

UMA ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA UTILIZANDO O SOFTWARE TRACKER

Cíntia da Silva

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sul de Minas Gerais
cintia.dasilva@ifsuldeminas.edu.br

Amanda Faria de Oliveira

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sul de Minas Gerais
amandafoliveira09@outlook.com

Lays Silva Jeronimo

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sul de Minas Gerais
laysjeronimo1@gmail.com

RESUMO

Este trabalho relata o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática sobre o tema lançamento oblíquo com o auxílio do *software* Tracker. Foi realizada com alunos do 1º ano do curso técnico em Informática integrado ao Ensino Médio no início do segundo semestre letivo de 2019. Destacamos as soluções apresentadas por um dos grupos participantes da atividade, ressaltando que apresentaram maior tendência em valorizar os resultados obtidos pelo Tracker do que as respostas elaboradas por eles mesmos.

Palavras-chave: Educação Matemática; Função Quadrática; Lançamento Oblíquo.

MODELOS E MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Mesmo com uma multiplicidade de compreensões, destacamos que, independentemente de como é compreendida – sem discutir as bases filosóficas ou epistemológicas de cada autor que fundamentam suas crenças – a modelagem tem características, ou “elementos” comuns: termos como modelo, investigação e tema, por exemplo, sempre estão presentes. Klüber e Burak (2012) afirmam que “não seria equívoco afirmar que a Modelagem Matemática se revela como uma investigação sobre temas e que o modelo é um modo de expressar uma compreensão sobre esses temas, com matemática” (p. 381). Por isso, compreender o que é a modelagem na Educação Matemática requer também uma compreensão sobre modelo matemático neste campo de investigação.

Conforme Lesh, Carmona e Hjalmarson (2006) um modelo matemático é um sistema conceitual, expresso por uma linguagem ou por uma estrutura matemática, e objetiva descrever o comportamento de outro sistema e realizar previsões. Esta afirmação concorda com o que

dizem Doerr e English (2003) sobre modelo: ele dá meios de descrever, explicar e prever o comportamento de fenômenos, valendo-se de uma linguagem que pode ser simbólica, diagramática ou gráfica.

Para Blum (2015), um modelo matemático é uma imagem, simplificada e formalizada, de alguma parte do mundo real. Além disso, os modelos não têm apenas o propósito de descrever e explicar (modelos descritivos), mas também prever e criar partes do mundo real (modelos normativos).

Jacobini e Wodewotzki (2006) consideram que os modelos matemáticos “são representações, em termos matemáticos, de aspectos de interesse do problema em estudo” (p.14) e concordam com Biembengut e Hein (2000, p. 12) que esses modelos podem ser obtidos “utilizando-se expressões numéricas ou fórmulas, diagramas, gráficos ou representações geométricas, equações algébricas, tabelas etc.”

Uma observação importante a se fazer é que, dentro destas compreensões, em que a modelagem é utilizada como meio para ensinar Matemática, o modelo obtido para resolver a situação-problema não necessita ser completamente novo, tampouco ser obtido por meio de procedimentos matemáticos elaborados. Um modelo deve expressar, por meio de uma linguagem, uma compreensão de quem o obteve. Assim, concordamos com o exposto em Tortola e Almeida (2013, p. 7), de que

o modelo matemático não tem um fim em si só, mas a sua construção, ao mesmo tempo que contribui para a resolução de um problema, também viabiliza a sistematização do conteúdo matemático que emerge dessa construção. Nesse sentido, a obtenção de um modelo não é o objetivo último de uma atividade de modelagem matemática, mais importante do que o modelo obtido é o processo utilizado, a análise crítica e sua inserção no contexto sociocultural.

Nesse sentido ressaltamos que, nesta pesquisa, consideramos mais importante do que “chegar” a um modelo matemático, o processo que levou até ele e suas implicações no contexto da situação inicial, bem como o que expressa o modelo obtido, independentemente da linguagem que comunica este resultado. Compreendemos, também, a modelagem matemática conforme Almeida, Silva e Vertuan (2012). Segundo eles, a modelagem é uma alternativa pedagógica que visa abordar matematicamente “uma situação problemática não essencialmente matemática” (p. 17) e

pode ser descrita em termos de uma situação inicial (problemática), de uma situação final desejada (que representa uma solução para a situação inicial) e de um conjunto de procedimentos e conceitos necessários para passar da situação inicial para a situação final (p. 12).

