

A PRÁTICA PEDAGÓGICA COM MODELAGEM MATEMÁTICA NOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL SEGUNDO OS TRABALHOS DA X CNMEM

Flavia Pollyany Teodoro
Universidade Estadual de Maringá
pollyany_tedorod@hotmail.com

Lilian Akemi Kato
Universidade Estadual de Maringá
lilianakemikato@gmail.com

RESUMO

O presente estudo objetivou analisar o que revelam sobre a prática pedagógica com Modelagem Matemática nos anos iniciais os trabalhos apresentados na décima edição da Conferência Nacional sobre Modelagem Matemática na Educação Matemática (X CNMEM). Para tanto realizamos uma leitura dos Anais da X CNMEM, selecionando seis trabalhos a partir do descritor anos iniciais. Este estudo de cunho qualitativo, com caráter descritivo e interpretativo, utilizou-se do Método de Leitura Científica, para a leitura do material selecionado. Dos aspectos emergentes sobre a prática pedagógica com Modelagem Matemática, foram organizadas três categorias, a saber: *i) A interação como estudo da situação –problema; ii) A Modelagem como formalização e expressão matemática; iii) O alcance da Modelagem Matemática no contexto escolar.* Os resultados sugerem que os aspectos emergentes da prática pedagógica com Modelagem Matemática neste nível de ensino, foram subsidiados por elementos constituintes de diferentes preceitos teóricos presentes na literatura, que foram agregados às práticas em salas de aulas, acreditamos, que em razão dos professores atuarem como pesquisador/professor de sua prática.

Palavras-chave: Prática; Teoria; Pesquisador/professor.

CONTEXTUALIZANDO O ESTUDO...

A Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática¹, tem se apresentado nas últimas décadas como possibilidade de repensar a natureza do ensino e da aprendizagem da Matemática no âmbito escolar. Suas possibilidades se apresentam nas mais diversas formas de conceber a prática pedagógica em sala de aula, certas vezes arraigadas e guiadas pelas diversas concepções existentes na literatura, em que “[...] pequenas sutilezas [...] fazem com que as definições de Modelagem adotadas por diferentes pesquisadores apresentem aspectos diferenciados” (MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2011, p. 79), em outras vezes, guiadas pelos objetivos didáticos de professores e pesquisadores.

¹ Por fins textuais, a partir deste momento nos referiremos a Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática, como Modelagem.

Ao trazer à baila a pesquisa, de modo particular, nos anos iniciais do ensino do fundamental², Brum et al. (2017, p. 2) pondera tratar de “[...] um nível de escolaridade em que a modelagem matemática tem sido cada vez mais discutida, por conta das suas especificidades, com relação à iniciação dos alunos na matemática”. Assim, pondera-se sobre suas potencialidades para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática neste nível de ensino (BURAK; KAVIATKOVSKI, 2014; SILVA; KÜBLER, 2014; LUNA; SOUZA, 2014; TORTOLA, 2016; ZANELLA, 2016).

Destarte, suas potencialidades encontram-se arraigadas e fundamentadas nas especificidades que permeiam esse nível escolar. Para Tortola (2016, p. 268) o trabalho com Modelagem nos anos iniciais “[...] envolve um modo de agir característico, com ações e encaminhamentos específicos, que constitui seu procedimento”. Nesta direção, Teodoro (2018, p.152, destaque da autora), em seu estudo observou que as professoras dos anos iniciais recontextualizaram a Modelagem vivenciada em um espaço de formação para suas salas de aulas, considerando as *especificidades dos anos iniciais*, e a *vivência da própria prática*.

Em consonância com o discutido, Souza e Luna (2014, p. 62) apontam que a manifestação de algumas ações é “[...] indicativo de que as atividades de modelagem propostas pelos professores dos anos iniciais se moldam às práticas de ensino específicas dos professores deste nível”. Daí a relevância de direcionarmos nossos olhares para o apresentado sobre a prática pedagógica com Modelagem Matemática na décima edição da Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática (CNMEM), a fim de tecermos reflexões sobre o investigado, expresso pelo questionamento: *O que revelam os trabalhos apresentados na X CNMEM, sobre a prática pedagógica com Modelagem Matemática nos anos iniciais?* Na busca por estabelecer características da prática envolvendo essa proposta pedagógica.

Oliveira e Oliveira (2018), em estudo recente dedicaram-se a um investigado sobre a prática pedagógica com Modelagem nos anos iniciais, a partir das nove edições anteriores a décima CNMEM, identificando alguns aspectos recorrentes da prática, como: escolha do tema, estudo de temas não matemáticos, forma de problematização e investigação da situação-problema, a concepção de Modelagem utilizada, o trabalho lúdico, o uso de vídeos, imagens, consultas e pesquisas, o esclarecimento de profissionais das áreas de estudos, entre outros. Em completude, com este estudo, esperamos integrar aspectos constituintes da prática pedagógica com Modelagem neste nível de ensino, a qual consideramos complexa e carente de um aprofundamento conceitual/teórico.

