

MATERIAIS MANIPULATIVOS: APRESENTANDO TRÊS CHANCES DE DAR ERRADO¹

Everaldo Silveira²

Resumo: Esse texto tem o objetivo de apresentar e exemplificar três categorias nas quais podem ser incluídas a maioria dos equívocos e erros que incidem sobre o trabalho com materiais manipulativos³ no ensino e na aprendizagem de matemática. As três categorias tem relação com a forma como um manipulativo é construído, a utilização equivocada ou confusa desses materiais, bem como a sua utilização para uma finalidade diferente daquela para a qual ele é adequado. Concluo comentando sobre a necessidade do desenvolvimento de políticas públicas voltadas à formação do professor voltadas à produção e utilização crítica de manipulativos.

Palavras-chave: Materiais manipulativos. Livros didáticos de matemática. Anos Iniciais.

1 INTRODUÇÃO

Dadas as dificuldades quanto ao ensino e à aprendizagem de matemática que parecem existir desde sempre, metodologias alternativas às tradicionais vem sendo apresentadas e experimentadas, umas um pouco mais outras menos, na tentativa de sanear, ao menos parcialmente, tais percalços. Dentre essas tentativas, uma das mais comuns e evidentes no Brasil é a utilização de materiais manipulativos nas aulas de matemática.

Materiais manipulativos, em se tratando do campo educacional, segundo Silveira, Powell e Grando (no prelo), “incluem quaisquer objetos físicos, pictóricos ou virtuais utilizados como recursos para o ensino de determinado conhecimento” (p. 01) e são classificados, segundo os autores, em quatro categorias. São elas:

materiais didaticamente construídos, que incluem todo tipo de material criado artificialmente por educadores para simular relações que estimulem a construção de ideias matemáticas. Esses materiais podem ser físicos, como é o caso dos Blocos de Dienes, as barras Cuisenaire e o Geoplano ou pictóricos, como é o caso das representações para os Blocos de Dienes que aparecem em alguns livros didáticos; *instrumentos culturais herdados da tradição*, que acompanharam e auxiliaram o desenvolvimento teórico da matemática, como o ábaco, o soroban, a régua e o compasso; *objetos retirados da vida cotidiana*, que atestam, de certa forma, algum fragmento do conhecimento matemático, como barbante, moedas, brinquedos, gravetos, sementes ou pedras e os *objetos manipulativos virtuais*, que incluem as

¹ Mesa temática submetida ao subeixo temático Materiais Manipuláveis e Jogos na Educação Matemática.

² Doutor em Educação Científica e Tecnológicas/PPGECT/UFSC; Professor Adjunto do Departamento de Metodologia de Ensino da Universidade Federal de Santa Catarina; evederelst@gmail.com.

³ Nesse texto as expressões “materiais manipulativos” e “manipulativos” serão utilizadas como sinônimos.

representações visuais dinâmicas de objetos matemáticos, de objetos do cotidiano ou de objetos manipulativos físicos, produzidas no âmbito das tecnologias da informação e comunicação, que podem ser manipuladas a partir de *mouses*, *joystick*, *touchpad* ou *touch screen* (p. 01).

Embora esses materiais sejam considerados importantes para o ensino e aprendizagem de Matemática e tragam contribuições positivas (LADEL e KORTENKAMP, 2016; KILPATRICK, SWAFFORD e FINDELL, 2001; URIBE-FLÓREZ e WILKINS, 2010; GOLAFSHANI, 2013; BAROODY, 1989; MOYER-PACKENHAM e JONES, 2004; FURNER, YAHYA e DUFFY, 2005), eles também podem causar problemas a depender do tipo de manipulativo e do tipo de uso que se faz dele.

Esses problemas têm relação com a má utilização (THOMPSON e LAMBIDIN, 1994; BAROODY, 1989; KILPATRICK, SWAFFORD e FINDELL, 2001; UTTAL, SCUDDER e DELOACHE, 1997; MOYER-PACKENHAM, 2001; BROWN, MCNEIL e GLENBERG, 2009) ou com a construção não adequada do manipulativo (KAMINSKI e SLOUTSKY, 2013; LASKI et al., 2015; UTTAL, SCUDDER e DELOACHE, 1997).

