

## UMA EXPERIÊNCIA DE AVALIAÇÃO NO ENSINO DE CÁLCULO NA LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Eduardo Rafael Zimdars<sup>1</sup>  
Marília Zabel<sup>2</sup>

**Resumo:** Este relato de experiência refere-se a uma proposta de avaliação elaborada e realizada com os estudantes da disciplina de cálculo IV, do curso de Licenciatura em Matemática do IFC - Campus de Rio do Sul, com a participação dos estudantes da disciplina de cálculo III do curso de Licenciatura em Física, da mesma instituição. A avaliação proposta foi sobre o conteúdo de coordenadas polares, consistindo na elaboração e execução de um plano de estudos coletivo entre as duas turmas. Nessa atividade, ficou evidente o comprometimento dos estudantes com os colegas, percebendo-se responsáveis, em conjunto com os docentes, com os processos de ensino e aprendizagem. Dessa forma, a avaliação permitiu o desenvolvimento de outros saberes, além do saber do conteúdo, tais como, os curriculares e pedagógicos. Enquanto docentes das disciplinas, reconhecemos que esta proposta tem limitações, uma vez que só foi possível por compatibilidade de ementas e horários. Entretanto, o seu compartilhamento pode permitir que demais docentes repensem suas práticas no ensino de cálculo nas licenciaturas, transcendendo os saberes do conteúdo.

**Palavras-chave:** Coordenadas Polares. Cursos de Licenciatura. Saberes Docentes. Avaliação da Aprendizagem.

### 1. INTRODUÇÃO

Atualmente, o ensino do Cálculo Diferencial e Integral (CDI) tem se tornado tema de diversas pesquisas, dissertações, teses e ensaios acadêmicos. Essa incidência pode ser justificada pela importância que o CDI assume nas mais variadas áreas de conhecimento, como, por exemplo, aplicações em modelagem de fenômenos e estimativas na física, economia, biologia, ciências sociais e outras áreas. Além disso, outra questão que tem se apresentado como justificativa para essas pesquisas é o alto índice de reprovação e evasão nessa disciplina em diversas Universidades - brasileiras e internacionais - e em cursos tanto de bacharelado como de licenciatura, inclusive na Licenciatura em Matemática. Esses dados podem ser vistos em Barufi (1999), Lopes (1999), Rezende (2003), Henning; Moro e Pacheco (2013), Coimbra (2015) e Zarpelon (2016).

A presença na formação de diversos profissionais e índices altos de reprovação são elementos motivadores para que professores e pesquisadores investiguem e proponham metodologias e recursos didáticos-pedagógicos para o ensino de CDI, com a intenção de

<sup>1</sup> Mestre em Ensino de Matemática; Instituto Federal Catarinense - Campus Rio do Sul; e-mail: [eduardo.zimdars@ifc.edu.br](mailto:eduardo.zimdars@ifc.edu.br)

<sup>2</sup> Mestre em Educação Matemática; Instituto Federal Catarinense - Campus Rio do Sul; e-mail: [marilia.zabel@ifc.edu.br](mailto:marilia.zabel@ifc.edu.br)

minimizar as dificuldades dos estudantes. Nessa perspectiva, entendemos que as estratégias estudadas e desenvolvidas são antagônicas ao ensino tradicional, ou seja, o ensino que tem centralidade no conteúdo e no professor. Sendo, nesse caso, centradas no estudante e nas interações entre professor e estudantes (PAGANI; ALLEVATO, 2014).

Assim, entendemos que para romper com o Ensino Tradicional Vigente (ETV) é necessário que o professor considere o caminho de aprendizagem traçado pelo estudante, permitindo que ele ressignifique e reconstrua os conteúdos abordados. Nesse cenário, o que se busca é oportunizar os estudantes a se dedicarem, de modo colaborativo, ao estudo de conteúdos. Essa abordagem acarreta também numa mudança de concepção de avaliação, ou seja, diferente das avaliações tradicionais, nas quais se considera a existência de uma competência final adquirida pelo estudante e se busca mensurá-la, considera-se a importância de um olhar para todos os aspectos do processo formativo (BALDINO, 2001).

Com base nessas concepções, dispostos a romper com o ETV, nós, professores das Licenciaturas em Física e Matemática, propomos um processo avaliativo alternativo. Neste relato, compartilhamos essa experiência de avaliação realizada nas disciplinas de Cálculo III e Cálculo IV sobre o tema Coordenadas Polares. Para tanto, apresentamos uma revisão sobre o ensino de CDI na licenciatura, a avaliação escolar, a experiência desenvolvida e, por fim, algumas considerações sobre ela.

