

ESTRATÉGIAS HEURÍSTICAS REVELADAS PELOS SIGNOS EM UMA ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Thais Maya Koga

Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR
thaismkoga@outlook.com

Karina Alessandra Pessoa da Silva

Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR
karinasilva@utfpr.edu.br

RESUMO

Neste artigo apresentamos os resultados de uma investigação, na qual utilizamos a Análise de Conteúdo dos dados de uma atividade de Modelagem Matemática de terceiro momento desenvolvida pelos alunos. As estratégias heurísticas, a Modelagem Matemática como alternativa pedagógica e categorias fenomenológicas da semiótica peirceana se configuraram como nosso aporte teórico. Fundamentamos nossas reflexões na análise dos signos produzidos por um grupo de alunos do curso de Licenciatura em Química no intuito de revelar estratégias heurísticas utilizadas na construção do modelo matemático. Assim, inferimos que os signos revelam as estratégias heurísticas dos alunos na categoria fenomenológica de secundidade e terceiridade.

Palavras-chave: Estratégias Heurísticas; Modelagem Matemática; Categorias Fenomenológicas.

INTRODUÇÃO

Atualmente, nos curso de Licenciatura, Programas de Pós-Graduação, Grupos de Pesquisa têm direcionado seus estudos na busca de relacionar a teoria à prática no processo de ensino e aprendizagem. No âmbito da Educação Matemática, conforme pesquisas realizadas por Stillman (2019), uma possibilidade para a construção desta ligação diz respeito à Modelagem Matemática, ainda que existam diversos entendimentos relacionados aos seus aspectos teóricos e metodológicos. Neste artigo, nos pautamos em Autor(2012), aceitando a como uma alternativa pedagógica, que busca a dedução de um modelo matemático para responder um problema inicial. Para tanto, os alunos perpassam por fases nomeadas de: inteiração, matematização, resolução, interpretação de resultados e validação.

A análise das representações matemáticas utilizadas pelos alunos para a descrição do fenômeno evoca pesquisas associada aos signos, para este artigo nos baseamos na Semiótica Peirceana. Segundo Santaella (1994), Charles Sander Peirce, investigou os signos a fim de estabelecer uma relação entre objetos e o pensamento. Nas palavras de Peirce (2005, p. 46), o

signo “representa algo para alguém”. Por tanto, buscamos uma aproximação entre as categorizações fenomenológicas e o nível de relação apresentados pelos signos – significação, objetivação, interpretação, conforme Almeida, Silva e Vertuan (2011).

Neste contexto, os dados frutos de uma Atividade Prática como Componente Curricular, APCC, desenvolvida, juntamente com a primeira autora, por um grupo de alunos da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral do curso de Licenciatura em Química de uma Universidade Federal do norte do Paraná, intuindo responder a seguinte questão: como os signos produzidos ou utilizados pelos alunos revelam suas estratégias heurísticas em uma atividade de Modelagem Matemática?

Os alunos realizaram, anteriormente, atividades de Modelagem Matemática conforme os momentos de familiarização proposto por Almeida, Silva e Vertuan (2012). Sendo uma de primeiro momento, na qual todas as fases de encaminhamento foram orientadas e a situação-problema colocada pelo professor. Além de outra de segundo momento, na qual os procedimentos matemáticos e extramatemáticos são definidos pelos estudantes. Completando com a atividade de terceiro momento, foco de nossa investigação neste artigo, a respeito da eficiência de um fermento caseiro.

Mediante as análises inferimos que os encaminhamentos desta atividade se mostraram profícuos à manifestação de conhecimentos para além dos matemáticos, resultando no uso de diversas representações, que viabilizaram o enquadramento na categorização fenomenológica de Peirce, principalmente a secundidade e a terceiridade. Além de consentir com Mendes e Almeida (2018) a respeito da relação da Modelagem Matemática com disciplinas do Ensino Superior desvelar uma importante experiência no processo de aprendizagem do aluno, na criação e exploração de modelos de um fenômeno.

Os resultados de nossa investigação foram organizados neste artigo em cinco seções subsequentes além dessa introdução. Na primeira delas, tratamos das heurísticas em Modelagem Matemática identificadas por Stender(2017), baseado no método Pólya desenvolvido em 1978. A segunda seção é destinada à análise semiótica na perspectiva fenomenológica dos signos produzidos ou utilizados no encaminhamento da atividade. Partindo então, para a descrição da atividade, seguida de sua análise e discussão sob a luz da Análise de Conteúdo de Bardin (2016). Finalizando com algumas considerações a respeito da importância dos signos como reveladores das estratégias heurísticas dos alunos na construção do modelo matemático.

