

ENSINO DE MATEMÁTICA COM MODELAGEM: TESOURA DE TELHADO

Bruna Micoanski¹
Mônica Marina Sordi²
Pedro Augusto Pereira Borges³

Resumo: O presente trabalho é o relato de uma experiência de Modelagem Matemática em sala de aula da Educação Básica. A experiência é parte das atividades do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID). Neste trabalho, buscamos mostrar a modelagem como um recurso didático para ensinar Matemática associada a outras estratégias de ensino. Relatamos a elaboração de um modelo para calcular a quantidade de madeira necessária para construção de uma tesoura de telhado. A atividade foi aplicada em aula extraclasse, com quatro estudantes do nono ano do Ensino Fundamental, de uma escola pública de bairro. Busca-se expressar o envolvimento dos estudantes na atividade de investigação proposta, além de refletir sobre nossa prática docente, visando promover a autocrítica necessária para a formação profissional das pesquisadoras. Como principais resultados dessa experiência de ensino, pode-se pontuar a boa participação dos alunos, que conseguiram perceber a matemática presente no cotidiano, além da promoção da autoestima das futuras docentes. No cenário de investigação foi possível perceber que atividades de modelagem podem fazer parte de sequências didáticas de Matemática por promoverem a contextualização do conhecimento matemático.

Palavras-chave: Modelagem Matemática. Sequência Didática. Tesoura de telhado. Teorema de Pitágoras.

1. INTRODUÇÃO

Ao refletir sobre o conhecimento matemático presente em diferentes ofícios e situações cotidianas, podemos elencar o seguinte questionamento: “Como trabalhar a interdisciplinaridade entre este conhecimento e o conhecimento matemático escolar?”. Uma alternativa para isso, que vem se mostrando bastante eficaz é a Modelagem Matemática, utilizada tanto como recurso de ensino, como método científico (BASSANEZI, 2015, p. 32). Segundo Bassanezi (2015, p. 24), a Modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual.

A Modelagem Matemática (MM) também é caracterizada como uma tendência na Educação Matemática. Uma proposta de sua utilização em sala de aula é apresentada por Vicentin (2016, p. 95) que expõe uma pesquisa desenvolvida com uma turma do 3º ano do Ensino Médio de uma escola do Paraná, na qual percebeu a dificuldade dos alunos com

¹ Licencianda em Matemática pela Universidade Federal da Fronteira Sul (UFFS). Bolsista do PIBID (Edital 07/CAPES/2018); e-mail: brunamicoanski@gmail.com.

² Licencianda em Matemática pela Universidade Federal da Fronteira Sul (UFFS). Bolsista do PIBID (Edital 07/CAPES/2018); e-mail: monicamarinasordi@gmail.com.

³ Doutor em Engenharia Mecânica e Docente da Universidade Federal da Fronteira Sul (UFFS). Coordenador do PIBID-Matemática-UFFS (Edital 07/CAPES/2018); e-mail: pedro.borges@uffs.edu.br

conteúdo de geometria e propôs uma atividade de modelagem, cujo tema "morte" foi escolhido pelos estudantes, sendo esse um assunto de interesse deles. A atividade envolveu conteúdos de geometria como o cálculo de área de figuras planas para solucionar as situações problemas elaboradas, como descobrir quanto se gastará em materiais e em mão de obra na construção de um túmulo simples. Esse trabalho trouxe como uma das conclusões, que tal atividade levou os alunos a compreender a utilização do conceito de área no cotidiano.

Especificamente, no nosso relato de experiência, dissertaremos acerca de uma proposta um pouco distinta. Trata-se de uma atividade de ensino planejada e executada durante a realização do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID). A atividade foi planejada como aula extracurricular, visto que anteriormente à atividade, foram ministradas aulas referentes aos Triângulos Retângulos e ao Teorema de Pitágoras. Entretanto, durante a realização dessas aulas com os estudantes da escola participante do PIBID, percebemos que precisávamos de tempo para colocar em prática atividades aplicadas sobre o conteúdo, a fim de torná-lo menos abstrato aos discentes.

A opção pela aula extraclasse se deu porque a Modelagem é um processo de investigação pouco previsível em termos de ações e duração, enquanto os ambientes e tempos da escola são pré-definidos, já que cada aula possui um horário limitado e reduzido. Esse impasse suscita insegurança e rejeição dos professores em utilizar a MM em sala de aula. Dispondo de um turno inteiro do contraturno, nosso objetivo foi mostrar que era possível aplicar uma atividade de MM para alunos que nunca tiveram esse tipo de experiência.

