



O FAZER MODELAGEM MATEMÁTICA

Daiany Cristiny Ramos
Universidade Pitágoras-Unopar
Universidade Estadual de Londrina
daianycr@hotmail.com

Lourdes Maria Werle de Almeida
Universidade Estadual de Londrina
lourdes@uel.br

RESUMO

O presente artigo visa realizar reflexões sobre a pergunta “O que os alunos compreendem sobre modelagem matemática no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática?”. Para fundamentar nossas reflexões utilizamos a semiótica peirceana, mais especificamente o que diz respeito as categorias fenomenológicas. Nesse sentido a semiótica é utilizada para analisarmos a atividade de modelagem matemática desenvolvida por alunos de um curso de Licenciatura em Matemática. Após a análise inferimos que os alunos compreendem o fazer modelagem matemática, identificando ações que são essenciais para o desenvolvimento da atividade.

Palavras-chave: Modelagem Matemática; Categorias Fenomenológicas; Educação Matemática.

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

No que diz respeito a formação inicial do professor de matemática, muito se tem discutido sobre a inclusão de atividades de modelagem matemática no currículo e nas aulas. Blum e Ferri (2009), no entanto destacam que a prática de modelagem matemática em sala de aula ainda é pouco utilizada e a razão para isso talvez seja que os professores e alunos se sintam despreparados para o seu uso. Uma forma de familiarizarmos os futuros professores é ensinando sobre modelagem matemática, sendo necessário o contato com a teoria e com o fazer modelagem matemática.

Diante dessa necessidade voltamos o nosso olhar para o fazer modelagem matemática em uma sala de aula tendo como questão: O que os alunos compreendem sobre modelagem matemática no desenvolvimento de atividades? Na expectativa de apresentar reflexões sobre essa questão analisamos uma atividade de modelagem matemática, bem como um questionário respondido por alunos do último ano de um curso de Licenciatura em Matemática. Para a análise

nos pautamos nos pressupostos da semiótica peirceana, mais especificamente no que diz respeito às categorias fenomenológicas.

Na próxima seção expomos o nosso entendimento de modelagem matemática que reflete no modo como os alunos desenvolveram a atividade de modelagem. Posteriormente abordamos os aspectos da semiótica peirceana que serão utilizados na análise da atividade de modelagem a que nos referimos no texto e em seguida buscamos indícios sobre o entendimento dos alunos em relação à modelagem matemática.

SOBRE MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Nas últimas décadas a modelagem matemática tem se destacado tanto em pesquisas internacionais quanto em pesquisas nacionais. Diante disso temos uma pluralidade de entendimentos sobre a modelagem matemática na Educação Matemática e sobre como fazer modelagem matemática em sala de aula. Apesar dessa variedade, é consenso na literatura que uma atividade de modelagem matemática se inicia de uma situação do mundo real e finaliza-se em uma resposta à problemática inicial. Pollack (2011) destaca que a modelagem matemática é o processo em que se estuda algumas das muitas facetas de um fenômeno do mundo real por meio da matemática. Assim, um outro elemento que caracteriza uma atividade de modelagem como tal é processo investigativo que é realizado. Definida a situação do mundo real inicia-se um processo de investigação da situação, definindo um problema a ser estudado, elaborando hipóteses e realizando simplificações. Todo esse processo investigativo é realizado utilizando a matemática, que é o terceiro elemento de uma atividade de modelagem matemática. A matemática é utilizada na construção do modelo matemático que tem por objetivo ajudar a solucionar o problema identificado. Por vezes, ao analisarmos o modelo criado de acordo com a situação-problema inicial é necessário retornarmos ao início do processo, visto que o modelo criado pode não corresponder com a realidade da situação inicial. Assim chegamos ao último elemento que caracteriza uma atividade de modelagem matemática que é a análise interpretativa do modelo criado.

Os elementos descritos são o que diferenciam a modelagem matemática de outras metodologias de ensino. Pollak (2011) destaca que o que diferencia a modelagem matemática da resolução de problemas, por exemplo, é que os problemas desse último não se referem ao mundo real. Ao contrário, a modelagem matemática viabiliza “uma leitura, ou até mesmo uma interpretação, ainda que parcial e idiossincrática, de fenômenos do mundo ou da vida, muitas vezes identificados fora do ambiente escolar, com o apoio da matemática” (ALMEIDA; SILVA; VERONEZ, 2015, p. 3). Quando nos referimos à modelagem matemática na sala de

aula nos alinhamos com a caracterização de Almeida e Brito (2005) de que se trata de uma alternativa pedagógica que aborda problemas não essencialmente matemáticos, por meio da matemática.

