



O USO DO REGISTRO GRÁFICO EM UMA ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Michele Carvalho de Barros
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
mcarros@utfpr.edu.br

Priscila Amara Patricio de Melo
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
pmelo@utfpr.edu.br

Lilian Akemi Kato
Universidade Estadual de Maringá
lilianakemikato@gmail.com

RESUMO

Neste trabalho temos por objetivo investigar o potencial de uma atividade de Modelagem Matemática no favorecimento do uso do registro gráfico para a compreensão do fenômeno estudado. Os pressupostos teóricos estão alicerçados na Teoria dos Registros de Representação Semiótica e na Modelagem Matemática no âmbito da Educação Matemática. A atividade foi desenvolvida com alunos do terceiro período de cursos de engenharias (Alimentos, Civil e Eletrônica), e visava estudar o comportamento da concentração de um medicamento no organismo de uma pessoa com o passar do tempo. Dentre os resultados obtidos destacamos a Modelagem Matemática como uma estratégia de ensino e de aprendizagem que viabiliza o uso do registro gráfico, pelos alunos, possibilitando a identificação das variáveis visuais deste registro, como por exemplo, o comportamento assintótico, o que possibilitou uma visão global do fenômeno estudado.

Palavras-chave: Registro gráfico; Modelagem Matemática; Ensino Superior.

INTRODUÇÃO

Pesquisas apontam as potencialidades da Modelagem Matemática para o ensino e a aprendizagem da Matemática, pois a partir de atividades dessa natureza é possível enxergar situações do cotidiano por meio da Matemática (BARROS, 2017; BRAZ, KATO, 2014; ROSA, 2009), ou seja, interpretar, analisar e tomar decisões acerca de situações do dia a dia utilizando ferramentas matemáticas.

Mas para interpretar fatos da realidade é necessário que os alunos compreendam os objetos e conceitos matemáticos envolvidos no problema. Segundo Duval (2006) a aprendizagem de um conceito matemático só é possível mediante a mobilização de diferentes

registros de representação semiótica¹ deste mesmo objeto e, se concretiza a partir da capacidade de realizar transformações dentro de um mesmo registro de representação (tratamento) e da sua capacidade de realizar transformações entre dois ou mais registros simultaneamente (conversão).

Nesse sentido estudos relacionados à prática da Modelagem Matemática em sala de aula à luz do olhar teórico e metodológico da Teoria dos Registros de Representação Semiótica e direcionados à melhoria do processo de ensino e de aprendizagem da Matemática têm alcançado resultados positivos, como exemplo, podemos citar os trabalhos de Vertuan (2007), Rosa (2009) e Barros (2017).

As representações de dados em tabelas e gráficos fazem parte de uma linguagem universal, sendo esta uma forma de apresentação de dados cada vez mais utilizada nos meios de comunicação escrita e falada.

As representações gráficas possibilitam uma visão global do fenômeno (função/equação) em estudo favorecendo a análise de propriedades que nem sempre ficam explícitas em outras representações, como intervalos de crescimento (decréscimo), pontos de inflexão, concavidade e comportamento assintótico.

Contudo, de acordo com os trabalhos de Duval (2011; 2006), o ensino de Matemática tem tido uma abordagem pontual do registro gráfico, dificultando a análise e a interpretação gráfica em contextos mais amplos. Em particular, no ensino do Cálculo Diferencial e Integral, Barros (2017) e Cargin (2013) verificaram que o registro gráfico é pouco utilizado comparado ao registro simbólico-algébrico.

Diante disto, neste trabalho temos por objetivo investigar o potencial de uma atividade de Modelagem Matemática no favorecimento do uso do registro gráfico para a compreensão do fenômeno estudado. No que segue, apresentamos uma breve fundamentação teórica sobre a Modelagem Matemática e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, descrevemos os procedimentos adotados, relatamos o desenvolvimento da atividade, os encaminhamentos tomados pelos alunos da turma e por fim tecemos considerações sobre os resultados alcançados no que diz respeito a importância das representações gráficas em atividades de Modelagem Matemática.

¹ A teoria dos registros de representação semiótica será abordada ao longo do texto.

MODELAGEM MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Preocupados em compreender as dificuldades no ensino e na aprendizagem de Matemática, pesquisadores da área da Educação Matemática, têm realizado estudos e discussões que tem contribuído para minimizar as dificuldades de se ensinar e de se aprender conceitos Matemáticos. Dentre os resultados desses estudos, surge a Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem da Matemática.

De acordo com Bassanezi (2013), a Modelagem Matemática permite associar teoria e prática quando se busca entender algo da realidade que o indivíduo está inserido, “a modelagem matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real (p. 16)”.

Esse processo envolve a obtenção de um modelo matemático, isto é, “um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado (Bassanezi, 2013, p. 20)”. Dessa forma, ao considerar um modelo como representação de um sistema, admite-se como resposta uma aproximação da realidade passível de imprecisões podendo ser maiores ou menores dependendo de diversos fatores que compõem o sistema.

