AS PROGRESSÕES ARITMÉTICAS E GEOMÉTRICAS NAS VISÕES DOS LIVROS DE SERRASQUEIRO

Thais Duarte Neves
Universidade Federal Fluminense
thaisdneves@gmail.com

Flávia dos Santos Soares
Universidade Federal Fluminense
flaviadss@id.uff.br

Resumo:
A Matemática na escolarização é alvo de discussões desde o século XIX no que se refere à escolha de assuntos e em relação à metodologia de ensino. Conteúdos que fazem parte dos programas há muito tempo pouco se modificaram, outros, tiveram mudanças significativas de enfoque/ênfase, como é o caso das Progressões Aritméticas e Geométricas. Ao consultar os programas de ensino do Colégio Pedro II do século XIX e primeiras décadas do século XX, percebe-se que as Progressões tinham uma finalidade como conteúdo escolar diferenciada, servindo como pré-requisito para os logaritmos e oscilando entre os campos aritméticos e/ou algébricos. Este artigo é um recorte de uma pesquisa de mestrado e tem como objetivo investigar de que forma as Progressões se configuraram nas propostas para o ensino de Matemática na escola secundária no século XIX nas obras didáticas de Álgebra e de Aritmética. Os livros Tratado Elementar de Arithmetica e Tratado de Algebra Elementar do português José Adelino Serrasqueiro foram considerados para análise, especialmente por terem sido adotados no Colégio Pedro II, instituição referência para o ensino secundário brasileiro durante o século XIX.

Palavras-chave: Colégio Pedro II; Ensino secundário; Progressões; Serrasqueiro.

1. Introdução

Durante o século XIX a educação pública no Brasil apresentava estrutura bastante deficiente. Em se tratando do ensino secundário, somente a partir de 1837 este nível começa a se organizar no Brasil graças à criação do Imperial Collegio de Pedro II. Schubring (2005), ao tratar de possíveis abordagens para a pesquisa em história do ensino de Matemática lembra que, ao lado dos professores, os manuais escolares determinam muito mais decisivamente a realidade do ensino.

Por ser uma instituição modelar e representativa do ensino secundário ao longo do século XIX, a escolha dos manuais cujos autores tinham expressiva representação no Colégio Pedro II se mostra oportuna como instrumento para identificar quais saberes escolares estavam presentes na escola da época, isto é, aqueles saberes e competências julgados indispensáveis à inserção das novas gerações na sociedade, aqueles saberes que a ninguém é permitido ignorar (SOARES, 1996, p. 55).

Galvão e Lopes (2010, p. 45) afirmam que o estudo das disciplinas e dos saberes escolares são primordiais na compreensão do papel dos contextos culturais na delimitação do que deve ser ensinado na escola e ao mesmo tempo, na atribuição da mesma ao gerar e reelaborar o conhecimento, principalmente pelos processos de didatização. Além disso, ao tratar os conteúdos de ensino, programas, provas, exercícios e manuais escolares, a história das disciplinas e dos saberes escolares permitem a compreensão dos procedimentos de seleção e transmissão dos saberes. Sendo assim, [...] há, sempre, mudanças e permanências, pois, no fluxo temporal, algumas coisas se alteram (com menos ou mais rapidez) e outras se mantêm (por um certo tempo, às vezes longo, às vezes curto... às vezes demasiadamente longo) (Garnica e Souza, 2012, p. 24).

Nesse trabalho nossos vestígios do passado são os manuais didáticos. O interesse pelos livros didáticos se justifica por sua fundamental importância como um objeto pedagógico e fonte de pesquisa histórica que exprime valores, normas, componentes do currículo escolar de uma época e de uma sociedade além de consistir na transcrição do que era ensinado, ou que deveria ser ensinado em cada momento da história da escolarização.

Em relação ao nosso foco de interesse nesse artigo, ao olhar em um primeiro momento para alguns livros didáticos do século XIX e primeiras décadas do século XX, percebemos que as Progressões tinham uma finalidade diferenciada como conteúdo escolar, servindo como pré-requisito para o ensino de Logaritmos. Assim, neste momento, a definição de Logaritmo parte das definições de Progressão, inserida em uma concepção aritmética, tal como foi concebida por Henry Briggs no século XVII, em oposição a uma visão algébrica associada às funções tal como atualmente. Neste trabalho, analisaremos os compêndios de Álgebra e de Aritmética do autor José Adelino Serrasqueiro, cujas obras foram adotadas no Colégio Pedro II. Nosso objetivo é explorar as diferentes perspectivas que as Progressões tiveram nessas obras em relação às concepções aritmética e algébrico-funcional dos Logaritmos.