Partir de uma situação problemática inicial e chegar a uma situação final desejada, ou

seja, apresentar uma solução para um problema, não essencialmente matemático que se tem interesse em resolver, pressupõe um conjunto de ações e procedimentos. Este conjunto de ações são chamados de fases, ou etapas, da Modelagem Matemática.

Alguns autores já tem se dedicado a estudos sobre modelagem e recursos tecnológicos, como Borssoi (2013), Dalla Vecchia e Maltempi (2012) e Postal (2009). Nesse sentido, este trabalho se propõe a relatar uma experiência com uma atividade de modelagem matemática desenvolvida com o auxílio de um *software*.

UMA ATIVIDADE SOBRE LANÇAMENTO OBLÍQUO

A atividade que descrevemos aqui foi desenvolvida com 38 alunos do 1º ano do curso Técnico em Informática, integrado ao Ensino Médio, de um Instituto Federal. Caracterizou-se como atividade do segundo momento (ALMEIDA; DIAS, 2004), com duração de duas aulas de 50 minutos, no início do segundo semestre letivo de 2019. Sugerimos que os alunos se organizassem em grupos de 4 ou 5 alunos, a sua escolha.

A atividade foi adaptada de Silva, Borssoi e Almeida (2015) e teve como objetivo, além de familiarizar os alunos com a modelagem matemática, levá-los a pensar sobre situações não essencialmente matemáticas a partir de informações disponíveis sobre um determinado fenômeno (lançamento oblíquo), bem como utilizar conceitos relacionados à função quadrática.

No início da aula os alunos foram apresentados ao *software* Tracker, o qual todos afirmaram ainda não conhecer, e mostramos brevemente algumas de suas funcionalidades. A seguir, expusemos a seguinte situação: *Considere o lançamento de uma pequena bola, para frente e para o alto, de forma que seja possível observar o seu trajeto desde que é lançada até tocar o chão*. Citamos alguns exemplos comumente conhecidos, como o lançamento de uma bola num jogo de basquete. A seguir, exibimos um vídeo produzido por uma das autoras, em que ela lançava uma bola pequena na garagem de sua casa, com a duração de 3 segundos e mostramos a obtenção dos dados com o Tracker (Figura 1). Com acesso aos dados, solicitamos que cada grupo de alunos elaborasse um problema que pudesse ser resolvido ou investigado a partir das informações. Esclarecemos também que os problemas não precisavam ser iguais entre os grupos.

Os problemas elaborados foram os seguintes:

Grupos 1 e 2: Quanto tempo a bola leva para tocar o solo?

Grupo 3: Calcule, a partir dos dados, a aceleração da bola durante o seu percurso.

Grupo 4: Calcule a posição da bola no tempo $t = 0,633s$.