Diante do nosso entendimento de modelagem matemática, consideramos que ao desenvolver uma atividade de modelagem o aluno percorre um caminho que se inicia com uma situação-problema e finaliza com uma solução para essa situação, conforme é caracterizado em Almeida (2010). Para que ele percorra todo esse caminho ele realiza uma série de procedimentos. O primeiro passo é se inteirar sobre a situação-problema, buscando informações e definindo um problema a ser investigado. Feito isso o aluno traduz as informações que se encontram em linguagem materna para uma linguagem matemática, isto é, o aluno matematiza a situação, elaborando hipóteses, realizando simplificações e determinando as variáveis a serem analisadas. Após essa fase da matematização o aluno cria o modelo matemático com base nas hipóteses elaboradas e em seus conhecimentos matemáticos, essa fase é denominada de resolução. Por fim, o aluno realiza a análise e interpretação do modelo criado. Essas fases, segundo Almeida, Silva e Vertuan (2012, p.15) envolvem um conjunto de “procedimentos necessários para configuração, estruturação e resolução de uma situação-problema”.

Galbraith (2012) salienta que ao utilizarmos a modelagem matemática em sala de aula podemos ter dois objetivos. O primeiro deles é utilizar a modelagem matemática como “veículo”, isto é, utilizar a modelagem para ensinar matemática. O segundo objetivo tem como foco a própria modelagem matemática e o ensino do seu processo, nesse sentido a modelagem é tida como “conteúdo”. Nesse artigo a atividade de modelagem matemática desenvolvida tem como o objetivo o “conteúdo”, isto é, a atividade foi desenvolvida visando a compreensão dos alunos em relação a própria modelagem matemática.

Para analisarmos quais os entendimentos que os alunos constroem no que se refere a modelagem matemática utilizamos aspectos da semiótica peirceana, pois segundo Sáenz-Ludlow e Kadunz (2016) a semiótica pode nos ajudar a elucidar a forma como o conhecimento e a experiência dos estudantes pode ser construída.

SEMIÓTICA PEIRCEANA

Peirce entende que o signo possui três componentes, a saber, signo-veículo, objeto e interpretante. Para Peirce o signo representa algo, o seu objeto, para alguém. Na mente do intérprete algo é criado sendo este algo um novo signo denominado interpretante. A consideração desse terceiro elemento, o interpretante, é o que difere a semiótica peirceana das demais teorias semióticas. Além de denominar um terceiro elemento para a composição do

signo, a semiótica Peirceana é construída com base em três categorias, a primeiridade, secundidade e terceiridade. Essas categorias, são consideradas elementos formais e universais de qualquer fenômeno, visto que “há três, e não mais do que três, elementos formais e universais em todos os fenômenos que se apresentam à percepção e à mente” (SANTAELLA, 2018, p. 7). Assim para analisarmos como um fenômeno é compreendido pelo sujeito, podemos voltar o nosso olhar para esses elementos constituintes do fenômeno. O fenômeno é entendido por Peirce como tudo aquilo que aparece à percepção e à mente.

Em seu texto “Sobre uma nova lista de categorias”, Peirce discute como se deu a criação das categorias e para isso ele analisa dois aspectos, a saber, a natureza do fenômeno e o que é o fenômeno. Nesse texto, ele explicita que o fenômeno pode ser analisado tanto com um olhar ontológico, quanto fenomenológico. Em um olhar ontológico a primeiridade está relacionada a uma qualidade, a secundidade a uma relação e a terceiridade a uma representação. Por outro lado, em um olhar fenomenológico, a primeiridade é um sentimento, uma primeira percepção, é a forma como o signo-veículo pode ser visto. A secundidade é uma reação, é o modo como o signo-veículo refere-se ao seu objeto. Por fim a terceiridade é uma reflexão, é como signo-veículo é representado por seu interpretante. De Waal (2013) destaca que Peirce não concebe que se pode abstrair um primeiro (primeiridade) de um segundo (secundidade) e um terceiro (terceiridade), além disso não podemos abstrair um primeiro somente a partir de um segundo, visto que um segundo não estará sem um primeiro para o qual é um segundo. Porém, podemos abstrair um segundo de um terceiro.