2. As Progressões nos Programas de Ensino do Colégio Pedro II

Observando os programas oficiais do ensino secundário do século XIX e início do século XX, percebemos que o estudo das Progressões esteve quase sempre presente no campo da Aritmética (VECHIA e LORENZ, 1998, p. 20). Este período intermediário na qual um mesmo tema é abordado em dois campos distintos, “[...] segundo duas concepções distintas, uma de natureza aritmética e outra de natureza algébrico-funcional” (MIGUEL e MIORIM, 2002, p. 71) nos mostra a necessidade de recorrer aos livros didáticos para que possamos investigar as características destas duas concepções e compreender as mudanças de abordagem ou permanências do tema em questão.

Nos programas de ensino, entre os anos de 1850 e 1856, as Progressões estavam presentes tanto em Aritmética quanto em Álgebra; nos programas de 1858 até 1892 eram abordadas somente em Aritmética; entre os anos de 1893 e 1898, voltam a serem estudadas simultaneamente em Aritmética e Álgebra. De 1899 até 1912, eram vistas somente no campo da Aritmética; e finalmente a partir do ano de 1915, as Progressões se consolidam em Álgebra.

O ensino de Progressões se apresentava com a denominação de Progressão por Diferença e Progressão por Quociente (o que atualmente corresponde à Progressão Aritmética e Progressão Geométrica). Nos Programas de Ensino, eram precedidas pelos estudos de razões e proporções e, em todos os anos analisados, estavam atreladas ao ensino dos Logaritmos.

Portanto, para Miguel e Miorim (2002), o vínculo estabelecido entre as teorias das razões e proporções, das Progressões, e também dos Logaritmos nos livros didáticos do século XIX, determinava e comprovava a ordenação de programas para as unidades que conduziam a definição de Logaritmos. Essa seria uma justificativa plausível para as

Progressões antecederem os Logaritmos e servirem de pré-requisito para a definição de tal conteúdo, diferentemente do que encontramos atualmente.

No próximo item analisaremos as obras de Serrasqueiro, investigando de que forma apresenta-se o desenvolvimento do tema Progressões e a relação desse tema com a definição de logaritmos exibida pelo autor.

3. As Progressões nas obras de Aritmética e Álgebra do Serrasqueiro

Nos anos de 1892 e 1893 o compêndio indicado nos Programas de Ensino do Colégio Pedro II foi o Tradado Elementar de Arithmética de José Adelino Serrasqueiro (1835-?), que nasceu em Portugal, formou-se em Medicina e Filosofia pela Universidade de Coimbra e foi professor de Matemática do Liceu Central da mesma cidade (MIORIM e MIGUEL, 2002). Baseado nas obras do francês Joseph Bertrand escreveu compêndios que começaram a ser publicados a partir de 1869. Valente (1999) afirmou que "[...] a evolução didática trazida por Serrasqueiro, como está em Bertrand, é a colocação de um conjunto de exercícios para os alunos ao final de cada item de conteúdo apresentado" (VALENTE, 1999, p. 160). Analisaremos um exemplar referente à 20ª edição para o compêndio de Aritmética, de 1919, e da 12ª edição, do de Álgebra, de 1918.

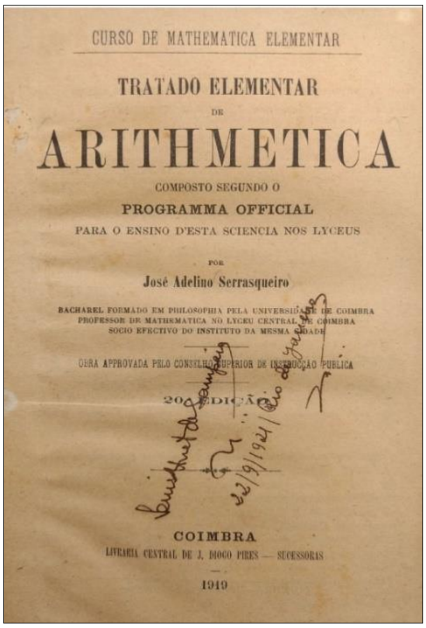

CURSO DE MATHEMATICA ELEMENTAR
TRATADO ELEMENTAR
DE
ARITHMETICA
COMPOSTO SEGUNDO O
PROGRAMMA OFFICIAL
PARA O ENSINO D'ESTA SCIENCIA NOS LYCEUS
POR
José Adelino Serrasqueiro
BACHAREL FORMADO EM PHILOSOPHIA PELA UNIVERSIDADE DE COIMBRA
PROFESSOR DE MATHEMATICA NO LYCEU CENTRAL DE COIMBRA
SOCIO EFECTIVO DO INSTITUTO DA MESMA CIDADE
OBRA APPROVADA PELO CONSELHO SUPERIOR DE INSTRUCÇÃO PUBLICA
20.ª EDIÇÃO
COIMBRA
LIVRARIA CENTRAL DE J. DIOGO PIRES — SUCCESSORAS
1919

