorrido. As relações entre as medidas desta situação podem ser analisadas por meio dos seguintes esquemas relacionais:



Algebricamente, pode ser expresso por: $0,8 \cdot d + 2 = t$ ou $t = 0,8d + 2$.

Proporção simples + transformação de medidas

As situações-problemas que classificamos como um caso de problema misto do tipo proporção simples + transformação de medidas têm a característica de possuir um estado inicial que é transformado em um estado final. Nos casos analisados, a transformação da relação aditiva mencionada anterior é a parte variável da função a qual é resultado de uma relação quaternária de proporção simples como no exemplo a seguir (QUADRO 6).

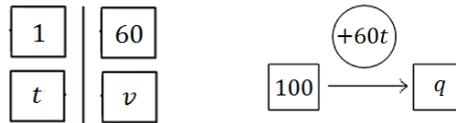
Quadro 6: Exemplo de situação-problema de função afim do tipo proporção simples + transformação de medidas com transformação positiva

Sandra possuía R\$ 100,00 e, para fazer uma viagem no final do ano, ela guardou, a partir de janeiro, R\$ 60,00 em cada mês.
b) Escreva uma função que relacione a quantia em reais q com o tempo t , em meses.

Fonte: Souza e Garcia (2016, p. 78)

A situação-problema solicita o montante acumulado durante um tempo t em meses, no qual é depositado mensalmente um valor de R\$ 60,00, a partir de um depósito inicial de R\$ 100,00. O valor final na conta ao passar de t meses, é resultado do valor adicionado de $60 \cdot t$ sobre o valor inicial de R\$ 100,00. Logo a transformação é positiva.

As relações entre as medidas desta situação podem ser analisadas por meio do seguinte esquema relacional:



E pode ser expressa algebricamente por $100 + 60t = q$ ou $q = 60t + 100$.

Comparação multiplicativa + composição de medidas

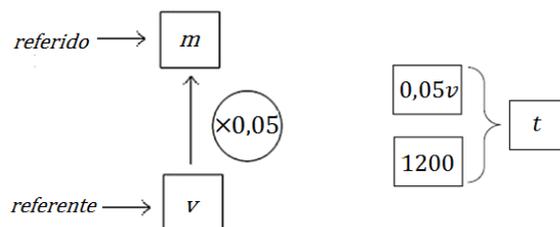
No caso das situações do tipo comparação multiplicativa + composição de medidas, a composição é formada de uma parte fixa e outra variável, sendo que esta última é resultado de uma comparação multiplicativa (QUADRO 7):

Quadro 7: Exemplo de situação-problema de função afim do tipo comparação multiplicativa + composição de medidas

Júlio trabalha como vendedor em uma loja e seu salário mensal é calculado da seguinte maneira: uma quantia fixa de R\$ 1 200,00 mais 5% do valor das vendas que ele efetuar no mês.
a) Escreva uma função que permita calcular o salário s de Júlio em função do valor das vendas v efetuadas por ele.

Fonte: Souza e Garcia (2016, p. 78)

Nesta situação a parte que varia de acordo com as vendas é resultado da situação de comparação. O valor referente às vendas recebido é 5% do valor total da venda, que se trata de uma porção do valor das vendas, ou seja, estamos tratando a porcentagem como a relação de uma comparação multiplicativa. Ela pode ser representada pelo seguinte esquema:



Que, algebricamente, representa: $0,05v + 1200 = t$ ou ainda, $t = 0,05t + 1200$.

A seguir apresentamos as considerações finais no que se refere à categorização de situações-problemas que envolvem o conceito de função afim, na perspectiva da teoria dos Campos Conceituais.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta pesquisa, investigamos situações-problemas relacionadas ao conceito de função afim presentes em livros didáticos de matemática do Ensino Fundamental e Ensino Médio, com intuito de categorizá-las na perspectiva da teoria dos Campos Conceituais.

A partir de investigações relacionadas aos indicativos de imbricações entre Campos Conceituais (TELES, 2010; VERGNAUD, 2009b) e assumindo como referencial teórico a teoria dos Campos Conceituais (VERGNAUD, 1993, 2009b), buscamos nesta pesquisa investigar a diversidade de situações-problemas de função afim, adotando como princípio as classificações estabelecidas por Vergnaud (2009b) para as estruturas aditiva e multiplicativas.