Assim, nesse texto, tive o objetivo de apresentar e exemplificar três categorias nas quais podem ser incluídas a maioria dos equívocos e erros que incidem sobre o trabalho com materiais manipulativos no ensino e na aprendizagem de matemática.

2 DIFERENTES TIPOS DE PROBLEMAS RELACIONADOS AO USO DE MATERIAIS MANIPULATIVOS

Embora não tenha o objetivo de limitar todos os tipos de problemas relacionados ao trabalho com materiais manipulativos para ensinar matemática em apenas três categorias, entendo que as categorias discutidas nesse texto conseguem abarcar a maioria das questões problemáticas que consegui levantar até o momento. Essas categorias são: *manipulativos construídos de forma errada*, *manipulativos usados de forma equivocada* e *manipulativos usados para funções inadequadas*.

2.1 Manipulativos construídos de forma errada

Consideramos nessa categoria materiais manipulativos que são construídos (e apresentados à venda) para um propósito, mas, na realidade, graças à inserção de características irrelevantes ou descuido na fabricação, não podem cumprir sua função. Tal qual são

apresentados comercialmente, recebem inúmeras indicações ao uso em livros didáticos, livros de formação de professores, vídeos e páginas na Internet.

Para exemplificar essa categoria, apresentamos o ábaco aberto, ou ábaco de pinos.

Figura 1 – Ábaco aberto segundo comercializado e apresentado em livros didáticos



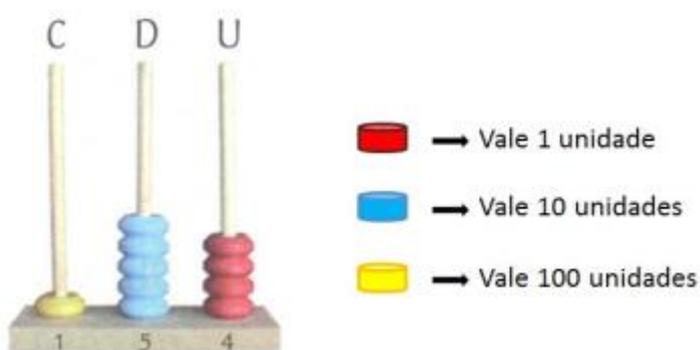
Fonte: A primeira imagem foi retirada do site da loja online Amazon <<https://bitly.com/SxbKa>>, e a segunda, do manual do professor da coleção de livros didáticos de matemática para os Anos Iniciais Ligamundo/Saraiva.

No caso desse anúncio, nos parece que, tanto a empresa fabricante quanto a empresa que está vendendo o ábaco possuem conhecimento limitado acerca da natureza desse objeto, bem como de sua função nas aulas de matemática. O site que está vendendo o manipulativo o classifica como um “brinquedo desenvolvido para o ensino da matemática para crianças”. Já no site do fabricante ele é classificado como “brinquedo educativo”. Inicialmente, ábacos não deveriam ser classificados como brinquedos. Os ábacos são considerados “instrumentos culturais herdados da tradição, que acompanharam e auxiliaram o desenvolvimento teórico da matemática” (SILVEIRA, POWELL, GRANDO, no prelo). Esses materiais, portanto, não foram originalmente criados para ensinar matemática, mas para a lide matemática em seu desenvolvimento.

A questão problemática na construção desse material não é essa. Os ábacos são instrumentos utilizados para o trabalho com bases numéricas, no caso da escola, trabalhamos quase que exclusivamente com a base decimal. Dessa forma, cada anilha inserida em qualquer pino possui o valor de uma unidade, mas conta “pacotes numéricos”, potências de dez, de diferentes ordens de grandeza. Então, uma anilha no pino das centenas conta uma unidade de centenas, três anilhas na casa das dezenas de milhar contam três unidades de dezenas de milhar,