Figura 1: Folha de rosto do livro Tratado Elementar de Arithmetica
Fonte: SERRASQUEIRO (1919)

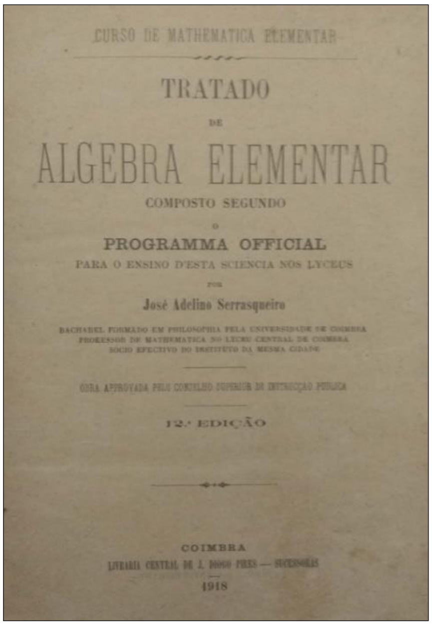

CURSO DE MATHEMATICA ELEMENTAR
TRATADO
DE
ALGEBRA ELEMENTAR
COMPOSTO SEGUNDO
O
PROGRAMMA OFFICIAL
PARA O ENSINO D'ESTA SCIENCIA NOS LYCEUS
POR
José Adelino Serrasqueiro
BACHAREL FORMADO EM PHILOSOPHIA PELA UNIVERSIDADE DE COIMBRA
PROFESSOR DE MATHEMATICA NO LYCEU CENTRAL DE COIMBRA
SOCIO EFECTIVO DO INSTITUTO DA MESMA CIDADE
OBRA APPROVADA PELO CONSELHO SUPERIOR DE INSTRUCÇÃO PUBLICA
12.ª EDIÇÃO
COIMBRA
LIVRARIA CENTRAL DE J. DIOGO PIRES — SUCCESSORAS
1918

Figura 2: Folha de rosto do livro Tratado de Algebra Elementar
Fonte: SERRASQUEIRO (1918)

O Tratado Elementar de Arithmetica é dividido em seis "livros", subdivididos em "capítulos". É o capítulo dois do livro quinto, que Serrasqueiro dedica para o estudo das Progressões.

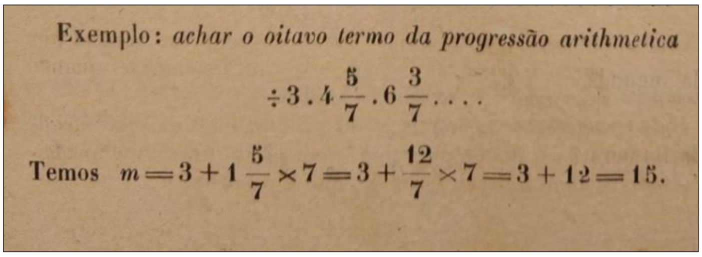
Progressão foi definida como "[...] uma série de termos cada um dos quais tem para seu antecedente uma razão constante" (SERRASQUEIRO, 1919, p. 236), dividindo-se em Aritméticas e Geométricas. A aritmética "[...] é aquella em que a razão se avalia pela differença entre qualquer termo e o seu antecedente" (SERRASQUEIRO, 1919, p. 236). Assim, [...] os números 3, 5, 7, 9, 11, 13 ... formam uma progressão arithmetica, cuja razão é 2 e que se escreve do seguinte modo: ÷ 3. 5. 7. 9. 11. 13 ..." (SERRASQUEIRO, 1919, p. 236). Já a Progressão Geométrica foi anunciada como "[...] aquella em que a razão se avalia pelo quociente de um termo pelo seu antecedente" (SERRASQUEIRO, 1919, p. 236). O exemplo oferecido é da sequência de razão 3, "[...] ÷÷ 2: 6: 18: 54: 162: ..." (SERRASQUEIRO, 1919, p. 236)

As Progressões classificadas em crescentes ou ascendentes eram aquelas em que a razão é positiva, já as decrescentes ou descendentes, tem a razão negativa, no caso das Progressões Aritméticas. Analogamente, para as Progressões Geométricas, as crescentes ou ascendentes são aquelas nas quais a razão é maior que a unidade e as decrescentes ou descendentes, quando a razão é menor que a unidade.