HEURÍSTICAS EM MODELAGEM MATEMÁTICA

A heurística desenvolvida por George Polya¹ foi baseada no comportamento humano ao resolver problemas em busca do plausível e do útil. Costa e Silva (2013, p.8) apresentam o entendimento em relação ao termo utilizado por Polya:

[...]o autor faz valiosas explicações do termo Heurística. Para o referido autor, Heurística da mesma forma que Heurética ou “ars inveniendi” faz parte de um ramo de estudo, que não está bem delimitado e que pertence à Lógica, à Filosofia ou à Psicologia. O autor ainda enfatiza que este estudo muitas vezes delinea, mas pouco apresenta com detalhes, e hoje esquecido. O objetivo da Heurística para Polya (1978) é o estudo dos métodos e das regras da descoberta e da invenção (COSTA; SILVA 2013, p. 8).

Neste contexto, segundo Costa e Silva (2013, p. 10), os desdobramentos identificados ao estudar o método de resolução, possibilita ao professor conhecer as estratégias utilizadas pelos alunos:

[...] o que aparece nas falas e atitudes do aluno são a recorrência as notações adequadas, símbolos e equacionamentos quando necessário, também o recurso às figuras no sentido de uma visualização dos dados e da compreensão da incógnita quando se trata de obter uma grandeza, tentativa e erro para certificar seu raciocínio é outra denotação de possível estratégia e por fim, identificamos poucas recorrências à aritmética como possibilidade para solucionar.

Assim, concluímos que o aluno resolve problema matemático utilizando a estratégia de associar um conteúdo para facilitar sua compreensão e estabelecer o plano de execução. (COSTA; SILVA 2013, p. 10).

Outros trabalhos também fundamentaram suas pesquisas no método de resolução de problemas de Polya no processo de ensino de Matemática, como: Santos (2018) e Stender (2017; 2018). Destacaremos as pesquisas do último autor e o utilizaremos como aporte teórico neste artigo, uma vez que, ele traz as estratégias heurísticas para a Modelagem Matemática visando à otimização de procedimentos, direcionando a mente para ver a solução, facilitando a dedução do modelo matemático.

Para Stender (2017), Polya baseou seu método nos seguintes passos: compreensão do problema, estabelecimento de um plano, execução do plano e retrospectção, estes procedimentos por sua vez, caminham em consonância com os encaminhamentos de uma atividade, na qual se identifica uma situação-problema fora do ambiente escolar, mas sua resolução possa se dar mediante o uso da Matemática. Seguindo em sintonia com a abordagem de Autor(2012) da Modelagem Matemática como alternativa pedagógica.

As estratégias heurísticas reveladas em atividades de Modelagem Matemática por Stender (2018, p. 316-317) estão organizadas em grupos:

¹George Polya (1897 – 1985), segundo Costa e Silva (2013), foi um matemático húngaro que tem como sua maior contribuição, pesquisas relacionadas à heurística da resolução de problemas matemáticos, o seu legado ficou registrado em seu livro: How to Solve It.

- organize seu material / entenda o problema: mude a representação da situação se útil, tentativa e erro, use simulações com ou sem computadores, discretize situações,
- use a memória de trabalhando de forma eficaz: combine itens complexos em supersignos, que representam o conceito de "pedaços", use simetria, divida seu problema em subproblemas,
- pense grande: não pense dentro de limites dispensáveis, generalize a situação,
- utilize o que você sabe: faça uso de analogias de outros problemas, procure a origem de novos problemas em problemas familiares, combine casos particulares para resolver casos gerais, use algoritmos quando possível,
- aspectos funcionais: analise casos especiais ou extremos; a fim de otimizar, você precisa variar a quantidade de estímulo, discretizar a situação,
- organize o trabalho: trabalhe por todos os lados, mantenha sua abordagem – mude sua abordagem – ambas no momento certo. (STENDER, 2018, p. 316-317) – tradução nossa.

Para o autor essa identificação é possível por meio da interpretação das representações decorrentes da construção do modelo. Neste contexto, a autora Silva(2008), ressalta que essa interpretação oportuniza o estabelecimento de uma relação entre Modelagem Matemática e a Semiótica Peirceana. Assim, buscaremos o enquadramento dessas representações nas categorias fenomenológica de Peirce: Primeiridade, Secundidade e Terceiridade.

SEMIÓTICA PEIRCIANA: AS CATEGORIAS FENOMENOLÓGICAS NA MODELAGEM MATEMÁTICA

Em virtude da difusão do estudo da linguagem, a Semiótica, vem ocupando um lugar de destaque no campo da pesquisa acadêmica, segundo Santaella (2012), essa ciência estuda todos os signos – linguagem verbal e não verbal, abrangendo o estudo de toda a realidade cultural. A autora explica que Charles Sanders Peirce (1839-1914), cientista, matemático, historiador, filósofo e lógico, desenvolveu, o ramo da Semiótica conhecida como Peirceana alicerçada a uma tríade fundamental: signo, objeto e interpretante, que buscou estudar o signo como representante do objeto.