e assim por diante. Com isso, cada anilha em um ábaco aberto deveria possuir o mesmo valor, ou seja, uma unidade. Não é o que ocorre nos ábacos abertos disponíveis no mercado. Neles, cada coluna comporta anilhas de uma determinada cor, o que, mesmo que não seja a intenção do idealizados das cores no material, agrega à cor um valor que pode ser diferente de uma unidade. Se as anilhas que vão no pino das centenas são sempre amarelas e as que vão no pino das dezenas são sempre azuis, conforme apresentado no Figura 2, em pouco tempo a criança pode compreender que anilhas amarelas valem cem unidades cada e que anilhas azuis valem sempre dez unidades cada. Nesse momento o ábaco perde sua serventia e sua função, pois apenas amontoando a quantidade de anilhas necessárias para contar centenas, dezenas e unidades já se obtém o numeral desejado (BARTOLINI BUSSI, 2011; SILVEIRA, 2014; SILVEIRA, 2016).

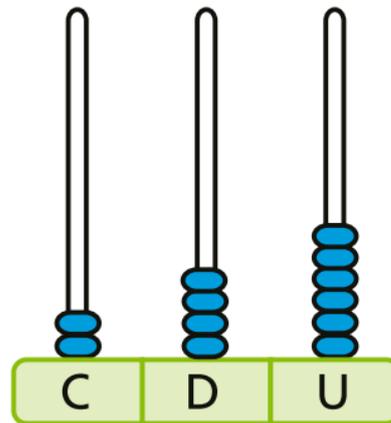
Figura 2 – Valores atribuídos às anilhas de diferentes cores em um ábaco aberto



Fonte: Retirado de Silveira (2014).

Se as anilhas são todas da mesma cor, cada uma vale uma unidade e o valor relativo vai aparecer apenas quando se identificar, com determinada quantidade de anilhas em um pino, quantas vezes aquela ordem de grandeza deve ser considerada. Na Figura 3 temos um numeral representado por doze anilhas idênticas entre si. Cada uma dessas anilhas vale uma unidade. No pino das dezenas vemos 4 unidades de dezenas e no pino das centenas, duas unidades de centenas. Se retiradas do ábaco, as anilhas passam a contar 12 unidades apenas.

Figura 3 – Numeral representado em ábaco aberto com anilhas todas de uma mesma cor.



Fonte: Livro didático do terceiro dos Anos Iniciais. Coleção Ligamundo/Saraiva.

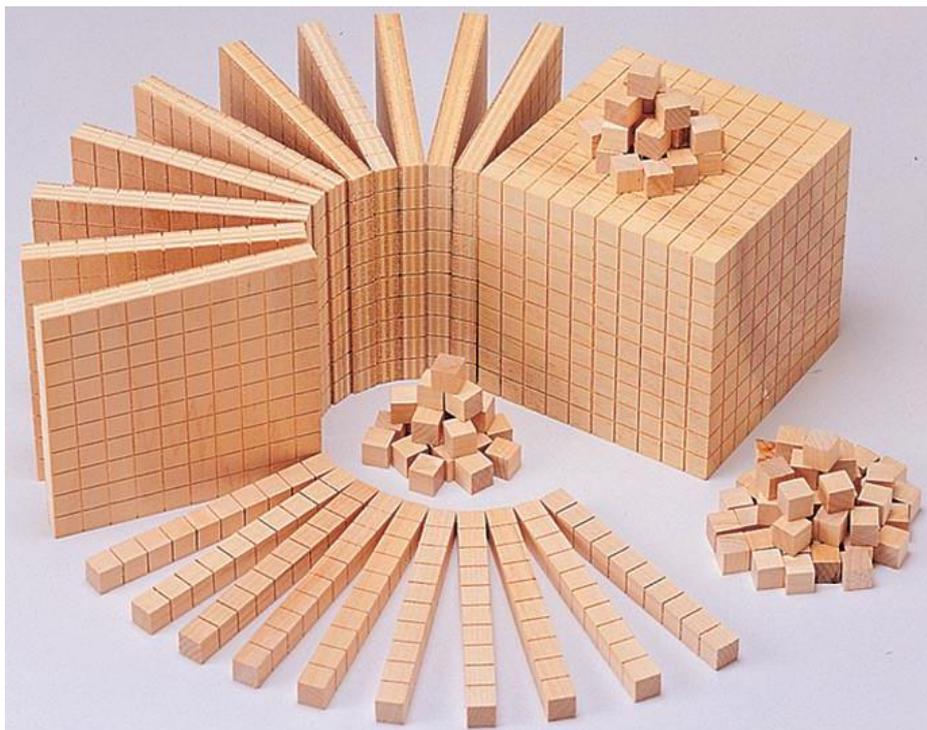
Dessa forma, os ábacos abertos disponíveis hoje são instrumentos construídos de forma errada. Deveriam possuir em todos os pinos anilhas de uma única cor. A escolha dessa única cor é indiferente.