² Nos referiremos no decorrer do texto, a partir deste momento, apenas anos iniciais.

Na seção seguinte, ante a essa carência, apenas nos valemos de um apontado sobre os termos prática e pedagógico, na busca por fundamentar nosso entendimento sobre o fenômeno investigado.

UM OLHAR SOBRE A PRÁTICA E O PEDAGÓGICO

Ao ponderarmos sobre *o que revelam os trabalhos apresentados na X CNMEM, sobre a prática pedagógica com Modelagem Matemática nos anos iniciais?*, reconhecemos a relevância de explicitarmos nossa compreensão sobre a prática pedagógica com Modelagem Matemática.

Iniciamos pela busca por inclusões sobre o pedagógico, num viés etimológico apresentado por Silva (2018) que afirma reconhecer em Cunha (2010) compreensão sobre o conceito pedagógico(a) como derivado da Pedagogia, vista como uma Ciência da Educação (LIBÂNEO, 1994; 2011), e que, portanto, “não pode ser limitada ao ato de ensinar”.

Para Silva (2018, p.52), “o conceito pedagógico” extrapola a prática exercida nos contextos escolares, que “atinge uma amplitude que não se restringe ao trabalho docente em sala de aula ou a uma proposta disciplinar de ensino”, ou seja, não se limita às ações conferidas aos docentes e/ou à curricularização que rege o sistema educacional. Assim, a autora, compreende a prática, “[...] como ação docente, que pressupõe a relação teoria-prática e que se faz com base no reconhecimento de todos os fatores que envolvem o contexto escolar, questões sociais, culturais, econômicas e outras” (SILVA, 2018, p. 53).

No cerne desta discussão, Klüber (2013) ao suscitar compreensões sobre aspectos relativos à noção de prática(s) de modelagem matemática na educação matemática, estabelece uma discussão ao tomar a prática como um “continuum com a teoria”, destituída de mera aplicação.

[...] a prática não é apenas uma aplicação de teorias, ela mesma pode ser uma espécie de teorização que não se fecha em si mesma. A prática é uma extensão da teoria, e por isso se modifica e modifica a teoria, assim, em muitos momentos, se confunde com esta (KLÜBER, 2013, p. 96).

Nesta direção, o autor penaliza a prática meramente como “fazer por fazer”, alertando que essa concepção compromete o desenvolvimento de qualquer prática, inclusive de Modelagem, ao incutir no professor *segurança e domínio* pleno da situação, destoante de experiências e situações que não são controláveis.

Integrando ainda ensejos sobre a prática, agora elucidada como “prática docente”, Silva (2018) reconhece uma fundamentação conceitual nos preceitos de Dionísio Burak que concebe a Modelagem como uma metodologia de ensino, e que para Silva (2018), faz todo sentido, uma vez que, ela pode ser vista como parte da ação docente, de sua prática, e que, portanto, a

metodologia escolhida pelo professor deixa marcos de sua prática, que é algo mais abrangente, que imprime o modo de refletir sobre a educação, visões e conceitos sobre ensinar e aprender, revelam tendências pedagógicas e a racionalidade.

Ademais, corroborando e integrando compreensões sobre a prática, buscamos respaldo teórico em Bernstein (2000), que define, de modo particular, a *prática pedagógica* como as relações sociais oriundas de um determinado contexto para a produção e reprodução cultural. Assim, ela não se refere apenas às ações didáticas dos docentes, mas compreende toda a relação social que entrelaça o âmbito educacional, e, portanto, faz referência aos aspectos sociais, culturais e políticos.

Considerando esses entendimentos, ao refletirmos sobre a prática pedagógica com Modelagem, ainda timidamente discutida na literatura no aspecto conceitual etimológico do termo, também reconhecemos particularidades que possam reger seu planejamento e desenvolvimento em sala de aula, os quais devem ser olhados com mais atenção, principalmente em se tratando, deste nível de ensino, os anos iniciais, que possui suas especificidades. Nesta direção, é que nos propomos olhar para os trabalhos da X CNMEM, no intento de fomentar reflexões e discussões sobre a prática pedagógica com Modelagem, perfazendo um caminhar metodológico que será apresentado na seção seguinte.