## 2. O ENSINO DE CDI NA LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

As discussões sobre o ensino de CDI no curso de Licenciatura em Matemática são importantes uma vez que todo professor de matemática tem em sua formação inicial, em maiores ou menores proporções, contato com conceitos dessa área de conhecimento. Essa presença é expressa pelo parecer 1.302 da Câmara de Educação Superior do Conselho Nacional de Educação (CNE/CES) no que abrange o currículo dos cursos de Licenciatura em Matemática.

Embora as instituições tenham liberdade para adequar o currículo, algumas características são consideradas necessárias para as disciplinas de CDI na licenciatura, conforme defende a comissão partidária da Sociedade Brasileira de Educação Matemática e Sociedade Brasileira de Matemática (SBEM/SBM, 2013) em seu relatório. Neste relatório, observa-se que o CDI está intrinsecamente relacionado com conceitos da matemática presentes na Educação Básica. Na verdade, o texto (SBEM, 2013) defende a importância do ensino de

cálculo no curso de Licenciatura para subsidiar o futuro professor no que envolve, especialmente, o conceito e aplicações de funções. Conforme relatam: “O curso de Cálculo Diferencial irá ajudar a aprofundar o estudo de funções, mas o licenciando deve ter clareza de que parte desse aprofundamento pode ser levada ao Ensino Médio” (SBEM, 2013, p. 20). Além disso, cita-se a importância do CDI para dar conta de outros problemas deste nível de ensino, como: otimização, pontos de máximos e mínimos, cálculo de somas infinitas, áreas e volumes, os quais podem ser apresentados de forma mais completa quando o professor os relaciona com o CDI.

Entretanto, mesmo sabendo que o CDI está presente nos currículos, questionamentos acerca de sua importância nesse contexto surgem. Nesse sentido, para Fiorentini e Oliveira (2013) no estudo sobre o lugar das matemáticas na formação inicial de professores de matemática, fica evidente que o papel dessas matemáticas - inclusive do CDI - deve estar atrelado à futura atuação desse profissional em formação. Por isso, entende-se que além de abordar conceitos, definições, demonstrações e o entendimento dessas matemáticas como uma construção histórico-cultural, o professor formador deve romper com a visão tricotômica presente na formação inicial deste profissional. Isto é, atrelar a formação matemática com a formação didático-pedagógica e a prática profissional (FIORENTINI; OLIVEIRA, 2013).

Em relação ao estudo de coordenadas polares, para além de seu uso específico no cálculo de área, a partir de integrais duplas, consideremos que seja importante para retomada e aprofundamento dos conceitos de trigonometria e conhecimento de outro sistema de coordenadas, além do cartesiano. Assim, tal estudo no curso de Licenciatura em Matemática possibilita ao futuro professor subsídios teóricos específicos de um conteúdo matemático.

### **3. ALGUNS PRESSUPOSTO SOBRE O ATO DE AVALIAR**

Em consonância com pressupostos de Rabelo (1998), defendemos uma avaliação durante os processos de ensino e aprendizagem que promova a ação-reflexão-ação, ou seja, que possibilite uma reflexão crítica sobre a prática (FREIRE, 2009). Nesse sentido, Rabelo ainda diz que a prática, que engloba a avaliação, deve ser “[...] conscientemente preocupada com a promoção da transformação social e não com a manutenção de forma inconsciente e não refletida” (RABELO, 1998, p. 11). Portanto, a avaliação não é um ato mecanizado ou que serve para mecanizar conhecimentos, mas uma forma de contribuir para a promoção de conhecimentos científicos e sócio-político-culturais.

Para que isso se materialize, os processos avaliativos devem ser a todo tempo

discutidos nos espaços educacionais, trazendo à consciência de que é um ato não isolado e não neutro, mas que representa a interpretação de algum modelo pedagógico, defendido e utilizado pelos docentes. Isso pode ser evidenciado nos vários estudos realizados, no âmbito da Educação Matemática, que culminam na divulgação de instrumentos de avaliação, por exemplo, as experiências compartilhadas em Lopes e Muniz (2010).