2.2 Manipulativos usados de forma equivocada

Embora construídos de forma correta, livres de distrações ou características irrelevantes, alguns materiais manipulativos acabam por ser utilizados de forma errada e, quando deveriam se configurar como auxiliares na compreensão de ideias matemáticas abstratas, podem causar confusão nas crianças.

A exemplificação nessa categoria fica por conta dos Blocos Base Dez (BBD), conhecidos no Brasil como Material Dourado.

Figura 4 – Blocos Base Dez



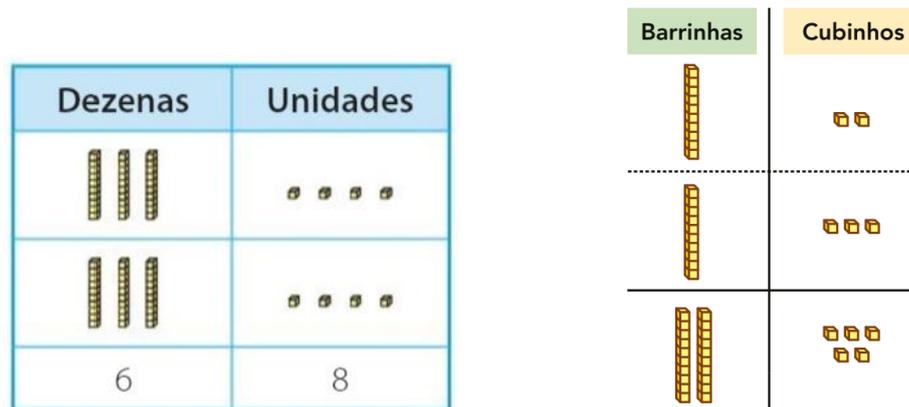
Fonte: Imagem retirada do site da loja online Louise Kool & Galt <<https://bitly.com/jhjkw>>.

Livros didáticos de diferentes nacionalidades, materiais desenvolvidos visando à formação inicial e/ou continuada de professores, institucionais ou não, e até sites de *Internet* têm apresentado, em muitos casos, modelos de trabalho com esses materiais que, embora sejam muito difundidos e utilizados em salas de aula, carregam em si limitações que podem estar causando confusões na compreensão do sistema numérico decimal pelas crianças.

Os BBD se diferencia dos ábacos porque neles cada modelo de bloco já traz em si, gravado na sua forma, de maneira evidente, um valor que traduz uma potência de dez. Cubinhos valem unidades, barrinhas valem dezenas, placas valem centenas e o cubo vale uma milhar. No caso dos cubinhos, barrinhas e placas, a quantidade de unidades que representam pode ser contada uma a uma. No caso do cubo a quantidade de unidades pode ser deduzida, já que apenas seis faces do cubo são evidentes.

Os problemas aparecem quando esses materiais são organizados no interior ábacos de papel (quadros valor de lugar) ou tabelas cujas colunas possuem rótulos (SILVEIRA, 2014, 2016, 2018, 2019, 2020).