ASPECTOS METODOLÓGICOS

Essa pesquisa de cunho qualitativo interpretativo advém de um levantamento dos trabalhos que versam sobre a prática pedagógica com Modelagem Matemática nos anos iniciais apresentados na décima CNMEM. Para tanto, nos orientamos pelo Método de Leitura Científica que, segundo Cervo e Bervian (1996), sugere quatro encaminhamentos na leitura do material analisado, a saber: (i) *Leitura de reconhecimento e pré-leitura*: abrange uma leitura global, permitindo ao pesquisador a seleção do material, em nosso estudo compreendeu a primeira leitura realizada dos 110 trabalhos que compunham a décima edição da CNMEM, (ii) *Leitura seletiva*: compreende a seleção das informações que se relacionam com o fenômeno estudado, por meio de critérios pré-determinados, neste estudo nosso critério versava sobre trabalhos que abordavam aspectos do trabalho com Modelagem nos anos iniciais, (iii) *Leitura crítica ou reflexiva*: imprime a compreensão dos significados e escolha das principais ideias, neste estudo, fizeram sentido e/ou significados aspectos que indicavam ações e reflexões sobre a prática pedagógica com Modelagem neste nível de ensino. E (iv) *Leitura interpretativa*: compreende a triangulação dos dados do estudo, por meio da interpretação intencional do autor, do pesquisador, e da autenticidade associada ao tema.

No mapeamento realizado dos 110 trabalhos constituintes da X CNMEM, selecionamos 8, sendo 3 na modalidade comunicação científica, e 5 na modalidade relato de experiência. Destes oito trabalhos, dois versavam sobre um levantamento bibliográfico, os quais foram desconsiderados.

Para a seleção dos trabalhos, foram considerados aqueles que faziam referências aos anos iniciais, ponderando aspectos que integravam a prática pedagógica em Modelagem. Assim, focalizamos nos elementos de práticas desenvolvidas em sala de aula, ou ainda, discutidas em ambientes de formação. Os trabalhos selecionados para a produção desse ensaio teórico são apresentados no Quadro 01, em que são contemplados o título e objetivo.

Quadro 1- Trabalhos selecionados

Título	Sobre a atividade	Código
Modelagem Matemática no ensino da tabuada: uma experiência com futuros professores.	A proposta da atividade era que os alunos (licenciandos do curso de Pedagogia) compreendessem a tabuada como um tipo especial de tabela utilizada para organizar relações matemáticas.	T1
Modelagem Matemática e uma ação relacionada ao empreendedorismo: negociando o preço de sanduíches naturais	Objetivou relatar a experiência de alunos do 5º ano, participantes de um projeto, ao desenvolver uma atividade de modelagem relacionada a uma ação empreendedora, de produção e venda de sanduíches naturais, considerando desde os custos para sua produção, até o lucro pretendido com a venda.	T2
Ampulhetas de areia: uma atividade de modelagem matemática com alunos do 5º ano do ensino fundamental	Visou relatar uma atividade de modelagem matemática desenvolvida com alunos do 5º ano dos anos iniciais do Ensino Fundamental, durante a regência das acadêmicas, em que propuseram o estudo e construção de ampulhetas.	T3
Percepção de estudantes dos anos iniciais a respeito de luminosidade: uma experiência de Modelagem Matemática na Educação Matemática	Desenvolvido no estágio supervisionado do curso de Licenciatura em Pedagogia, a objetivo foi identificar como as crianças percebem a luminosidade, ao longo do ano, no município em que vivem, explorando o conceito de medidas de tempo e a representação tabular e gráfica.	T4
Modelagem Matemática e o desenvolvimento de competências: um estudo com alunos dos anos iniciais do ensino fundamental	Desenvolvido pela pesquisadora, o trabalho buscou identificar as competências em Modelagem Matemática mobilizadas por nove alunos do quinto ano do Ensino Fundamental ao resolverem uma tarefa de Modelagem Matemática, que envolveu conceitos da estrutura multiplicativa de números naturais.	T5
Análise Combinatória: um estudo de investigação nos anos iniciais	O trabalho visou investigar a construção do pensamento combinatório com alunos dos anos iniciais em ambiente investigativo, a partir de um jogo desenvolvido pelos autores do trabalho, que consistiu na adivinhação da senha para a abertura do cofre.	T6

Fonte: Das autoras.

Na seção seguinte realizamos nossas descrições e interpretações sobre elementos constituintes da prática pedagógica com Modelagem, relatados nos seis trabalhos analisados.

SOBRE O INVESTIGADO...

Nesta seção apresentamos na forma descritiva interpretativa os aspectos emergentes da prática pedagógica com Modelagem nos anos iniciais, que constituíram o corpus deste estudo, e possibilitaram a organização de três categorias, guiada pelo Método de Leitura Científica, e pela nossa questão de pesquisa. São as categorias: i) *A inteiração como estudo da situação – problema*; ii) *A Modelagem como formalização e expressão matemática*; iii) *O alcance da Modelagem Matemática no contexto escolar*. É oportuno destacar que as categorias foram identificadas segundo nossa leitura das percepções dos autores dos trabalhos sobre a prática desenvolvida. Assim, para identificação e destaque dessas percepções, optamos pelo uso da escrita em itálico, para terminologias próprias dos trabalhos analisados.