A partir disso, defendemos que a avaliação da aprendizagem deve considerar o desenvolvimento de outros saberes, para além do específico do conteúdo, que nas licenciaturas se caracterizam como, por exemplo, os saberes curriculares e pedagógicos. Para isso, é preciso pensar em instrumentos diversos, que não se limitem às avaliações escritas e individuais. Considerando, dessa forma, a possibilidade de avaliações colaborativas, nas quais os grupos têm objetivos a serem realizados e o professor, como mediador, procura “incluir o aluno e não o alienar” (FREITAS et al, 2014, p.31).

#### 4. A EXPERIÊNCIA

Esta experiência foi realizada com estudantes dos cursos de Licenciatura em Física e Licenciatura em Matemática do Instituto Federal Catarinense - campus Rio do Sul durante a disciplina de Cálculo III e Cálculo IV, respectivamente. Neste sentido, cabe mencionar que, embora se trate de duas disciplinas diferentes, ambas possuem conteúdos equivalentes em suas ementas. A ementa da disciplina de cálculo III é:

Funções de várias variáveis, derivadas e integrais. Coordenadas polares, cilíndricas e esféricas. Mudanças de coordenadas em integrais. Funções vetoriais. Gradiente divergente e rotacional (PROJETO PEDAGÓGICO DE CURSO LICENCIATURA EM FÍSICA, 2017, p. 46).

Já a ementa da disciplina de cálculo IV é composta por:

Coordenadas polares, cilíndricas e esféricas. Integrais múltiplas. Integrais de linha. Integrais de superfície. Divergente e rotacional. Teorema de Green. Teorema de Stokes (PROJETO PEDAGÓGICO DE CURSO SUPERIOR LICENCIATURA EM MATEMÁTICA, 2017, p. 72).

Como pode ser observado, as integrais múltiplas estão presentes nas duas disciplinas. Para o cálculo das integrais múltiplas, existe a necessidade de conhecer outros sistemas de coordenadas: as coordenadas polares, cilíndricas e esféricas, conforme apontado por Stewart (2001). Em nossos planos de ensino, foi prevista certa carga horária para estudo das principais ideias sobre esses sistemas, bem como a possibilidade de transformação de pontos e equações entre os sistemas.

A turma de Cálculo IV iniciou o semestre estudando esses aspectos, tendo como professora a segunda autora deste artigo. Para isso, foram utilizadas diversas atividades colaborativas, inclusive com o uso do GeoGebra<sup>3</sup>. Após a finalização do estudo dos conteúdos, procurou-se por uma forma alternativa para a avaliação da aprendizagem. Nessa busca, em conversa com o primeiro autor do artigo, então professor da turma de Cálculo III, constatamos que sua turma iria iniciar o estudo das coordenadas polares, então planejamos uma intervenção coletiva entre as turmas, que culminou numa proposta avaliativa para os estudantes de Cálculo IV, conforme figura 1.

### Figura 1: Proposta de Avaliação - Cálculo IV

#### Avaliação de Cálculo 4

Para a avaliação, a turma deverá se organizar em **duas duplas e um trio**. Cada grupo ficará responsável por no máximo 4 alunos da turma de Cálculo 3 da Física.

**Tema da atividade:** Coordenadas Polares

**Conteúdos que deverão ser abordados:**

- Representação álgebra e gráficos dos pontos em coordenadas polares;
- Relações de transformação das coordenadas e sua justificativa, por meio da demonstração;
- Equações e suas representações gráficas (circunferência, rosácea, limaçons e lemniscatas)

**Critérios para avaliação:**

- Roteiro da atividade que contemple: a dinâmica proposta, a teoria, exemplos e os encaminhamentos (exercícios).
- Relevância da atividade proposta, no sentido de justificar o porquê da atividade, como ela contribuir para o entendimento dos conceitos.
- Observação da interação: Domínio de conteúdo, clareza na exposição e escrita, linguagem matemática adequada.

Fonte: dos autores, 2020.

<sup>3</sup> Uma das atividades realizadas está publicada em Nau e Zabel (2019).