Para Peirce (2005), o signo intenta representa, dentro de suas limitações, algo a alguém, podendo ser uma ação ou reação que trespassa emoção ou sentimento.

A Semiótica Peirceana é constituída de divisões e subdivisões entre os signos feitas no interior do seu sistema filosófico, segundo Santaella (2012), neste artigo nos limitamos às categorias fenomenológicas (primeiridade, secundidade e terceiridade) e considerando a relação triádica que o signo pode estabelecer (consigo mesmo, com o objeto e com o interpretante).

Nas considerações de Santaella (1994, p. 30-31) a primeiridade, a secundidade e terceiridade podem ser explicadas como:

Consciência em primeiridade é *qualidade de sentimento* e, por isso mesmo, é primeira, ou seja, a primeira apreensão das coisas, que para nós aparecem, já é tradução,

finíssima película de mediação entre nós e os fenômenos. Qualidade de sentir é o modo mais imediato, mas já imperceptivelmente medializado de nosso estar no mundo. Sentimento é, pois, um quase-signo do mundo: nossa primeira forma rudimentar, vaga, imprecisa e indeterminada de predicação das coisas.

Certamente, onde quer que haja um fenômeno, há uma qualidade, isto é, sua primeiridade. Mas a qualidade é apenas uma parte do fenômeno, visto que, para existir, a qualidade tem de estar encarnada numa matéria. A factualidade do existir (secundidade) está nessa corporificação material.

Finalmente, terceiridade, que aproxima um primeiro e um segundo numa síntese intelectual, corresponde à camada de inteligibilidade, ou pensamento em signos, através da qual representamos e interpretamos o mundo. Por exemplo: o azul, simples e positivo azul, é um primeiro. O céu, como lugar e tempo, aqui e agora, onde se encarna o azul, é um segundo. A síntese intelectual, elaboração cognitiva — o azul no céu, ou o azul do céu —, é um terceiro. (SANTAELLA 1994, p. 30-31)

No contexto da Modelagem Matemática, Almeida, Silva e Vertuan (2011, p. 12-13) evidenciaram que os níveis de relação com os signos podem ser observados nas fases de inteiração, matematização, interpretação dos resultados e validação:

A Primeiridade diz respeito ao primeiro contato dos alunos com a atividade, no momento em que identificam a situação-problema que pretendem investigar. No desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática, a Secundidade está relacionada com a formulação do problema e a definição de metas para sua resolução, com a existência de algo para ser estudado. [...] Terceiridade está relacionada com a obtenção e dedução do modelo matemático, com a interpretação dos resultados matemáticos e sua validação em confronto com a situação real. (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2011, p. 12-13).

Nesta perspectiva, foi desenvolvida uma atividade de Modelagem Matemática, com alunos da graduação em Química, intuindo a categorização fenomenológica baseada nas inferências desses autores.

DESCRIÇÃO DA ATIVIDADE

Os dados analisados neste artigo são oriundos dos signos produzidos pelo grupo 1, formado por três alunos, do curso de Licenciatura em Química, que desenvolveu uma atividade de Modelagem de Matemática na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I, em que a primeira autora participou na qualidade de mestranda da mesma Universidade. Assim, consideramos os signos produzidos ou utilizados pelos alunos em registros escritos, gravações em áudio e vídeo das orientações, apresentação e entrevista, que foram realizadas durante as aulas, com autorização (escrita) de todos os participantes.

Com o objetivo de desenvolver uma análise crítica reflexiva referente à prática escolar no ensino básico, os seis alunos da disciplina formaram três grupos para o desenvolvimento e uma Atividade Prática como Componente Curricular (APCC). Neste artigo, nossa análise se empreendeu sob os signos do grupo 1, que inclinou-se a analisar um fermento caseiro que apresentasse eficiência igual ou superior aos fermentos industrializados. Para tanto, os alunos

deveriam desenvolver, resolver e apresentar a atividade de Modelagem Matemática caracterizada como de terceiro momento, como apresentado por (Almeida, Silva e Vertuan2012, p. 26):

[...] os alunos, distribuídos em grupos, são responsáveis pela condução de uma atividade de modelagem, cabendo a eles a identificação de uma situação problema, a coleta e análise dos dados, as transições de linguagem, a identificação de conceitos matemáticos, a obtenção e validação do modelo e seu uso para a análise da situação, bem como a comunicação dessa investigação para a comunidade escolar.

