A FACULDADE DE PREDIZER QUE EMERGE DO RACIOCÍNIO PROPORCIONAL (UMA PROPOSTA DE ENFOQUE NO ESTUDO DE PROPORCIONALIDADE)

Thiago Mascára da Silva[1]

GD17 – Currículo, Políticas Públicas e Educação Matemática.

Resumo: O objetivo desse trabalho é propor a faculdade de predizer que emerge do Raciocínio Proporcional na perspectiva da resolução de tarefas de proporcionalidade. Para esse trabalho ilustramos uma tarefa envolvendo grandezas diretamente proporcionais e argumentamos acerca de um modo de resolução que produz um ganho de informação relevante para o desenvolvimento do Raciocínio Proporcional. A metodologia empregada é pesquisa qualitativa de caráter bibliográfico. Compreendemos que o enfoque na predição proporcionou um ganho de informação valioso para reconhecimento de uma estrutura similar no trabalho com problemas de proporcionalidade e pode ser extrapolado na realização de tarefas de proporcionalidade em contextos diversos.

Palavras-chave: Proporcionalidade. Raciocínio Proporcional. Educação Matemática.

Introdução

A matemática ao longo de sua história tem respondido a muitas questões tanto de natureza prática (matemática aplicada), quanto de ordem abstrata (matemática pura), entretanto a mesma propõe perguntas, muitas delas não fazem parte do universo concreto dos estudantes de modo que naturalmente surjam dificuldades ao longo da vida escolar.

De modo análogo em Educação Matemática, os professores também propõem aos estudantes questões matemáticas que muitas vezes não se materializam em objetos concretos, causando grandes dificuldades e desestimulando a aprendizagem. As causas são as mais variadas, seja pela falta de contextualização de alguns temas, dificuldades de encadeamentos lógicos ou intrínsecos da própria matemática.

POINCARÉ (1908) escreveu um artigo sobre a invenção matemática, em seu trabalho postulava que se as resoluções matemáticas são fundamentadas na lógica aceita por todos e que se suas evidências são baseadas em princípios comuns a todos os homens, como poderiam existir tantas pessoas resistentes ao entendimento? Dizia ainda que a experiência dos professores não iria contradizê-lo. Ao expor suas ideias sobre às dificuldades dos alunos Poincaré não responde a pergunta e a mesma permanece até

[1] Universidade Cruzeiro do Sul – UNICSUL; Programa de Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências; thiago.oblato@gmail.com; wagnerpalanch@gmail.com; orientador: Wagner Barbosa de Lima Palanch

nossos dias, mas um fato pode nos ser útil em sua exposição: as resoluções fundamentadas em encadeamentos lógicos baseadas em princípios comuns pode nos guiar a um entendimento, mais do que a massificação dos processos mecânicos de resolução.

No ensino de proporcionalidade, na educação básica as resoluções podem "as vezes" assumir um caráter demasiadamente mecânico, dificultando o entendimento e reconhecimento das relações e provocando dificuldades de apreensão do conhecimento. A proporcionalidade tem suas regras baseadas na lógica e, portanto, necessita de uma estrutura a ser reconhecida e de um encadeamento lógico da relação entre as partes envolvidas.

O objetivo desse trabalho é propor a faculdade de predizer que emerge do Raciocínio Proporcional segundo (LESH; POST; BEHR,1988) na perspectiva da resolução de tarefas de proporcionalidade utilizando o método de redução à unidade descrito em (LIMA, 2012). Limitamos esse trabalho a situações que envolvam grandezas diretamente proporcionais Este trabalho é um recorte de uma dissertação de mestrado com o título "O que Entendemos por Raciocínio Proporcional Advindo dos Materiais Curriculares?".

A escolha do termo sobreveio a partir de experiências adquiridas lecionando na educação básica e a relevância da proporcionalidade por abarcar as relações de equivalência da aritmética básica, fundamentar a álgebra, estudo das funções e unificar a matemática do ensino médio.

A metodologia empregada nesse artigo é a pesquisa qualitativa de caráter bibliográfico que segundo (MARCONI e LAKATOS, 2011), implicam o levantamento de dados pelo pesquisador no intuito de coloca-lo em contato com a literatura sobre determinado assunto, e ainda, de acordo com as mesmas autoras a produção de artigos científicos podem abranger aspectos diversos, submetendo ideias novas à apreciação de publico especializado, ou dar enfoque ao já conhecido.