Considerando o trabalho investigativo proposto pela Modelagem Matemática, é possível considerar ações sociais e políticas, o que tende a contribuir com o crescimento intelectual do estudante e com a sua formação crítica, caracterizando a Modelagem Matemática como uma estratégia de ensino e de aprendizagem que extrapola a simples intenção de ensinar e aprender conceitos matemáticos.

No intuito de orientar práticas com modelagem, Bassanezi (2013) sugere algumas etapas que podem ser seguidas pelo modelador, a saber: experimentação, abstração, resolução, validação, modificação e aplicação. Para o autor, em situações de ensino e aprendizagem essas etapas não são lineares nem fixas, como o objetivo principal é aprender enquanto o fenômeno estudado serve como cenário motivador, mais importante que o modelo final obtido é o processo percorrido pelo estudante.

Diante de questões que surgem na implementação de uma atividade de Modelagem Matemática, é comum professores se sentirem inseguro, devido aos novos papéis desempenhados pelo professor e pelo aluno. O primeiro irá mediar o processo e o segundo

participar ativamente de todo o desenvolvimento, mas quem escolherá o tema a ser estudado?

Quem levantará os dados?

Nesse sentido, Almeida e Dias (2004) apresentaram alguns direcionamentos que se configuram como possibilidades que elas denominaram de “momentos” para implementação de uma atividade de Modelagem Matemática.

No primeiro momento, o problema é estabelecido e proposto pelo professor. O levantamento de hipóteses e investigação que levam a construção, análise e uso do modelo matemático são compartilhados entre professor e alunos. No segundo momento, o problema e as informações são apresentadas aos alunos pelo professor e, organizados em grupos, os alunos formulam hipóteses, constroem e validam o modelo. No terceiro momento, os alunos também se organizam em grupos, porém agora eles quem escolhem um problema sob a orientação do professor (ALMEIDA; DIAS, 2004).

Neste trabalho, concebemos a Modelagem Matemática como uma estratégia de ensino e de aprendizagem e de acordo com os objetivos da aula e do tempo disponível, optou-se por implementar a atividade que se aproxima do segundo momento de Almeida e Dias (2004).

Na próxima seção apresentamos a Teoria dos Registros de Representação Semiótica que aborda essas múltiplas representações e que servirá de base para nossas análises.

TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

Segundo Bassanezi (2011), a obtenção de um modelo matemático precisa relacionar, sem ambiguidades, os símbolos e teorias matemáticas em termos da linguagem usada para descrever o fenômeno em estudo.

Assim, no desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática é preciso realizar uma mudança da linguagem natural na qual o problema é apresentado para uma linguagem matemática, que pode ser uma expressão algébrica, um gráfico ou uma tabela. Depois de utilizar as ferramentas matemáticas coerentes para analisar a situação é preciso fornecer uma resposta na linguagem inicial do problema.

Recorrer a utilização da linguagem natural, de expressões algébricas, de gráficos e de figuras para representar uma situação ou conceito matemático é considerado, por Duval (2012) necessário para a aprendizagem da Matemática, pois para o autor os objetos matemáticos só são acessíveis por meio de suas representações.

Segundo Duval (1993) para uma representação ser considerada um registro de representação semiótica, ela precisa permitir três atividades cognitivas fundamentais: a

formação de uma representação identificável, o tratamento e a conversão. A formação de uma representação identificável implica a seleção de relações e de dados do conteúdo a representar.

O tratamento é uma transformação que ocorre no interior de um mesmo registro, como por exemplo, a aplicação da fórmula de Bhaskara para resolver uma equação de segundo grau. A conversão é a transformação da representação de objeto em uma outra representação deste objeto, como por exemplo, obter a solução de uma equação de segundo grau, por meio de seu gráfico.

Duval (2003) classifica quatro tipos de registros de representação semiótica: a linguagem natural² (associações verbais, conceituais, forma de raciocinar), os sistemas de escritas - simbólico (numéricas e algébricas), as figuras geométricas planas ou em perspectivas (operação operatória e não somente discursiva, construção com instrumentos) e os gráficos cartesianos (mudanças de sistemas de coordenadas, interpolação, extrapolação).

Desta forma, para termos indícios de aprendizagem de um conceito é preciso que o indivíduo seja capaz de articular diferentes registros de representação semiótica³ que representem este conceito, pois, “a coordenação de muitos registros de representação semiótica aparece, fundamentalmente, para uma apreensão conceitual de objetos: é preciso que o objeto não seja confundido com suas representações e que seja reconhecido em cada uma de suas representações possíveis” (DUVAL, 2012, p.270).

Além de recorrer as representações é preciso que o indivíduo seja capaz de reconhecer o conceito em suas diferentes representações e de mudar de representação sempre que necessário. Para Duval (2012), as transformações tratamento e conversão são essenciais para a aprendizagem em Matemática.