Este trabalho relata a experiência desenvolvida em uma atividade de MM realizada com alunos do 9º ano do ensino Fundamental de uma escola da rede pública de ensino do município de Chapecó/SC, participante do PIBID. Inicialmente, apresentamos uma breve reflexão sobre a presença da MM na Educação Básica, nos baseando em pesquisadores do assunto. Em seguida, relatamos nossa experiência na utilização dessa tendência em nossa formação inicial docente e, por último, refletimos sobre a experiência, ressaltando possíveis atividades complementares e tópicos do conhecimento matemático que poderiam ter sido detalhados/abordados.

2. APRENDIZAGEM E ENSINO COM MODELAGEM

Há quatro décadas iniciou-se o movimento da MM na Educação Matemática (MEM) brasileira, devido a matemáticos brasileiros, tais como Ubiratan D' Ambrosio,

conhecido como o pai da Etnomatemática, além de Aristides Barreto e Rodney C. Bassanezi, que segundo Biembengut (2009, p.20) foram dois pesquisadores precursores da modelagem nos programas de pós-graduação do país, responsáveis por formar uma rede de modeladores que passaram a pesquisar como ensinar Matemática com modelagem na escola.

A MEM é um tema de forte relevância para a Educação Matemática, presente como objeto em diversas pesquisas, artigos e dissertações. Neste sentido, Scheller e Biembengut (2013) apresentaram um mapeamento de estudos realizados sobre a MM na Educação Básica brasileira no período de 2007-2013 e identificaram 796 produções de trabalhos acadêmicos e artigos publicados em revistas científicas. Destas produções foram selecionadas nove dissertações direcionadas ao Ensino Médio, onde verificou-se que:

Os autores que utilizam MM em suas experiências de ensino, priorizam a melhor qualidade de ensino de Matemática visando aprendizagem, sucesso e permanência dos alunos na escola ou, por outro lado, procuram estimular o espírito investigativo utilizando a Modelagem sob o viés da pesquisa. (SCHELLER e BIEMBENGUT, 2013, p. 10)

Desta forma, Scheller e Biembengut (2013) concluíram que a MM representa uma nova possibilidade de estudar matemática, pois coloca em prática a investigação e possibilita momentos de reflexão. Almeida e Silva (2010) também abordaram o escopo do Ensino Médio, através do desenvolvimento e análise de atividades de modelagem, durante um período de dois anos com uma turma de 2º ano do Ensino Médio. O objetivo das atividades analisadas foi de introduzir interesses da Educação Matemática Crítica por meio da MM. De modo que durante o desenvolvimento das atividades emergiram discussões acerca de questões culturais, políticas, sociais e econômicas, que levaram os alunos a refletir sobre diversos setores da sociedade, estimularam a construção do conhecimento matemático e da argumentação, bem como o exercício da cidadania. Tal abordagem é consonante com a Educação Matemática Crítica de Skovsmose (2001), de desenvolver, além das habilidades do conhecimento matemático, aquelas que permitem ao estudante participar criticamente na sociedade, entendendo e discutindo questões políticas, sociais e econômicas.

4. RELATO DA EXPERIÊNCIA

A atividade de MEM relatada neste trabalho foi desenvolvida durante a realização do Subprojeto PIBID/Matemática (Edital 07/CAPES/2018) - Subprojeto Matemática da UFFS,



campus Chapecó/SC. O propósito do programa foi de aproximar a universidade e as escolas de Educação Básica, qualificando os futuros professores e os inserindo na realidade da qual irão fazer parte. Além dos acadêmicos de cursos de licenciatura, participaram do projeto professores da instituição de ensino superior e professores regentes das turmas das escolas.

Nesse Subprojeto, elaboramos uma sequência didática sobre Triângulos Retângulos e o Teorema de Pitágoras, contemplando as habilidades propostas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Com auxílio e supervisão dos coordenadores e da professora regente, aplicamos a sequência nas aulas de Matemática de uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental, com 24 alunos, em uma escola participante do projeto, nos meses de agosto e setembro de 2019.

Observou-se que os estudantes não chegaram a perceber com muita clareza a presença dos Triângulos Retângulos no cotidiano, por isso queríamos encontrar uma forma de trabalhar ao menos uma aplicação prática do Teorema de Pitágoras com esses discentes. Desafiadas por um dos coordenadores do referido Subprojeto do PIBID, desenvolvemos outra sequência didática na forma de uma *modelagem induzida*⁴ sobre a construção de tesouras de telhado, buscando completar essa lacuna.