Proporcionalidade

A proporcionalidade é um conceito matemático fundamental e está presente em diversos assuntos, tanto matemático quanto de outras ciências. Segundo (LIMA, 2016) é provavelmente a ideia mais propagada e seu uso é universal. (BOYER, 1974) em seu trabalho cita a aparição de problemas envolvendo proporcionalidade em vários momentos da história da matemática, o Papiro de Rhind que leva esse nome por ter sido adquirido pelo escocês Henry Rhind em 1858 na cidade de Luxor, Egito, também é chamado com menos frequência é de Papiro de Ahmes que foi o escriba que o copiou por volta de 1650 a.C, Ahmes conta que o material é de aproximadamente de 2000 a 1800 a.C.

O papiro consta de 85 problemas e suas soluções detalhadas, segundo (BOYER, 1974, p.12) "Muitos dos problemas de Ahmes mostram conhecimento de manipulações equivalentes à regra de três". Na Grécia por volta de 500 a.C, ainda segundo (BOYER, 1974) atribui-se a Pitágoras a Teoria das Proporcionais que engloba a igualdade de razões como início da aritmética. Em tempos mais atuais no compêndio "Aritmética Progressiva" Antonio Trajano tece a seguinte definição segundo Lima (2016):

> Diz-se que duas grandezas são proporcionais quando elas se correspondem de tal modo que, multiplicando-se uma quantidade de uma delas por um número, a quantidade correspondente da outra fica multiplicada ou dividida pelo mesmo número. No primeiro caso, a proporcionalidade se chama direta, e no segundo, inversa; as grandezas se dizem diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais. (TRAJANO, 1883, apud LIMA,2016, p.96).

Essa é a definição mais aproximada das usuais dos livros didáticos atuais, de modo que na maioria dos casos fica privilegiada a visão reducionista de que a proporção ocorre somente em séries de frações equivalentes. Mais importante que resolver problemas de proporcionalidade é saber quando existe ou não a proporcionalidade.

Em suma, proporcionalidade é a relação entre duas grandezas o que caracteriza a mesma como uma função, onde x e y são duas grandezas e devem atender a três condições:

> 1º As grandezas x e y acham-se da tal modo relacionadas que a cada valor de x corresponde um valor determinado de y. Diz se então que existe uma correspondência $x \to y$ e que y é função de x. Quando escrevemos $x \to y$ estaremos querendo dizer que y é o valor que corresponde a x.
> 2º Quanto maior for x, maior será y. Em símbolos: se $x \to y$ e $x' \to y'$ então $x < x'$ implica $y < y'$.
> 3º Se a um valor x_0 corresponde y_0 e c é um valor qualquer (inteiro) então o valor de y que corresponde a cx_0 é cy_0. Simbolicamente: Se $x_0 \to y_0$ então $cx_0 \to cy_0$. (LIMA, 2012, p 2-3)

A tônica de uma estrutura proporcional é a covariância entre as grandezas relacionadas, e reconhecer uma estrutura proporcional é compreender o padrão de covariância entre as mesmas. Esse padrão de covariância é a gênese para criação da lei de formação de uma função.

Toda função pode ser descrita por uma lei de formação que ao manipular a variável independente prediz um valor bem específico para a variável dependente, é com esse objetivo que propomos um olhar para os problemas de proporcionalidade a partir de uma perspectiva que privilegie o ganho de informação e o reconhecimento de uma estrutura.

(LIMA, 2012) aponta ainda que a proporcionalidade entre duas grandezas podem ocorrer somente em um intervalo e não fora dele, ou mesmo nem haver correspondência entre as grandezas, o que pode causar confusão pela massificação dos processos mecanizados de resolução que prejudicam o desenvolvimento do Raciocínio Proporcional.

Raciocínio Proporcional

Durante a vida escolar dos estudantes o trabalho com proporcionalidade tem privilegiado em demasia a resolução de tarefas com o uso do produto cruzado (regra de três) e centrado as discussões em razão e proporção. (LAMON, 2012) sugere que a razão (raciocínio) e o bom senso devem anteceder o uso de regras e procedimentos para lidar com questões de proporcionalidade e associa o raciocínio com a análise das relações entre grandezas.

Segundo (LESH; POST; BEHR, 1988, p.1), "o raciocínio proporcional é uma forma de raciocínio matemático que envolve o sentido de co-variância, [...] e está relacionado com inferência, predição e envolve o pensamento qualitativo e quantitativo". Os mesmos autores defendem que e reconhecimento de uma semelhança estrutural é essencial, mas, não uma condicional.

O raciocínio proporcional é muito útil na resolução de problemas e estabelece uma conexão profunda com situações do dia a dia dos estudantes, o sentido de covariância permite a observação de crescimento e decrescimento das grandezas em função de um constante o que vai alicerçar o trabalho algébrico e o estudo das funções.

