COMPARTILHANDO UMA VIVÊNCIA ACERCA DA GENERALIZAÇÃO DE PADRÕES NOS ANOS INICIAIS

Silvana Leonora Lehmkuhl Teres [1]
Adriana Jungbluth [2]

Resumo: Este relato apresenta um recorte das atividades desenvolvidas por duas professoras participantes de um grupo de estudos da Universidade Federal de Santa Catarina que se preocupa com a aprendizagem da matemática na Educação Básica. Trata-se de uma vivência que aconteceu em uma turma de 3º ano dos anos iniciais em uma escola pública de Florianópolis - SC, no segundo semestre de 2019. A ação realizada por meio da parceria entre a escola e a universidade teve como objetivo investigar o desenvolvimento do Pensamento Algébrico, em especial da ideia de generalização de padrões em sequências repetitivas com o uso de tarefas exploratórias. O trabalho está alinhado aos estudos que consideram a prática do professor no desenrolar da sua atividade profissional na formação de Professores e Futuros Professores que ensinam matemática. As ações e reflexões das professoras-pesquisadoras foram norteadas pela perspectiva da Pesquisa Narrativa. As informações compartilhadas sinalizam que o uso das tarefas exploratórias nas aulas proporcionou uma dinâmica que favoreceu a interação entre as professoras e as crianças e entre as próprias crianças, ampliou a comunicação matemática na sala de aula, a compreensão da ideia de generalização em sequências repetitivas pelas crianças, e, a reflexão sobre a própria prática.

Palavras-chave: Formação de Professores que ensinam matemática. Desenvolvimento do Pensamento Algébrico. Ensino Exploratório.

1. INTRODUÇÃO

Este trabalho apresenta as nossas vivências e reflexões acerca do desenvolvimento de tarefas exploratórias de conteúdos associados ao pensamento algébrico em uma escola pública de Florianópolis – SC. Neste recorte iremos focar a sequência didática elaborada para a introdução da ideia de generalização de padrões em sequências repetitivas, desenvolvida no segundo semestre de 2019, em uma turma do 3º ano do Ensino Fundamental, composta por 28 crianças na faixa etária de 8 a 9 anos.

Os estudos dos conteúdos associados ao desenvolvimento do pensamento algébrico e a elaboração das tarefas exploratórias que fundamentaram as nossas ações pedagógicas foram realizados em conjunto com os integrantes do Grupo de Estudos ICEM - Insubordinação Criativa em Educação Matemática, da Universidade Federal de Santa Catarina. As ações desenvolvidas no Grupo de Estudos ICEM estão alinhadas aos estudos que compreendem que a formação de Futuros Professores e Professores que ensinam matemática

[1] Mestrado em Educação. Doutoranda do PPGECT/UFSC. Professora de Matemática do Colégio de Aplicação da UFSC. E-mail: silvanaeleonorateres@gmail.com.
[2] Mestrado em Educação Científica e Tecnológica/ UFSC. Professora de Matemática da Prefeitura Municipal de Florianópolis. E-mail: adriadrij@gmail.com.

precisa considerar a prática do professor no desenrolar da sua atividade profissional (Fiorentini, 2009; Zeichner, 2010; Cyrino; Oliveira, 2016). Nesse sentido, as reflexões oportunizadas nesse espaço de formação acerca das práticas de seus participantes, Professores e Futuros Professores, contribuem para as discussões no campo de conhecimento da pesquisa em sala de aula.

Em 2019 o grupo estudou os conteúdos associados ao desenvolvimento do pensamento algébrico e elaborou tarefas de caráter exploratório para desenvolvê-las junto aos estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Seus participantes tinham por objetivo analisar os discursos e conhecimentos mobilizados pelas crianças nas ações voltadas à aprendizagem dos conteúdos acerca da generalização de padrões em sequências repetitivas, sequências recursivas, e sobre as ideias associadas ao uso do sinal de igual. O eixo Álgebra foi escolhido pelos participantes do grupo por reconhecerem a necessidade de estudos e discussões acerca do ensino e da aprendizagem dos conteúdos desse eixo, incluído no currículo de Matemática dos anos iniciais de acordo com a Base Nacional Curricular Comum – BNCC, publicada em 2017.

