XI Conferência Nacional sobre
Modelagem na Educação Matemática
ISSN: 2176-0489
MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E A ESCOLA BRASILEIRA: ATUALIDADE E PERSPECTIVAS
Universidade Federal de Minas Gerais – UFMG ● 14 a 16 de novembro de 2019 ● Belo Horizonte, MG

MODELAGEM MATEMÁTICA E MATEMÁTICA FUZZY PARA A ABERTURA DE UM EMPREENDIMENTO

Jeferson Takeo Padoan Seki
Universidade Estadual de Londrina
jefersontakeopadoanseki@hotmail.com

Bárbara Nivalda Palharini de Sousa
Universidade Estadual do Norte do Paraná
barbara.palharini@uenp.edu.br

Tania Camila Kochmanscky Goulart
Universidade Estadual de Londrina
maya.tcamila@gmail.com

Ademir Pereira Junior
Universidade Estadual de Londrina
profadjr@hotmail.com

Daiany Cristiny Ramos
Universidade Estadual de Londrina
daianycr@hotmail.com

Ariel Cardoso da Silva
Universidade Estadual de Londrina
ariel.c.silva@live.com

Lourdes Maria Werle de Almeida
Universidade Estadual de Londrina
lourdes@uel.br

RESUMO

Neste artigo, relatamos a experiência de um grupo de pós-graduandos no desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática que teve como objetivo investigar a abertura de um restaurante para o público universitário na cidade de Londrina, Paraná. Por meio de procedimentos da matemática fuzzy, a melhor localização para a abertura do empreendimento foi identificada. O desenvolvimento da atividade de modelagem matemática da identificação do tema à interpretação dos resultados é detalhado no artigo, acompanhada de reflexões dos pós-graduandos, ora com relação à matemática, ora com relação à modelagem matemática como uma alternativa pedagógica que proporcionou a aprendizagem de conceitos associados à matemática fuzzy. A análise qualitativa interpretativa, tendo por base os elementos da modelagem matemática na Educação Matemática possibilitou o vislumbre de possibilidades e contribuições da matemática fuzzy para investigar a localização mais adequada para abrir um restaurante voltado para o público universitário, a partir do delineamento de critérios e da articulação com incertezas e opiniões do público-alvo.

Palavras-chave: Modelagem Matemática; Matemática Fuzzy; Abertura de um Restaurante.

INTRODUÇÃO

Pesquisas e práticas que abordam o uso da modelagem matemática em sala de aula têm constituído uma área no âmbito da Educação Matemática que se caracteriza pela pluralidade de ideias e arcabouços teóricos associadas a ela, bem como de diferentes configurações de práticas de modelagem matemática (BLUM, 2005; KAISER; SIRARAMAN, 2006; GEIGER; FREJD, 2015). A despeito destas práticas, os diferentes níveis de escolaridade, perspectivas e entendimentos de modelagem matemática formam um escopo diversificado de encaminhamentos para o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, seja do ponto de vista do professor, seja com base em experiências vivenciadas como aluno.

Neste artigo relatamos a experiência de um grupo de estudantes participantes de um grupo de pesquisa em Modelagem Matemática na Educação Matemática, vinculado a um programa de pós-graduação, com o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática que teve como objetivo investigar um local adequado para abrir um restaurante para o público universitário na cidade de Londrina, Paraná.

De modo geral, a base teórica sobre modelagem matemática está associada à investigação de situações-problema reais por meio da matemática e de conhecimentos extra-matemáticos dos modeladores (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012; BASSANEZI, 2015). Em sala de aula, a abordagem de atividades de modelagem matemática é entendida no sentido atribuído por Almeida, Silva e Vertuan (2012) como uma alternativa pedagógica para o ensino e a aprendizagem de matemática.

O detalhamento da experiência é realizado por meio da descrição dos aspectos metodológicos que nortearam o trabalho dos autores, o entendimento de modelagem matemática assumido, a descrição da atividade desenvolvida e a interpretação reflexiva indicando os direcionamentos futuros a partir da experiência vivenciada.

ASPECTOS METODOLÓGICOS

O desenvolvimento da atividade de modelagem matemática ocorreu no primeiro semestre de 2019 no âmbito de um grupo de pesquisa em modelagem matemática na Educação Matemática no período de 10 horas-aula. A atividade foi proposta pela dirigente tendo como foco o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática pelos integrantes do grupo, desde a escolha do tema à resposta da situação-problema, ou ainda, considerando o terceiro momento de familiarização com atividades de modelagem matemática (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012). Seis integrantes participaram do desenvolvimento da atividade acompanhados pela mediação de um professor, todos já com experiência no desenvolvimento

ISSN: 2176-0489

de atividades de modelagem matemática e no uso da mesma como alternativa pedagógica para o ensino de matemática, na Educação Básica e no Ensino Superior.

O tema definido pelo grupo para o desenvolvimento da atividade ‘qual o melhor local para a abertura de um restaurante em Londrina’ foi investigado por meio de dados coletados via questionário elaborado no *Google Form*[1] divulgado em redes sociais de alunos de três universidades da região de Londrina que ainda não contém restaurantes universitários e contemplam cursos em período integral.

O USO DA MATEMÁTICA NA MODELAGEM MATEMÁTICA

A abordagem da matemática para solução de problemas cotidianos e da realidade dos sujeitos de acordo com Bassanezi (2015) está associada às origens da modelagem matemática, seja como método científico, seja como uma abordagem para o ensino e a aprendizagem da matemática. Neste contexto, a modelagem matemática pode estabelecer um diálogo entre a matemática e a realidade.