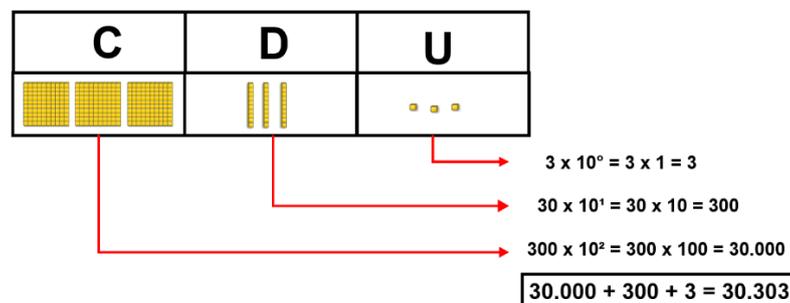
Figura 5 – Blocos Base Dez em QVL ou tabelas rotuladas



Fonte: A primeira imagem foi retirada da coleção de livros didáticos de matemática para os Anos Iniciais Novo Bem-me-Quer/Editora do Brasil (versão de escolha PNLD2019) e a segunda, da coleção de livros didáticos de matemática para os Anos Iniciais Ápis/Matemática da Editora Ática.

O Quadro Valor de Lugar (QVL) é a máquina de calcular que põe em evidência os princípios multiplicativo e aditivo regentes de qualquer sistema de numeração posicional. Dessa forma, quando blocos são introduzidos no seu interior, cria-se um conflito. Se um bloco que vale 100 unidades (placa) é inserido na ordem das centenas em um QVL, o que deveria acontecer? Das duas, uma: ou passa-se a considerar que seu valor absoluto agora é 1 unidade, o que é absolutamente incoerente, dado que insistentemente os alunos são lembrados que uma placa vale 100 unidades, ou seu valor relativo passa a ser 10.000 unidades, pois 100 (valor agregado da placa) vezes 100 (fator multiplicativo da ordem das centenas) é igual a 10.000.

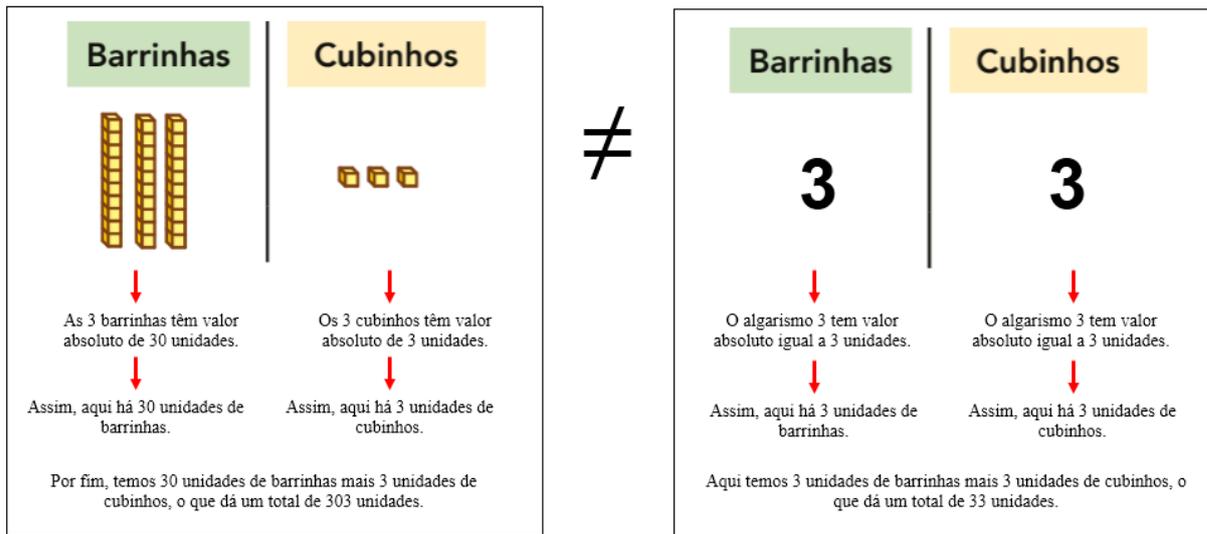
Figura 6 – Blocos Base Dez em QVL



Fonte: produzida pelo autor.

O mesmo pode acontecer se os blocos são inseridos em tabelas com rótulos (SILVEIRA, 2018).