As ações realizadas por nós, professoras-pesquisadoras, tiveram uma dimensão colaborativa ao logo do planejamento, desenvolvimento, registro e sistematização das informações construídas com as crianças. Optamos por uma abordagem qualitativa, pautada na perspectiva da Pesquisa Narrativa (Connelly; Clandinin, 2011) e consideramos nas análises o planejamento da sequência didática, os registros escritos das crianças, e as transcrições de excertos de áudios e vídeos das aulas. Pretendemos com esse relato compartilhar nossa vivência e contribuir para o desenvolvimento do pensamento algébrico dos estudantes dos anos iniciais, em especial a ideia de generalização de padrões em sequências repetitivas.

2. ALGUMAS NOTAS TEÓRICAS

Para Fiorentini, Fernandes e Cristóvão (2005), o pensamento algébrico é um modo especial de pensamento que os sujeitos constroem socialmente e cognitivamente. Assim, o seu desenvolvimento pelos estudantes precisa ser planejado e estruturado pelos docentes de forma a ser trabalhado de maneira contextualizada e conectada com os outros campos do conhecimento.

Blanton e Kaput (2011) sinalizam que os professores desempenham um papel significativo no desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos, por suas ações

envolverem a análise, seleção, adaptação e a criação de tarefas. E, ainda, a interpretação sobre o que os alunos escrevem e falam sobre os padrões presentes em sequências. Esses autores reconhecem que os registros escritos ou verbais que explicitam o pensamento do aluno são recursos que possibilitam ao professor refletir sobre a prática de ensino e a aprendizagem desses conteúdos. Entretanto, mesmo reconhecendo que a comunicação é relevante para o desenvolvimento do pensamento algébrico dos estudantes, essas discussões acerca da linguagem e das interações dialógicas nas aulas de Matemática são poucos explicitadas, ou negligenciadas nos contextos de formação de professores que ensinam Matemática (CYRINO; OLIVEIRA 2016).

No grupo de estudos ICEM essas discussões são contempladas e subsidiadas por narrativas de aulas trazidas pelos professores do grupo. Os professores consideram importante trazer em suas narrativas de aulas, excertos de áudios e vídeos do desenvolvimento das atividades com os estudantes. O uso de vídeos para refletir sobre aspectos da prática docente na formação de professores vem sendo utilizado para (re)ver segmentos de aulas sob diferentes perspectivas e promover análises mais aprofundadas sobre aspectos importantes do ensino e da aprendizagem na sala de aula (GROSSMAN; HAMMERNES; McDONALD, 2009).

Reconhecemos que a aprendizagem dos conceitos matemáticos pelos estudantes depende de vários fatores, mas consideramos importante investigar acerca das tarefas e as explorações oportunizadas nas aulas de Matemática. Optamos pela perspectiva de ensino exploratório, na qual a dinâmica da aula de Matemática acontece em uma sequência articulada de quatro fases: 1ª) Proposição e apresentação da tarefa; 2ª) Desenvolvimento da tarefa pelos alunos; 3ª) Discussão coletiva da tarefa e estratégias dos alunos; e, a 4ª) Sistematização dos principais conceitos abordados (CANAVARRO, 2011; CYRINO; OLIVEIRA, 2016).

Fundamentamos a metodologia de investigação e análise na abordagem da Pesquisa Narrativa, por compreendermos que seus pressupostos contribuem para a construção das narrativas de aulas e para o nosso processo de constituição de professoras-pesquisadoras. A Pesquisa Narrativa concebe que a educação está intrinsecamente relacionada à experiência e à vida. De acordo com os autores, para pensar narrativamente sobre o fenômeno e compor os textos da pesquisa, os pesquisadores precisam estar no campo da investigação, pois nessa perspectiva, a pesquisa é uma maneira de entender e questionar a experiência através da colaboração entre pesquisadores e participantes, ao longo do tempo, e em interações sociais (CONNELLY; CLANDININ, 2011).