Sáenz-Ludlow e Kadunz (2016) destacam que podemos construir uma categoria fenomenológica a partir das categorias ontológicas e vice-versa. A figura 1 mostra como as categorias fenomenológicas, representadas pelas linhas do quadro, podem emergir nas categorias ontológicas de Primeiridade, Secundidade e Terceiridade, representada pelas colunas da tabela. O contrário pode acontecer, isto é, podemos analisar como as categorias ontológicas podem emergir nas categorias fenomenológicas.

Figura 1- Categorias fenomenológicas e ontológicas

		Categorias ontológicas			
		Primeiridade (<i>quale</i>)	Secundidade (<i>relação</i>)	Terceiridade (<i>generalização</i>)	
Categorias fenomenológicas	Primeiridade (<i>sentimento/percepção</i>)	O <u>signo-veículo</u> pode ser visto como um	“mera qualidade” <i>Qualissigno</i> (uma primeiridade)	“existência real” <i>Sinsigno</i> (uma secundidade)	“lei geral” <i>Legissigno</i> (uma terceiridade)
	Secundidade (<i>reação</i>)	O <u>signo-veículo</u> refere ao seu <u>Objeto</u> tendo alguma	“ <i>similaridade</i> com alguma qualidade do <i>Objeto</i> ” <i>Ícone</i> (fatos da primeiridade)	“ <i>relação de existência</i> com o <i>Objeto</i> ” <i>Índice</i> (fatos da secundidade)	“ <i>relação</i> com o <i>interpretante</i> ” <i>Símbolo</i> (fatos da terceiridade)
	Terceiridade (<i>reflexão</i>)	O <u>signo-veículo</u> representado pelo seu <u>Interpretante</u> como um “signo” de	“possibilidade” <i>Termo/rema</i> (signo da primeiridade)	“fato” <i>Proposição/dicissigno</i> (signo da secundidade)	“raciocínio” <i>Argumento</i> (signo da terceiridade)

Fonte: Adaptado de Sáenz-Ludlow e Kadunz, 2016, p. 7

Nesse artigo em específico iremos voltar o nosso olhar para o que os alunos compreendem sobre modelagem matemática no desenvolvimento de atividades de modelagem. Visando esse objetivo iremos utilizar a semiótica, mais especificamente o que foi exposto nessa seção, para analisarmos o fenômeno, aqui considerado como a modelagem matemática, e verificarmos quais foram os entendimentos construídos.

SOBRE OS ENTENDIMENTOS CONSTRUÍDOS PARA A MODELAGEM MATEMÁTICA

Para nos referirmos aos entendimentos sobre a modelagem matemática, levamos em consideração a atividade que teve como situação-problema, o fenômeno, o analfabetismo no Brasil.

A atividade “Analfabetismo” foi desenvolvida por alunos do curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade pública do norte do Paraná. O desenvolvimento da atividade se deu no âmbito da disciplina de Introdução à Modelagem Matemática e a situação-problema foi proposta pela professora da turma. Vale salientar que o desenvolvimento dessa atividade se deu depois que os alunos tiveram contato com a teoria relacionada à modelagem e com outras atividades de modelagem.

Para o desenvolvimento da atividade, a turma foi separada em grupos e posteriormente foi entregue o material ilustrado no quadro 1. Nessa atividade cada grupo deveria propor um problema a ser estudado, com base nas informações entregues.

Quadro 1- Atividade entregue aos alunos

O analfabetismo no Brasil

O analfabetismo é um problema enfrentado por quase 14 milhões de brasileiros. Segundo reportagem da revista Veja de 12/04/2014 o Brasil é o oitavo país com mais adultos analfabetos do mundo. A reportagem diz:

“De acordo com levantamento divulgado pela Unesco, o Brasil possui a oitava maior população de adultos analfabetos. São cerca de 14 milhões de pessoas.

A Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios (Pnad), com dados coletados em 2012, mostra que a taxa de analfabetismo da população com 15 anos ou mais teve alta entre 2011 e 2012, passando de 8,6% para 8,7%”.

A reportagem ainda traz o seguinte imagem:

Analisando a imagem e considerando a população brasileira nessa época temos que esses 14 milhões de analfabetos representam 6,76% da população brasileira, enquanto que a quantidade de analfabetos do Congo representa 16% da população. Ao ler a reportagem sem um estudo mais aprofundado acreditamos que a situação no Brasil em relação aos analfabetos está muito ruim. Será que é essa a verdade?