As categorias de problemas de função afim identificadas nesta pesquisa, foram: proporção simples; produto de medidas; composição de medidas; proporção simples + composição de medidas; proporção simples + transformação de medidas; comparação multiplicativa + composição de medidas; comparação multiplicativa + transformação de medidas; proporção simples + composição de transformações + transformação de medidas; comparação multiplicativa + proporção simples.

As categorias identificadas com mais situações-problemas foram: proporção simples (31) e proporção simples + composição de medidas (33), sendo que ambas são mais frequentes nos livros do Ensino Médio e do Ensino Fundamental. Cinco (5) categorias apresentam uma, duas ou três situações identificadas nos livros didáticos: produto de medidas (1); composição de medidas (3); comparação multiplicativa + transformação de medidas (3); proporção simples + composição de transformações + transformação de medidas (2); e comparação multiplicativa + proporção simples (1), sendo que a categoria composição de medidas foi identificada somente no livro do Ensino Fundamental, a categoria comparação multiplicativa + transformação de medidas tanto do Ensino Fundamental quanto do Ensino Médio, enquanto que as outras três (3) foram encontradas somente nos livros de Ensino Médio.

Desta forma, consideramos pertinente a existência de outras pesquisas no que tange ao estabelecimento de uma tipologia de situações de função afim à luz da teoria dos Campos Conceituais, bem como consideramos importante pesquisas que analisem conhecimentos e esquemas mobilizados por alunos na resolução destes diferentes tipos de situações de função afim.

REFERÊNCIAS

ANDRINI, Á.; VASCONCELLOS, M. J. **Praticando Matemática** (Edição Renovada). 4.ed. São Paulo: Editora do Brasil, 2015.

BALESTRI, R. **Matemática: Interação e Tecnologia**. Vol. 1. 2. ed. São Paulo: Leya, 2016.
GITIRANA, V.; CAMPOS, T. M. M.; MAGINA, S.; SPINILLO, A. **Repensando multiplicação e divisão: contribuições da teoria dos campos conceituais**. 1. ed. São Paulo: PROEM, 2014.

MAGINA, S.; PORTO, R. S. O. É possível se ter Raciocínio Funcional no nível dos anos iniciais? Uma investigação com estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7, 2018, Foz do Iguaçu. **Anais do VII SIPEM**. Foz do Iguaçu: 2018.

MIRANDA, C. A.; REZENDE, V.; NOGUEIRA, C. M. I. Uma análise de situações relacionadas ao conceito de função afim na perspectiva da Teoria dos Campos Conceituais. In: SIMPÓSIO NACIONAL DE ENSINO E APRENDIZAGEM: ATUALIDADES, PROSPECTIVAS E DESAFIOS, 4, 2018, Londrina - PR. **Anais do IV SEA**. Londrina: UTFPR, 2018.

PAVAN, L. R.; NOGUEIRA, C. M. I.; KATO, L. A. As relações entre o Campo Conceitual Multiplicativo e as ideias básicas do conceito de função: um estudo com crianças da 4ª série (5º ano) do Ensino Fundamental. In: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10, 2009, Guarapuava. **Anais do X EPREM**. Guarapuava: Unicentro, 2009.

SOUZA, J.; GARCIA, J. **Contato Matemática**. 1. ed. São Paulo: FTD, 2016.

SOUZA, J.; PATARO, P. M. **Vontade de Saber – Matemática**. 3. ed. São Paulo: FTD, 2015.

VERGNAUD, G. Teoria dos Campos Conceituais. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO DO RIO DE JANEIRO, 1, 1993, Rio de Janeiro. **Anais do 1º Seminário Internacional de Educação do Rio de Janeiro**. Rio de Janeiro: Instituto de Matemática da UFRJ, 1993, p. 1-26.

VERGNAUD, G. O que é aprender. In: BITTAR, Marilena; MUNIZ, Cristiano Alberto. (Org.). **A aprendizagem matemática na perspectiva da Teoria dos Campos Conceituais**. Curitiba: Editora CRV, 2009a. p. 13-35.

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade: problemas do ensino da matemática na escola elementar**. Curitiba: Editora UFPR, 2009b.

TELES, R. A. M. Um estudo sobre a influência do Campo Algébrico na resolução de situações que envolvem fórmulas de área. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 12. n. 1. p. 129-142, 2010.