3. METODOLOGIA

Nosso trabalho colaborativo perpassou o planejamento da sequência didática, a escolha dos recursos didáticos que iriamos utilizar, a construção de materiais, à adaptação das tarefas exploratórias elaboradas pelo grupo ICEM, o desenvolvimento das atividades junto às crianças, o registro, a sistematização das informações e as reflexões trazidas neste texto.

Estabelecemos uma parceria pedagógica com a escola e as professoras das turmas com as quais iríamos trabalhar. Enquanto uma professora-pesquisadora mediava o desenvolvimento das tarefas no coletivo da turma, as demais contribuíam com mediações junto às duplas e faziam o registro das interações dialógicas por meio de áudios e vídeos com o celular. Esse trabalho em conjunto foi importante para nos apoiarmos mutuamente com reflexões críticas que visavam à aprendizagem das crianças. Decidimos que neste recorte iríamos trazer as mediações que realizei com esse grupo, por isso justifico o uso da 1ª pessoa nas interações com às crianças.

Em conformidade com a perspectiva histórico-cultural, compreendemos que as crianças precisavam se familiarizar com o vocabulário próprio dos conteúdos associados ao desenvolvimento do pensamento algébrico. Desse modo, optamos por trabalhar inicialmente a compreensão dos conceitos de padrão e sequências a partir de ilustrações que retratavam situações em que as crianças poderiam identificar alguma regularidade, ou uma ordem de crescimento ou de decrescimento. Utilizamos ilustrações de atletas praticando nado sincronizado, uma estrela do mar, um painel construído com a técnica de mosaico, e um tapete de crochê confeccionado por artesãs da comunidade onde a escola estava inserida. À medida que as ilustrações eram fixadas na lousa, as crianças iam reconhecendo o que elas retratavam e comentavam as experiências ou informações que queriam compartilhar. A seguir, socializamos um excerto com um trecho do diálogo entre as crianças[3], e entre elas e a professora, mobilizado acerca da primeira ilustração:

> **Bernardo**: *Meninas nadando na piscina! Estão todas com um braço levantado e com a cabeça virada para o mesmo lado.*
> **Suelen**: *Elas estão repetindo o mesmo movimento, elas estão todas igualzinhas, na mesma posição.*
> **Pedro**: *Elas são atletas, eu vi na TV, nas olimpíadas. Como é o nome desse esporte mesmo?*
> **Natan**: *Eu sei, nado sincronizado.*
> Professora: *Vocês já ouviram a palavra sincronizado? Alguém sabe dizer o que é?*
> **Pedro**: *Eu sei. Eu sei. Tem a ver com ajustar o tempo para algo acontecer no momento certo como nos semáforos, os fogos de artifícios. Tem uma programação, não acontece por acaso.* (Fonte: Arquivos das autoras)

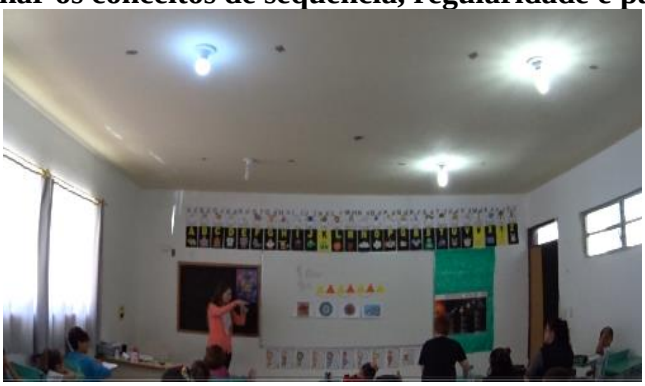
[3] Os verdadeiros nomes das crianças não correspondem aos nomes utilizados no excerto.