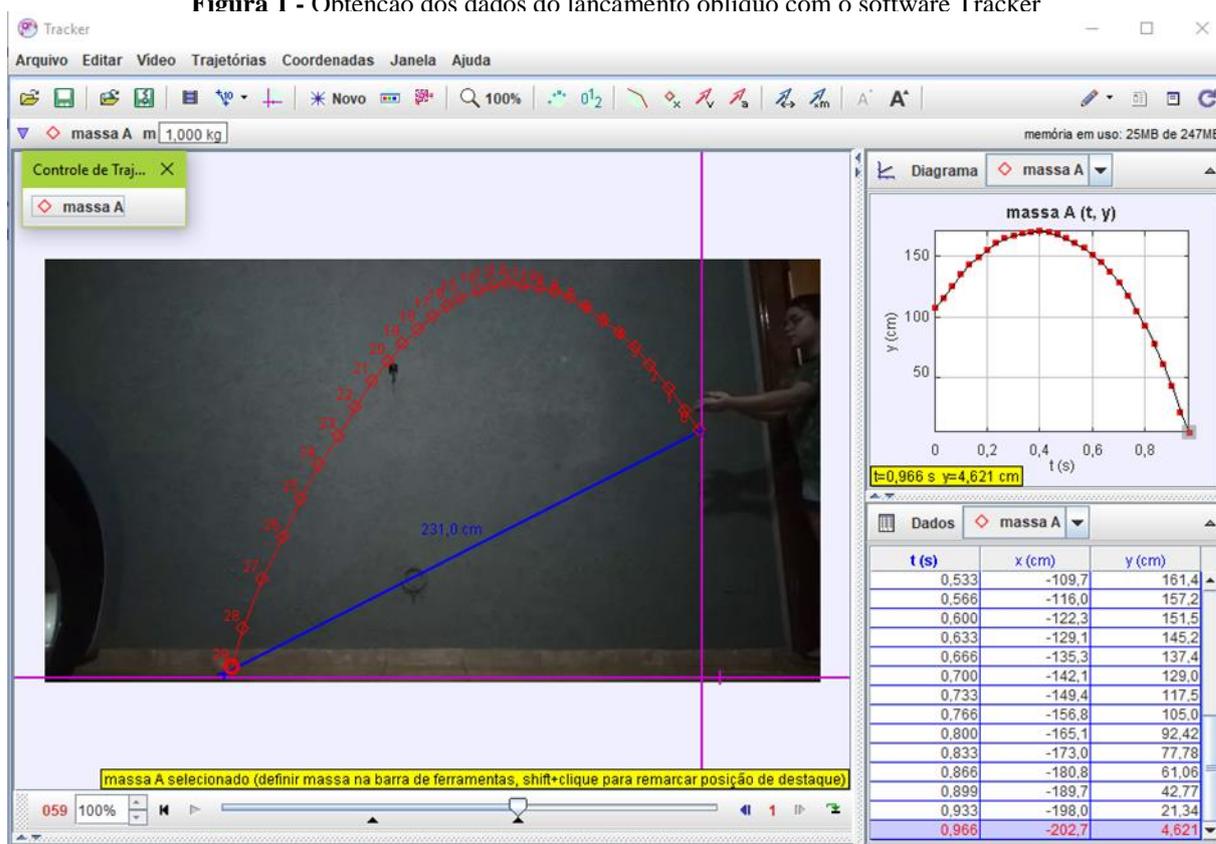
Grupo 5: Em qual ponto a bola atinge sua aceleração máxima?

Grupo 6: Qual é a força com que é arremessada a bola?

Grupo 7: Qual o deslocamento da parábola (horizontal/vertical) para que seu vértice intersecte o segmento de reta que representa a menor distância entre as posições inicial e final da bola?

Grupo 8: Qual a equação que descreve o movimento da bola?