I) A INTEIRAÇÃO COMO ESTUDO DA SITUAÇÃO -PROBLEMA

Nesta categoria apresentamos uma descrição interpretativa sobre os aspectos emergentes da prática pedagógica com Modelagem nos anos iniciais, na inteiração estabelecida para o estudo da situação-problema, várias delas consideradas como cotidianas, associadas às vivências dos alunos.

Com o enfoque de trabalhar a tabuada, no T1, a inteiração iniciou com os questionamentos: *"o que é tabuada? Para que serve?"*, constatando que tabuada, para muitos alunos, estava ligada à *ideia de multiplicação*, as *"famosas" tabuadas do 1 ao 10*, que deveriam sempre ser decoradas. Na intenção de desmitificar à restrição dos alunos a operação de multiplicação foram apresentadas a eles outras tabuadas, resultantes das demais operações de subtração, divisão e soma.

Em seguida, na busca por ampliar as compreensões dos alunos sobre a temática, relacionando o *ensino de tabuada ligado ao cotidiano*, discutiu-se por meio da *tabuada do pãozinho* uma forma de tabela elaborada de acordo com relações matemáticas. A discussão instaurada motivou os alunos a pensarem situações, lugares e temas, possíveis de encontrar tabelas, em que se percebiam tabuadas. Da discussão, surgiu dos alunos a escolha do tema fotocópias, por se tratar de *um tema vivenciado por todos os alunos da sala*, que juntos problematizaram e criaram a *"tabuada da fotocópia"*.

Também considerado um tema *presente no cotidiano dos alunos*, e, portanto, de *interesse dos alunos*, a inteiração para a problematização da temática produção de sanduíches

natural (T2), ocorreu com uma *pesquisa* em padarias localizadas nas redondezas da escola para verificação dos preços de vendas, e no supermercado para o preço de compra dos ingredientes elencados pelos alunos para a produção de sanduíches. Além da pesquisa no supermercado e padarias, o processo de inteiração se valeu ainda, de uma *pesquisa na internet* sobre a quantidade de sanduíches, por pacotes de pães de forma.

O caráter exploratório sobre a situação de estudo, também foi orientado como forma de *pesquisa em livro, revistas, computadores, família*, no T4, vista como *um aprofundamento maior sobre o tema*, no caso, a luminosidade. Na ocasião de orientação, solicitou-se que fossem referenciadas as fontes de pesquisas, discorrendo sobre os ensejos de plágio, e justificando o trabalho para a *escrita científica*.

No T4, também observamos o estudo da temática de *forma questionadora e dialogada* acerca do movimento de rotação e translação da terra, com a pretensão de que os alunos se *familiarizassem com o assunto*. E ainda, realizando *uso de materiais* (globo terrestre e lanterna) na busca por retomar os conceitos científicos envolvidos. Além, da *apresentação de um vídeo*, que serviu de apoio para a discussão sobre a luminosidade no município de moradia dos alunos, ou seja, para a problematização da atividade. Neste mesmo trabalho (T4), ainda se valeram de um *texto introdutório* planejado pelos licenciandos em Pedagogia sobre o período de luminosidade, e discutido por meio de *questionamentos*.

Em nossas observâncias, identificamos que a discussão inicial no T3, reconhecida como *familiarização com o tema*, abarcou *uma discussão histórica* sobre os diferentes tipos de relógios existentes desde os tempos remotos, como forma de problematizar a construção de uma ampulheta, utilizada pelas antigas civilizações como tempo relógio. Também observamos um aparato histórico sobre a temática de estudo, em T6, em que *adaptou uma história* para a constituição do ambiente de aprendizagem, que se revestiu da problematização e investigação da abertura do cofre.

Em T5, observamos que a problematização impressa pelos alunos na determinação da altura da igreja Catedral, foi medir a altura de cada um dos participantes, considerando todos os eles. De acordo com os autores, as ações dos alunos mobilizaram competências para *entender o problema e estruturar dados*.

Ademais, durante a problematização do tema em T6, que requereu dos jogadores *analisar e construir estratégias* para a descoberta da senha, inicialmente guiou-se pelos questionamentos do professor que eram prontamente respondidos, porém sem nenhuma discussão e elaboração de estratégias pelos alunos (chutes). Porém, com a familiaridade do jogo

pelos, e a oportunidade de autonomia conferida pelo professor, eles *passam a conduzir o jogo*, sem intervenção do professor, imprimindo mais diálogos entre alunos e professor.

A autonomia ofertada pelo professor aos alunos surgiu da iniciativa deles próprios de sentar em grupo e discutir estratégias de resolução, imprimindo no jogo *uma opção viável como convite à investigação*, para à introdução de Análise Combinatória nos anos iniciais.

II) A MODELAGEM COMO FORMALIZAÇÃO E EXPRESSÃO MATEMÁTICA

Nesta categoria apresentamos uma descrição interpretativa, sobre os aspectos emergentes da prática pedagógica com Modelagem, presentes na elaboração, análise, comparação e validação do modelo matemático, em que imprimiu a formalização de uma expressão Matemática.