Após essas considerações iniciais fiz outros questionamentos a fim de ampliar o vocabulário das crianças e relacionar as ideias trazidas por elas ao conteúdo matemático. Então, propus as seguintes questões: "*O que vocês percebem nessas imagens? Há elementos que se repetem? Conseguem perceber alguma ordem ou algum agrupamento?"*. As crianças responderam coletivamente: *"Sim. Tem coisas que se repetem"*. Fiz outras proposições: "*Esses elementos que vocês perceberam que se repetem trazem uma ideia de sequência? Alguém sabe explicar o que é uma sequência?"*. (Fonte: Arquivos das autoras)

As crianças exemplificaram outras situações que representavam alguma regularidade ou a ideia de padrão, como os saltos ornamentais dos paraquedistas, os mosaicos de azulejos. Em seguida, fui afixando na lousa a formas de EVA que havíamos construído com a intenção de contribuir para a compreensão a ideia de regularidade, por meio da identificação do motivo ou grupo de repetição das sequências repetitivas.

Ao afixar a terceira forma na lousa da sequência, denominada por Walle (2009) de AB AB AB[4], ou sequência par/ ímpar, as crianças identificaram a regularidade da alternância de um triângulo amarelo e um triângulo laranja, mas ainda não conseguiram exteriorizar com palavras a compreensão da ideia de regularidade, padrão e grupo de repetição. Ao assistirmos o vídeo desse trecho da aula percebemos que a estratégia de sublinhar os conjuntos de elementos que se repetiam, ajudou as crianças a identificarem o grupo de repetição na sequência. A figura 1 a seguir ilustra a realização dessas ações.

Figura 1 – Foto da sequência AB AB AB na lousa e das ilustrações utilizadas para trabalhar os conceitos de sequência, regularidade e padrão.



Fonte: Arquivo pessoal.

[4] Sequência repetitiva em que o motivo é constituído de dois elementos distintos. O "A" corresponde ao triângulo amarelo e o "B" ao triângulo laranja.

A segunda sequência construída foi do tipo ABC, ABC, ABC[5]. Estudos sinalizam que é preciso propiciar às crianças pelos menos dois motivos completos para que elas possam identificar o motivo em sequências repetitivas (WALLE, 2009). Depois da construção de três motivos completos, problematizei com as crianças se haveria a necessidade de completar o terceiro grupo de repetição. Como evidenciado no excerto a seguir:

> **Professora**: *E agora? Olhando a sequência, vocês reconhecem o grupo de repetição?*
> **Crianças**: *Quadrado, triângulo e círculo.*
> **Professora**: *Qual é a próxima peça?*
> **Crianças**: *Quadrado.*
> **Professora**: *Por quê?*
> **Crianças**: *Porque o quadrado é sempre o começo.*
> **Professora**: *E agora?*
> **Crianças**: *Triângulo.*
> **Professora**: *Será que é preciso colocar mais uma peça para terminar a sequência com o grupo de repetição completo? Será que o último grupo de repetição da sequência precisa ser completo?* (Fonte: Arquivos das autoras)

Essa problematização foi importante para que as crianças reconhecessem que não era necessário completar o último grupo de repetição, além de antecipar nas discussões geradas, inferências que posteriormente iriam contribuir para generalizações que possibilitam a identificação de termos distantes em sequências repetitivas.

Na continuidade convidamos as crianças para fazermos uma brincadeira: "*É assim. Duas crianças saem da sala e quem fica ajuda na elaboração de uma sequência humana. Depois vamos chamar as duas crianças que ficaram lá fora e pediremos para elas tentarem descobrir o segredo da sequência. Pode ser?".* As crianças demonstrando entusiasmo responderam em coro: "*Sim"* (Fonte: Arquivos das autoras). Houve bastante envolvimento da turma e acabamos realizando três sequências. Contudo, foi preciso fazer várias mediações para que as crianças identificassem o segredo. Ao assistir o vídeo desse momento percebemos que as crianças não permaneceram imóveis e isso pode ter dificultado o reconhecimento do grupo de repetição das sequências. Na figura 2 podemos observar uma das sequências humanas construídas com as crianças.