Figura 1 - Obtenção dos dados do lançamento oblíquo com o software Tracker



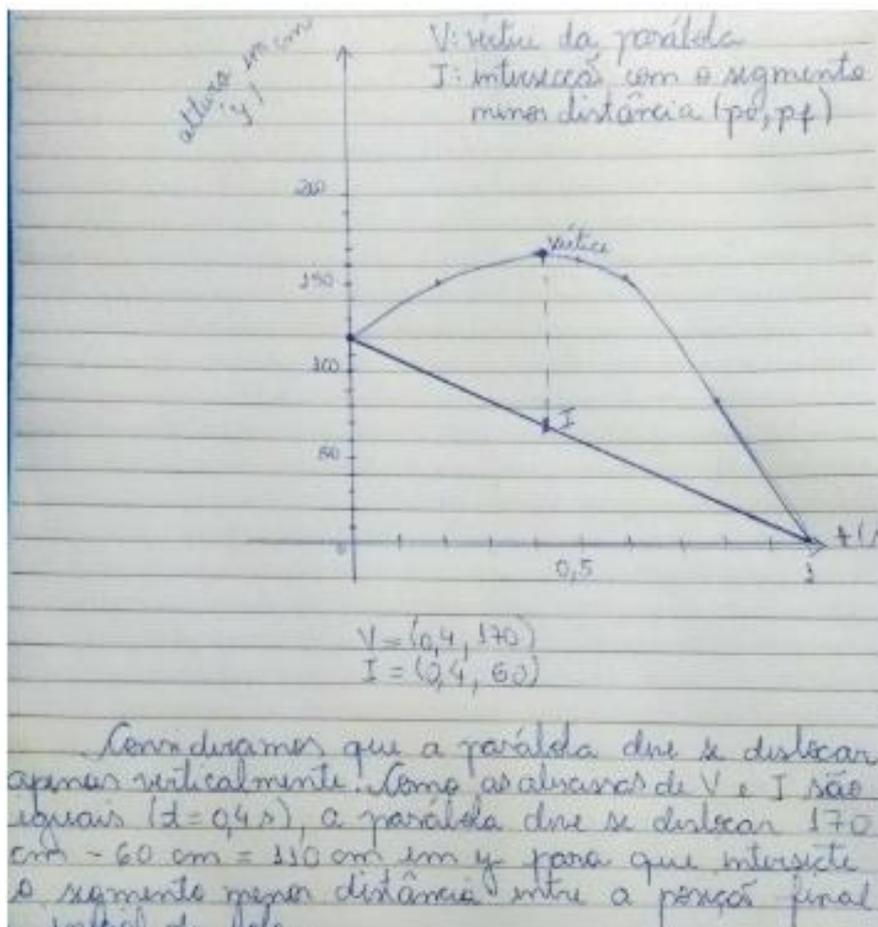
Fonte: As autoras

A partir dos problemas elaborados por eles, sugerimos que a elaboração de hipóteses e de algumas simplificações poderiam ajudar na solução. Lembramos também da necessidade de definir variáveis, como tempo e altura, por exemplo. Os grupos, de modo geral, apresentaram hipóteses válidas e relevantes, como i) desprezar a resistência do ar, ii) a bola descreve um movimento parabólico, iii) a parábola tem concavidade negativa e iv) a velocidade inicial da bola é zero.

Para a solução dos problemas, deixamos que os alunos se sentissem livres para utilizar as estratégias que considerassem mais convenientes e a matemática que já conheciam. No entanto, mais próximo ao final da aula, mostramos os modelos obtidos pelo próprio Tracker e

solicitamos que verificassem a possibilidade de resolver o problema que propuseram por meio do modelo. Neste relato, apresentamos mais detalhadamente a solução apresentada pelo grupo 7, tanto pela elaboração de estratégias próprias quanto pela utilização da função quadrática fornecida pelo software (Figuras 2 e 3, respectivamente).

Figura 2 - Primeira solução do Grupo 7



Fonte: As autoras

Observe que a solução da Figura 2 aparenta ser mais estruturada e “segura” do que a apresentada na Figura 3. A primeira solução, apesar de mais “intuitiva”, utilizando recursos matemáticos mais simples, mostrou algum conhecimento matemático sobre parábolas e coerência de raciocínio e desenvolvimento. No entanto, a segunda solução, embora mostre alguma tentativa de relacionar as coordenadas do vértice da parábola com a equação da reta que passa pelos pontos “posição inicial” e “posição final” da bola, não explicitam como esses conceitos se relacionam e também não se aproximam da solução encontrada primeiro.

Quando o Grupo 7 nos questionou sobre qual de suas soluções estava correta, ou qual deveriam tomar como verdadeira, mencionamos a importância de validar as soluções

encontradas. Nesta fase, os alunos deste grupo sentiram que deveriam validar e valorizar mais as respostas obtidas a partir do modelo dado pelo Tracker, não comparar as soluções ou procurar validar as duas, como sugerimos a eles.

Figura 3 - Segunda solução obtida pelo Grupo 7

O modelo obtido pelo Tracker é

$$y = -480t^2 + 367t + 103$$

$$\Delta = 367^2 - 4 \cdot (-480) \cdot 103$$

$$\Delta = 134629 + 197760$$

$$\Delta = 332449$$

Coordenadas de V:

$$V = \left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a} \right) = \left(\frac{-367}{-960}, \frac{-332449}{190} \right) \rightarrow$$

$$V = (0,38, 174,9)$$

$y_1 = y_0 = m$
 $x_1 - x_0 =$
 $y - y_0 = m(x - x_0)$
 $y - 0 = \frac{1 - 0}{0 - 120}(x - 0)$
 $y = -\frac{1}{120}x$
 $y = -\frac{x}{120} = 90032$

$ax + by = 0$
 $y = ax + b$

Fonte: As autoras

Na conclusão da atividade, os alunos do Grupo 7 não conseguiram afirmar qual das soluções era a mais adequada, ou nenhuma, o que foi realizado pelos autores do trabalho.