Para o desenvolvimento desta atividade, foram realizados encontros semanais durante os meses de Novembro e Dezembro, bem como apoio e contato via endereço eletrônico.

1º encontro: Nesta data, foi apresentada a estrutura de uma APCC por meio da discussão do modelo disponível no site da Universidade. Passando então para o debate sobre atividade de Modelagem Matemática de terceiro momento. Outros procedimentos foram a divisão dos grupos, exemplificação de atividades e definição dos temas por grupo (figura 1). O grupo estudado neste artigo optou pela temática: Química na cozinha, buscando relacionar reações químicas cotidianas aos conteúdos matemáticos e químicos escolares.

Figura 1 – Grupo 1, escolha de tema



Fonte: Arquivo da autora

2º encontro: Os estudantes averiguaram as informações a respeito dos malefícios do fermento industrial e misturas caseiras equivalentes ao fermento. Resultando na definição da situação-problema a ser analisada (figura 2): como é possível substituir o fermento industrial por um caseiro de mesma eficiência?

Figura 2 – Estrutura da Atividade de Modelagem

DESENVOLVIMENTO

1. Problema – Como é possível substituir o fermento industrial por um fermento caseiro de mesma eficiência?
2. Variáveis :
3. Informações ou hipóteses (será o que o grupo toma como verdade)
4. Modelo matemático :

Fonte: Relatório dos alunos

Figura 3 – Coleta de dados

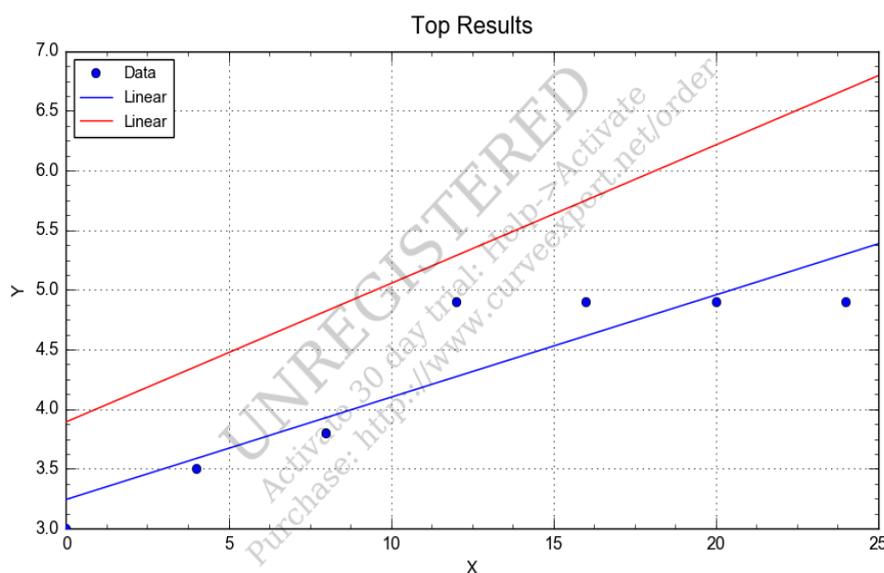
Tempo de forno em minutos	Fermento Industrializado	Fermento Caseiro
0		
24		

Fonte: Relatório dos alunos

3º encontro: Neste encontro os alunos relataram as ações realizadas: busca por uma receita alternativa, bem como os ingredientes necessários. Procedimentos de coleta de dados: marcação em uma forma de bolo, aferir a altura alcançada pelas massas no forno a cada 4 minutos (figura 3). Além da estruturação do plano de aula, que incluiu introdução, objetivo e curiosidades a respeito dos dois tipos de fermento, um industrializado e um caseiro, além da proposta de atividade de Modelagem Matemática resolvida.