As Progressões Aritméticas foram definidas detalhadamente na proposição n. 286:

> Um termo qualquer de uma progressão arithmética é egual ao primeiro mais a razão multiplicada pelo numero dos termos antecedentes; ou egual ao último menos a razão multiplicada pelo numero de termos seguintes (SERRASQUEIRO, 1919, p. 237).

Após a demonstração, Serrasqueiro apresentou um exemplo numérico para explicitar a Progressões anteriormente definidas.


Exemplo: *achar o oitavo termo da progressão arithmetica*

$$\div 3 . 4\frac{5}{7} . 6\frac{3}{7} . . . .$$

Temos $m = 3 + 1\frac{5}{7} \times 7 = 3 + \frac{12}{7} \times 7 = 3 + 12 = 15.$

Figura 3: Exemplo de Progressão Aritmética
Fonte: SERRASQUEIRO (1919, p. 237)

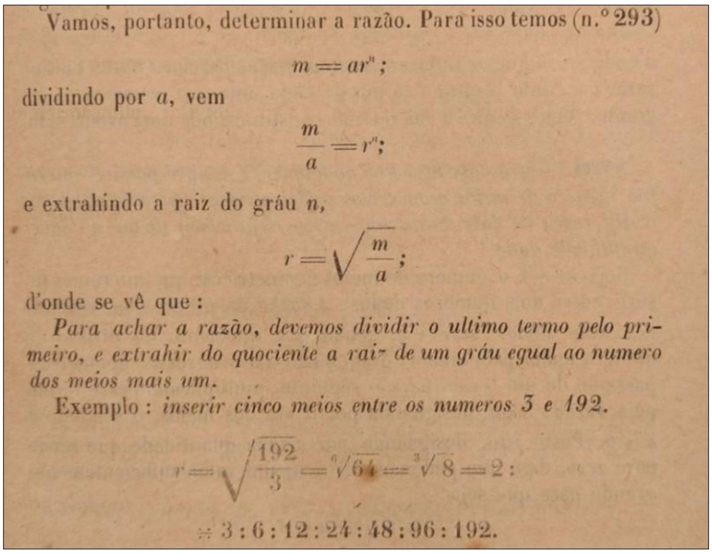
Serrasqueiro tratou também de interpolação aritmética (proposição n. 287) sendo que para inserir determinada quantidade de meios entre dois termos dados, bastava conhecer a razão, pois, adicionando a razão ao primeiro termo, seria obtido o segundo e assim sucessivamente (SERRASQUEIRO, 1919, p. 238).

Na proposição n. 290 Serrasqueiro tratou da soma de dois termos equidistantes dos extremos, que resulta no mesmo valor da soma dos extremos, e da soma dos termos de uma Progressão Aritmética, enunciada na proposição nº 291: “[...] a somma dos termos de uma progressão arithmetica é igual a semisomma dos termos extremos, multiplicado pelo numero de termos” (SERRASQUEIRO, 1919, p. 240).

O estudo das Progressões Geométricas foi iniciado com sua definição (proposição n. 293), seguida da demonstração e um exemplo numérico:

> Um termo qualquer de uma progressão geométrica é egual ao primeiro multiplicado pela razão, elevada a um expoente egual ao numero dos termos antecedentes; ou egual ao ultimo dividido pela razão, elevada a um expoente egual ao numero dos termos seguintes (SERRASQUEIRO, 1919, p. 242).

Assim como nas Progressões Aritméticas, o autor trabalhou com a interpolação geométrica (proposição n. 294), ou seja, de que forma inserir meios entre dois elementos conhecidos da Progressão, bastando para isso obter a razão.



Vamos, portanto, determinar a razão. Para isso temos (n.º 293)

$$m = ar^n;$$

dividindo por a, vem

$$\frac{m}{a} = r^n;$$

e extrahindo a raiz do gráu n,

$$r = \sqrt[n]{\frac{m}{a}};$$

d'onde se vê que:

Para achar a razão, devemos dividir o ultimo termo pelo primeiro, e extrahir do quociente a raiz de um gráu egual ao numero dos meios mais um.