ALGUNS RESULTADOS E CONSIDERAÇÕES FINAIS

Como nos propusemos neste trabalho, relatamos o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática sobre o tema lançamento oblíquo com o auxílio do software Tracker. Mesmo sem objetivar uma análise de rigor metodológico, por enquanto, pudemos observar que, no grupo 7, o qual destacamos a solução do problema elaborado por eles, houve uma tendência em valorizar as soluções obtidas por meios tecnológicos.

Conforme a literatura indica, articular modelagem matemática e tecnologia pode favorecer a aprendizagem matemática e facilitar a execução de algumas fases, seja pela visualização do fenômeno, pela obtenção dos dados ou pela validação dos resultados. No

entanto, salientamos que o planejamento de atividades que pretendem integrar algum recurso tecnológico é fundamental para que os objetivos de aprendizagem sejam alcançados.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W. de; DIAS, M. R. Um Estudo sobre o Uso da modelagem matemática como Estratégia de Ensino e Aprendizagem. **Bolema**, Rio Claro, n. 22, p. 19- 35, 2004.

ALMEIDA, L. M. W. de; SILVA, K. A. P. da; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

BORSSOI, A. H. **Modelagem Matemática, Aprendizagem Significativa e Tecnologias:** articulações em diferentes Contextos Educacionais. 2013. 256 p. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. Modelling in Engineering: Advantages and Difficulties. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON THE TEACHING OF MATHEMATICAL MODELLING AND APPLICATIONS, 12., 2007, Londres. **Proceedings...** Chichester: Horwood Publishing, 2007. p. 415-423.

BLUM, W. Quality Teaching of Mathematical Modelling: What do we know, what can we do? **The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education Intellectual and attitudinal challenges**, pp.73-96, 2015.

DALLA VECHIA, R.; MALTEMPI, M. V. Modelagem Matemática e Tecnologias de Informação e Comunicação: a realidade do mundo cibernético como um vetor de virtualização. **Bolema**, Rio Claro, v. 26, n. 43, p. 963–990, ago, 2012

DOERR, H. M.; ENGLISH, L. D. A modeling perspective on students' mathematical reasoning about data. **Journal of Research in Mathematics Education**, v. 34, n. 2, p. 110- 136, 2003.

JACOBINI, O. R.; WODEWOTZKI, M. L. L. Uma reflexão sobre a modelagem matemática no contexto da educação matemática crítica. **Bolema**, Rio Claro, n. 25, p. 71-88, 2006.

KLÜBER, T. E., BURAK, D. Sobre a pesquisa qualitativa na modelagem matemática em educação matemática. **Bolema**, Rio Claro, v. 26, n.43, 2012.

LESH, R; CARMONA, G; HJALMARSON, M. Working group: models and modeling. In: PME-NA, Mérida. **Proceedings...** Mérida, p. 92-95, 2006.

POSTAL, R. F. **Atividades de modelagem matemática visando a uma aprendizagem significativa de funções afins, fazendo uso do computador como ferramenta de ensino**. Dissertação (Mestrado) – Curso de Ensino de Ciências Exatas, Centro Universitário UNIVATES, Lajeado, 2009.

SILVA, K. A. P da, BORSSOI, A. H., ALMEIDA, L. M. W. de. Uma análise semiótica de atividades de modelagem matemática mediadas pela tecnologia. **R. B. E. C. T.**, vol 8, núm. 1, jan-abr.2015.

TORTOLA, E.; ALMEIDA, L. M. W. de. Reflexões a respeito do uso da modelagem matemática em aulas nos anos iniciais do ensino fundamental. **Rev. Bras. Estud. Pedagog.** [online]. 2013, v.94, n.237, p.619-642.