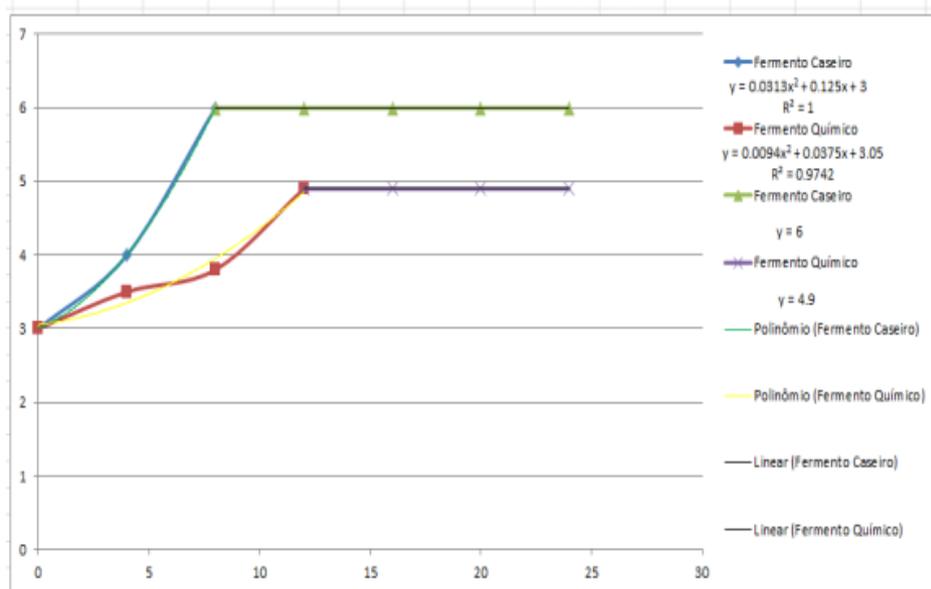
4º encontro: configurou-se como o momento de validação do modelo, a primeira autora realizou questionamentos a respeito da interpretação do modelo, intuindo verificar as estratégias Heurísticas utilizadas e as ações cognitivas desenvolvidas no processo. O primeiro modelo desenvolvido pelo grupo foi uma regressão linear, na qual a função: $y = 3,89 + 1,6x$ representa o fermento caseiro e $y = 3,24 + 8,57x$ retrata o fermento industrializado (figura 4). Entretanto, ao pedir que o grupo realizasse a interpretação gráfica do fenômeno, o grupo inferiu que o modelo não descrevia de maneira satisfatória o crescimento do bolo, já que o modelo apresentou um crescimento linear infinito. Então, o grupo reanalisou os dados e enviou um novo modelo via correio eletrônico (figura 5). O novo modelo apresentou uma função definida por partes, ora quadrática, ora constante, para o caseiro: $y = 0,0313x^2 + 0,125x + 3$, para $0 < x < 8$ e $y = 6$ para $x \geq 8$. Já o fermento industrializado foi representado pela função: $y = 0,0094x^2 + 0,0375x + 3,05$ para $0 < x < 12$ e $y = 4,9$ para $x \geq 12$.

Figura 4 – Primeiro Modelo, regressão linear



Fonte: Relatório dos Alunos

Figura 5 – Segundo Modelo, função por partes



Fonte: Relatório dos Alunos

5º encontro: O último encontro foi a comunicação dessa investigação para a comunidade escolar. O grupo apresentou os encaminhamentos, bem como o modelo encontrado para a classe em 15 minutos, apresentando oralmente e com a atividade resumida em slides. A apresentação foi complementada com as inferências do grupo a respeito do fenômeno: A mistura de 2 colheres de bicarbonato de sódio + 4 colheres de cremor tártaro é mais eficiente que o fermento industrializado, quando considerado o tempo de fermentação e a altura máxima, além de não causar malefícios à saúde.

ANÁLISE DE DISCUSSÃO DA ATIVIDADE

Para realizar essa análise qualitativa utilizamos o código (E1, E2 e E3), no qual, a vogal E, representando os estudantes, seguidos dos números 1,2 e 3 que seguem a ordem alfabética dos nomes reais. Assim, seguimos os pressupostos de Bardin (2016, p. 24), a respeito da Análise de Conteúdo: “uma técnica de investigação que tem por finalidade a descrição objetiva, sistemática e quantitativa do conteúdo manifesto da comunicação”. Cabe ressaltar que esta técnica é desenvolvida em três fases, as quais são definidas como três polos cronológicos: pré-analítico; exploração do material; tratamento dos resultados, inferência e interpretação.

No primeiro polo, denominado de pré-analítico, ocorre uma leitura flutuante, em outras palavras, uma primeira leitura, na qual há a preparação do material, a formulação de hipótese e objetivos a serem investigados. Assim, por meio deste polo o grupo 1 constituiu seu material

de pesquisa, os documentos escolhidos tratavam de atividades de Modelagem Matemática e reações químicas que ocorrem cotidianamente na cozinha.

Em entrevista E2 comenta sobre a escolha:

P: como se deu a escolha do tema?

E2: depois que você apresentou todos aqueles exemplos, o química na cozinha, pareceu interessante.

P: vocês já conheciam a proporção do fermento caseiro?

E2: (risos) na verdade não, na realidade pensamos em fazer pão, mas daí pra medir, pra (pausa), porque estaria assando, dificultaria a coleta, teríamos que fazer suposições e ninguém sabe fazer pão e daria muito trabalho. Depois que E1 encontrou a receita, decidimos ficar com os bolos.