Figura 7 – Blocos Base Dez em tabelas com rótulos

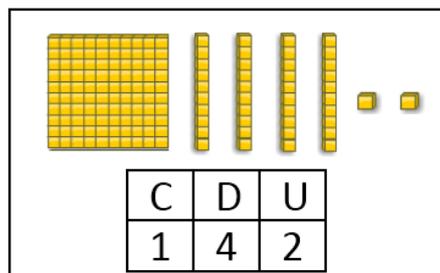


Fonte: produzida pelo autor a partir de imagem retirada da coleção de livros didáticos de matemática para os Anos Iniciais Ápis/Matemática da Editora Ática.

É evidente que, nesse caso, o autor deseja informar que há 33 unidades, mas dada a confusão apresentada ao inserir blocos que possuem valores de potências de dez “embutidos”, em uma tabela com rótulos claros, a mensagem informada difere da desejada.

A maneira correta de usar esse material é manipulando o material livremente, sem que esteja organizado em quadros rotulados ou QVL. O QVL é bem vindo para o registro da quantidade representada com os BBD, só que utilizando algarismos do sistema numérico Indo-Árábico. A Figura 8 retrata essa forma de trabalho.

Figura 8 – BBD usado corretamente



Fonte: produzida pelo autor.

2.3 Manipulativos usados para funções inadequadas



Muitas vezes, diante da possibilidade de utilizar algum tipo de material manipulativo, formadores de professores e professores regentes, baseados ou não em autores de matérias de formação de professores e/ou livros didáticos, acabam por adotar manipulativos para uma função diferente daquela em que seriam indicados. Nesse caso um material serve a um propósito, mas é utilizado para outro para o qual pode causar algum tipo de confusão.

Para exemplificar essa categoria trago um tipo de utilização do material manipulativo chamado de “dinheirinho”. Esse material é constituído por réplicas (em tamanhos reduzidos) das notas (e moedas) da moeda corrente no país. O “dinheirinho” é um bom material para ser utilizado tanto na resolução de problemas envolvendo as quatro operações matemáticas fundamentais quanto ao estudar o sistema monetário nacional, mas pode ser problemático se utilizado para ensinar a base decimal, conforme presente em alguns livros didáticos de diferentes países. A Figura 9 traz um exemplo retirado de um livro didático atual.

Figura 9 – Dinheirinho utilizado para ensinar a base decimal

Ana quer comprar uma bicicleta. Observe o dinheiro que ela tem.



Vamos organizar essa quantia?

Ela tem 2 notas de 100 reais, 3 notas de 10 reais e 6 moedas de 1 real. Veja.

Composição: $200 + 30 + 6 = 236$
duzentos trinta seis

Leitura: Duzentos e trinta e seis.

2	
3	
6	
Ana tem R\$ 236,00.	

Fonte: retirada da coleção de livros didáticos de matemática para os Anos Iniciais Ápis/Matemática da Editora Ática.

O que há de problemático nessa utilização, afinal? Sabemos que em sistemas de numeração de base decimal as quantidades são apresentadas a partir da contagem de potências de dez. Dessa forma, em um sistema base dez os “pacotes” contados para formar o numeral que representa uma contagem são sempre constituídos de potências de dez, tais como 1, 10, 100, 1000, seguindo infinitamente tanto para potências de dez maiores que 10^3 , quanto para menores

que 10^0 . Exemplificando, em 235 há dois “pacotes” de 100 (centena), três “pacotes” de 10 (dezena) e cinco unidades simples.

Quando são utilizadas notas do sistema monetário corrente, conhecido das crianças, para representar um sistema de base decimal, são utilizadas apenas as notas de R\$ 100,00; R\$ 10,00 e as moedas de R\$ 1,00, pois elas representam de forma perfeita as potências 10^2 , 10^1 e 10^0 . As notas de R\$ 2,00; R\$ 5,00, R\$ 20,00 e R\$ 50,00 não são utilizadas. Mas porque não?

As notas utilizadas para representar um sistema base dez poderiam ser pensadas como blocos dos BBD, em que o cubinho seria representado pelas moedas de R\$ 1,00, as barrinhas seriam representadas pelas notas de R\$ 10,00 e as placas, pelas notas de R\$ 100,00. Assim, para representar a quantia 325 seriam utilizadas três notas de R\$ 100,00, duas notas de R\$ 10,00 e cinco moedas de R\$ 1,00. Percebamos que não há a utilização de uma nota de R\$ 20,00 para as dezenas e nem uma de R\$ 5,00 para as unidades.