A atividade planejada teve como principal objetivo resolver um problema real com modelagem e com isso aplicar o Teorema de Pitágoras. A aula extracurricular foi planejada em etapas, explicitadas na tabela 1.

⁴ Entendemos “modelagem induzida” como uma MM, que Barbosa (2001) nomeia como do tipo 1.

Tabela 1 - Atividades desenvolvidas

Etapas da atividade	Descrição da atividade	Objetivos da atividade
1	Apresentação sobre tipos de tesoura de telhado e resolução de questões envolvendo triângulos retângulos presentes nessa construção.	Possibilitar a reflexão e discussão sobre a matemática presente no cotidiano e no mundo do trabalho.
2	Utilização do Excel para aplicar as fórmulas da quantidade de madeira e custo para tesouras de telhado de diferentes tamanhos.	Mostrar como a tecnologia, quando bem utilizada, pode facilitar a realização de cálculos.
3	Construção de maquetes da tesoura de telhado.	Estimular o ludismo na criação de uma miniatura do objeto estudado.

Fonte: Os autores

Essa atividade de modelagem foi realizada alguns dias após o término da aplicação da primeira sequência didática, no contraturno escolar da turma do 9º ano, teve duração de 4 horas e ocorreu parte em uma sala de aula e parte no laboratório de informática da própria escola. A atividade contou com a participação de quatro alunos da turma, além da professora regente.

Na etapa I, realizamos uma aula expositiva na qual ocorreu a contextualização sobre a utilidade, formato e modelos de tesoura de telhado. Explicamos que os triângulos são formas rígidas, isto é, ao aplicar forças em um de seus vértices, mantendo os demais fixos, seus ângulos jamais serão deformados. O mesmo não ocorre com quadriláteros, pois ao aplicar forças em um dos vértices, mantendo outros dois fixos e um livre, ocorre a deformação dos ângulos, mesmo que seus lados permaneçam com as mesmas medidas. Para a visualização da propriedade da rigidez dos triângulos, entregamos aos estudantes um triângulo e um quadrilátero feitos de palitos de picolé e conectados com parafusos nos vértices, para que eles movimentassem o material e percebessem a rigidez dos triângulos, conforme a figura 1.

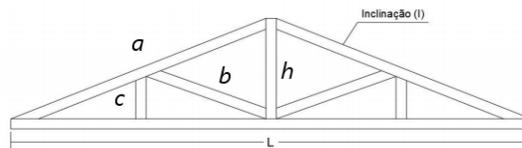
Figura 1 - Rigidez do triângulo



Fonte: Andrini e Vasconcellos, 2012, p. 151

Em seguida, discutimos que a utilização de triângulos é notória na construção civil, em específico, nos telhados das casas. Questionamos se os alunos já imaginaram um telhado que se deforma com o vento ou a chuva, como o quadrilátero de palitos é deformado com a força aplicada sobre seus vértices. Isso pareceu atender uma recomendação da BNCC: “reconhecer a rigidez mecânica dos triângulos e suas aplicações, como na construção de estruturas arquitetônicas (telhados, estruturas metálicas e outras)” (BRASIL, p. 309). Em seguida, projetamos alguns tipos de tesouras de telhados para os alunos e houve a escolha de um tipo específico, que apresenta vários triângulos retângulos, a tesoura com tirante e escoras, representada na Figura 2.

Figura 2 - Tipo de tesoura utilizado na atividade

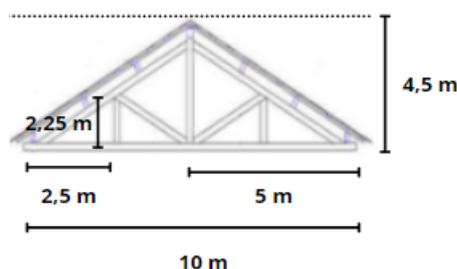


Fonte: Os autores

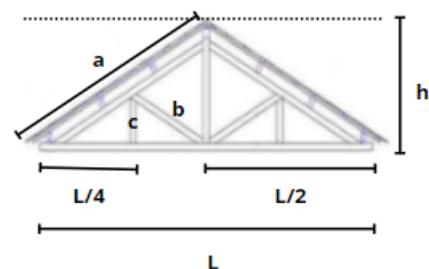
Em seguida, foram entregues aos estudantes algumas atividades abordando a aplicação do Teorema de Pitágoras, conforme as mostradas na Figura 3, nas quais os alunos calcularam a quantidade de madeira necessária para a construção da tesoura com valores conhecidos e, posteriormente, com valores desconhecidos (genéricos).