Exemplo: *inserir cinco meios entre os numeros 3 e 192.*

$$r = \sqrt[6]{\frac{192}{3}} = \sqrt[6]{64} = \sqrt[3]{8} = 2:$$

$$\div 3 : 6 : 12 : 24 : 48 : 96 : 192.$$

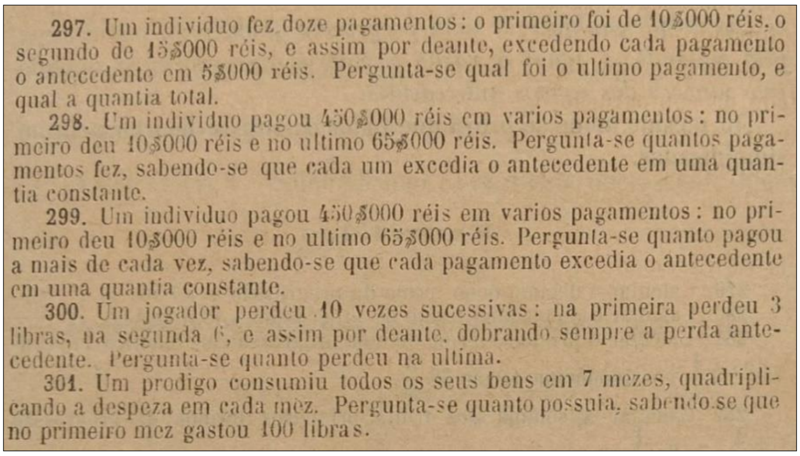
Figura 4: Interpolação geométrica
Fonte: SERRASQUEIRO (1919, p. 243)

Na proposição n. 297, foi enunciado mais um resultado: “Em uma progressão geométrica, o producto de dois termos, equidistantes dos extremos, é egual ao producto dos extremos” (SERRASQUEIRO, 1919, p. 245).

Serrasqueiro ainda tratou do produto dos termos de uma Progressão Geométrica, que é igual à raiz quadrada do produto dos extremos, elevado a uma potência dada pelo número de termos da Progressão (proposição n. 298); e da soma dos termos de Progressão Geométrica crescente e decrescente (proposição n. 299) e das Progressões infinitas (proposições n. 300 e n. 301).

> Para achar a somma dos termos de uma progressão geométrica: se ella for crescente, do producto do ultimo termo pela razão subtrahe-se o primeiro, e divide-se o resto pelo excesso da razão sobre a unidade; e se for decrescente, do primeiro termo subtrahe-se o producto do ultimo pela razão, e divide-se o resto pelo excesso da unidade sobre a razão (SERRASQUEIRO, 1919, p. 246).

Fechando o capítulo, Serrasqueiro propôs 23 exercícios diversos sobre Progressões. Constam 18 exercícios em que deveria ser utilizada a expressão do termo geral e fórmulas da soma de Progressões. As 5 últimas questões, consistiam em “situações-problema” nas quais o estudante poderia perceber possíveis “aplicações” de Progressões do seu cotidiano, que fogem ao contexto estritamente numérico.



297. Um individuo fez doze pagamentos: o primeiro foi de 10$000 réis, o segundo de 15$000 réis, e assim por deante, excedendo cada pagamento o antecedente em 5$000 réis. Pergunta-se qual foi o ultimo pagamento, e qual a quantia total.

298. Um individuo pagou 450$000 réis em varios pagamentos: no primeiro deu 10$000 réis e no ultimo 65$000 réis. Pergunta-se quantos pagamentos fez, sabendo-se que cada um excedia o antecedente em uma quantia constante.

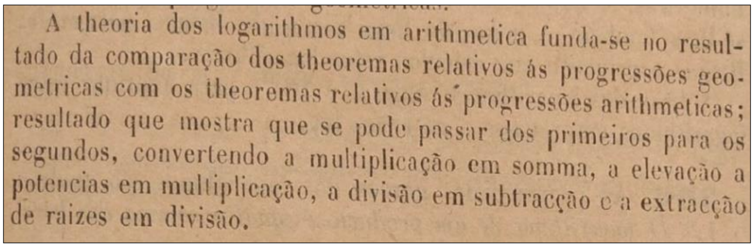
299. Um individuo pagou 450$000 réis em varios pagamentos: no primeiro deu 10$000 réis e no ultimo 65$000 réis. Pergunta-se quanto pagou a mais de cada vez, sabendo-se que cada pagamento excedia o antecedente em uma quantia constante.

300. Um jogador perdeu 10 vezes sucessivas: na primeira perdeu 3 libras, na segunda 6, e assim por deante, dobrando sempre a perda antecedente. Pergunta-se quanto perdeu na ultima.