Com a intenção de melhor analisar a atividade cognitiva solicitada na conversão entre registros, Duval (2001) classifica os registros, segundo a sua natureza, em multifuncionais e monofuncionais, discursivos e não discursivos, conforme ilustrado no Quadro 1.

Quadro 1- Classificação dos diferentes tipos de registro de representação semiótica

	Discursivos Utilizam-se da linguagem natural ou matemática.	Não discursivos Utilizam-se de figuras, gráficos, esquemas.
Registros multifuncionais Os tratamentos não são algoritmizáveis.	* Língua natural <i>Associações verbais (concepções)</i> <i>Formas de raciocínio:</i> <i>- argumentos a partir de observações, de crenças.</i>	*Figuras geométricas planas ou em perspectiva (de configurações de formas em 0, 1, 2, 3 D) <i>Apreensão operatória e não somente perceptiva</i>

² Consideramos, aqui, a linguagem natural a escrita em língua portuguesa.

³ A partir desta parte do texto, utilizaremos o termo registro para nos referir aos registros de representação semiótica.

	- <i>deduções válidas a partir de teoremas (substituição)</i>	<i>Construções utilizando instrumentos, uma mudança de instrumento pode causar mudanças de restrições</i>
Registros monofuncionais Os tratamentos são principalmente algorítmicos.	*Sistema de escrita - numérico (binário, decimal) - literal, algébrico, simbólico (linguagem formal) <i>Cálculo</i>	*Gráficos cartesianos <i>Mudanças de sistemas de coordenadas</i> <i>Interpolação, extrapolação</i>

Os (*) ilustram um exemplo de registro e as escritas em itálico um tratamento específico neste registro.

Fonte: Duval (2001, p. 92)

Segundo Duval (2001) as conversões tendem a ser mais complexas quando envolvem passagens de registros de naturezas diferentes e menos complexas quando envolvem registros de mesma natureza (ambos multifuncionais ou ambos monofuncionais).

Para Karrer (2006), quando comparamos a representação do registro de partida com a representação do registro de chegada e verificamos que a transformação é feita de maneira espontânea (próximo de uma codificação), dizemos que a conversão é congruente, caso contrário, não congruente.

Para verificarmos se uma conversão é congruência precisamos fazer a distinção das unidades significativas de cada registro de representação e também das transformações que são necessárias para mudar de registro.

Quando a conversão envolve o registro gráfico, alunos tendem a apresentar mais dificuldades em sua interpretação e leitura, pois precisam relacionar as informações do registro gráfico (representação cartesiana) e do registro simbólico-algébrico (equação), ou seja, precisam identificar as variáveis visuais do registro gráfico, as unidades significativas no registro simbólico-algébrico e relacioná-las (DUVAL, 2011).

No registro simbólico-algébrico, as unidades significativas, são os símbolos relacionais ($<$, $>$, $=$, ...), de operações ou de sinais (+, -), de variáveis, de expoente, coeficiente e constante. Muitas vezes, cada símbolo corresponde a uma unidade significativa (Duval, 2011).

As unidades significativas no registro gráfico não são tão explícitas, assim, Duval (2011) considera as variáveis visuais, conforme ilustrado no Quadro 2 para o caso do gráfico de uma reta.

Quadro 2- Valores e variáveis visuais para a reta no plano cartesiano

Variáveis visuais	Valores das variáveis visuais
- o sentido da inclinação do traçado:	- a linha sobe da esquerda para a direita; - a linha desce da esquerda para a direita; OBSERVAÇÃO: a referência esquerda/direita é o sentido normal do percurso visual de uma página em caracteres latinos
- os ângulos do traçado com os eixos:	Há uma repartição simétrica do quadrante percorrido . - o ângulo formado com o eixo horizontal é menor que o ângulo formado com o eixo vertical;

	- o ângulo formado com o eixo horizontal é maior que o ângulo formado com o eixo vertical. OBSERVAÇÃO: no caso em que o traçado não passa pela origem, basta deslocar o eixo vertical, por exemplo, até o ponto de intersecção da reta com o eixo horizontal.
- a posição do traçado em relação à origem do eixo vertical:	- o traçado passa abaixo da origem; - o traçado passa acima da origem; - o traçado passa pela origem .

Fonte: Duval (2011, p. 101)

As variáveis visuais do Quadro 2 são relativas a um gráfico de uma reta com expressão algébrica dada por $y = ax + b$ cujas unidades significativas são as constantes a e b . O Quadro 3 mostra a correspondência algébrica com os valores obtidos no Quadro 2.