Para a elaboração do modelo, no T1, os autores objetivaram para os alunos, a compreensão da tabuada como uma espécie de tabela, utilizada para *organizar relações matemáticas*. Desse modo, foram elencadas *algumas condições* consideradas necessárias pelos autores, para a *dedução do modelo matemático*, como um número limite de encadernação das fotocópias, que deveria variar de 0 a 100, e o valor unitário de R\$2,00. O processo *dedutivo* ocorreu a partir da *relação de dependência* existente entre as variáveis envolvidas no estudo, no caso, o preço pago e a quantidade de fotocópias requerida. Visto como um tipo *formalização matemática* da situação proposta, determinou-se junto aos alunos (licenciandos de pedagogia) letras para representar tais variáveis, inferindo ser uma função polinomial de primeiro grau.

A construção de uma tabela como forma de organização, a partir da medição do escoamento de areia da ampulheta, também foi observada no T3. O objetivo era que a partir da organização dos dados na tabela, os alunos encontrassem *regularidades*, em que, segundo os autores foram analisadas e expressas por uma *linguagem matemática* a partir da elaboração da tabela e da representatividade das variáveis envolvidas na situação: altura da areia na ampulheta e tempo.

O uso do modelo como *formalização da linguagem* foi apresentado no T6, a partir do diagrama de árvores decorrente da listagem de possibilidades de senhas, sugeridas pelos alunos para abertura do cofre. Conforme relato, a Modelagem iniciou por uma listagem aleatória de possibilidades, *sem padrão*, que posteriormente por sugestão de um aluno, passou a ser por ordem crescente. Como complementação desta listagem, foi desenvolvido junto aos alunos o diagrama de árvores, que exerceu *o papel de “modelos/linguagem”*.

O modelo desenvolvido na atividade sobre a percepção dos alunos a respeito da luminosidade (T4), deu-se inicialmente na representação falada, dita linguagem natural, e

posteriormente, na *representação gestual* de um aluno, que passou a ser utilizada pelos demais. De acordo com os autores, esta segunda, denotou *uma nova significação para o modelo* da luminosidade, que desencadeou e subsidiou a *ampliação das representações* de outros modelos, expresso na forma tabular e gráfica dos dados. Segundo Tortola (2012), alunos dos anos iniciais comumente desenvolvem modelos matemáticos utilizando-se de diferentes representações, como na forma falada, escrita, numérica, tabular, gráfica e figural.

O *modelo real* emergente da *tradução dos dados reais* esteve presente no T5. Sua construção deu-se a partir da estruturação dos dados, em meio às competências desenvolvidas pelos alunos no processo de investigação da situação, as quais revelaram que, a capacidade dos alunos de interpretar resultados matemáticos em contextos reais, levaria a uma solução (modelo) real.

Ademais conferindo a validação dos modelos, esta, deu-se na *forma experimental*, no caso das ampulhetas construídas pelos alunos: “A minha ampulheta leva 1 minuto para passar de um lado para o outro a areia!” [...] e “Os centímetros um em um na minha ampulheta levam 10 seg. todos”. De modo semelhante, na forma comparativa de validar o modelo, constatada em T5 durante a socialização das resoluções, ao visualizarem os diferentes modelos e resultados, os alunos fizeram comparações, justificando as diferenças estratégias, “*o caminho foi diferente, mas o resultado foi bem próximo e, portanto, também está correto*”.

Também, constatamos no T4, a validação da *representação gestual* pelos alunos que ao fazerem relação com os dados tabelados, puderam constatar veracidade como forma de se *expressar matematicamente*. E ainda, no T1, a validação, incitada por meio de questionamentos para pensar possíveis previsões, como forma de comparações com outras situações que podem surgir.

III) O ALCANCE DA MODELAGEM MATEMÁTICA NO CONTEXTO ESCOLAR

Nesta categoria apresentamos uma descrição interpretativa sobre os aspectos emergentes da prática pedagógica com Modelagem nos anos iniciais, que mostraram possibilidades com o uso desta proposta pedagógica para o ensino e aprendizagem da Matemática. A iniciar pelo uso da Modelagem como oportuno para a constituição de *Cenários para investigação* (SKOVSMOSE, 2008), em que foi instaurado um *ambiente de aprendizagem* (BARBOSA, 2001) com possibilidades para questionamentos, investigações e soluções conjuntas, na *construção do pensamento combinatório* (T6) com alunos dos anos iniciais.

Este cenário investigativo, instaurado por meio de um *ambiente lúdico* (jogo), que consistiu na adivinhação de quatro algarismos para a abertura de cofre, foi *guiado pela*

curiosidade dos alunos, em razão do *estudo lúdico* que são parte do universo destes alunos, e ainda, da postura do professor em possibilitar condições de autonomia aos alunos, para a execução do jogo, onde regeu *um ambiente democrático*, com debates e formulação de respostas em grupo.