301. Um prodigo consumiu todos os seus bens em 7 mezes, quadriplicando a despeza em cada mez. Pergunta-se quanto possuia, sabendo.se que no primeiro mez gastou 100 libras.

Figura 5: Exercícios sobre Progressão Aritmética e Geométrica
Fonte: SERRASQUEIRO (1919, p. 249-250)

O capítulo três, Serrasqueiro destinou para o estudo dos Logaritmos definido-os como “[...] os termos de uma progressão arithmética começando por zero, correspondentes aos termos de uma progressão geométrica começando pela unidade” (SERRASQUEIRO, 1919, p. 250). Percebemos que, mais uma vez, as Progressões se mostram importantes na definição de Logaritmo e Serrasqueiro destaca sua abordagem na aritmética, conforme ilustra a Figura 6.



A theoria dos logarithmos em arithmetica funda-se no resultado da comparação dos theoremas relativos ás progressões geometricas com os theoremas relativos ás progressões arithmeticas; resultado que mostra que se pode passar dos primeiros para os segundos, convertendo a multiplicação em somma, a elevação a potencias em multiplicação, a divisão em subtracção e a extracção de raizes em divisão.

Figura 6: Explicação sobre os logaritmos
Fonte: SERRASQUEIRO (1919, p. 250-251)

O autor esclareceu que como há uma infinidade de sistemas de Progressões que satisfazem as condições citadas, consequentemente havia uma infinidade de sistemas de Logaritmos destacando os conhecidos como neperianos ou hiperbólicos e os vulgares ou de Briggs, estes definidos por meio de uma Progressão Geométrica de razão 10 e por uma Progressão Aritmética de razão 1.

As Progressões também são mobilizadas na explicação das propriedades dos Logaritmos como a que afirma que o logaritmo de um produto é igual à soma dos logaritmos dos fatores; e na construção das tábuas de logaritmos, em que foram empregados os conhecimentos especialmente da interpolação geométrica.

Notamos que Serrasqueiro se preocupou em apresentar as definições e proposições de maneira objetiva, apresentando as demonstrações e articulando os assuntos. No dizer de Henriques, Oliveira e Magalhães (2011, p. 8), os livros de Serrasqueiro se inserem em um panorama de obras "[...] com grande preocupação na estrutura e escrita da Matemática". Mesmo com poucos exemplos numéricos no interior dos capítulos, havia ao final destes uma considerável quantidade de exercícios, proporcionando ao estudante uma reflexão da matéria e o desenvolvimento de habilidades com os conteúdos.

No Tratado de Álgebra Elementar, Serrasqueiro não reservou um capítulo específico para o estudo das Progressões. Estas só seriam introduzidas na definição de Logaritmo, sem serem abordadas anteriormente. O quarto livro, capítulo três, "Theoria dos Logarithmos", é dividido em três partes: quantidades exponenciais e equações exponenciais, princípios gerais relativos aos logaritmos e logaritmos considerados como expoentes. Na primeira parte, trabalha-se com a função contínua ax e com a equação exponencial ax = b, como sua forma mais simples.

Em "Princípios geraes relativos aos logarithmos", estes foram definidos inicialmente partindo da concepção aritmética: "Logarithmos são os termos de uma progressão arithmética começando por zero, correspondentes aos termos de uma progressão geométrica começando pela unidade" (SERRASQUEIRO, 1918, p. 320). O autor fez três considerações acerca de um sistema de Logaritmos formado por Progressões crescentes e apresentou os logaritmos neperianos.

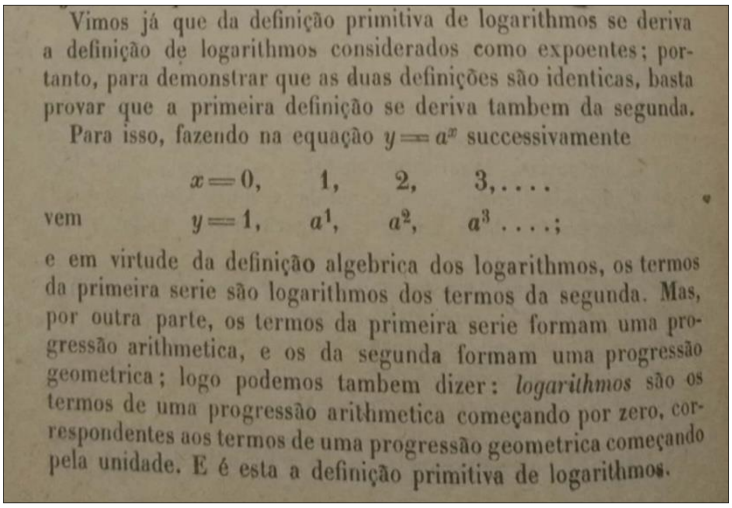
> 1º Todos os números positivos têm logarithmos; e os números negativos, não fazendo parte da progressão geométrica, não têm logarithmos reaes. 2º Os números maiores que a unidade têm logarithmos positivos; e os números menores que a unidade, têm logarithmos negativos. 3º O logarithmo da unidade é sempre zero; o logarithmo de zero é infinito negativo, e o logarithmo do infinito é o infinito positivo (SERRASQUEIRO, 1918, p. 321).