O conceito e a caracterização da modelagem[2] têm diferentes abordagens e é realizada segundo diferentes pressupostos, que servem de “alicerce” para práticas educativas, bem como para bases teóricas de pesquisas científicas. Bassanezi (2015) considera a modelagem como “a estratégia utilizada para obtermos alguma explicação ou entendimento de determinadas situações reais” (BASSANEZI, 2015, p.15). Para Barbosa (2004), a modelagem “é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a problematizar e investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade” (BARBOSA, 2004, p.75).

Neste trabalho, a entendemos a modelagem como “uma alternativa pedagógica na qual fazemos uma abordagem, por meio da Matemática, de uma situação-problema não essencialmente matemática” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p.17). Para estes autores, uma atividade de modelagem é caracterizada em termos de uma situação inicial (situação-problema)[3] e uma situação final desejada (solução para a situação inicial) e que envolve fases relativas a um conjunto de procedimentos que possibilitam passar da situação inicial para a final. Essas fases são denominadas de *inteiração, matematização, resolução,* e *interpretação de resultados e validação*.

- Inteiração: envolve o primeiro contato do sujeito com a situação-problema a ser investigada, é o momento de conhecer as especificidades da situação, buscar por

[1] Disponível em: <https://forms.gle/2jzzYK2TNQhvKHm47>.
[2] Estamos utilizando modelagem, com o mesmo significado de modelagem matemática.
[3] A origem da situação inicial é a realidade. Nos pautamos em Blum e Niss (1991) acerca do que é realidade.

ISSN: 2176-0489

informações, coletar dados quantitativos e qualitativos. Essa fase leva a formulação de um problema a ser resolvido.

- Matematização: é o momento de escrever em linguagem matemática as informações do fenômeno investigado que se encontra em linguagem natural. Essa fase envolve a formulação de hipóteses[4], seleção de variáveis e simplificações da situação-problema, necessárias para sua resolução.
- Resolução: fase em que um modelo matemático é elaborado para analisar aspectos relevantes da situação, avaliar as perguntas elaboradas acerca do problema formulado, elaborar previsões, quando necessário, e resolver o problema proposto.
- Interpretação de resultados e validação: constitui o momento de analisar e validar a resposta obtida do problema no contexto da situação-problema investigada.

Embora essas fases caracterizam os procedimentos necessários para o desenvolvimento de uma atividade de modelagem, elas não são lineares, os procedimentos de resolução não são predefinidos (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012). Na sala de aula, professor e alunos têm a oportunidade de aprender matemática, com isso, os conceitos matemáticos estudados pelos alunos podem ser vistos por outro ângulo, no momento de usá-los em atividades de modelagem. Por outro lado, a situação investigada pode gerar a necessidade de estudar conceitos matemáticos ainda não conhecidos, como na atividade de modelagem matemática aqui relatada, em que para resolver o problema foi necessário o uso de conceitos da matemática fuzzy.

A ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA

A situação inicial investigada foi a viabilidade de abrir um restaurante voltado para o público universitário. A partir da inteiração com a situação-problema, formulamos o problema: *Qual é a localização mais adequada para um restaurante para universitários na cidade de Londrina?* Dos diferentes critérios que podem ser utilizados para determinar a localização mais adequada para um restaurante para o público universitário na cidade de Londrina, as hipóteses foram formuladas de modo a delimitar a investigação realizada:

[4] A formulação de hipóteses é uma das especificidades da modelagem matemática em relação as outras tendências metodológicas da Educação Matemática. Almeida, Sousa e Tortola (2015) consideram *hipótese* como uma suposição bem fundamentada que conduzem os modeladores a caminhos para investigação do problema, com isso diferentes matemáticas podem emergir, bem como diferentes soluções.

ISSN: 2176-0489

Hipótese 1: São considerados como fatores que influenciam a escolha da localização para abrir um restaurante: preço; distância dos restaurantes até a universidade; tempo de caminhada da universidade até o restaurante; valor imobiliário do aluguel do local; número de alunos estudando no período integral.

Hipótese 2: Restaurantes podem ser considerados *acessíveis*, *mais ou menos acessíveis* e *pouco acessíveis* de acordo com o preço da refeição, a distância entre o restaurante e a universidade, e o tempo de caminhada da universidade até o restaurante.

Hipótese 3: A localização ideal do restaurante é inversamente proporcional à quantidade de restaurantes próximos e o valor imobiliário médio de locação nas proximidades das universidades.

Hipótese 4: O preço dos restaurantes acessíveis deve ser menor que o dos mais ou menos acessíveis, pois consideramos que os estudantes irão procurar o preço mais viável.

Hipótese 5: É necessário considerar uma taxa de evasão, nesta atividade assumida como 20% de evasão em cursos anuais.

Para selecionar as universidades que o restaurante buscará atender, consideramos as universidades com cursos integrais e excluímos as universidades com shopping em um raio de 2 km e que possuem restaurante universitário, pois tais fatores poderiam inviabilizar a abertura do empreendimento. A partir destas simplificações, selecionamos as proximidades de três universidade na cidade de Londrina, codificadas da seguinte maneira: PUC (A1), UNOPAR Pisa (A2), UNIFIL (A3), e coletamos dados (Quadro 1), por meio de pesquisas na internet e utilizando o *Google Maps*, referentes aos restaurantes próximos da universidade, como distância, tempo de caminhada, preço médio por pessoa e valor imobiliário para locação.