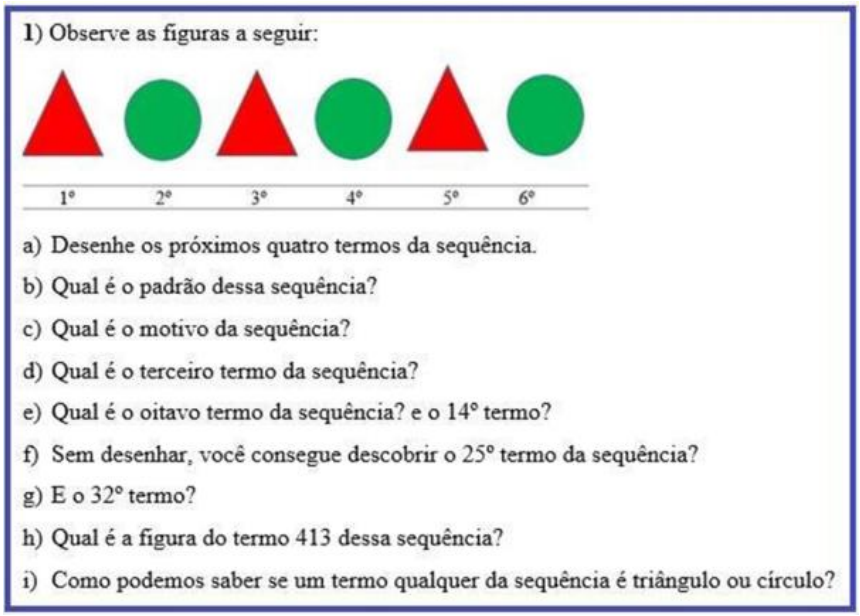
Figura 2 – Foto ilustrando um momento da sequência do tipo ABB ABB ABB[6].

[5] Sequência repetitiva em que o motivo é constituído de três elementos distintos. Consideramos o "A" o quadrado verde, o "B" triângulo amarelo e o "C" círculo laranja.
[6] Sequência do tipo ABB. O "A" corresponde às meninas e o "B", aos meninos.

Fonte: Arquivo pessoal.

Em seguida, oportunizamos a construção de várias sequências na lousa com numerais. Para então, entregarmos às crianças a folha com a primeira, de um conjunto de tarefas, sobre sequências repetitivas elaboradas pelos participantes do grupo de estudos ICEM. Cabe lembrar que precisamos fazer algumas adaptações nessa e em outras tarefas para atender às especificidades das turmas em que iríamos desenvolvê-las. Na Figura 3, trazemos a tarefa exploratória distribuída às crianças para ilustrar as questões propostas.

Figura 3 – Tarefa exploratória 1 elaborada pelo grupo ICEM e desenvolvida pelas autoras.


1) Observe as figuras a seguir:

1º 2º 3º 4º 5º 6º

a) Desenhe os próximos quatro termos da sequência.
b) Qual é o padrão dessa sequência?
c) Qual é o motivo da sequência?
d) Qual é o terceiro termo da sequência?
e) Qual é o oitavo termo da sequência? e o 14º termo?
f) Sem desenhar, você consegue descobrir o 25º termo da sequência?
g) E o 32º termo?
h) Qual é a figura do termo 413 dessa sequência?
i) Como podemos saber se um termo qualquer da sequência é triângulo ou círculo?

Fonte: Arquivo pessoal.

A seguir, compartilhamos a transcrição de um excerto referente à etapa da proposição e apresentação desta tarefa em que é possível observar a nossa preocupação em oportunizar a comunicação e a interação entre as crianças como propõe o ensino exploratório

(Canavarro, 2011): "*Então, a proposta é que essa atividade seja realizada em dupla*. *A ideia é que vocês conversem, combinem e tentem fazer o que está sendo perguntado aqui nesta folha"*. (Fonte: Arquivos das autoras)

Além das crianças identificarem os termos distantes por meio da generalização, tínhamos por objetivo que elas discutissem, criassem suas próprias estratégias, participassem da construção das hipóteses de resolução. Na etapa do desenvolvimento da tarefa realizamos mediações nas duplas para que as crianças estruturassem suas estratégias para comunicá-las e justificá-las na discussão coletiva. Como a generalização é o foco deste texto, optamos por trazer as interações dialógicas a partir do item e) da tarefa, pois nos itens anteriores, a maioria das duplas fez uso da estratégia de contagem para identificar os termos próximos da sequência. Trazemos a seguir, um excerto que retrata a mediação realizada em uma dupla em que as crianças haviam afirmado ter descoberto o "segredo". O termo "segredo" foi uma forma lúdica de mobilizá-las a buscarem hipóteses para encontrar os termos distantes, como podemos observar:

> Crianças: *Descobrimos o segredo!*
> Professora: *Conseguem explicar qual foi a estratégia que vocês fizeram para descobrir?*
> [Apontando para os lápis de colorir dispostos lado a lado sobre a sua carteira uma das meninas da dupla argumenta empolgada.]
> Crianças: *A gente fez com os lápis até a décima quarta para ver aonde ia parar e a gente descobriu que a 8ª e a 14ª cor são círculos verdes. Achamos o segredo!*
> Professora: *Muito bem! Vocês acharam que uma estratégia seria contar usando os lápis coloridos? Por enquanto essa estratégia dá para fazer. Mas depois, nas próximas tarefas vai haver números que representam quantidades maiores. Será que existe um outro modo de encontrar qual a representação de um termo distante sem precisar continuar contando até a sua posição?*
> Crianças: *Um outro segredo?*
> Professora: *Sim, um outro segredo. Vamos tentar?* (Fonte: Arquivos das autoras)

Figura 3 – Foto ilustrando a estratégia de contagem da dupla utilizando lápis de colorir.

Fonte: Arquivo pessoal.

Na etapa da discussão da tarefa a maioria das duplas havia identificado que os termos pares da sequência eram círculos verdes e os termos ímpares eram representados pelas figuras dos triângulos vermelhos, o que representa uma generalização, pois essa compreensão permite determinar qualquer termo da sequência. As crianças identificaram que o termo 25, mencionado no item (f) da tarefa, era um triângulo vermelho, porque todos os termos situados em posições ímpares eram triângulos vermelhos. Do mesmo modo, generalizaram que todos os termos situados em posições pares eram círculos verdes. Logo, o termo 32, referente ao item (g), era um círculo verde e o termo 413 do item (h), um triângulo vermelho. Então, no momento de socialização das estratégias das duplas aproveitei para enfatizar as diferentes possibilidades encontradas e fazer relações, aproximações e distanciamentos entre as ideias matemáticas que emergiram. No excerto abaixo podemos observar a generalização realizada por uma dupla para descobrir qualquer termo da sequência.

> Professora: *Querem compartilhar a estratégia de vocês?*
> Crianças: *Para saber qual o oitavo e o décimo quarto termo da sequência foi fácil. Era só olhar aqui e contar.*
> *Professora: E para encontrar o termo 25, o termo 32 e o termo 413? O que vocês fizeram para descobrir?*
> Crianças: *A gente descobriu uma coisa. O número 1 é ímpar, e é um triângulo, o três e o cinco também. Então vimos que todos os outros ímpares são triângulos e todos os círculos são pares.* (Fonte: Arquivos das autoras)

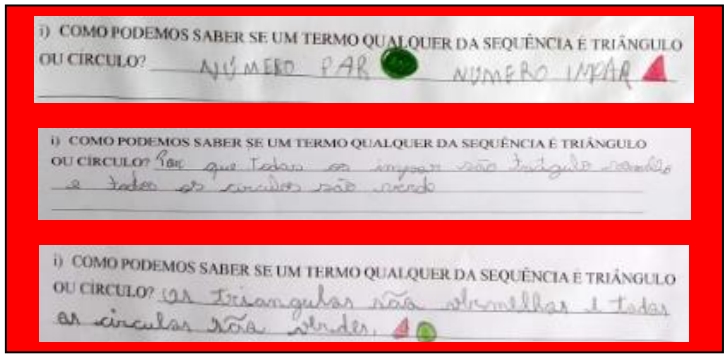
Na etapa da sistematização proposta por Canavarro (2011), motivamos as crianças a compartilhar suas estratégias na lousa de um jeito que as demais crianças da turma pudessem entendê-las. Conforme ilustra a figura 4 a seguir:

Figura 4 – Foto de um aluno compartilhando a estratégia da sua dupla para a turma.