Deste modo, há a primeira relação dos intérpretes com o objeto a ser estudado, que relaciona o oculto ao pensamento do intérprete, a escolha do tema a ser trabalhado: Química na cozinha denota a primeiridade. Entretanto, não há evidências de estratégias heurísticas neste ato. Em seguida, identificamos a passagem para a secundidade, o aluno perpassa o primeiro contato com o signo, quanto as estratégia Heurística identificamos a organização do material, já que é intrínseca a esta fase, além da alteração da abordagem, pois ao optar pelo bolo o grupo entende que a aferição do pão, sem contato, acarretaria em grandes possibilidades de comprometimento da veracidade dos dados.

Seguindo os encaminhamentos, com a situação-problema definida, o grupo buscou informações e materiais que subsidiasse a pesquisa, inicia-se a fase de inteiração, temos o estabelecimento de uma relação didática entre o acaso e uma determinação, acontece uma reação. Segundo, Mendes, Silva e Almeida(2017), observamos que houve a busca por algo que possibilita uma materialização do fenômeno.

Essa reação permitiu que os alunos desenvolvessem a atividade, revelando a compreensão do fenômeno, as informações coletadas permitiu que os alunos inferissem que a reação química do fermento industrial libera componentes tóxicos à saúde, justificando desta maneira a busca por uma solução pela Modelagem Matemática. Deste modo, o grupo utiliza-se de duas estratégias heurísticas, evidenciadas pela fala de E2, organização do material e a troca de abordagem. Portanto, houve uma relação do signo com o objeto, caracterizando a secundidade.

Finalizando a organização do material, iniciamos a fase mais longa da Análise de Conteúdo, a partir da codificação das informações de unidades de registro a fim de atingir uma descrição das características pertinentes à mensagem apresentada nos documentos e que se

relacionam com a indagação de pesquisa inicialmente colocada. O processo de categorização se desenvolveu por meio de uma análise temática, intuindo identificar as estratégias heurísticas utilizadas pelos alunos por meio da classificação fenomenológica dos signos produzidos nas fases de construção do modelo matemático.

Na fase de matematização, ao dar continuidade ao estudo do problema, os alunos adentram à categoria Terceiridade, ou seja, o signo se relaciona a um possível intérprete, passando a realizar a coleta de dados e a construção do modelo. Quando perguntado ao grupo como foi realizada esta fase, respondeu:

E3: dividimos as tarefas e analisamos tudo junto no final. Enquanto um foi comprar os ingredientes, outro preparou e assou os bolos e eu registrei e preparei a atividade.

P: como foi essa preparação da atividade? O que vocês fizeram primeiro..., e depois...

E2: Ah! Primeiro fizemos a marcação na forma para conseguir saber a altura do bolo.

E1: Não! Primeiro a gente procurou em todos os lugares o cremor tártaro, estávamos quase desistindo, mas um amigo do meu primo que é cozinheiro falou onde vendia.

P: caso vocês não tivessem encontrado? Qual seria o plano B?

E2: Ixi... (os estudantes se olham). Não tinha. (risos).

P: Certo! Então depois desta busca pelo cremor tártaro, o preparo dos bolos...? O que mais?

E3: escrevemos as hipóteses, as variáveis e construímos um gráfico linear, utilizando função afim que já tínhamos utilizados antes, em outra atividade.

Por conseguinte, temos a evidenciação de outras estratégias heurísticas: discretização da situação, divisão de sub problemas, supersignos, uso de simulações com computadores e o uso de analogias. Finalizando, para Almeida, Silva e Vertuan(2011), a obtenção e dedução do modelo matemático, interpretação dos resultados e sua validação em confronto com a situação real são fases da modelagem que se configuram na terceira idade. Assim, no quarto encontro há a interpretação e validação do modelo buscando uma generalização para o fenômeno.

P: o modelo que vocês encontraram (referencia a figura 4) descreve o fenômeno que vocês estudaram?

E3: Sim!

P: como vocês interpretam esse gráfico?

E1: que o bolo sempre cresce, mas cresce mais com o fermento caseiro.

P: mas o bolo... continuou crescendo? Se eu deixar no forno um dia inteiro ele fica muito maior?

E2: Nossa! Não...

(grupo se reuniu e conversou)

E2: o modelo pode apresentar parte função do segundo grau e parte constante?

P: se ele representar o fenômeno. Pode sim!