Quadro 3- Valores e variáveis visuais para no plano cartesiano

Variáveis visuais	Valores	Unidades simbólicas correspondentes	
Sentido da inclinação	Ascendente Descendente	Coefficiente > 0 Coefficiente < 0	Ausência de sinal Presença do sinal -
Ângulos com os eixos	Partição simétrica Ângulo menor Ângulo maior	Coeffic. variável = 1 Coeffic. variável < 1 Coeffic. variável > 1	Não há coefic. Escrito Há coefic. escrito Há coefic. Escrito
Posição sobre os eixos	Corta acima Corta abaixo Corta na origem	Acresc. Constante Subtrai-se constante Sem correção aditiva	Sinal + Sinal - Ausência de sinal

Fonte: Duval (2011, p. 101)

A partir dos Quadros 2 e 3, Duval (2011) verifica que a não existe congruência entre a direção da reta no plano e o coeficiente angular na expressão algébrica, pois a inclinação está relacionada com o coeficiente da variável independente e este coeficiente está associado com as variáveis visuais: sentido da inclinação do traçado (ascendente ou descendente) e os ângulos formados pelo traçado com os eixos coordenados.

Estas análises realizadas por Duval (2011) foram utilizadas para a elaboração dos Quadros 4, 5 e 6 da seção de análise e discussão dos dados. A seguir apresentamos o percurso metodológico traçado nesta pesquisa.

PERCURSO METODOLÓGICO

Em seu livro, Almeida, Silva e Vertuan (2012, p.128) abordam a concentração de um medicamento no organismo de uma pessoa, medicamento este, que tem em sua composição o cloridrato de fluoxetina⁴, que é utilizado no tratamento de depressão. A fluoxetina tem meia-vida de quatro a seis dias após sua ingestão e geralmente é comercializado em cápsulas de 20 mg do composto. Os autores propõem uma atividade de Modelagem Matemática que visa analisar a concentração de fluoxetina no organismo de um paciente em dois tipos de tratamento:

⁴ No texto usaremos o termo fluoxetina para nos referir ao cloridrato de fluoxetina.

Tratamento 1: paciente que precise tomar apenas um comprimido;

Tratamento 2: que precise tomar um comprimido a cada cinco dias, por um período mais prolongado.

Com o objetivo de investigar o potencial de uma atividade de Modelagem Matemática no favorecimento do uso do registro gráfico para a compreensão do fenômeno estudado, desenvolvemos a atividade proposta por Almeida, Silva e Vertuan (2012, p.128) com oitenta e sete alunos⁵ do terceiro período dos cursos de Engenharia de Alimentos, Civil e Eletrônica de uma universidade pública no estado do Paraná, que cursavam a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral 3.

A Atividade foi desenvolvida no período de três horas/aulas (150 minutos) com os estudantes distribuídos em grupos de três a cinco alunos. Inicialmente foi realizada uma conversa sobre o tema depressão, na qual os participantes relataram sobre casos de depressão vivenciados por eles, amigos ou familiares. Em seguida, foi apresentado um texto que continha informações sobre a temática envolvida e os alunos foram convidados a analisar os dois tratamentos supracitados.

A coleta de dados foi realizada por meio dos registros escritos dos alunos. Para este artigo analisamos os desenvolvimentos realizados por dois grupos (Grupo 1 e Grupo 2) da turma de Engenharia Eletrônica. Essa escolha se deu pelo fato de que, de modo geral, as estratégias utilizadas foram similares e os grupos selecionados representam as resoluções obtidas.