Além disso, a justificativa para a constituição de um *ambiente de aprendizagem* ocorreu, fundamentado no *objetivo didático*, instaurado para a introdução de noções de Análise Combinatória nos anos iniciais, e que oportunizou o desenvolvimento de aspectos referentes à linguagem matemática, particularmente a contagem, que desencadeou na Modelagem da situação, com a elaboração do diagrama de árvores.

Semelhante ao T6, também observamos em T2, a autonomia como forma de *emancipação dos alunos*, que atuam como sujeitos críticos e inventivos, numa ação de empreendedorismo na produção de sanduíches. Isso porque, durante a atividade, eles puderam *participar ativamente na construção e aplicação de conhecimento*, demonstrando autonomia nas discussões e tomadas de decisões (definindo valor de venda, e quantidade de produção), tendo o professor como orientador do processo investigativo.

No cerne desta discussão, em T5, o desenvolvimento de *competências* pelos alunos no trabalho com Modelagem colocou-os como *responsáveis pelo seu próprio processo de aprendizagem*, orientado e mediado pelo pesquisador. Assim, a capacidade do aluno de relacionar as competências desenvolvidas e apropriar-se de conhecimentos matemáticos em outras situações com tarefas de Modelagem Matemática, foi apontada no trabalho como *uma passagem fundamental* para que ele desenvolva competências diferentes e mais complexas.

Ainda, sobre o despertar da autonomia nos alunos, no T6, foi impresso na prática desenvolvida a oportunidade de uma experiência, em que os alunos foram *protagonistas na construção dos conceitos* por meio da investigação. Sobre a conceitualização, aferiu-se em T1 possibilidade no trabalho com a Modelagem para a *ampliação de conceitos* no estudo da tabuada.

Os diferentes tipos de registros, também foram indicados como possibilidade de alcance com atividades de Modelagem, pois permitiram *expressar características diferentes* sobre a variação da luminosidade (T3). Segundo o relato, considerando a importância das diferentes representações semióticas (DUVAL, 2009) no desenvolvimento da atividade, que ofereceu uma situação de estudo favorável a diferentes representações, surgiram quatro: *linguagem natural, linguagem gestual, linguagem tabular e linguagem gráfica*. A *gestual* serviu de *âncora* para o entendimento da *tabular e gráfica*. Já a *gráfica*, oportunizou o entendimento da variação da luminosidade no decorrer do ano.

De acordo com os autores, a mobilização de diferentes registros (tabular e gráfica), só foi possível, em razão das intervenções realizadas, ou seja, *não foram espontâneas, visto o nível de escolaridade dos estudantes*. Contudo eles destacaram que, os diferentes registros são formas de *aprender a se comunicar e a escrever matematicamente*, uma vez que, que eles auxiliam nas formulações de novos modelos, em níveis posteriores de aprendizagem.

Acerca da prática com Modelagem, também houvera inferências sobre o *trabalho interdisciplinar* em T4, em que a Modelagem foi apontado como *um terreno fértil* para este trabalho. Por exemplo, com a atividade desenvolvida, puderam trabalhar conjuntamente, componentes curriculares de Matemática, Geografia, Ciências e Língua Portuguesa.

Ademais, observamos no T3, discussões sobre *ideia de “exatidão”*, gerada pelos alunos, ao compararem no estudo das ampulhetas diferenças nos tempos calculados. As discussões e reflexões levaram os alunos ao consentimento da *possibilidade de existir diferentes respostas* para a situação proposta.

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES...

Ao buscarmos compreensões sobre *o que revelam os trabalhos apresentados na X CNMEM, sobre a prática pedagógica com Modelagem Matemática nos anos iniciais?* focamos lentes sobre aspectos emergentes da prática, os quais se mostraram variados, porém com semelhanças nas suas formas de realização em sala de aula, pelos professores e/ou futuros professores, e pesquisadores. Tais aspectos nos possibilitaram a organização de três categorias, para as quais aventuramos tecer algumas considerações.

Ao forcarmos lentes sobre a categoria i) *A inteiração como estudo da situação–problema*, observamos que a inteiração nos trabalhos analisados foi planejada e desenvolvida com vista a garantir o interesse e envolvimento dos alunos no desenvolvimento da atividade por meio de temas do seu cotidiano. Sobre criar condições para o envolvimento dos alunos, neste nível escolar Silva e Klüber (2014) advertem que um ensino de Matemática com sentido aos alunos dos anos iniciais, deve levar em consideração o contato que eles á possuem com a Matemática, em situações que eles resolvem a sua maneira.