Quadro 1 - Dados coletados dos restaurantes próximos às Universidades investigadas

Restaurante	Distância	Tempo de caminhada	Preço Médio	Valor imobiliário (R$)	Restaurante	Distância	Tempo de caminhada	Preço Médio	Valor imobiliário (R$)
A1R1	1 km	12 min	$	600,00 a 1100,00	A2R27	750 m	10 min	$	500,00 a 900,00
A1R2	2,9 km	37 min	$		A2R28	1,2 km	16 min	$$	
A1R3	2,7 km	34 min	$		A2R29	1,5 km	19 min	$$	
A1R4	1,9 km	23 min	$		A2R30	1,8 km	22 min	$$	
A1R5	1,8 km	22 min	$		A3R31	180 m	3 min	$$	700,00 a 1500,00
A1R6	1,9km	23 min	$		A3R32	260 m	4 min	$$	
A1R7	1,9 km	23 min	$		A3R33	500 m	7 min	$$	
A1R8	2,1 km	26 min	$$		A3R34	450 m	6 min	$$$	
A1R9	2,4 km	29 min	$$		A3R35	650 m	9 min	$	
A1R10	2,4 km	29 min	$		A3R36	650 m	9 min	$$$	
A1R11	850 m	11 min	$		A3R37	700 m	9 min	$$	
A1R12	950 m	12 min	$$		A3R38	650 m	8 min	$$	
A1R13	1,5 km	18 min	$		A3R39	800 m	10 min	$	
A1R14	1,7 km	22 min	$		A3R40	1 km	12 min	$$	
A1R15	1,9 km	24 min	$$		A3R41	750 m	11 min	$	
A1R16	1,1 km	15 min	$		A3R42	900 m	12 min	$$	
A1R17	1,2 km	16 min	$		A3R43	1,6 km	22 min	$$	
A1R18	1,3 km	17 min	$		A3R44	350 m	6 min	$$	

ISSN: 2176-0489

A1R19	1,7 km	22 min	$$		A3R45	350 m	6 min	$	
A1R20	1,8 km	24 min	$		A3R46	400 m	6 min	$$	
A2R21	23 m	1 min	$	500,00 a 900,00	A3R47	300 m	4 min	$$	
A2R22	240 m	3 min	$		A3R48	600 m	9 min	$	
A2R23	600 m	8 min	$$		A3R49	850 m	12 min	$$	
A2R24	260 m	3 min	$		A3R50	850 m	12 min	$$$	
A2R25	550 m	8 min	$		A3R51	1,3 km	18 min	$$	
A2R26	600 m	8 min	$		A3R52	1,2 km	17 min	$$	
Legenda: Faixa de preço considerada $ - até R$ 20,00; $$ - de R$ 20,00 a R$ 50,00**;** $$$ - mais de R$ 50,00. De acordo com indicação de preços disponível no Google.									

Fonte: Dos autores.

Conforme a Hipótese 2 a viabilidade do local para um restaurante universitário depende do preço, da distância da universidade e o tempo de caminhada. Estas variáveis foram utilizadas para classificar os restaurantes em acessíveis, mais ou menos acessíveis e pouco acessíveis. Desta forma, além dos dados do Quadro 1, enviamos um questionário a estudantes das três universidades, com a finalidade de obter dados relativos ao tempo de caminhada da universidade até o restaurante considerados pelos estudantes como pequeno, razoável e grande, e o preço geralmente pago por eles no almoço, constituindo uma amostra de 18 respostas, sendo 6 de cada universidade, conforme mostra o Quadro 2.

Quadro 2 - Respostas dos estudantes ao questionário

Universidade	**Tempo de caminhada**			**Preço pago no almoço**
	Pequeno	**Razoável**	**Grande**	
UNIFIL	0 a 10 minutos	10 a 20 minutos	20 a 50 minutos	Até R$ 20,00
UNIFIL	5 minutos.	10 minutos	15 minutos	Até R$ 20,00
UNIFIL	o min a 5 min	0 min a 10 min	0 min a 15 min	Até R$ 20,00
UNIFIL	5 min	15 min	30 min	De R$ 20,01 a R$ 50,00
UNIFIL	5min	10min	20min	Até R$ 20,00
UNIFIL	De 0 min até 10 min	De 10 min até 15 min	De 15 min até 25 min	Até R$ 20,00
PUC	5 minutos	10 minutos	acima de 15 minutos	Até R$ 20,00
PUC	1 min	3 min	8 min	De R$ 20,01 a R$ 50,00
PUC	3 min	8 minutos	15 minutos	Até R$ 20,00
PUC	15 minutos	20 minutos	30 minutos	Até R$ 20,00
PUC	5 min	10min	20min	Até R$ 20,00
PUC	0 a 12min	12 a 18min	18 minutos acima	Até R$ 20,00
UNOPAR PIZA	5 pequeno	10min	20min	Até R$ 20,00
UNOPAR PIZA	10 minutos	15 minutos	1 hora	Até R$ 20,00
UNOPAR PIZA	5 min	10 min	30 min	Até R$ 20,00
UNOPAR PIZA	10	15	20	Até R$ 20,00
UNOPAR PIZA	10 minutos	20 minutos	40 minutos	Até R$ 20,00
UNOPAR PIZA	5 min	10min	15 min	Até R$ 20,00

Fonte: Dos autores.

Já na matematização do problema sentimos a necessidade de considerar procedimentos matemáticos que abarcassem a subjetividade associada à situação-problema. Para determinar o local mais adequado para abrir um restaurante, analisamos a realidade local por meio de conceitos da matemática fuzzy e obtemos uma resposta para o local adequado de abertura do empreendimento nas proximidades da Universidade indicada pela análise fuzzy. Para elaborar

ISSN: 2176-0489

o modelo fuzzy, definimos variáveis de entrada e de saída e, posteriormente, delimitamos o domínio das funções de pertinência das variáveis de entrada e de saída[5].

Definição – variáveis de entrada

p: preço médio para comer nos restaurantes existentes;

d: distância entre os restaurantes existentes e a universidade;

t: tempo de deslocamento da universidade até o restaurante existente a pé;

A delimitação do domínio das funções de pertinência das variáveis de entrada de acordo com a coleta de dados foi realizada de acordo com a Tabela 1.