O primeiro modelo matemático foi deduzido por meio de ajuste de curva representado por uma função de primeiro grau: $f(x)=ax+b$ (figura 4). Mas, após breve reflexão os estudantes fizeram uma reanálise do gráfico para descrever o comportamento dos dados a partir da representação concluindo com uma função quadrática até determinado valor de x e finalizar o modelo com uma função constante (figura 5), pois inferiram que após o consumo do fermento a altura da massa de bolo não aumentaria mais. Nota-se então a identificação das heurísticas: tentativa e erro, quando o primeiro modelo falha há a construção de um novo modelo, portanto, há mudança de abordagem. Após a validação do segundo modelo a estratégia heurística que se revela é a compreensão do problema e a generalização da situação. No (quadro 1) apresentamos um resumo do segundo polo.

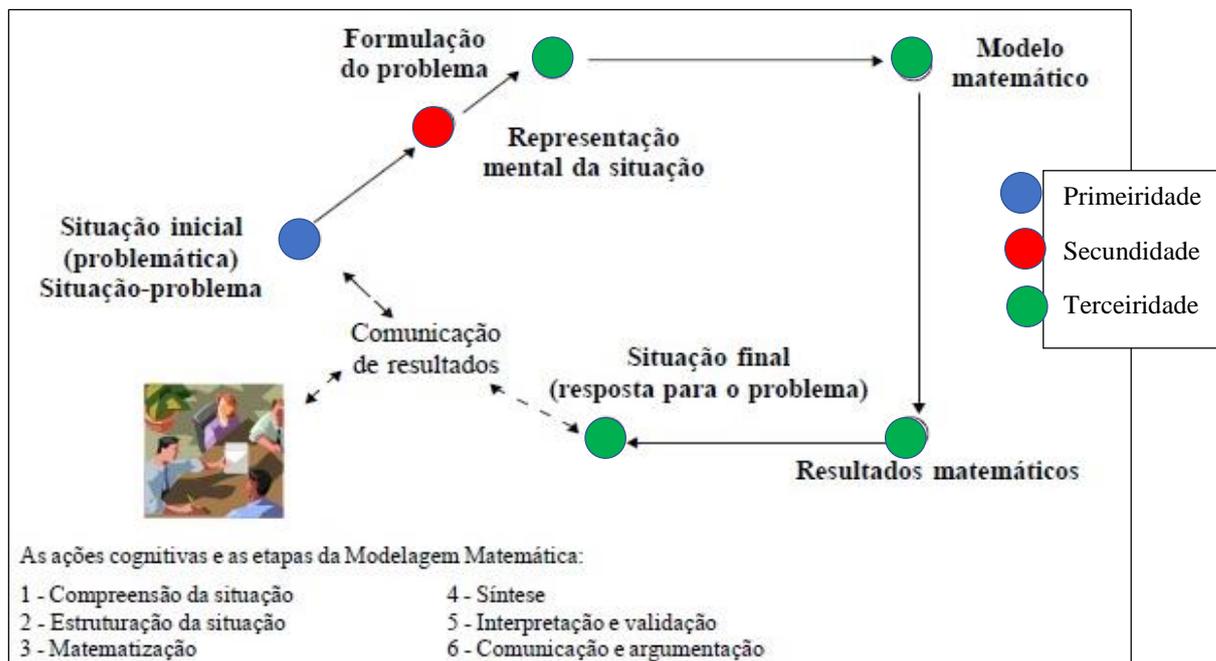
Quadro 1- Resumo do segundo polo

Unidade de Contexto	Registro de Unidade	Síntese das Heurísticas
Terceiridade (Relação do signo com o interpretante)	Matematização	Tentativa e erro, Uso de analogias, Discretização da situação, Uso de simulações com computadores, Supersignos e Divisão em sub problemas
Terceiridade (Relação do signo com o interpretante)	Interpretação	Tentativa e erro, Mudança de abordagem
	Validação	Generalização da situação, Compreensão do problema

Fonte: Autoras

Com isso, evidenciamos que a obtenção do modelo e sua interpretação indicam a terceiridade, já que os olhares dos alunos estavam carregados de interpretação, análise e busca de explicação para a situação. Finalizamos nossa análise com a associação das categorias fenomenológicas às fases a que foram desveladas (figura 6), conforme Almeida, Silva e Vertuan(2011).

Figura 6- Categorias fenomenológicas e Modelagem Matemática



Fonte: Adaptado de Autor(2012)

Por fim, o terceiro polo está relacionado ao que se pode inferir sobre o fenômeno e que está amparado nas interpretações que convergiram para a construção das categorias. Os alunos comunicam suas impressões sobre o objeto que investigaram. A apresentação da APCC revela a finalização da Análise de Conteúdo, pois o grupo constatou a eficiência da mistura que substituiu o fermento industrializado.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Apresentamos neste trabalho uma análise qualitativa de uma atividade de modelagem matemática desenvolvida por um grupo de alunos da disciplina de cálculo diferencial e integral de um curso de Licenciatura em Química, buscando analisar como os signos produzidos ou utilizados pelos alunos revelam suas heurísticas em uma atividade de modelagem matemática. Para Tanto, fizemos uso da modelagem matemática como alternativa pedagógica e nos pautamos nos pressupostos teóricos da semiótica peirceana sobre as categorias fenomenológicas.