Fonte: Arquivo pessoal.

Após a socialização das estratégias utilizadas por algumas duplas, motivamos as crianças a construírem registros escritos referentes à generalização que realizaram conforme apresentamos na figura 5 a seguir:

Figura 5 – Registros da estratégia de generalização de três duplas.



Fonte: Arquivo pessoal.

Ao assistir os vídeos e refletir sobre as produções das crianças percebemos que elas se envolveram nas atividades propostas, ampliaram a compreensão de regularidade, padrão e grupo de repetição em sequências repetitivas, além de produzirem generalizações. E que as quatro etapas da abordagem do ensino exploratório (Canavarro, 2011), nortearam o desenvolvimento desta tarefa exploratória com as crianças dinamizaram as ações previstas no planejamento inicial e contribuíram para reorientar nossas ações pedagógicas no sentido de fazer mediações pedagógicas não previstas que emergiram nas interações com as crianças.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Percebemos que a dinâmica do ensino exploratório favoreceu as interações dialógicas e a comunicação das ideias matemáticas na sala de aula. Que o desenvolvimento deste recorte da sequência didática ampliou a compreensão da ideia de regularidade e padrão; a identificação do grupo de repetição em sequências repetitivas; e uma primeira generalização para identificar termos distantes. E, que as discussões e reflexões mobilizadas no planejamento, desenvolvimento das atividades, análise e transcrição de áudios e vídeos, favoreceram a reflexão da própria prática.

REFERÊNCIAS

CANAVARRO, Ana. Paula. Ensino exploratório da matemática: práticas e desafios. **Educação e Matemática,** Lisboa, v. 115, n. 1, p. 11-17, 2011

CLANDININ, D. Jean.; CONELLY, F. Michael. (2011). **Pesquisa narrativa: experiências e história na pesquisa qualitativa**.Tradução: Grupo de Pesquisa Narrativa e Educação de Professores, ILEEL/UFU. Uberlândia: EDUFU.

CYRINO, Maria Cristina Costa Trindade; OLIVEIRA, Hélia Margarida. (2016). **Casos multimídia sobre o ensino exploratório na formação de professores que ensinam matemática**. In M. C. C. T. CYRINO (Org.), Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática: Elaboração e perspectivas (pp.19-32). Londrina, Brasil: EDUEL.

FIORENTINI, D.; FERNANDES, F. L. P.; CRISTÓVÃO, E. M. Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico. In: SEMINÁRIO LUSO-BRASILEIRO DE INVESTIGAÇÕES MATEMÁTICAS NO CURRÍCULO. 2005. Portugal. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/Jponte/seminario_lb.htm>. Acesso em: 13 ago. 2018.

FIORENTINI, D. Quando acadêmicos da universidade e professores da escola básica constituem uma comunidade de prática reflexiva e investigativa. In: D. FIORENTINI; E. C. R. GRANDO; G. M. MISKULIN. (Org.) **Prática de formação e de pesquisa de professores que ensinam matemática.** Campinas: Mercado de Letras, 2009.

GROSSMAN, P.; HAMMERNESS, K.; MCDONALD, M. (2009) Redefining Teaching, Re-Imagining Teacher Education. **Teachers and Teaching: Theory and Practice,** 15, 273- 289. DOI: http://dx.doi.org/10.1080/13540600902875340

KAPUT, James; BLANTON, Maria. (2011). Algebrafying the elementary mathematics experience. Part I: Transforming Task Structure. **Proceedings of the ICMI-Algebra Conference.**Melbourne, Australia.

WALLE, John A. Van de (2009). **Matemática no Ensino Fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula.** Tradução: Paulo Henrique Colonese. 6. ed. Porto Alegre: Artmed.

ZEICHNER, Kenneth. M. (2010) Repensando as conexões entre a formação na universidade e as experiências de campo na formação de professores em faculdades e universidade. **Educação, 35**, 3, 479-504.