Tabela 1 – Delimitação do domínio das funções de pertinência – variáveis de entrada

t		p		d	
Pequeno	0 – 7 min	Barato	0 – 1$	Pequena	0 – 500 m
Médio	6 – 13 min	Médio	0,5$ – 2,5$	Média	500 – 1500 m
Alto	12 – 25 min	Caro	2$ – 3$	Alta	1400 – 1800 m

Fonte: Dos autores.

Definição – variável de saída

r: quantidade de restaurantes;

A delimitação do domínio das funções de pertinência da variável de saída de acordo com parâmetro escolhido no intervalo $[0,100]$, de acordo com a Tabela 2.

Tabela 2 – Delimitação do domínio da função de pertinência – variável de saída

r	
Pouco acessível	0 – 35
Mais ou menos acessível	20 – 80
Acessível	65 – 100

Fonte: Dos autores.

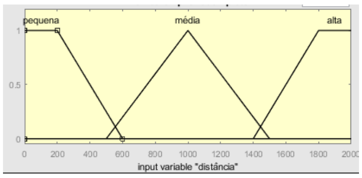
Para cada variável, de entrada e de saída, elaboramos funções de pertinência para constituiu um sistema fuzzy. As funções de pertinência das variáveis de entrada são do tipo trapezoidal e triangular, apresentadas no Quadro 3, Quadro 4 e Quadro 5.

Quadro 3 - Funções de pertinência da variável de entrada d, definidas em: $\varphi_F: [0,2000] \rightarrow [0,1]$

$$\varphi_{pequena}(d) = \begin{cases} 1 \; se \; 0 \leq d \leq 200 \\ \dfrac{600-d}{400} \; se \; 200 < d \leq 600 \\ 0 \; se \; d \geq 600 \end{cases} \qquad \varphi_{alta}(d) = \begin{cases} 0 \; se \; 0 \leq d \leq 1400 \\ \dfrac{d-1400}{400} \; se \; 1400 < d \leq 1800 \\ 1 \; se \; d \geq 1800 \end{cases}$$

[5] Mais informações sobre o uso de procedimentos da matemática fuzzy em modelagem matemática podem ser encontradas em Barros e Bassanezi (2006) e Merli (2012).

$$\varphi_{média}(d) = \begin{cases} 0 \; se \; d \leq 500 \\ \dfrac{d-500}{500} \; se \; 500 \leq d \leq 1000 \\ \dfrac{1500-d}{500} \; se \; 1000 \leq d \leq 1500 \\ 0 \; se \; d \geq 1500 \end{cases}$$



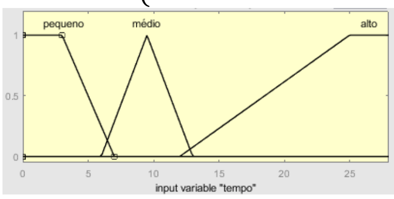
Fonte: Dos autores.

Quadro 4 - As funções de pertinência da variável de entrada t, definidas em $\varphi_F: [0,30] \rightarrow [0,1]$

$$\varphi_{pequeno}(t) = \begin{cases} 1 \; se \; 0 \leq t \leq 3 \\ \dfrac{7-t}{4} \; se \; 3 < t \leq 7 \\ 0 \; se \; t \geq 7 \end{cases}$$

$$\varphi_{alto}(t) = \begin{cases} 0 \; se \; t \leq 12 \\ \dfrac{t-12}{13} \; se \; 12 \leq t \leq 25 \\ 1 \; se \; t \geq 25 \end{cases}$$

$$\varphi_{médio}(t) = \begin{cases} 0 \; se \; 0 \leq t \leq 6 \\ \dfrac{t-6}{3,5} \; se \; 6 \leq t \leq 9,5 \\ \dfrac{13-t}{3,5} \; se \; 9,5 \leq t \leq 13 \\ 0 \; se \; t \geq 13 \end{cases}$$



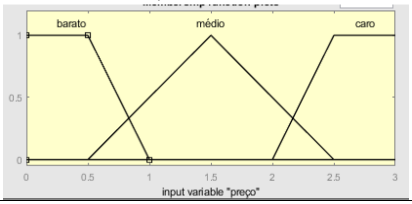
Fonte: Dos autores.

Quadro 5 - As funções de pertinência da variável de entrada p, definidas em $\varphi_F: [0,3] \rightarrow [0,1]$

$$\varphi_{barato}(p) = \begin{cases} 1 \; se \; 0 \leq p \leq 0,5 \\ \dfrac{1-p}{0,5} \; se \; 0,5 < p \leq 1 \\ 0 \; se \; t \geq 1 \end{cases}$$

$$\varphi_{médio}(p) = \begin{cases} 0 \; se \; p \leq 0,5 \\ \dfrac{p-0,5}{1} \; se \; 0,5 \leq p \leq 1,5 \\ \dfrac{2,5-p}{1} \; 1,5 \leq p \leq 2,5 \\ 0 \; se \; t \geq 2,5 \end{cases}$$

$$\varphi_{caro}(p) = \begin{cases} 0 \; se \; p \leq 2 \\ \dfrac{p-2,5}{0,5} \; se \; 2 \leq t \leq 2,5 \\ 1 \; se \; t \geq 2,5 \end{cases}$$



Fonte: Dos autores.

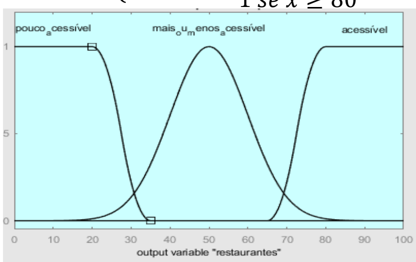
Em relação as funções de pertinência da variável de saída r, estas foram determinadas de acordo com as formas da curva z, gaussiana e curva **s**, como ilustrado no Quadro 6.