Se observarmos os dados do IBGE sobre os a taxa de analfabetos no Brasil das pessoas com 15 anos ou mais de idade, podemos perceber que a taxa de analfabetismo vem diminuindo com o passar dos anos.

Fonte: IBGE, Sistema de Pesquisas, Coordenação de Trabalho e Rendimento, Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios 2007/2015.

Taxa de analfabetismo das pessoas de 15 anos ou mais de idade, por sexo - Brasil - 2007/2015.

Por sexo	2007	2008	2009	2011	2012	2013	2014	2015
Total	10,1	10,0	9,7	8,6	8,7	8,5	8,3	8,0
Homens	10,4	10,2	9,8	8,8	9,0	8,8	8,6	8,3
Mulheres	9,9	9,8	9,6	8,4	8,4	8,2	7,9	7,7

Levando em consideração a taxa total de analfabetos com 15 anos ou mais de idade podemos reescrever as informações acima:

Ano	Porcentagem de analfabetos	Quantidade de analfabetos a cada 100000 habitantes
2007	10,10%	10100
2008	10%	10000
2009	9,70%	9700
2011	8,60%	8600
2012	8,70%	8700
2013	8,50%	8500
2014	8,30%	8300
2015	8%	8000

Uma das metas do Plano Nacional de Educação é elevar a taxa de alfabetização da população com 15 anos ou mais para 93,5% até 2015 e, até o final da vigência do PNE (em 2024), erradicar o analfabetismo absoluto e reduzir em 50% a taxa de analfabetismo funcional.

Fonte: autoras

Essas informações foram um primeiro contato, dos alunos, com a situação-problema, contato esse desprovido de interpretação. A partir dessas informações os alunos relacionaram a situação-problema com um problema que poderia ser estudado, conforme ilustra a figura 2.

Figura 2-Problema elaborado pelos alunos

→ PROBLEMA: Encontrar uma função que descreva as taxas de analfabetismo das pessoas de 15 anos ou mais no Brasil, e verificar se em 2024 o analfabetismo será eliminado, como o Plano Nacional da Educação prevê, caso seja impossível uma solução, identificar um que ano será alcançada a meta.

Fonte: registro dos alunos

A relação estabelecida entre a situação-problema e o problema que poderia ser estudado é um signo segundo e determina a existência de algo a ser estudado. Por fim, nesse momento da atividade o problema não possui nenhuma relação com nenhum objeto matemático inicial, ele apenas mostra uma possibilidade na mente do intérprete do que pode ser investigado, ele é um signo terceiro.

O signo-veículo, é visto em um primeiro momento, como uma mera qualidade, porém quando relacionado ao problema, o signo-veículo indica a existência de algo e ainda na mente do intérprete representa algo a ser estudado. A partir dessas ações dos alunos podemos inferir

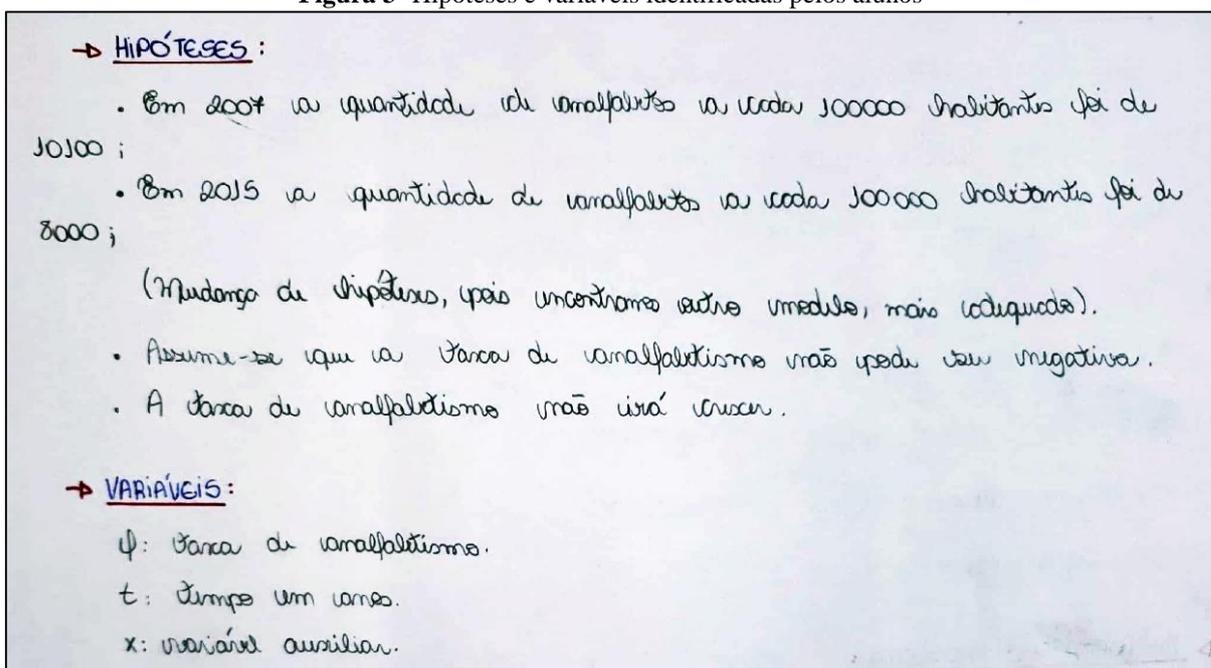
que os alunos compreendem o papel da situação-problema em uma atividade de modelagem matemática. Ao analisarmos a atividade de modelagem como um fenômeno estamos corroborando com o que Peirce entende por fenômeno ou *faneron* visto que “é o total coletivo de tudo aquilo que está de qualquer modo presente na mente” (IBRI, 2015, p.22). Assim é natural identificarmos os elementos essenciais e gerais que são compreendidos pelos alunos.