A partir das instruções, os estudantes tiveram cerca de duas semanas para preparação de suas atividades. A intervenção teve duração de 3 horas, contando com a participação de 16 estudantes. Cabe salientar que nós optamos pela escolha dos grupos, para que fosse possível uma maior heterogeneidade entre eles. Assim, tivemos os seguintes grupos:

**Grupo A:** formado por 5 estudantes, 2 do Cálculo IV e 3 do Cálculo III.

**Grupo B:** formado por 6 estudantes, 3 do Cálculo IV e 3 do Cálculo III.

**Grupo C:** formado por 5 estudantes, 2 do Cálculo IV e 3 do Cálculo III.

## 5. CONSIDERAÇÕES SOBRE A EXPERIÊNCIA<sup>4</sup>

Durante a atividade avaliativa os docentes das disciplinas optaram por não interferir nas ações dos grupos, a menos que houvesse algum conflito ou equívoco teórico do conteúdo apresentado. Assim, procuramos observar os grupos, considerando as posturas, as falas e o material proposto.

O grupo A investigou os saberes prévios dos estudantes relacionados à trigonometria necessários para o estudo das coordenadas polares. A partir disso, problematizaram como seria possível a representação de um ponto do plano cartesiano em outro sistema de coordenadas. Durante a intervenção, houve uma preocupação para que esse novo conhecimento fosse produzido de forma colaborativa, uma vez que se previu no plano de ensino que esse “novo saber matemático seja desenvolvido e construído junto com os discentes da 4ª fase da física” (Grupo A, 2020).

Já o grupo B, inicialmente, não se preocupou nem com os conhecimentos prévios, nem com os conhecimentos necessários para compreensão do novo conhecimento. Como descrito no plano de ensino e no roteiro da aula proposto, o sistema de coordenada polar foi introduzido de maneira direta. Porém, essa dinâmica foi superada ao longo da atividade, uma vez que houve a necessidade, imposta pelos estudantes da Física, do resgate de alguns conhecimentos. Assim, tendo o grupo uma aceitação para o diálogo, retomou esses conhecimentos, ainda que não havia sido previsto no plano de ensino.

Nos dois grupos (A e B), após a apresentação do sistema de coordenadas polares, recorreu-se ao uso do software GeoGebra para a construção e visualização das equações polares, a partir da proposição de uma atividade investigativa. Com isso, percebemos que houve

---

<sup>4</sup> Neste relato iremos fazer considerações apenas do Grupo A e B.

uma proposta de trabalho colaborativa, na qual a produção de conhecimento foi possibilitada pela manipulação dos elementos com o uso do GeoGebra, como ilustra a figura 2, com parte do roteiro de atividade proposto pelo grupo A.

### Figura 2: Roteiro da atividade do Grupo A

Ainda modificando o comando r.

- $r = a \cdot \cos(b \cdot \theta)$

O que representa o coeficiente de  $\theta$ ? O que ocorre se “b” for qualquer número ímpar ou par?

O que o “a” representa na equação?

Se trocarmos o  $\cos(b \cdot \theta)$  por  $\sin(b \cdot \theta)$ , qual a diferença?

Fonte: Sujeitos da pesquisa (2020).

Com base nisso, a intervenção proposta pelos grupos manteve uma relação dialógica entre os sujeitos. Os estudantes da Licenciatura em Matemática tiveram preocupação com as falas e os termos utilizados, tanto em relação ao rigor matemático quanto à compreensão desses termos. Assim, percebemos esse cuidado desde a elaboração do roteiro da aula até durante a intervenção, o que demonstra que se sentiram corresponsáveis pelo processo de aprendizagem dos colegas.

## 6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A proposta da realização desta experiência foi fruto de nossas inquietações, enquanto docentes, sobre o ensino de CDI nas licenciaturas e o ato de avaliar. Para nós, o ensino de CDI deve dar subsídios teóricos para os futuros professores planejarem sua ação docente, ou seja, esse ensino deve mobilizar o conhecimento do conteúdo matemático necessário à sua formação (SHULMAN, 2014). No que tange a avaliação, entendemos que ela é necessária aos processos de ensino e aprendizagem e que “está o tempo todo presente e, consciente ou inconscientemente, orienta nossa atuação” (FREITAS et al, 2014, p. 16).

A partir desses pressupostos, consideramos que a atividade avaliativa proposta, além de oportunizar a reconstrução de conhecimentos do CDI, feita de forma colaborativa, possibilitou aos estudantes o desenvolvimento de conhecimentos necessários para sua formação e futura atuação. Isso é percebido uma vez que, para além do domínio do conteúdo a ser

ensinado aos outros estudantes, eles precisaram mobilizar outros conhecimentos da prática docente, tais como pedagógicos e curriculares.