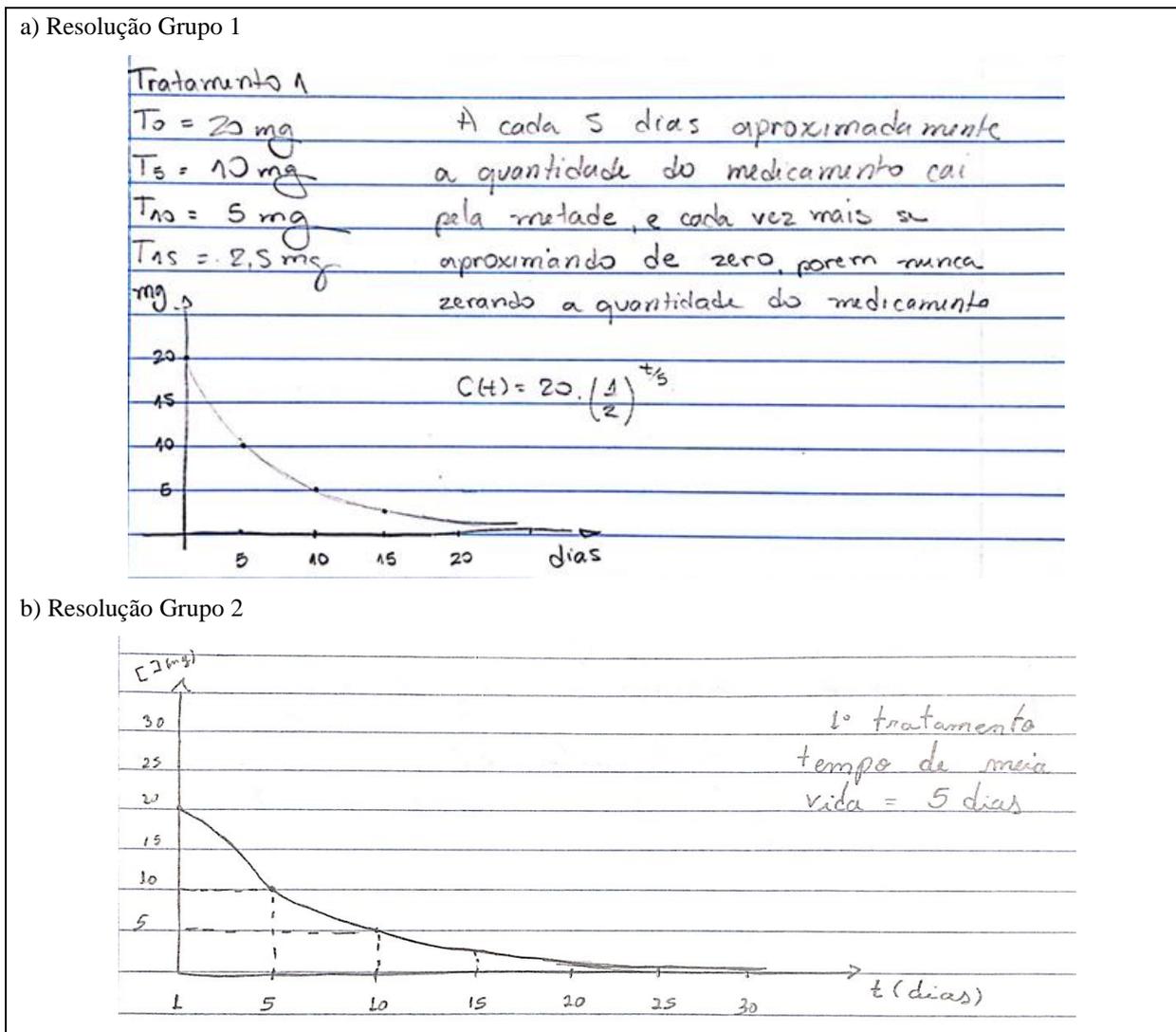
ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS

Para analisar e responder a situação proposta tanto no Tratamento 1 quanto no Tratamento 2, os alunos utilizaram diversos registros de representação semiótica (numérico, gráfico, simbólico-algébrico e língua natural), realizando conversões e a coordenação entre dois registros de representação.

Para o Tratamento 1, os alunos assumiram como hipótese que com o passar do tempo a quantidade do medicamento no organismo diminui. Assim, para verificarem tal hipótese, após definirem a meia vida da fluoxetina como cinco dias, os alunos do Grupo 1 listaram a concentração do medicamento com o passar do tempo, para isso, utilizaram o registro numérico. Em seguida, utilizando estes valores, esboçaram os pontos no gráfico (Figura 1 a)). Os alunos do Grupo 2 plotaram o gráfico, sem utilizar o registro numérico, em conversa com a professora, eles explicaram que calcularam os pontos mentalmente (Figura 1 b)).

⁵Os alunos assinaram o termo de consentimento livre e esclarecido.

Figura 1- Análise da situação proposta no Tratamento 1



Fonte: registro escrito dos alunos

Segundo Rosa (2009), o processo de plotar pontos no plano cartesiano se aproxima de uma codificação, desta forma, a conversão do registro numérico para o registro gráfico é uma conversão congruente.

Para responder à questão proposta os alunos precisaram realizar uma conversão do registro gráfico para o registro da língua natural, para isso, foi preciso identificar as variáveis visuais (sentido do traçado) do registro gráfico apresentadas no Quadro 4, para verificar que a concentração do medicamento decresce com o passar do tempo.

Quadro 4 – Sentido do traçado e a interpretação do fenômeno

Registro gráfico		Registro da língua natural
Variáveis visuais	Valores	Interpretação do fenômeno
O sentido do traçado	O traçado sobe da esquerda para a direita	A concentração do medicamento cresce

	O traçado desce da esquerda para a direita	A concentração do medicamento decresce
--	--	--

Fonte: Adaptado de Duval (2011)

Além disso, para o Tratamento 1, temos que a concentração decresce, porém é limitada. Ou seja, foi preciso analisar o comportamento assintótico da curva (Quadro 5). Para esta análise, é necessário recorrer ao conceito de limite no infinito (assíntota horizontal), que não estão explícitos.

Assim, a conversão do registro gráfico para o registro da língua natural é não congruente, pois para interpretar o resultado obtido (gráfico) em relação ao fenômeno, os alunos precisaram identificar duas variáveis visuais (sentido do traçado e comportamento assintótico) no registro gráfico (monofuncional e não discursivo) para fazer inferências no registro da língua natural (multifuncional e discursivo).