Nesse primeiro momento podemos inferir que os alunos identificaram a situação-problema como um elemento primeiro, podemos identificar a categoria da primeiridade. Mas conforme Sáenz-Ludlow e Kadunz (2016) destacam, podemos construir uma categoria fenomenológica a partir das categorias ontológicas, assim podemos identificar dentro da situação-problema a existência de um problema, além disso podemos identificar o que o intérprete tem em mente, que é o problema que será estudado. Essas ações mostram que a situação-problema, além de ser a primeiridade é composto por uma relação e uma generalização.

A identificação da situação-problema e o estabelecimento de uma relação da situação com um problema a ser estudado é um indicativo de que os alunos compreendem que para uma atividade de modelagem matemática é essencial que se tenha uma situação-problema.

O próximo passo dos alunos foi a identificação das variáveis envolvidas e a elaboração da hipótese, a partir das informações fornecidas, conforme ilustra a figura 3.

Figura 3- Hipóteses e variáveis identificadas pelos alunos

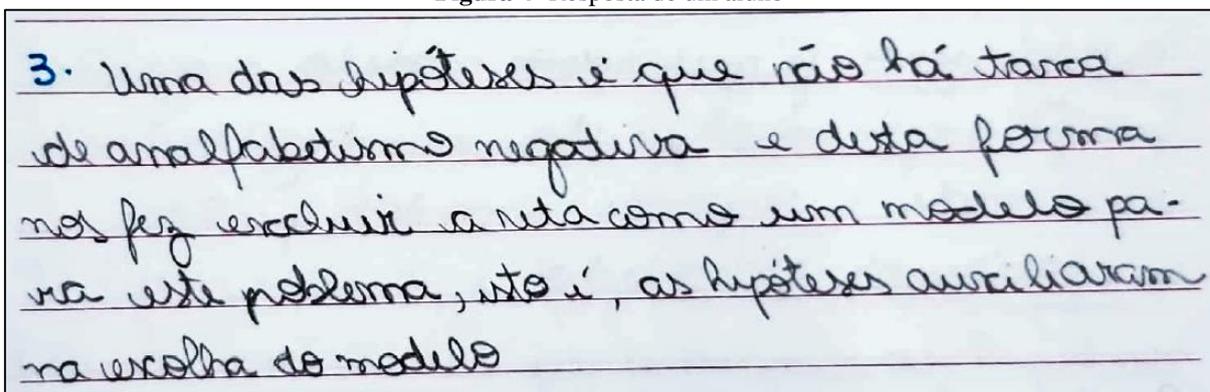


Fonte: registro dos alunos

A partir do gráfico e da tabela, contidos no material entregue, os alunos elaboraram as hipóteses e identificaram as variáveis. A partir dessa ação dos alunos podemos inferir que os mesmos relacionaram o problema com o seu objeto matemático em um primeiro momento por meio da similaridade encontrada na tabela e no gráfico, criando assim as hipóteses. Em um segundo momento o problema foi relacionado ao objeto por meio de uma relação de existência, relação essa representada pelas variáveis do problema. As variáveis identificadas mostram uma relação existente entre o problema e a matemática. Por fim os alunos relacionaram o problema com o objeto matemático por meio de símbolos, o que indica uma relação com o interpretante.