Algumas questões se colocam quanto às representações das relações, que podem variar de acordo com o contexto e o tipo de grandeza considerada, a relação $\frac{x}{y} = \frac{3}{5}$ e $y = \frac{3x}{5}$ embora equivalentes, podem dificultar a compreensão em determinados casos, ainda segundo (LESH; POST; BEHR,1988) dependendo da transformação na representação pode-se perder ou ganhar alguma informação. Não é o objeto desse trabalho as representações de um número racional e sim o foco na capacidade de predizer que emerge do raciocínio proporcional.

Predição e o Método de Redução à unidade

Como já mencionamos anteriormente o raciocínio proporcional segundo (LESH; POST; BEHR, 1988) está relacionado a predição, vamos considerar nesse trabalho a *predição* como a faculdade de predizer, de prever o comportamento das razões consideradas e de como poderiam ser obtidos esses resultados. Não cabe a esse trabalho a responsabilidade de sugerir um método que substitua práticas já consagradas e sim propor um enfoque que privilegie o ganho de informação relevante e utilitária na perspectiva do desenvolvimento do raciocínio proporcional.

Do ponto de vista do estudo das probabilidades a proporcionalidade é um evento determinístico, ou seja, se constatamos que duas quantidades se relacionam de maneira proporcional podemos prever em qualquer momento como se da relação entre as mesmas. A proporcionalidade é uma função e de modo particular podemos mostrar utilizando um exemplo de grandezas diretamente proporcionais:

Figura 1: Problema envolvendo grandezas proporcionais.

Uma firma de engenharia asfaltou uma estrada de 36km em 14 dias. Quantos dias seriam necessários para a mesma firma asfaltar uma mesma estrada de 54km?

Fonte: LIMA, 2012, p.2

Diversos são os métodos que propõem a resolução desta questão, utilizaremos o método de redução à unidade descrita em (LIMA, 2012), pois acreditamos que as discussões possam trazer um ganho de informação relevante no desenvolvimento do raciocínio proporcional.

O método de redução à unidade descrito em (LIMA, 2012), é um método de resolução de problemas de proporcionalidade que propõe encontrar antes uma constante de proporcionalidade, ou seja, o padrão de covariância entre as grandezas de modo que a partir deste se descubra qualquer valor da relação proposto. Abaixo descrevemos a resolução do problema da (figura 1) com o método mencionado:

Ao preservar a informação conhecida temos: a cada 14 dias são asfaltados 36 km. Antes de saber quantos dias são necessários para asfaltar os 54 km, vamos descobrir em quanto tempo a firma consegue asfaltar 1km, o propósito aqui não é a resolução rápida e sim compreender com maior profundidade a relação entre o tempo e a quantidade de km asfaltados. Dividindo ambas as grandezas, dias e km por 36 obtemos o tempo necessário pra se asfaltar 1 km, logo, sabendo em quantos dias se asfalta 1 km podemos predizer não só o tempo para a firma asfaltar 54 km mas, predizer em quantos dias a firma poderia asfaltar tantos quantos quilômetros quiséssemos saber.

Figura 2: Resolução do problema figura 1

$\frac{dias}{km} = \frac{14}{36}$, dividindo dias e km por 36 reduzimos à unidade os km.

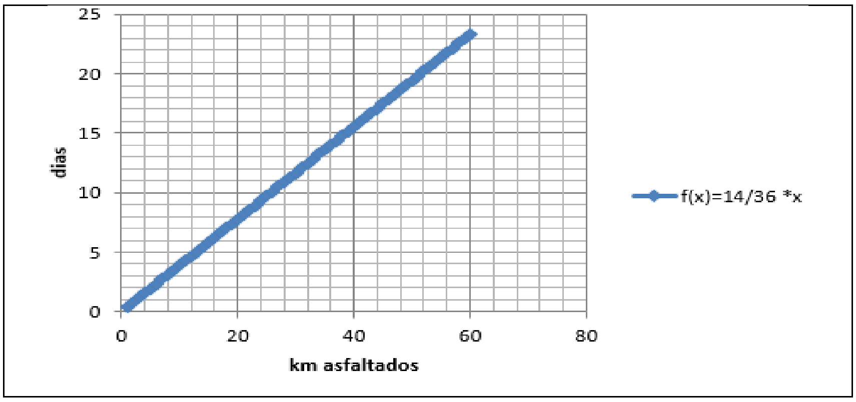
$\frac{dias}{km} = \frac{14 \div 36}{36 \div 36} = \frac{\frac{14}{36}}{1}$ obtemos assim segundo LIMA (2012) o fator de proporcionalidade, ou seja em $\frac{14}{36}$ dias é asfaltado 1 km, multiplicando o fator de proporcionalidade por 54 obtemos o resultado 21 dias.