As Progressões foram utilizadas na explicação do cálculo do módulo do sistema de Logaritmos, ou seja, a "[...] quantidade constante pela qual se tem de multiplicar os logaritmos neperianos para passar para esse systema" (SERRASQUEIRO, 1918, p. 323) e por fim, na última proposição dessa parte do conteúdo, o autor propôs que a definição de Logaritmos poderia ser desvinculada da ideia de Progressões:

> [...] um termo de qualquer progressão arithmetica é precisamente o expoente a que é necessário elevar a base a para produzir o termo correspondente da progressão geométrica. Portanto, podemos desembaraçar a definição de logarithmos da ideia de progressão, considerando os logarithmos como expoentes [...] (SERRASQUEIRO 1918, p. 324).

Assim, em "Logarithmos considerados como expoentes", tem-se uma nova definição a partir da função exponencial: "Logarithmos de um numero é o expoente da potencia a que é necessário elevar uma quantidade positiva chamada base, para produzir um numero. Assim, sendo x = log y (base a), por definição teremos y = ax" (SERRASQUEIRO, 1918, p. 325).

Nessa parte do livro, os Logaritmos foram caracterizados e tiveram suas propriedades deduzidas com base nas propriedades de potenciação, entretanto, Serrasqueiro não abandonou a definição aritmética de Logaritmo "[...] com propósito de compará-la com a algébrico-funcional e mostrar a identidade de ambas" (MIGUEL e MIORIM, 2002, p. 73). Dessa forma, o autor afirmou que "[...] as definições de logarithmos, dadas na arithmética e na álgebra são equivalentes" (SERRASQUEIRO, 1918, p. 326) e chamou a definição aritmética de "definição primitiva dos logaritmos". No capítulo quatro, "Applicação dos logarithmos", as Progressões ainda aparecem em situações que tratam de anuidades e na fórmula de amortização de dívidas.



Vimos já que da definição primitiva de logarithmos se deriva a definição de logarithmos considerados como expoentes; portanto, para demonstrar que as duas definições são identicas, basta provar que a primeira definição se deriva tambem da segunda.

Para isso, fazendo na equação $y = a^x$ successivamente

$$x = 0, \quad 1, \quad 2, \quad 3, \ldots.$$

vem $$y = 1, \quad a^1, \quad a^2, \quad a^3 \ldots.;$$

e em virtude da definição algebrica dos logarithmos, os termos da primeira serie são logarithmos dos termos da segunda. Mas, por outra parte, os termos da primeira serie formam uma progressão arithmetica, e os da segunda formam uma progressão geometrica; logo podemos tambem dizer: *logarithmos* são os termos de uma progressão arithmetica começando por zero, correspondentes aos termos de uma progressão geometrica começando pela unidade. E é esta a definição primitiva de logarithmos.

Figura 7: Equivalência entre a concepção algébrica e aritmética dos logaritmos
Fonte: SERRASQUEIRO (1918, p. 326)

No final do quarto capítulo o autor propôs exercícios que tratavam de definição de logaritmos, equações logarítmicas e exponenciais e problemas que envolviam aplicação destes em juros compostos e anuidades.

4. Considerações Finais

Ao tomar livros didáticos de Matemática atuais, percebe-se a presença das Progressões como conteúdo a ser ensinado na primeira ou segunda série do Ensino Médio, localizadas logo após as Funções Logarítmicas. As Sequências Numéricas, especialmente as Progressões Aritméticas e Geométricas, são conteúdos considerados relevantes no atual Ensino Médio na medida em que propiciam aos alunos a descoberta de padrões e a realização de generalizações.