Nesse momento da atividade, em que os alunos fazem a relação do problema, e por sua vez da situação-problema, com o objeto matemático, nos permite inferir que a secundidade esteve presente. Esse fato fica evidente na resposta de um dos alunos à pergunta “Qual foi a influência das hipóteses elaboradas no desenvolvimento da atividade?”, conforme ilustra a figura 4.

Figura 4- Resposta de um aluno



Fonte: registro dos alunos

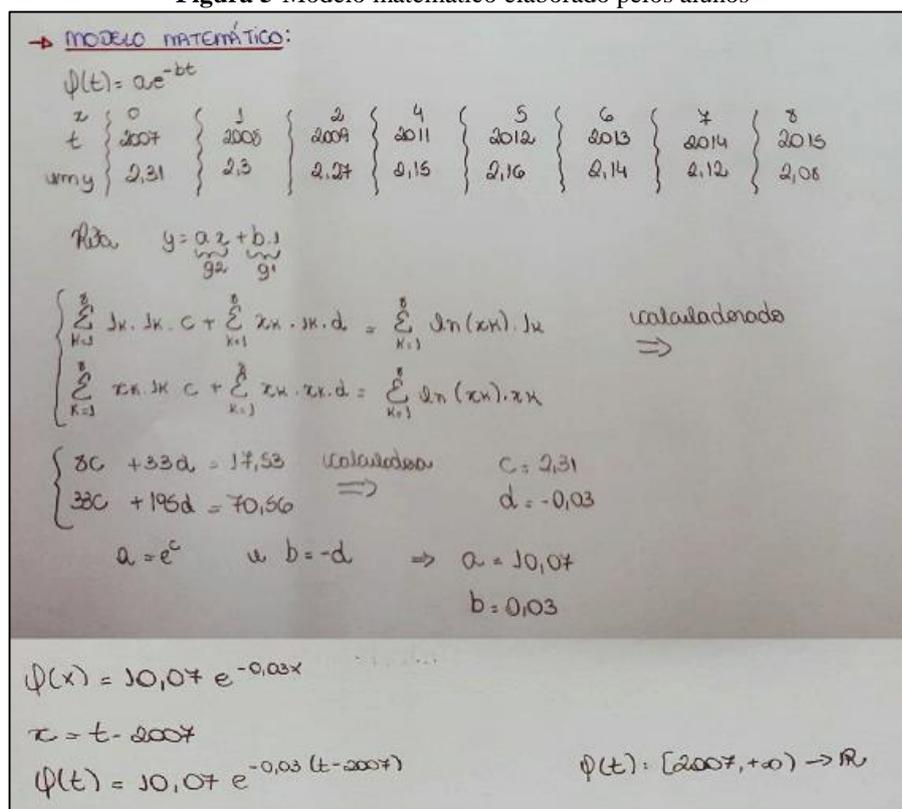
As hipóteses para esses alunos assumem o papel de auxiliar na elaboração do modelo matemático. Nesse caso as hipóteses relacionam o problema, um signo-veículo, ao possível objeto matemático. Porém essa relação é feita pois possui alguma similaridade com o objeto matemático, por exemplo, o comportamento dos dados se assemelha ao comportamento de determinada função matemática. Além disso a hipóteses criadas mostram uma reação ao problema, reação essa que indica uma relação de existência com o objeto matemático. O que corrobora com as ideias sobre a secundidade de Sáenz-Ludlow e Kadunz (2016). Para esses autores a secundidade são experiências e a reação que causa junto com o efeito que provoca na mente do intérprete.

Diante disso, inferimos que os alunos compreendem a importância da elaboração das hipóteses e definição de variáveis, visto que esses são os procedimentos que permitem que a situação-problema seja matematizada. Segundo Almeida (2018, p.19) “a matematização é um aspecto relevante no desenvolvimento de atividades de modelagem” pois, para se transcender as situações-problemas é necessário identificar aspectos matemáticos relevantes para o desenvolvimento do modelo matemático.