Quadro 5 - Comportamento assintótico e a interpretação do fenômeno

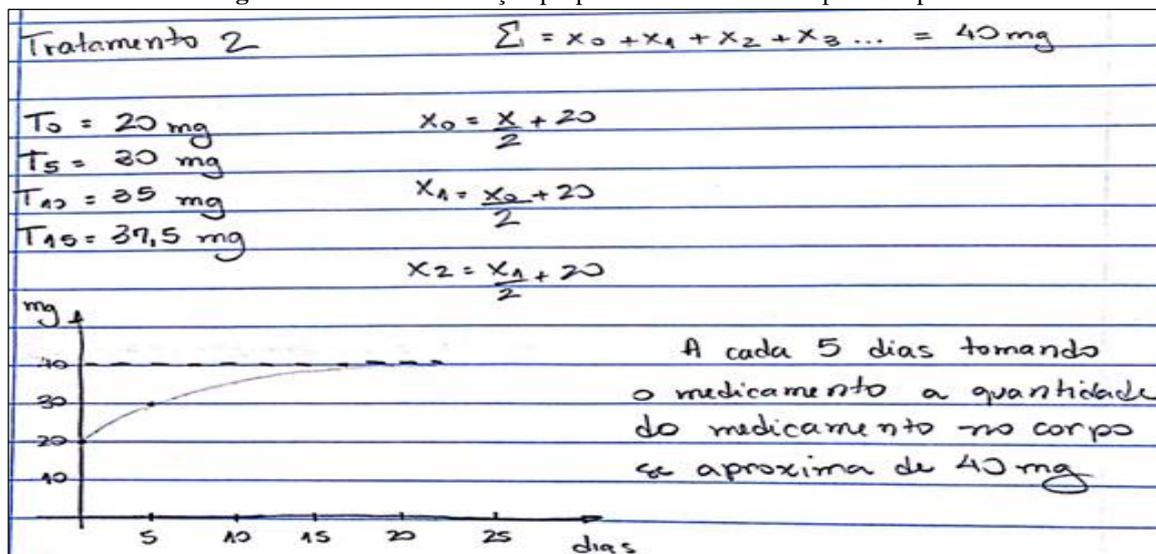
Registro gráfico		Registro da língua natural
Variáveis visuais	Valores	Interpretação do fenômeno
Comportamento assintótico da curva	Tendem para um valor limite	A concentração do medicamento no organismo tende a um valor limite
	Diverge	A concentração diverge

Fonte: elaborado pelas autoras.

Para o Tratamento 2, a primeira hipótese formulada pelos alunos era de que a concentração de fluoxetina no organismo ia aumentar (sem limite) com a passar do tempo. Depois, sugeriram a possibilidade da quantidade se estabilizar após alguns dias.

Para verificar qual hipótese era válida, o Grupo 1 relacionou o tempo de cinco em cinco dias com a quantidade de medicamento do organismo. Podemos observar na Figura 2 que para fazer esta relação, os alunos levaram em consideração o decaimento da concentração entre uma dose e outra, o que não foi considerado no gráfico, o qual foi construído utilizando os pontos que representavam os dias em que as doses eram administradas.