Quando trabalhando com o dinheirinho visando à discussão de um sistema de numeração de base decimal, a criança precisa “esquecer” a existência de algumas notas, pois elas não podem existir na hora de uma troca. As trocas precisam, necessariamente, ser feitas apenas entre as três quantidades que se encaixam como potências de dez. Acontece que “esquecer” algumas notas que a criança sabe que existem, e que, inclusive já pode ter utilizado em outras aulas não é uma tarefa trivial. Crianças podem deixar de entender o que o professor quer ensinar baseadas em conhecimentos prévios acerca do manuseio de dinheiro, em que cinco notas de R\$ 10,00 podem sim, ser trocas por uma nota de R\$ 50,00 ou duas moedas de R\$ 1,00 podem ser trocas por uma nota de R\$ 2,00.

Uma maneira de utilizar dinheirinho para discutir um sistema de numeração de base decimal seria criar uma moeda fictícia que só tivesse notas para as quantias 1, 10, 100 e, quem sabe, 1000. Sendo um dinheirinho fictício, ficaria mais simples para entender que não há como trocar cinco notas de 1 por uma de cinco, pois não há notas de cinco naquela moeda.

3 ALGUNS COMENTÁRIOS FINAIS

Nesse texto tive a intenção diferenciar, em algumas categorias, diferentes problemas possíveis quando nos dispomos a trabalhar com materiais manipulativos. Conforme defendido por diversos pesquisadores já elencados anteriormente, os materiais manipulativos podem sim, oferecer contribuições na aprendizagem de matemática. Mas, conforme defendido

pelos mesmos autores ou por tantos outros, a depender do tipo de material ou do uso que se faz dele, podem não ajudar em nada e ainda causar prejuízos à aprendizagem das crianças.

Nessa perspectiva, Baroody (1989), preocupado com a má utilização de materiais manipulativos, afirma que deveria haver um aviso nas embalagens desses materiais informando que a autoridade educacional apropriada “não determinou que o uso de manipuladores seja uma condição suficiente ou necessária para uma aprendizagem significativa” (p. 04).

Ainda na linha das preocupações, Thompson & Lambdin (1994) afirmam que não é fácil usar manipulativos de forma profícua e, ao contrário, é muito fácil utilizá-los inadequadamente. As afirmações anteriores nos trazem alertas relacionados à urgente discussão sobre a construção e utilização de materiais manipulativos como recursos didáticos ao ensino e aprendizagem de matemática. Se, por um lado, esses materiais são parceiros importantes para os professores em suas aulas, por outro, tanto há grande importância na melhoria da qualidade dos materiais didáticos que indicam a utilização de manipulativos, tais como livros didáticos e materiais desenvolvidos para a formação de professores, quanto também há a necessidade de investimentos na formação crítica dos professores que ensinam matemática quanto ao uso e produção de manipulativos em suas aulas.

REFERÊNCIAS

- BAROODY, A. J. Manipulatives don't come with guarantees. *National Council of Teachers of Mathematics*, Reston/USA, v. 37, n. 2, p. 4-5, Oct. 1989.
- BARTOLINI BUSSI, M. G. Artefacts and utilization schemes in mathematics teacher education: place value in early childhood education. *Journal of Mathematics Teacher Education*, Dordrecht, v. 14, n. 2, p. 93-112, 2011.
- BROWN, M. C.; MCNEIL, N. M.; GLENBERG, A. M. Using concreteness in education: Real problems, potential solutions. *Child Development Perspectives*, Rochester, v. 3, n. 3, p. 160-164, 2009.
- CLEMENTS, D. H.; MCMILLEN, S. Rethinking "concrete" manipulatives. *National Council of Teachers of Mathematics*, Reston/USA, v. 2, n. 5, p. 270-279, Jan. 1996.
- FURNER, J. M.; YAHYA, N.; DUFFY, M. L. Teach mathematics: strategies to reach all students. *Intervention in School and Clinic*, Newbury Park, v. 41, n. 1, p. 16-23, Sept. 2005
- GOLAFSHANI, N. Teachers' beliefs and teaching mathematics with manipulatives. *Canadian Journal of Education/Revue Canadienne de L'Éducation*, Ottawa/Canadá, v. 36, n. 3, p. 137-159, 2013.