Quadro 6 - As funções de pertinência em relação a variável de saída r, definidas em $\varphi_F: [0,100] \rightarrow [0,1]$

$$\varphi_{pouco\ acessível}(x) = \begin{cases} 1 \; se \; 0 \leq x \leq 20 \\ 1-2\left(\dfrac{x-20}{7.5}\right)^2 \; se \; 20 \leq x \leq 27.5 \\ 2\left(\dfrac{x-35}{7.5}\right)^2 \; se \; 27.5 \leq x \leq 35 \\ 0 \; se \; x \geq 35 \end{cases}$$

$$\varphi_{acessível}(x) = \begin{cases} 0 \; se \; x \geq 65 \\ 2\left(\dfrac{x-65}{7.5}\right)^2 \; se \; 65 \leq x \leq 72.5 \\ 1-2\left(\dfrac{x-80}{7.5}\right)^2 \; se \; 72.5 \leq x \leq 80 \\ 1 \; se \; x \geq 80 \end{cases}$$

$$\varphi_{mais\ ou\ menos\ acessível}(x) = \begin{cases} e^{\frac{-(x-50)^2}{30}} \; se \; 20 \leq x \leq 80 \\ 0 \; caso \; ao \; contrário \end{cases}$$

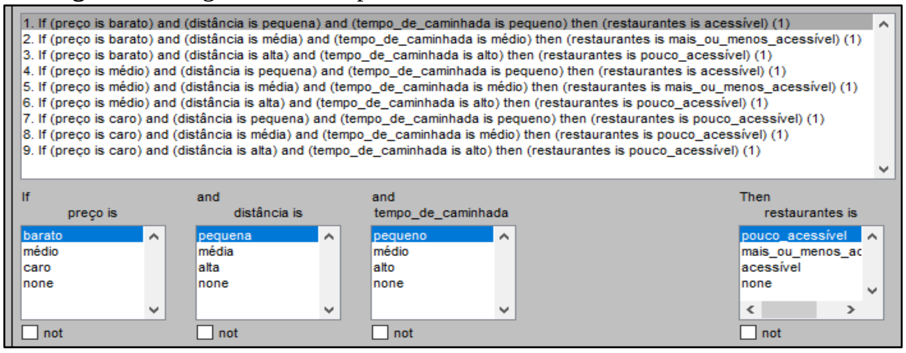


Fonte: Dos autores.

ISSN: 2176-0489

Na segunda etapa da elaboração do modelo fuzzy para o problema estudado, elaboramos uma base de regras, que foram inseridas no *software* Matlab (Figura 1). Para as regras que relaciona as três variáveis, consideramos que *se a distância de caminhada é alta então o tempo de caminhada é alto*, *se a distância de caminhada é média então o tempo de caminhada é médio* e *se a distância de caminhada é pequena então o tempo de caminhada é pequeno*.

Figura 1 – Regras definidas para as variáveis de entrada e saída de R1 a R9



Fonte: Dos autores.

Para relacionar as variáveis de entrada com as variáveis de saída na base de regras definidas utilizamos o módulo Mamdani, detalhado por Barros e Bassanezi (2006, p. 109) como:

> - Em cada regra R_j, da Base de Regras fuzzy, a condicional 'se x é A_j então u é B_j' é modelada pela aplicação $\wedge$ (mínimo);
> - Adota-se a t-norma $\wedge$ (mínimo) para conectivo lógico 'e';
> - Para o conectivo 'ou' adota-se a t-conorma $\vee$ (máximo) que conecta as regras da Base de Regras.
> - Formalmente a relação fuzzy M é um subconjunto fuzzy de XxU cuja função de pertinência é dada por
>
> $$\varphi_M(x,u) = \max_{1\leq i\leq r}\left(\varphi_{M_{R_i}}(x,u)\right) = \max_{1\leq i\leq r}\left(\varphi_{A_j}(x) \wedge \varphi_{B_j}(x)\right).$$

Utilizando este procedimento para a Base de Regras constituída, relacionamos as variáveis de entrada a variável de saída, obtendo a classificação dos restaurantes em acessíveis, mais ou menos acessíveis e pouco acessíveis de acordo com as informações inseridas nas funções de pertinência das variáveis p, d e t, conforme o indicado no Quadro 7.

Quadro 7 - Classificação da viabilidade dos restaurantes

Restaurantes	$r\text{: } \varphi\ (x)$	**Classificação**	**Restaurantes**	$r\text{: } \varphi\ (x)$	**Classificação**
A1R1	50	Mais ou menos acessível	A2R30	15,1	Pouco acessível
A1R2	14,8	Pouco acessível	A3R31	85,2	Acessível
A1R3	14,8	Pouco acessível	A3R32	85,2	Acessível
A1R4	14,8	Pouco acessível	A3R33	84,5	Acessível
A1R5	15,1	Pouco acessível	A3R34	15,1	Pouco acessível