Figura 3- Atividades de ensino

1. Calcule a quantidade de madeira, em metros, que deve ser comprada para construir essa tesoura de telhado cujas medidas estão representadas na figura abaixo:



2. Calcule a quantidade de madeira, em metros, que deve ser comprada para construir qualquer tesoura de telhado como a representada abaixo:



Fonte: Os autores

Nessa etapa, os alunos apresentaram mais dificuldades, principalmente com a dedução das fórmulas genéricas, para calcular a quantidade de madeira utilizada para a construção de tesouras de telhado do tipo tirante com escoras. Com base na identificação de triângulos retângulos da Figura 2, foram deduzidas as equações 1, 2 e 3.

$$a = \frac{\sqrt{L^2 + 4h^2}}{2} \quad (1)$$

$$c = \frac{\sqrt{4a^2 - L^2}}{4} \quad (2)$$

$$b = \frac{\sqrt{16c^2 + L^2}}{4} \quad (3)$$

Na etapa II, foi elaborado um pequeno algoritmo. Considerando os valores de L e h como dados de entrada (valores conhecidos), foram calculados os comprimentos das ripas a , c e b com as equações 1, 2 e 3, respectivamente. Com a equação 4, foi calculada a quantidade de madeira necessária para construir qualquer tesoura do tipo tirante com escoras.

$$S = 2(a+b+c) + L + h \quad (4)$$

O algoritmo foi implementado em uma planilha eletrônica que viabilizou o cálculo da quantidade de madeira e, sabendo o preço do metro linear da madeira, foi calculado também o custo das ripas utilizadas na construção de tesouras com dimensões quaisquer. Os estudantes se entusiasmaram com essa atividade, mas percebemos que alguns deles demonstraram dificuldades em inserir as fórmulas encontradas na planilha eletrônica. Para concluir a atividade, na etapa III, ocorreu a construção de maquetes do modelo de tesoura estudado, conforme a Figura 4.

Figura 4 - Estudantes construindo maquetes de tesoura de telhado



Fonte: Os autores

A construção das maquetes foi a etapa preferida da atividade para os estudantes. Os palitos já tinham sido cortados do tamanho certo para a construção para que eles não se

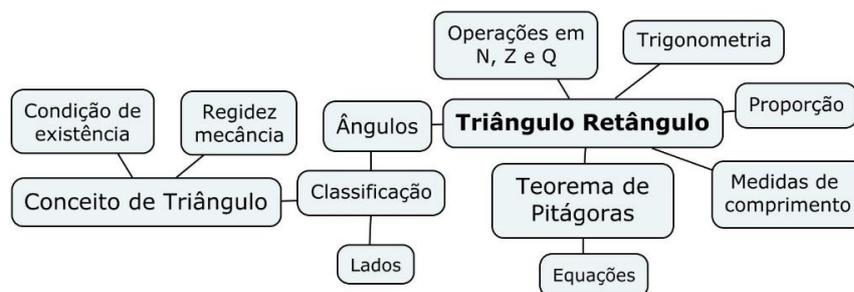
machucassem. Entretanto, vários deles utilizaram régua para centralizar os palitos, pois sabiam que as ripas internas da tesoura de telhado do modelo apresentado ficavam sobre o ponto médio dos lados, conforme visto na Etapa I.

As atividades relatadas caracterizam-se como uma experiência simples de *modelagem induzida*, visto que sugerimos o tema (tesoura), o problema (determinar a quantidade de madeira da tesoura) e apesar de termos deixado os estudantes chegarem em suas próprias resoluções, participamos ativamente desse processo. No final de cada uma das etapas das atividades, sistematizamos as conclusões obtidas pelos estudantes, de forma a reforçar a teoria anteriormente estudada. Na sistematização, buscamos enfatizar o conteúdo matemático estudado em cada uma das atividades de ensino, visando o aprendizado pleno dos estudantes.

As situações didáticas de sistematização possibilitam ações de aprendizagem do conhecimento matemático, por isso são didaticamente fundamentais, pois, durante a modelagem, a prioridade da ação é a solução dos problemas e não propriamente a aprendizagem de matemática. (BORGES e NEHRING, 2008, p.144)

Durante as três etapas da aplicação da atividade de modelagem sobre tesouras de telhado, nos preocupamos em fazer as “sínteses e sistematizações necessárias para a organização do aprendizado escolar, que a modelagem não contempla totalmente [...]” (BORGES e NEHRING, 2008, p.145). Entretanto, estamos cientes que o nosso planejamento poderia ser aprimorado em outras aplicações, com o acréscimo de novas atividades de ensino que abordassem outros assuntos que vieram à tona na aplicação dessa atividade de modelagem. No mapa conceitual da Figura 5, pode-se visualizar os elementos do conhecimento matemático que se relacionam com a atividade de modelagem desenvolvida.