Figura 2- Análise da situação proposta no Tratamento 2 pelo Grupo 1



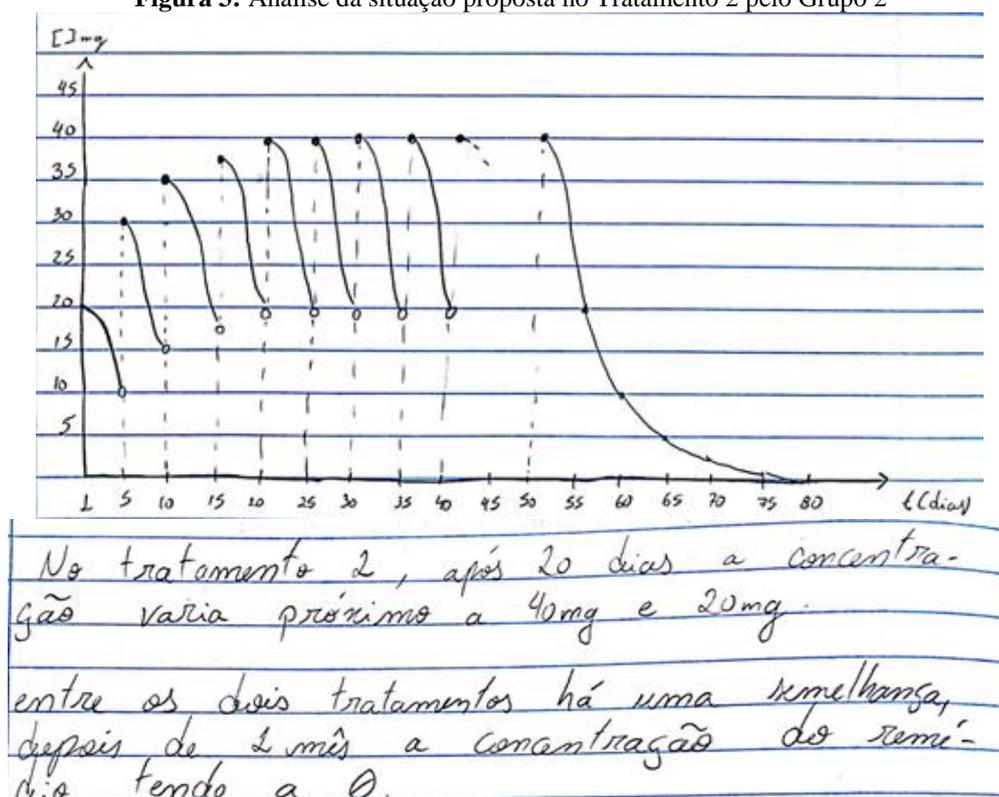
Fonte: registro escrito dos alunos

Podemos observar que para o Tratamento 2 os alunos realizaram uma conversão do registro numérico para o gráfico e depois para o registro da língua natural.

Assim como no Tratamento 1 a conversão registro numérico para gráfico é uma conversão congruente, já a conversão registro gráfico para língua natural é não congruente pois, é preciso identificar as variáveis visuais comportamento assintótico e sentido do traçado para verificar que a concentração do medicamento cresce até um valor limite.

Analisando o gráfico obtido os alunos concluíram que com o passar do tempo a quantidade de medicamento no organismo se aproximava de 40 mg, contudo, este gráfico não representava totalmente a situação, pois entre uma dose e outra a quantidade de medicamento diminuía, isso foi observado pelo Grupo 2 que esboçou o gráfico apresentado na Figura 3. O grupo verificou que com o passar do tempo a quantidade de medicamento oscila entre 20 mg e 40 mg e que esta variação começa próximo de vinte dias após a administração da primeira dose.

Figura 3: Análise da situação proposta no Tratamento 2 pelo Grupo 2



Fonte: registro escrito dos alunos

Novamente o Grupo 2 apresentou o gráfico sem dispor de uma tabela de dados e depois realizou uma conversão do registro gráfico para o registro da língua natural, para esta conversão foi necessário a identificação das variáveis visuais apresentadas nos Quadros 4 e 6.

Quadro 6 - Comportamento assintótico e a interpretação do fenômeno

Registro gráfico		Registro da língua natural
Variáveis visuais	Valores	Interpretação do fenômeno
Comportamento oscilante da curva	Oscila entre dois valores	A concentração do medicamento varia dentro de um intervalo

Fonte: elaborado pelas autoras.

Os alunos, ao exporem o resultado, comentaram da necessidade de existir uma função que decrescesse em um intervalo e “pulsasse” em determinados pontos, mas, não sabiam se era possível encontrar esta função. Contudo, o gráfico traçado por eles, apesar de apresentar a concavidade voltada para baixo (o correto era para cima), possibilitou um modelo matemático que representava melhor a situação do que o modelo encontrado pelo Grupo 1.

Após a apresentação dos grupos, a professora retomou o conceito de função maior menor inteiro que e, em conjunto com os alunos encontrou a expressão algébrica para a função representada no gráfico da Figura 3.

Diante do exposto, podemos observar que no desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática os alunos recorreram a diferentes registros de representação semiótica. Em particular, em ambos os tratamentos, os alunos esboçaram o gráfico para obter o modelo matemático que representava a situação e o utilizaram para obter informações sobre o fenômeno estudado.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho tínhamos por objetivo investigar o potencial de uma atividade de Modelagem Matemática no favorecimento do uso do registro gráfico para a compreensão do fenômeno estudado. Dos resultados apresentados podemos observar que os alunos utilizaram o registro gráfico para analisar e compreender a situação proposta em ambos os casos (Tratamento 1 e Tratamento 2).

Bassanezi (2011) e Javaroni (2007) consideram que o uso do gráfico auxilia, na validação do modelo e na interpretação dos resultados obtidos. Em nosso estudo, verificamos que mais do que auxiliar na validação e interpretação do modelo, o gráfico foi o modelo determinado pelos alunos do Grupo 2, em ambos os tratamentos.

Ao utilizar o gráfico para modelar a situação, os alunos obtiveram uma visão global do comportamento da concentração do medicamento ao longo do tempo. Apesar de não obterem um modelo no registro simbólico-algébrico (função), as informações reveladas pelo registro gráfico, foram suficientes para dar uma resposta satisfatória para o fenômeno.

Inferimos que o uso do registro gráfico tenha sido favorecido nesta situação porque numa atividade de Modelagem Matemática a validação do modelo ocorre confrontando os dados obtidos pelo modelo com os dados reais, sem a necessidade que estes sejam exatamente iguais, ou seja, basta que os dados fornecidos pelo modelo estejam próximos dos valores reais.

Desta forma, as aproximações que são inerentes ao registro gráfico (escalas, traçados) são aceitas em uma atividade de Modelagem Matemática, diferente do processo de resolução de exercícios, que usualmente, são propostos em livros didáticos, os quais exigem uma resposta exata, não permitindo aproximações, o que muitas vezes desincentiva o uso do gráfico.