Daí a importância de problematizar, conforme observado em T1 com a exploração da “*tabuada do pãozinho*”, contextualizando de acordo com as vivências dos alunos. Ainda, neste processo de inteiração, observamos o cuidado na utilização de diferentes recursos como vídeos, construção e utilização de materiais (ampulheta, globo terrestre), construção e adaptação de textos que traziam uma abordagem histórica sobre o tema de estudo. Para Souza e Luna (2014), as especificidades neste nível se desvelam em rodas de conversas, leitura de textos e narração

de histórias. Em Teodoro (2018) ao planejar uma atividade de Modelagem com alunos dos anos iniciais, a professora organizou em cartazes uma linha do tempo de telefones e celulares, objetivando problematizar a construção de um celular. Segundo ela, comum em sua prática.

Destaca-se ainda, nesta categoria a forma de pesquisa orientada no desenvolvimento das atividades de Modelagem, como familiarização e aprofundamento da temática de estudo. Silva e Klüber (2014) ao inferirem sobre a *pesquisa exploratória* do tema atestam que “as crianças vivem esse desafio de maneira mais aprofundada quando são incentivadas a se iniciarem em pesquisa”, uma vez que, esse encaminhamento confere ao aluno uma postura mais autônoma e crítica sobre o tema de estudo. Além desse aparato, observamos a ênfase dada na cientificidade orientada e desenvolvida nas pesquisas pelos alunos em T4.

Destacamos ainda, a mediação questionadora e dialogada impressas pelos professores e/ou futuros professores e pesquisadores. Para Silva e Klüber (2014, p. 15) por meio da mediação, “[...] o aluno passa a internalizar hábitos, valores, costumes e diferentes conhecimentos, consegue estabelecer as relações entre o saber formal e o aprendido em espaços não escolares”. Nesta forma de mediação, acreditamos que a autonomia é conferida aos alunos, que mesmo com pouca idade, como nos trabalhos analisados, eles se mostraram livres em suas estratégias e resoluções.

A respeito da categoria ii) *A Modelagem como formalização e expressão matemática*, observamos que o processo de elaboração e validação do modelo representou uma sistematização dos dados, advindos de situações reais, que em alguns trabalhos, ocorreu a partir da observação de regularidade a partir dados, ou da elaboração de estratégias que levaram ao estabelecimento de um modelo que representasse aquela situação de estudo. E observando que a validação dos diferentes modelos ocorreu na forma experimental, comparativo e discursivo/argumentativos dos diferentes dados coletados e estratégias utilizadas. Além disso, em meio aos diferentes modelos construídos, sobre distintas formas de representação, destacou-se a possibilidade de uma nova significação para a situação, ao possibilitar diferentes formas de descrever ou expressar uma situação matematicamente, visto como um modelo representado em forma de linguagem.

De acordo com Tortola (2012) nesta fase, os alunos não compreendem a simbologia e o formalismo matemático, logo descrevem a situação matemática de acordo com a sua linguagem, por meio do seu entendimento. Assim, conforme observado e aferido nos trabalhos, a

formalização da situação ocorreu mediante as possibilidades oferecidas pelas situações de estudo, e ao arcabouço cognitivo dos alunos.

Ainda, constatamos em alguns trabalhos, a necessidade da “formalização” da linguagem matemática, expresso por um modelo matemático, mesmo já havendo encontrado uma solução para a situação inicial. Possivelmente isso seja em razão da adoção pelos professores e ou/futuros professores de uma concepção de Modelagem, que por vezes valorizava a elaboração de um modelo, como situação final da atividade.

Em relação a categoria iii) *O alcance da Modelagem Matemática no contexto escolar*, nossas compreensões inteiraram das possibilidades inferidas nos trabalhos, sobre o uso da Modelagem Matemática no âmbito escolar, destacando como auxílio a construção do pensamento combinatório, ao desenvolvimento da autonomia do aluno, a construção e aplicação do conhecimento matemático, ao planejamento de uma ambiente lúdico e democrático, e a discussão e reflexão pelos alunos da não “exatidão” da Matemática. Também, a possibilidade para a constituição de *Cenários para Investigação* (SKOVSMOSE, 2008) e um *ambiente de aprendizagem* (BARBOSA, 2001). Além de um planejamento didático com o uso da Modelagem com vista a explorar o desenvolvimento de competências pelos alunos, e ainda, a exploração em tarefas de Modelagem das diferentes *representações semióticas* (DUVAL, 2009), que são favoráveis de serem mobilizadas em atividades de caráter investigativo, como da Modelagem.

Em visto do observado nos trabalhos, acreditamos que o conhecimento teórico dos professores e/ou futuros professores, e pesquisadores, presente desde o planejamento da atividade até o desenvolvimento, orientou e subsidiou a prática pedagógica com Modelagem Matemática nos anos iniciais. Em T4, ao inferirem sobre a mobilização das diferentes representações, elucidaram *a importância do professor estar ciente desse aspecto como condição necessária à aprendizagem*, conforme o fizeram na condução da atividade. Também o planejamento de um *Cenário para a investigação*, com vista a criar um *ambiente de aprendizagem*, em que manifestaram preocupações em criar condições para sua constituição. Além, das várias concepções de Modelagem Matemática indicadas nos trabalhos, e que nos mostraram orientadoras da prática em sala de aula.