Figura 6 - Mapa Conceitual da atividade de modelagem desenvolvida



Fonte: Os autores

Felizmente, a modelagem desempenhou um papel motivador da aprendizagem na experiência relatada, visto que os estudantes saíram da sala de aula observando a estrutura da

escola, onde identificaram as tesouras de telhado presentes no refeitório. Perceberam que estas tesouras não correspondiam ao modelo de tirantes com escoras, mas que também eram compostas por triângulos retângulos. Os estudantes associaram, por exemplo, que a hipotenusa de um triângulo retângulo, no caso na tesoura de telhado, é a maior ripa ou aquela que está mais próxima às telhas. Logo, a atividade proporcionou conhecimento aos alunos, pois “expressamos nossos conhecimentos tanto pelo que dizemos (forma predicativa) como através do que fazemos em situação (forma operatória)” (VERGNAUD, 2017, p. 19). Dessa maneira, a modelagem contribuiu para o aprendizado dos estudantes, possibilitando a construção de significados concretos para conceitos, como o conceito de hipotenusa, catetos, triângulo retângulo, dentre outros.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Por intermédio do PIBID, pudemos desenvolver várias atividades significativas em sala de aula, tais como a relatada neste trabalho. Aprendemos muito com essas experiências, por isso julgamos que o programa foi de suma importância em nossa formação inicial docente. Nessa experiência extraclasse, percebemos como é possível introduzir a MM em aulas de Matemática por meio do planejamento de sequências didáticas. Em nosso planejamento, optamos por atividades diretivas, ou seja, aquelas nas quais os professores direcionam os estudantes para que eles consigam investigar o problema real proposto, no caso, descobrir a quantidade de madeira necessária na construção de uma tesoura de telhado do tipo tirante com escoras. De acordo com Borges e Nehring (2008, p. 131) o ensino gerado por sequências didáticas em geral, principalmente as de modelagem, integra diferentes conteúdos e desenvolve a habilidade de associar os conceitos matemáticos às situações reais.

Concluimos que a modelagem, complementada com sequências didáticas, contribui para uma aprendizagem mais significativa, sem perder sua característica de investigação de problemas, conforme pontuam Borges e Nehring (2008, p. 131). A característica principal da MM no processo ensino-aprendizagem é a de contextualizar o conhecimento matemático, o que, de fato, ocorreu em nossa experiência.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle; SILVA, André. Por uma Educação Matemática Crítica:

a Modelagem Matemática como alternativa. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v.12, n.2, p. 221-241, 2010.

ANDRINI, Álvaro; VASCONCELLOS, Maria José. **Praticando matemática**, 6. 3. ed. São Paulo: Editora do Brasil, 2012.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. *In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED*, 24., 2001, Caxambu. **Anais [...]**. Rio Janeiro: ANPED, 2001. p. 1-30.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Modelagem Matemática: Teoria e Prática**. 1. ed. São Paulo: Contexto, 2015.

BIEMBENGUT, Maria Salett. 30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, Blumenau, v.2, n.2, p.7-32, 2009

BORGES, Pedro Augusto Pereira; NEHRING, Cátia Maria. Modelagem matemática e sequências didáticas: uma relação de complementaridade. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 30, n.1, p. 131-147, 2008.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018. Regra Geral.

SHELLER, Morgana; BIEMBENGUT, Maria Salett. Modelagem Matemática na Educação Brasileira: Um Mapa do Contexto do Ensino Médio. *In: CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DA MATEMÁTICA*, 6., 2013, Canoas. **Anais [...]**. Canoas: ULBRA, 2013. p. 1-11.

SKOVSMOSE, Ole. **Educação Matemática crítica – A questão da democracia**. 4. ed. Campinas: Papirus Editora, 2001.

VERGNAUD, Gérard. O que é aprender? Por que Teoria dos Campos Conceituais? *In: GROSSI, Ester Pilar (org.)*. **O que é aprender? O iceberg da conceitualização. Teoria dos Campos Conceituais TCC**. 1. ed. Porto Alegre: GEEMPA, 2017.

VICENTIN, Fábio Roberto. Modelagem Matemática: o relato e implicações de uma experiência no Ensino Médio. *In: BRANDT, Celia Finck; BURAK, Dionísio; KLÜBER, Tiago Emanuel (org.)*. **Modelagem Matemática: perspectivas, experiências, reflexões e teorizações**. 2 ed. Ponta Grossa: Editora UEPG, 2016. p. 89-105.