KAMINSKI, J. A.; SLOUTSKY, V. M. Extraneous perceptual information interferes with children's acquisition of mathematical knowledge. *Journal of Educational Psychology*, Washington, DC, 2013, v. 105, n. 2, p. 351-363, 2013.

KILPATRICK, J.; SWAFFORD, J.; FINDELL, B. (Org.). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington, DC: National Academy Press, 2001.

LADEL, S.; KORTENKAMP, U. Artifact-centric activity theory – a framework for the analysis of the design and use of virtual manipulatives. In: MOYER-PACKENHAM, P. (Org.) *International perspectives on teaching and learning mathematics with virtual manipulatives*. Mathematics education in the digital era. Cham/Suíça: Springer International Publishing, 2016. v. 7, p. 25-40.

LASKI, E. V. et al. What makes mathematics manipulatives effective? Lessons from cognitive science and Montessori education. *SAGE Open*, Newbury Park, p. 1-8, Apr.-Jun. 2015.

MOYER-PACKENHAM, P. S. Are we having fun yet? How teachers use manipulatives to teach mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, Dordrecht, v. 47, n. 2, p. 175-197, 2001.

MOYER-PACKENHAM, P. S.; JONES, M. G. Controlling choice: teachers, students, and manipulatives in mathematics classrooms. *School Science and Mathematics*, Hoboken/USA, v.104, n. 1, p. 16-31, 2004.

SILVEIRA, E. Afinal, estamos ensinando matemática errado? In: ANPED SUL, 10. Florianópolis-SC, Brasil, 2014, Florianópolis. *Anais...* Florianópolis: Universidade do Estado de Santa Catarina, 2014. p. 1-28.

SILVEIRA, E. Afinal, está certo ou errado? Um estudo sobre indicações de uso de blocos base dez em livros didáticos de matemática no Brasil. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7. Foz do Iguaçu-PR, Brasil. *Anais...* Foz do Iguaçu-PR: SBEM, 2018.

SILVEIRA, E. Materiais manipuláveis e alguns riscos que envolvem sua utilização. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13. Cuiabá-MT, Brasil. *Anais...* Cuiabá-MT: SBEM, 2019.

SILVEIRA, E. Materiais manipuláveis e alguns riscos que envolvem sua utilização. In: SILVEIRA, E. et al. (Org.). *Alfabetização na perspectiva do letramento: letras e números nas práticas sociais*. Florianópolis: NUP-CED-UFSC, 2016. v. 1, p. 221-240.

SILVEIRA, E.; POWELL, A. B.; GRANDO, R. C. Materiais manipulativos em educação matemática. In: SILVEIRA, E.; POWELL, A. B.; GRANDO, R. C. (Org.). *Glossário de Verbetes em Educação Matemática*. No prelo.

SILVEIRA, E. A Study on the indications to the use of Base Ten Blocks and Green Chips in Mathematics textbooks in Brazil. *The Mathematics Enthusiast*. Missoula/USA, v. 18, n. 3, p. 469-501, December 2020. Disponível em < <https://scholarworks.umt.edu/tme/vol18/iss3/6>>

THOMPSON, P. W.; LAMBDIN, D. Concrete materials and teaching for mathematical understanding. *National Council of Teachers of Mathematics*, Reston/USA, v. 41, n. 9, p. 556-558, May 1994.



URIBE-FLÓREZ, L.; WILKINS, J. Elementary school teachers' manipulative use. *School Science and Mathematics*, Hoboken/USA, v.110, n. 7, p. 363-371, 2010.

UTTAL, D. H.; SCUDDER, K. V.; DELOACHE, J. S. Manipulatives as symbols: A new perspective on the use of concrete objects to teach mathematics. *Journal of Applied Developmental Psychology*, Amsterdam, v.18, p. 37-54, 1997.