ISSN: 2176-0489

A1R6	14,8	Pouco acessível	A3R35	50	Mais ou menos acessível
A1R7	14,8	Pouco acessível	A3R36	15,9	Pouco acessível
A1R8	14,8	Pouco acessível	A3R37	50	Mais ou menos acessível
A1R9	14,8	Pouco acessível	A3R38	50	Mais ou menos acessível
A1R10	14,8	Pouco acessível	A3R39	50	Mais ou menos acessível
A1R11	50	Mais ou menos acessível	A3R40	50	Mais ou menos acessível
A1R12	50	Mais ou menos acessível	A3R41	50	Mais ou menos acessível
A1R13	50	Mais ou menos acessível	A3R42	50	Mais ou menos acessível
A1R14	15,1	Pouco acessível	A3R43	15,1	Pouco acessível
A1R15	14,8	Pouco acessível	A3R44	85,2	Acessível
A1R16	50	Mais ou menos acessível	A3R45	85,2	Acessível
A1R17	50	Mais ou menos acessível	A3R46	85,2	Acessível
A1R18	50	Mais ou menos acessível	A3R47	85,2	Acessível
A1R19	15,1	Pouco acessível	A3R48	50	Mais ou menos acessível
A1R20	14,8	Pouco acessível	A3R49	50	Mais ou menos acessível
A2R21	85,2	Acessível	A3R50	14,6	Pouco acessível
A2R22	85,2	Acessível	A3R51	50	Mais ou menos acessível
A2R23	50	Mais ou menos acessível	A3R52	50	Mais ou menos acessível
A2R24	85,2	Acessível	A3R53	15,1	Pouco acessível
A2R25	84	Acessível	A3R54	85,2	Acessível
A2R26	50	Mais ou menos acessível	A3R55	85,2	Acessível
A2R27	50	Mais ou menos acessível	A3R56	84,5	Acessível
A2R28	50	Mais ou menos acessível	A3R57	15,1	Pouco acessível
A2R29	50	Mais ou menos acessível			

Fonte: Dos autores

Após analisar a situação atual das localidades sugeridas na simplificação e formulação de hipóteses, foi necessário determinar a quantidade de restaurantes acessíveis por aluno, para então vislumbrar o local adequado para abrir o empreendimento conforme indicado no problema investigado. Para tanto, definimos as variáveis:

q: quantidade de restaurantes *acessíveis* e *mais ou menos acessíveis* por aluno;

a: quantidade de alunos em cursos integrais por universidade;

v: valor imobiliário para alugar um ponto de venda ao redor da universidade.

De acordo com a hipótese 4 e a coleta de dados obtidos pelo questionário enviado aos estudantes, observamos que 88% dos alunos almoçam em restaurantes com preço acessível e 12 % em restaurantes com preços mais ou menos acessíveis. Desta forma, o modelo matemático para a quantidade de restaurantes acessíveis por alunos é dado por:

$$q = \frac{8{,}8.r_{acessível} + 1{,}2.r_{maisoumenosacessível}}{10.a}$$

E a quantidade alunos a, é dada considerando 20% de evasão anual, ou seja:

$$a(A1) = 60.0{,}8 + 60.0{,}8^2 + 60.0{,}8^3 + \cdots + 60.0{,}8^6 = 177{,}05$$

$$a(A2) = \{100.0.8 + 100.0{,}8^2 + 100.0{,}8^3 + 100.0{,}8^4 + 100.0{,}8^5\} + \{100.0{,}8 + 100.0{,}8^2 + 100.0{,}8^3 + 100.0{,}8^4\} = 505{,}088$$

$$a(A3) = 2.\{100.0.8 + 100.0{,}8^2 + 100.0{,}8^3 + 100.0{,}8^4\} + \{160.0{,}8 + 160.0{,}8^2 + 160.0{,}8^3 + 160.0{,}8^4\} + \{100.0{,}8 + 100.0{,}8^2 + 100.0{,}8^3 + 100.0{,}8^4 + 100.0{,}8^5\}.2 = 1388{,}0320$$

Retomando a Hipótese 3, consideramos que a localização ideal (L) é inversamente proporcional a quantidade de restaurantes por aluno e o valor imobiliário médio. Assim, temos:

ISSN: 2176-0489

$$L = \frac{1}{q.v} \; e \; q = \frac{6.r_{acessível} + 4.r_{maisoumenosacessível}}{10.a}$$

De posse das informações, elaboramos o Quadro 10 que contempla a análise do local adequado para o empreendimento.

Quadro 10 – Análise do Local L mais adequado para o empreendimento

A	$r_{acessível}$	$r_{maisoumenosacessível}$	**a**	**q**	**v**	$v_{média\ artimética}$	**L**
A1	0	7	177,05	0,474442	[600, 1100]	850	0,00248
A2	4	5	505,088	0,815699	[500, 900]	700	0,001751
A3	7	11	1388,0320	0,538892	[700, 1500]	1100	0,001687

Fonte: Dos autores.

Como o valor máximo de L está em A2, temos que a região mais adequada para abrir um restaurante para o público universitário situa-se nas proximidades da universidade A2. Determinada a universidade como foco de nosso empreendimento, para refinar a análise do local adequado temos que determinar a localização no plano cartesiano do restaurante, de modo que este seja próximo da universidade e distante dos outros restaurantes. Para isso, utilizamos o método de Diagrama de Voronoi como método de região de abrangência. Esse diagrama consiste numa representação geométrica obtida na divisão de uma região em um conjunto de áreas de abrangência estabelecendo relações de proximidades entre si.

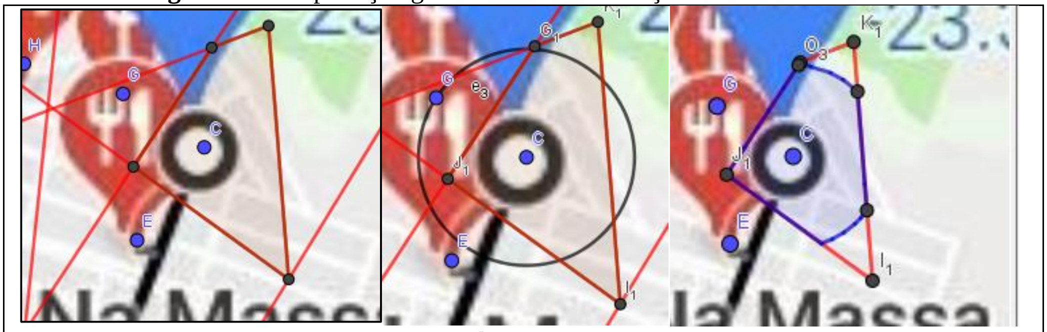
Considerando a universidade como um sítio p_i, a localização ideal do restaurante é um ponto (x,y) que pertence a esse sítio, tal que:

$$\sqrt{(x - xpi)^2 - (y - ypi)^2} < \sqrt{(x - xpj)^2 - (y - ypj)^2}$$

Sendo 1 ≤ j, de forma que (xpj, ypj) são pares ordenados que representam a localização dos restaurantes em um raio de 2km de (xpi, ypi). O método consiste na decomposição de uma região em sub-regiões, por polígonos com vértices nas intersecções entre as mediatrizes dos pontos cartesianos. Desta forma, aplicando o método nas proximidades da universidade A2, com pares ordenados $C = (262{,}1, 166{,}7)$ temos a interpretação geométrica de acordo com o mapa do local associados aos polígonos dos sítios próximos do ponto C (Figura 2).

ISSN: 2176-0489

Figura 2 - Interpretação geométrica da localização ideal do restaurante



(a) (b) (c)

Fonte: Dos autores.

Na Figura 2 – item a, os pontos G e E representam restaurantes existentes ao redor da universidade A2, representada pelo ponto C. O local ideal de abertura do empreendimento deve ter uma distância da universidade menor que a distância entre os restaurantes existentes e a universidade A2, ou seja, menor que a distância do ponto G ao ponto C e que a distância do ponto E ao ponto C. Para realizar os cálculos, consideramos os pontos G(247.48895, 176.31207), E(250, 150) e $C = (262{,}1, 166{,}7)$ e utilizamos a distância euclidiana:

$$\sqrt{(x-262{,}1)^2-(y-166{,}7)^2} < \sqrt{(x-247.48895)^2-(y-176.31207)^2}$$

$$\sqrt{(x-262{,}1)^2-(y-166{,}7)^2} < \sqrt{(x-250)^2-(y-150)^2}$$

Desta forma, sendo P(x,y) a localização do empreendimento que queremos abrir, $d_{P,C} < d_{G,C}$ e $d_{P,C} < d_{E,C}$. Como $d_{G,C} = 17{,}9$ e $d_{E,C} = 20{,}63$, então $d_{P,C} < 17{,}9$.

Para delimitar uma área com menos distância entre P e C do que temos entre G e C, plotamos no gráfico uma circunferência com centro em C e raio igual 17,9 ($d_{G,C}$), conforme a Figura 2 – item b. Desse modo, P pertence a intercessão da circunferência $(x+262{,}1)^2 + (y+166{,}7)^2 = 17{,}9$ e o quadrilátero $J_1L_1K_1O_3$, formando a região azul (Figura 2 – item c) que representa a localização em que a distância do empreendimento P será menor que as distâncias de outros restaurantes já existentes e a Universidade A2, ou seja, a localização ideal para o restaurante voltado para o público universitário.

REFLEXÕES SOBRE O DESENVOLVIMENTO DO TEMA E O USO DA MATEMÁTICA FUZZY

De modo geral, a investigação da temática da atividade proporcionou o contato com as regras da matemática fuzzy, e de certo modo a leitura do mundo por meio de um modelo matemático que articulou incertezas, conhecimentos prévios e experiências. Barros e Bassanezi (2006) indicam os procedimentos para o uso de modelos matemáticos fuzzy e sinalizam o uso

ISSN: 2176-0489

de sistemas fuzzy para descrição e análise de situações-problema e a partir dai para tomada de decisão.

O desenvolvimento da atividade de modelagem matemática pode ser descrito em termos das fases da atividade de modelagem contempladas por Almeida, Silva e Vertuan (2012), e ainda associado aos quatro módulos de fuzzificação assinalados por Barros e Bassanezi (2006). O primeiro módulo está associado à definição de variáveis de entrada com seus respectivos domínios, momento na atividade de modelagem matemática da fase de matematização, em que as informações da realidade são organizadas e simplificadas na leitura da realidade por meio da matemática. Entre a inteiração, matematização e resolução, ocorre a formulação da base de regras por meio de variáveis linguísticas que permitem a formulação de funções de pertinência.

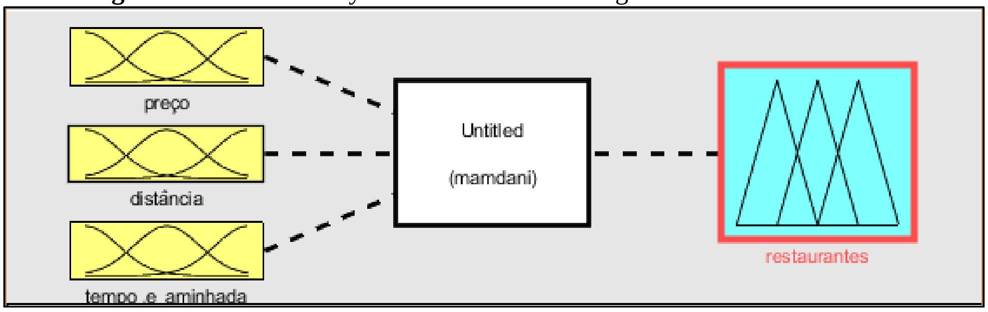
Merli (2012) argumenta no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, diferentes olhares podem para uma mesma situação-problema conduzem à diferentes procedimentos e conceitos matemáticos. Segundo o autor, “o uso de uma determinada linguagem pode interferir na solução obtida. Em certa medida, podemos afirmar que se uma linguagem fuzzy media a resolução do problema, as soluções parecem mais próximas de uma linguagem coloquial” (MERLI, 2012, p. 145). Isto se dá, pois, a linguagem que utilizamos para expressar e compreender os fenômenos carrega consigo graus de subjetividade que nem sempre seguem uma lógica binária.