Nesse sentido, consideramos fundamental a retomada da discussão instaurada por Külber (2013, p.100) e apresentada em seção anterior, sobre conceber a prática como um continuum da teorização, de modo que “[...] possamos pensar a prática como uma forma de teorização e a teorização como uma prática”. Além de que “quando nos deparamos com teorias

precisamos vivenciá-las para preencher lacunas que não cabem na escrita que nos foi apresentada, pois, toda teoria é destituída dos vividos (KLÜBER, 2013, p. 96).

Ademais, conforme Campos e Araújo (2015, p. 326) inferem “podemos interpretar o duplo papel de pesquisador e professor como uma forma de intervenção do pesquisador na prática (pedagógica)”. Que conforme observado nos trabalhos, nos pareceu oferecer maior sustentabilidade as ações pedagógicas deles que atuam como *pesquisador|professor*, e por assim, dizer, “fazem parte de uma unidade única, (que) se influenciam e se desenvolvem mutuamente, são diferentes, têm propósitos diferentes, podem ser incompatíveis, mas uma pressupõe e constitui a outra” (CAMPOS; ARAÚJO, 2015, p. 329).

Acreditamos que pensar na influência e desenvolvimento mútuo que pode permear e corroborar para a prática pedagógica com Modelagem nos anos iniciais, é uma forma de prosperar para sua inserção e permanência em sala de aula.

REFERÊNCIAS

- BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: Contribuições para o debate teórico. In: Reunião anual da ANPED, 2001, Caxambu. **Anais**. Caxambu: ANPED, 2001. 1 CD-ROM.
- BERNSTEIN, B. **Pedagogy, symbolic control and identify**: theory, research, critique. Lanham: Rowman & Littlefield Publishers, 2000. 230 p.
- BURAK, D.; KAVIATKOVSKI, M. A. C. Considerações sobre a Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental a Partir de Atividades Desenvolvidas em Sala de Aula. In: ALENCAR, E. S.; LAUTENSCHLAGER, E. (orgs). **Modelagem Matemática nos anos iniciais**. São Paulo: Sucesso, 2014. p. 51- 62.
- BRUM, E. S. B. *et al.* Ampulhetas de areia: uma atividade de Modelagem Matemática com alunos do 5º ano do ensino fundamental. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10, Maringá. **Anais...** Maringá, 2017.
- CAMPOS, I.; ARAÚJO, J. L. Quando pesquisa e prática pedagógica acontecem simultaneamente no ambiente de modelagem matemática: problematizando a dialética pesquisador|professor. **Acta Scientiae**, Canoas, v.17, n..2, p. 324-339 maio/ago. 2015.
- CERVO, A.; BERVIAN, P. A. **Metodologia científica**. 4ª ed. Makron Books: São Paulo, 1996.
- CUNHA, A. G. da. **Dicionário etimológico da língua portuguesa**. 4 ed. Rio de Janeiro: Lexikon, 2010.
- DUVAL, R. **Semiós e pensamento humano**: registro semiótico e aprendizagens intelectuais. São Paulo: Livraria da Física, 2009.
- KLÜBER, T. E. Aspectos relativos à noção de prática(s) de modelagem matemática na educação matemática. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 08, n.1, p. 92-103, 2013.
- LIBÂNEO, J. C. **Didática**. São Paulo: Cortez, 1994.



LUNA, A. V.A.; SOUZA, E.G. Modelagem Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: Práticas e Desafios. In: ALENCAR, E. S.; LAUTENSCHLAGER, E. (orgs). **Modelagem Matemática nos anos iniciais**. São Paulo: Sucesso, 2014. p. 37-50.

MEYER, J. F. da C. de A.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS, A. P. dos S. **Modelagem em educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

OLIVEIRA, W.P. OLIVEIRA, M. D.D. Uma olhar para as práticas de modelagem matemática nos anos iniciais do ensino fundamental. Encontro Internacional de Produção Científica, **Anais**, 2017.

SILVA, V. da S.. **Modelagem Matemática na formação inicial de pedagogos**. 2018. 189 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2018.

SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. In: Skovsmose, O. **Desafios da reflexão em educação matemática crítica**, cap 1, Campinas: Papirus, 2008, p. 15 – 40.

TEODORO, F. P. **A recontextualização da Modelagem Matemática na prática pedagógica nos anos iniciais**. 2018, 169f. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2018.

TORTOLA, E. **Os usos da linguagem em atividades de Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2012. 168 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2012.

TORTOLA, E. **Configurações de modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2016. 304 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.

ZANELLA, M. S. **Tarefas de modelagem matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: um estudo com alunos alemães e brasileiros**. 2016. (Doutorado). Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2016.