Entendemos as limitações da proposta aqui apresentada, uma vez que ela foi possível por conta do currículo da instituição e dos horários dos docentes serem compatíveis. No entanto, como formadores de professores, acreditamos nas potencialidades de práticas pedagógicas que superem o ETV também no espaço da formação docente e, por consequência, em modos de avaliação consonantes com elas. Assim, entendemos que a presente proposta de avaliação transcende as avaliações excludentes presentes, majoritariamente, no ensino de CDI, proporcionando o desenvolvimento profissional dos estudantes. Além disso, ela promove um processo de aprendizagem colaborativo e dialógico, rompendo com a lógica individual e competitiva de uma avaliação tradicional.

## REFERÊNCIAS

- BALDINO, R. R. **Assimilação Solidária**. Grupo de Pesquisa-Ação em Educação Matemática. Unesp: Rio Claro, 2001.
- BARUFI, M. C. B. **A Construção/Negociação de Significados no Curso Universitário Inicial de Cálculo Diferencial e Integral**. 1999. 195f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade de São Paulo, Faculdade de Educação, 1999.
- BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Câmara de Educação Superior. **Parecer nº 1.302, de 2001**.
- COIMBRA, J. M. **O Ensino de Cálculo na Educação Básica**. Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, da Universidade do Estado do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro. (Dissertação). 47p, 2015.
- FIORENTINI, D; OLIVEIRA, A.T.C.C. O lugar das Matemáticas na Licenciatura em Matemática: que matemáticas e práticas formativas? **Bolema**, Rio Claro, v. 27, n. 47, p. 917-938, 2013.
- FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 39 ed, 2009.
- FREITAS, L. C. de; SORDI, M. R. L. de; MALAVASSI, M. M. S; FREITAS. H. C. L. de. **Avaliação Educacional: Caminhando pela contramão**. Petrópolis, RJ: Vozes, 7 ed, 2014.
- HENNING, E; MORO, G; PACHECO, P.S; **Determining Factors for Success in Differential and Integral Calculus Courses using Logistic Regression Model**. Joinville, SC: UDESC, 2013.
- INSTITUTO FEDERAL CATARINENSE. **Projeto Pedagógico do Curso de Licenciatura em Matemática**. Rio do Sul: IFC, 2017.

INSTITUTO FEDERAL CATARINENSE. **Projeto Pedagógico do Curso de Licenciatura em Física**. Rio do Sul: IFC, 2017.

LOPES, A. Algumas reflexões sobre a questão do alto índice de reprovação nos cursos de Cálculo da UFRGS. **Sociedade Brasileira de Matemática** (Matemática Universitária). Rio de Janeiro, n.26/27, p.123-146, jun./dez. 1999.

LOPES, C. E.; MUNIZ, M. I. S. **O processo de avaliação nas aulas de matemática**. Campinas: Mercado de Letras, 2010.

NAU, F. J.; ZABEL, M. Matemática, tecnologias e o ensino de cálculo. In: SCHELLER, M.; OLIVEIRA, F. P. Z. de; CIVIERO, P. A. G.; PIRES, R. S. **Vivências e experiências na formação inicial de matemática**. Blumenau, SC: IFC, 2019.

PAGANI, E.M.L.; ALLEVATO, N.S.G. Ensino e aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral: um mapeamento de algumas teses e dissertações produzidas no Brasil. **VIDYA**, 34(2), jul./dez., 2014 - Santa Maria.

RABELO, E.H. **Avaliação: novos tempos e novas práticas**. Petrópolis, RJ: Vozes, 1998.

REZENDE, W.M. **O Ensino de Cálculo: Dificuldades de Natureza Epistemológica**. 2003. 450f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade de São Paulo, Faculdade de Educação, 2003.

SHULMAN, L. S. Conhecimento e ensino: fundamentos para a nova reforma. Tradução de Leda Beck. **Cadernos Cenpec**, São Paulo, v. 4, n. 2, p. 196-229, dez. 2014. Disponível em: <http://cadernos.cenpec.org.br/cadernos/index.php/cadernos/article/view/293>. Acesso em: 14 mai. 2019.

SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (SBEM). A formação do professor de Matemática nos cursos de licenciatura: reflexões produzidas pela comissão paritária. **Boletim Informativo**, n.21, 2013.

STEWART, J. **Cálculo**. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 4 ed, 2v; 2001.

ZARPELON, E. **Análise do desempenho de alunos calouros de engenharia na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I: um estudo de caso na UTFPR**. 2016. 117 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciência e Tecnologia) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Ponta Grossa, 2016.