Fonte: LIMA, 2012, p.2 (adaptado)

Ao encontrar a constante de proporcionalidade (tempo em dias para asfaltar 1 km) podemos considerar y = dias, x = km e K = constante (fator) de proporcionalidade e representa-lo por uma função linear: y = Kx ou f(x) = Kx. Em suma, a função que prediz quantos dias (y) são necessários para asfaltar (x) km é modelada por: $y = \frac{14}{36} \cdot x \; ou \; y = 0{,}388 \cdot x$.

Pode se representar a função no plano cartesiano (figura 3) de modo a observar o padrão linear da proporcionalidade direta e predizer observando o gráfico qual será o comportamento da relação entre dias e km asfaltados.

Figura 3: Representação Gráfica da função que representa a proporcionalidade direta.



Fonte: Elaborado pelos autores.

De modo análogo esse método pode ser usado em outros problemas de proporcionalidade com outros tipos de grandeza.

Considerações finais

Esse trabalho não visa inovação na metodologia de resolução de problemas de proporcionalidade e sim que o enfoque na capacidade de predizer proponha uma perspectiva que enriqueça a compreensão dos conceitos de proporcionalidade a partir do raciocínio proporcional. Entendemos que os problemas de proporcionalidade solicitam em certo grau a capacidade de predizer, e na resolução destes, concebemos utilizar o método de redução à unidade, pois, o mesmo ao retroceder a unidade, promove a gênese da relação entre as grandezas, facilitam as inferências, percepções de covariâncias e melhora o processamento mental das informações.

O método de redução à unidade não foi utilizado nesse trabalho com a intenção de propor uma metodologia absoluta de trabalho com proporcionalidade e sim como estratégia didática para propor uma nova perspectiva das relações entre grandezas e facilitar o reconhecimento da estrutura que alicerça a proporção.

Compreendemos que o enfoque na predição proporcionou um ganho de informação relevante e um entendimento global a partir do conhecimento da constante de proporcionalidade, o que permitiu fazer inferências (predições) das relações entre grandezas em outros intervalos. O uso de variados registros de representação, tais com como a lei de formação de uma função e a representação gráfica no plano cartesiano favoreceu o reconhecimento de uma estrutura similar o que segundo os autores (LESH; POST;BEHR,1988) é uma componente essencial para que ocorra o raciocínio proporcional contribuindo potencialmente para alicerçar a álgebra e unificar a matemática do ensino médio.

Esperamos também que o enfoque que damos a esse trabalho fomente discussões acerca de materiais curriculares, onde nos mesmos possam ser propostas atividades desafiadoras de proporcionalidade, como jogos de adivinhar, Educação Financeira com simulações de caderneta de poupança com depósitos proporcionais, pode se tratar do aquecimento global e a emissão proporcional de gases na atmosfera, impactos ambientais e a ação do homem proporcional no planeta, no trabalho com geometria pode se explorar a proporcionalidade entre lados e áreas de um quadrado, enriquecendo o currículo com situações do cotidiano doa estudantes.

Referências

BOYER, C. B. **História da matemática**; 6ª reimpressão. São Paulo: Edgard Blucher, 1974.

LAMON, S. **Teaching fractions and ratios for understanding:** Essential content knowledge and instructional strategies for teachers. 3th edition. New York: Routledge, 2012.

LESH, R.; POST. T.; BEHR, M. Proportional Reasoning**.** In j. Hiebert & M. Behr (Eds.) **Number Concept and Operations in the Middle Grades**. Reston, VA: Lawrence Erlbaum & National Council of Teachers of Mathematics, p. 93-118, 1988. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/sd/textos/Lesh-Post-Behr-Raciocinio%20Proporcional_PT_.pdf>. Acesso em 06 set. 2019.

LIMA, E. L.; CARVALHO, P. C. P.; WAGNER, E & MORGADO, A. C. **Temas e Problemas Elementares**. Coleção do Professor de Matemática. 3ª. Ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2012.

LIMA, E.L.; CARVALHO, P. C. P.; WAGNER, E & MORGADO, A. C. **A matemática do ensino médio.** 11ª edição. Rio de Janeiro: SBM, vol.1, 2016.

MARCONI, M. A.; LAKATOS, E. M. Fundamentos de metodologia científica. 8ª ed. São Paulo: Atlas, 2017.

POINCARÉ, H. L'invention mathématique. **L'enseignement mathématique**, Paris,v. 10, p. 357-371. 1908. Disponível em: <http://henripoincarepapers.univ-lorraine.fr/chp/hp-pdf/hp1908em.pdf>. Acesso em: 06 set. 2019