Conforme destacado na figura 4 o aluno apresenta uma possibilidade de qual objeto matemático pode ser utilizado para encontrar uma resposta ao problema. Nesse momento o aluno faz uma reflexão sobre a relação estabelecida entre o problema e o objeto matemático. Segundo Sáenz-Ludlow e Kadunz (2016, p. 4) “a terceiridade é uma condição de acesso mediado e reflexivo. Terceiros são experiência e reação junto com a reflexão sobre aquela reação”. Nesse sentido as hipóteses foram uma reação ao problema, e a reflexão sobre qual modelo melhor se adequaria aos dados e responderia ao problema foi um terceiro, isto é, nesse momento podemos inferir que os alunos adentraram na terceiridade.

Em um primeiro momento os alunos mostram uma possibilidade de modelo matemático. Ao desenvolver o modelo exponencial os alunos utilizam argumentos. Argumentos esses que segundo Peirce (2015) podem ser de três tipos: abdução, dedução e indução. No desenvolvimento do modelo matemático os alunos partem de uma premissa geral e deduzem uma premissa particular. Os alunos percebem que o comportamento de seus dados se assemelha ao comportamento de uma função exponencial, assim deduzem que um bom modelo matemático seria o exponencial, conforme ilustrado na figura 5.

Figura 5-Modelo matemático elaborado pelos alunos



Fonte: registro dos alunos

O modelo matemático apresentado na figura 5 foi construído a partir das experiências dos alunos e da análise dos dados que possuíam. O modelo matemático é assim um elemento terceiro, pois para sua construção é necessária uma reflexão sobre o problema e as hipóteses elaboradas. Assim podemos inferir que os alunos compreenderam que para desenvolver uma atividade de modelagem matemática é necessário o desenvolvimento de um modelo matemático, visto que é ele que faz a relação entre a situação-problema e a matemática.

Além disso, os alunos perceberam que era necessário utilizar o modelo matemático para responder ao seu problema, porém antes disso, era necessário verificar se o modelo elaborado condizia com as hipóteses formuladas e com a situação-problema inicial. A validação então é realizada, conforme ilustra a figura 6. Na validação os alunos continuam na terceiridade, visto que refletem sobre suas primeiras impressões e suas relações com o objeto. Nesse momento esses alunos verificam a veracidade do modelo matemático, criando um signo de terceiridade.

Figura 6-Validação e resposta ao problema

→ VALIDAÇÃO:

- Para 2007: $\psi(2007) = 10,07 \cdot e^{-0,02(2007-2007)} = 10,07$
- Para 2008: $\psi(2008) = 10,07 \cdot e^{-0,02(2008-2007)} = 9,47$
- Para 2009: $\psi(2009) = 10,07 \cdot e^{-0,02(2009-2007)} = 9,48$
- Para 2011: $\psi(2011) = 10,07 \cdot e^{-0,02(2011-2007)} = 8,93$
- Para 2012: $\psi(2012) = 10,07 \cdot e^{-0,02(2012-2007)} = 8,66$
- Para 2013: $\psi(2013) = 10,07 \cdot e^{-0,02(2013-2007)} = 8,41$
- Para 2014: $\psi(2014) = 10,07 \cdot e^{-0,02(2014-2007)} = 8,16$
- Para 2015: $\psi(2015) = 10,07 \cdot e^{-0,02(2015-2007)} = 7,92$

→ RESPOSTA AO PROBLEMA:

Função: $\psi(t) = 10,07 \cdot e^{-0,02(t-2007)}$

Em 2024 se mantivermos a taxa anual unificada, a taxa ainda de 6,05%, e como a inflação é exponencial, se mantivermos a taxa anual unificada, a taxa unificada t em R\$ tal que $\psi(t) = 0$.

Fonte: registro dos alunos

Diante do exposto podemos inferir que os alunos adentraram na primeiridade, secundidade e terceiridade durante o desenvolvimento da atividade de modelagem. Ao adentrar nessas categorias, os alunos identificaram ações e elementos que na sua compreensão são essenciais para o desenvolvimento da atividade. Quando perguntados sobre quais ações desenvolveram durante a atividade, elencaram a definição de hipóteses, definição de variáveis como algumas das ações realizadas, conforme informações do quadro 2.