Normalmente, os exercícios propostos em livros didáticos não exigem adequações ou mobilizações de conteúdo (ROBERT 1997, apud SANTOS; CURI, 2011). Em contrapartida, no desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática o aluno precisa mobilizar os conhecimentos matemáticos que possuem, adequá-los a situação e quando necessário buscar por novos conhecimentos.

Por fim, para além do que já apontaram as pesquisas, que indicam que a Modelagem Matemática propicia a utilização de diferentes registros, bem como as transformações de conversão e de tratamento (VERTUAN, 2007; ROSA, 2009, BARROS, 2017), inferimos que o desenvolvimento de atividade de Modelagem Matemática favorece a utilização do registro gráfico, e uma das vantagens do uso deste registro, é que ele permite uma visão global do fenômeno, como intervalos de crescimento (decréscimo), pontos de máximo (mínimo), concavidade e comportamento assintótico.

Ressaltamos que a mobilização do registro gráfico, bem como de outros registros, não está restrita a atividades de Modelagem Matemática, podendo ser explorada em exercícios diversos, fora deste contexto. Contudo, o caráter investigativo aliado ao uso de problemas de conhecimento dos alunos (características da Modelagem Matemática) os instiga a buscarem recursos matemáticos para a compreensão do problema. Em particular, nesta atividade, percebemos que na tentativa de solucionar o problema, os alunos recorreram ao gráfico de forma natural e o utilizaram para obter informações do fenômeno, mesmo sem conhecer a expressão algébrica da função.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W.; DIAS, M. R. Um Estudo sobre o Uso da Modelagem Matemática como Estratégia de Ensino e Aprendizagem, **Bolema**, ano 12, nº 22, pp. 19 – 36. 2004.

ALMEIDA, L. M. W. de.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. Modelagem Matemática na educação básica. São Paulo: **Contexto**, 2012.

BRAZ, B. C; KATO L. A. O sucesso de uma atividade de modelagem matemática, segundo as diferentes formas de participação dos alunos. **Rematec**: revista de Matemática, ensino e cultura, n. 17, pp. 77-108. 2014.

BARROS, M. C. **Equações diferenciais ordinárias no contexto dos registros de representação semiótica e da modelagem matemática**. Tese (doutorado) – Universidade Estadual de Maringá, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática, 2017.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2011.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. 3 ed. São Paulo: Contexto, 2013.

CARGNIN, C. **Ensino e aprendizagem da integral de Riemann de funções de uma variável real**: possibilidades de articulação da utilização de Mapas Conceituais com a teoria dos Registros de Representações Semióticas. Tese de doutorado (Doutorado em Educação para a Ciência e a Matemática). Universidade Estadual de Maringá. Maringá. 2013

DUVAL, R. Registres de représentationsémiotique et fonctionnementcognitif de la pensée. **Annales de Didactique et SciencesCognitives**, IREM-ULP, v. 5, p.37-65, Strasbourg, 1993.

DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: **Aprendizagem em Matemática: Registros de representação semiótica**. Machado, S. D. A. (org.) Campinas-SP: Papirus. 2003.

DUVAL, R. Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. **La Gaceta de La RSME**, v.9.1, pp.143-168. 2006.

DUVAL, R. Gráficos e equações: articulação de dois registros. Trad.: Méricles T. Moretti. **Revemat: R.Eletr. de Edu. Mat.** Florianópolis (SC), 6(2), pp.96-112, 2011.

DUVAL, R. Registros de Representação Semiótica e Funcionamento Cognitivo do pensamento. **Revemat**. Florianópolis, v. 07, n. 2, p.266-297, 2012.

JAVARONI, S., L. **Abordagem geométrica**: possibilidades para o ensino e a aprendizagem de introdução às Equações Diferenciais Ordinárias. 231f. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, São Paulo, 2007.

KARRER, M. **Articulação entre Álgebra Linear e Geometria um estudo sobre as transformações lineares na perspectiva dos registros de representação semiótica**. 435f. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2006.

ROBERT, A. Quelquesoutils d’analyseépistemologique et didactique de connaissancesmathématiques à enseigneraulycée et à l’université. Actes de la IX école d’été de didactiquedesmathématiques. Houlgate. França, 1997. In : SANTOS, C. A. B. ; CURI, E. Os Registros de Representação Semiótica como Ferramenta Didática no Ensino da Disciplina de Física Os Registros de Representação Semiótica como Ferramenta Didática no Ensino da Disciplina de Física. **Revemat**: Florianópolis, v. 06, n.1, p.1-14, 2011.

ROSA, C. C. **Um estudo do fenômeno de congruência em conversões que emergem em atividades de Modelagem Matemática no Ensino Médio**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática). Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2009.

VERTUAN, R. E. **Um olhar sobre a Modelagem Matemática à luz da teoria dos registros de representação semiótica**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática). Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2007.