Na atividade aqui apresentada, a primeiridade surgiu no momento em que os estudantes foram colocados em contato com a problemática proposta, a realização de uma APCC, que conduziu a uma atividade de modelagem de terceiro momento. Como neste tipo de atividade o aluno é responsável por todos os encaminhamentos, o grupo buscou dados para tornar possível

a construção de um modelo, revelando além da passagem para a secundidade, as estratégias heurísticas de organização de material e a manutenção da abordagem.

Conseqüentemente, por meio da definição dos dados e das estratégias de divisão em subproblemas, discretização da situação, uso de simulações com computadores, supersignos e analogias, os estudantes, buscaram estabelecer a generalização e a compreensão da situação para obterem uma solução aceitável. As soluções foram interpretadas com relação ao fenômeno, os conteúdos matemáticos, como função linear, função quadrática evidenciam a terceiridade e com ela as heurísticas de tentativa e erro, aspectos funcionais e generalização.

A Modelagem Matemática configurou-se como alternativa pedagógica de ensino conforme defendida por Almeida e Dias (2004), por meio da qual os alunos passaram a investigar um tema de seu interesse e mobilizar conteúdos matemáticos e extramatemáticos, produzindo e utilizando signos que possibilitaram ao professor o acesso àquilo que o estudante está aprendendo por meio da identificação das categorias fenomenológicas primeiridade, secundidade e terceiridade. Além de revelar a maneira como o aluno solucionou a situação por meio das estratégias heurísticas.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, L. M. W.; DIAS, M. R. Um estudo sobre o uso da modelagem matemática como estratégia de ensino e aprendizagem. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 17, n. 22, p. 19-35, 2004.
- ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. P. & VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na educação básica**. 1 ed. São Paulo: Contexto, 2012.
- ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. P. & VERTUAN, R. E. Sobre a categorização dos signos na Semiótica Peirceana em atividades de Modelagem Matemática. **Revista Eletrônica de Investigación en Educación en Ciencias (REIEC)**, v.6, n. 1, p. 1-10, 2011.
- BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. São Paulo: Edições 70, 2016.
- COSTA, A. A.; SILVA, M. A. **Uma releitura do livro “A arte de resolver problemas” de George Polya (1978)**. ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática. Curitiba-PR, 2013.
- MENDES, T. F.; ALMEIDA, L. M. W. **Semiótica peirceana em atividade de modelagem matemática**. CNMEM, Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática. Maringá-PR, 2017.
- MENDES, T. F.; SILVA, K. A. P.; ALMEIDA, L. M. W. **Análise perceptiva e a terceiridade peirceana em uma atividade de modelagem matemática**. In: Encontro Paranaense de Educação Matemática - XIV EPREM, 2017, Cascavel. Anais do XIV Encontro Paranaense de Educação Matemática, 2107. p. 1-13.
- PEIRCE, C. S. **Semiótica**. 3. ed. São Paulo: Perspectiva, 2005.



SANTAELLA, L. **Semiótica aplicada**. São Paulo: Thomson Learning, 1994.

SANTAELLA, L. *A Teoria Geral dos Signos*: Como as linguagens significam as coisas. São Paulo: Cengage Learning, 2012.

SANTOS, A. R. **A heurística de George Polya e a resolução de problemas: uma aplicação em sala de aula**. 2018. 148 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Faculdade de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade do Estado de Mato Grosso, Sinop. 2018.

SILVA, K. A. P. **Modelagem Matemática e Semiótica: Algumas Relações**. 2008. 100 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciência e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, Paraná. 2008.

SILVA, K. A. P.; DALTO, J. O. Uma estratégia de Avaliação de Atividades de Modelagem Matemática. *Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias (REIEC)*, v. 12, n. 2, p. 1-17, 2017.

STENDER, P. Heuristic strategies in mathematics teacher education. In: **Thérèse Dooley und Ghislaine Guedet (Hg.): Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME10, February 1-5, 2017)**. Dublin, Ireland, p. 2316–2317, 2017

STENDER, P. The use of heuristic strategies in modelling activities. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, v. 50, n.1-2, p. 315–326, abril 2018.

STILLMAN, G. A. State of the Art on Modelling in Mathematics Education – **Lines of Inquiry**. In: Stillman G., Brown J. (eds) *Lines of Inquiry in Mathematical Modelling Research in Education*. ICME – 13 Monographs. Springer, 2019.