Nesse sentido, a matemática fuzzy pode contribuir para resolver problemas que envolvem tomada de decisões baseadas em critérios subjetivos, como é o caso do problema estudado neste artigo. Investigar a localização mais adequada para abrir um restaurante voltado para o público universitário pode ser realizada a partir de procedimentos e conceitos matemáticos que permitem uma articulação com incertezas e opiniões do público-alvo, permitindo o uso de termos como *pouco acessível*, *mais ou menos acessível* e *acessível*. Estas características do uso da matemática fuzzy na atividade de modelagem matemática corroboram com a argumentação de Lima, Kato e Bassanezi (2011), de que em muitas situações, o uso da matemática fuzzy possibilita a tomada de decisões do cotidiano e a obtenção de resultados satisfatórios.

Na fase de resolução, modelos matemáticos foram usados com vistas ao relacionamento das variáveis de entrada com as variáveis de saída, solicitando a base de regras definida anteriormente. A elaboração do modelo fuzzy se deu por meio do uso do módulo de inferência Mamdani, que estabelece uma relação entre as funções de pertinência das variáveis de entrada e da vaiável de saída, a partir da definição de t-normas e t-conormas e regras de inferências para modelar o sistema fuzzy, ilustrado na Figura 3.

ISSN: 2176-0489

Figura 3 – Sistema fuzzy da atividade de modelagem matemática desenvolvida



Fonte: Dos autores

Para Barros e Bassanezi (2006), é no uso de um modelo de inferência, que as proposições fuzzy são 'traduzidas' para modelos matemáticos. Na atividade de modelagem matemática desenvolvida, a classificação dos restaurantes em *acessíveis*, *mais ou menos acessíveis* e *pouco acessíveis*, aliada aos dados coletados nas Universidades investigadas permitiu a 'tradução' das proposições fuzzy no modelo matemático para a quantidade de restaurantes acessíveis por alunos. A localização ideal (L) sendo inversamente proporcional a quantidade de restaurantes por aluno e o valor imobiliário médio:

$$L = \frac{1}{q.v} \; e \; q = \frac{6.r_{acessível} + 4.r_{maisoumenosacessível}}{10.a}$$

Por fim, a interpretação de resultados e validação foi realizada com a indicação da região mais adequada para abrir um restaurante para o público universitário e por meio do uso do método de Diagrama de Voronoi delimitamos a região em que o restaurante poderia ser aberto próximo a Universidade A2.

No âmbito das salas de aula, o conjunto de procedimentos da matemática fuzzy, estão associados a uma leitura do mundo por meio da matemática de modo a abarcar a subjetividade das situações com que nos deparamos diariamente. Vislumbramos possibilidades de inserção das atividades de modelagem matemática para introduzir conceitos matemáticos não corriqueiros nos cursos de Licenciatura em Matemática e, especialmente, na Educação Básica, de modo a fornecer aos alunos um outro modo de ver a matemática, no qual as resoluções matemáticas dos alunos podem se basear em aspectos subjetivos de situações com alto grau de incerteza.

Nesse contexto, no que tange à atividade de modelagem matemática desenvolvida, entendemos que o uso da matemática fuzzy complementa a matemática clássica, fomentando novos horizontes a serem explorados na resolução de situações-problema da realidade. Para tanto, faz se importante considerar nos processos de ensino e de aprendizagem, a subjetividade nas decisões tomadas pelos alunos em situações reais, como na avaliação do local ideal para

ISSN: 2176-0489

abrir um restaurante, bem como estruturas matemáticas fundamentadas em uma lógica não binária.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

ALMEIDA, L. M. W.; SOUSA, B. N. P. A.; TORTOLA, E. Desdobramentos para a modelagem matemática decorrentes da formulação de hipóteses. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 6., 2015, Pirenópolis. **Anais...** Pirenópolis: SBEM, 2015.

BARBOSA, J. C. Modelagem matemática: O que é? Por que? Como? **Veritati**, Salvador, n. 4, p. 73- 80, 2004.

BARROS, L. C.; BASSANEZI, R. C. **Tópicos de Lógica Fuzzy e Biomatemática**. Campinas. SP: Coleção IMECC, 2006.

BASSANEZI, R. C. **Modelagem matemática**: teoria e prática. São Paulo: Contexto, 2015.

BLUM, W.; NISS, M. Applied Mathematical Problem Solving, Modelling, Applications, and Links to Other Subjects: State, Trends and Issues in Mathematics Instruction. **Educational Studies in Mathematics**, New York, v. 22, n. 1, p. 37-68, fev. 1991.

GEIGER V.; FREJD, P. A Reflection on Mathematical Modelling and Applications as a Field of Research: Theoretical Orientation and Diversity. In: STILLMAN, G.; BLUM, W.; In: BIEMBENGUT, M. S. (Eds.). **Mathematical Modelling in Education Research and Practice**: International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling. Cham, Switzerland: Springer, 2015. p. 161-171.

KAISER, G.; SRIRAMAN, B. A global survey of international perspectives on modeling in mathematics education. **ZDM**, v. 38, n. 3, p. 302-310, 2006.

LIMA, R. V.; KATO, L. A.; BASSANEZI, R. C. A construção de modelos matemáticos por meio da lógica fuzzy: alguns encaminhamentos para inclusão na Educação Básica. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2011, Belém, **Anais…** Belém: UFPA, 2011.

MERLI, R. F. **Modelos clássico e fuzzy na Educação Matemática**: um olhar sobre o uso da linguagem. 2012. 154f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2012.