Quadro 2- Ações desenvolvidas na atividade de modelagem

4. 1) Definimos as pontas no Geogebra do celular
 2) Vamos que uma taxa anual uma boa opção de ajuste (abrindo apenas para as pontas).
 3) Buscamos a taxa por causa das hipóteses...
 4) Pensamos na exponencial por ela se aproxima das hipóteses.
 5) Fazemos a linearização das pontas
 6) Aplicamos o método dos mínimos quadrados (com o auxílio da calculadora)
 7) Encontramos a função
 8) Definimos as hipóteses e as variáveis

Fonte: registro dos alunos

A análise da atividade de modelagem matemática, aqui considerada como o fenômeno em estudo, nos permitiu identificar os três elementos gerais que segundo Wall (2013) Peirce

considera como frequentes e universalmente presentes em um fenômeno. O desenvolvimento dessa atividade nos permite inferir que os alunos adentram dentro das três categorias peirceanas e ainda compreendem quais foram os elementos essenciais para o fenômeno.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Considerar a atividade de modelagem matemática como um fenômeno, segundo a definição de Peirce, nos possibilitou analisar a atividade em busca dos elementos que segundo o autor são essenciais e universais em qualquer fenômeno. Esses elementos, de acordo com Wall (2013) são essenciais para a compreensão do fenômeno e nos mostram como o sujeito apreende sobre o fenômeno. Assim, como nosso objetivo era apresentar reflexões sobre quais os entendimentos sobre modelagem matemática que os alunos constroem no desenvolvimento de atividades buscamos esses elementos definidos por Peirce.

No desenvolvimento da atividade os alunos possuem um contato primeiro, despido de qualquer interpretação, com a situação-problema. Esse contato nos permite inferir que os alunos adentram na primeiridade, primeiro elemento universal do fenômeno definido por Peirce. Ao adentrar nessa primeiridade o aluno vê a situação-problema como um mero sentimento, porém ainda relaciona essa situação com um problema a ser estudado. Esse problema então é relacionado com um objeto matemático, por meio de hipóteses e variáveis. Essa relação é resultado de uma reação ao primeiro contato, sendo uma secundidade que é o segundo elemento de um fenômeno segundo Peirce.

Por fim os alunos elaboram um modelo matemático realizando uma reflexão sobre o sentimento e a reação que tiveram com a atividade de modelagem, adentrando assim na terceiridade.

Durante o desenvolvimento da atividade de modelagem observamos que os alunos percorrem esses três elementos essenciais, sendo que esse percurso nos indica quais são as ações ou procedimentos que os alunos acham essenciais para o fazer modelagem matemática. Podemos inferir que os alunos compreendem que o desenvolvimento de uma atividade de modelagem se inicia com uma situação-problema e finaliza-se com uma situação-final, conforme destaca Almeida (2018). Além disso, compreendem que é necessário matematizar a situação e criar um modelo matemático para responder ao problema. Ao final percebem a importância de interpretar o modelo criado. Diante disso, entendemos que os alunos compreenderam como é o fazer modelagem matemática. Reconhecemos, porém que é necessário um estudo mais abrangente sobre quais os entendimentos que os alunos constroem sobre modelagem, visto a modelagem matemática não se restringe apenas ao fazer modelagem.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W. de. Considerations on the use of mathematics in modeling activities. **ZDM**, v. 50, n. 1-2, p. 19-30, 2018.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P.; VERONEZ, M. R. D. Sobre a geração e a interpretação de signos em atividades de modelagem matemática. **SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, v. 6, p. 1-13, 2015.

ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na educação básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

GALBRAITH, P. Models of Modelling: Genres, Purposes or Perspectives. **Journal of Mathematical Modelling and application**, v. 1, n. 5, p. 3-16, 2012.

IBRI, I. A. **Kósmos Noétos**: a arquitetura metafísica de Charles S. Peirce. São Paulo: Paulus, 2015.

PEIRCE, C. S. **Semiótica**. 2 reimpressão da 4. ed. São Paulo: Perspectiva, 2015.

PEIRCE, C. S. **The essential Peirce**: selected philosophical writings, Vols. 1. Peirce Edition Project (ed.). Bloomington: Indiana University, 1992.

SÁENZ-LUDLOW, A.; KANDUNZ, G. Constructing Knowledge Seen as a Semiotic Activity. *In*: SÁENZ-LUDLOW, A.; KANDUNZ, G (org.). **Semiotics as a Tool for Learning Mathematics**, Sense Publishers, 2016.

SANTAELLA, L. **Semiótica Aplicada**. São Paulo: Cengage Learning, 2018.

WALL, C. **Peirce**: a guide to the perplexed. New York: Bloomsbury, 2013.