Ao olhar para as obras de Serrasqueiro, pudemos constatar que a abordagem das Progressões, como pré-requisito para o ensino dos Logaritmos, se mostrou em transformação, ora enfatizando-as como sequências com determinadas características, mas sem aplicações em outros contextos, ora com um tratamento que tendia a explorar o conceito em outras situações. Na maioria dos Programas de Ensino do Colégio Pedro II, as Progressões e Logaritmos estavam inseridos no campo da Aritmética, sendo que no Programa de 1892 (ano em que o livro de Serrasqueiro é adotado), tem-se o estudo de

Progressões e Logaritmos no programa de Álgebra pela primeira vez, consolidando-se somente em 1915 (BELTRAME, 2000) e prevalecendo assim nos livros didáticos até os dias atuais.

Ao considerar a concepção Aritmética dos Logaritmos como definição primitiva dos mesmos, Serrasqueiro talvez quisesse relacionar ao próprio significado da palavra Logaritmo, como esclarecem Miguel e Miorim (2002):

> A palavra **logaritmo**, criada por Napier para denominar o novo objeto matemático forjado com base nas propriedades correlativas entre os termos de uma PA e de uma PG, traz subjacente o modo como ele explorou essas propriedades a fim de dotá-las do caráter operatório explicativo do seu aproveitamento na simplificação de cálculos aritméticos. De fato, logaritmo é uma combinação de duas palavras gregas **- logos** e **arithmos -**, a primeira significando **razão** e a segunda **número**. Assim, o significado etimológico da palavra **logaritmo** é o **número de razões**, sendo que o termo **razão** refere-se à razão da PG, e **número de razões**, ou seja, o logaritmo de um termo **n** da PG refere-se ao número **n** de vezes em que a razão (1 – 1/107) da PG deveria ser sucessivamente aplicada ao primeiro termo – 107 - dessa mesma PG a fim de se obter o número 107 (1 – 1/107)n. Assim, se a razão da PG for aplicada uma única vez ao seu primeiro termo, temos que o logaritmo neperiano desse produto (que constitui o segundo termo da PG) é 1; se for aplicada 2 vezes, então, Nlog107 (1 – 1/107)2 = 2, e assim sucessivamente (MIGUEL e MIORIM, 2002, p. 43, grifos dos autores).

Dessa forma, a etimologia da palavra Logaritmo expressa a fase aritmética do desenvolvimento na história que, apesar de transformações conceituais, resistiu ao tempo. Miguel e Miorim (2002) citando Naux (1966) nos mostram como a palavra logaritmo teria perdurado pelos séculos, bem como sua vinculação às Progressões:

> Esta sólida união da palavra e da idéia não seria desfeita e apagada senão pela potente ação renovadora do cálculo infinitesimal, por volta de 1700; mas, a transformação radical imposta à idéia de logaritmo que se tinha até então, não exerceu qualquer ação dissolutiva da palavra, a qual permaneceu a mesma após tal transformação conceitual. Ela tinha em seu favor o poder do hábito e, sobretudo, a quase impossibilidade de se encontrar uma melhor que a sucedesse e que aparecesse como uma substituta digna de tomar o seu lugar na teoria elementar através das progressões (NAUX apud MIGUEL e MIORIM, 2002, p. 44).

Assim se justifica a separação entre a palavra e a ideia que era expressa nos livros didáticos brasileiros a partir de meados do século XIX, embora desenvolvessem um trabalho baseado na concepção aritmética do Logaritmo. Isso também explica o porquê da maioria dos professores e estudantes atualmente não vincularem a palavra logaritmo à ideia original que esta expressava, ou seja, às Progressões (MIGUEL; MIORIM, 2002, p. 44-45).

Além disso, Miguel e Miorim (2002) defendem que a concepção aritmética do Logaritmo baseada na teoria das Progressões, teve sua constituição pelo desenvolvimento de determinadas práticas sociais (como por exemplo, astronomia e navegação) em que se necessitava de simplificação de cálculos complexos e elaborados. Constataram também que a presença de tópicos algébricos antecedendo e/ou sucedendo o estudo dos Logaritmos, entretanto, não foi suficiente para caracterizar o que denominaram de "concepção algébrico-funcional" destes, pois, em todos os programas de Álgebra do período compreendido entre 1893 e 1912 os conteúdos de Progressão Aritmética e Geométrica "[...] caracterizadores da concepção aritmética, não apenas continuam a aparecer nos programas, como também fazem parte integrante da definição de logaritmo" (MIGUEL; MIORIM, 2002, p. 72).

Não obstante, percebemos por meio da análise realizada neste trabalho, que esse aspecto identificado por Miguel e Miorim (2002) ainda se manteve durante muito tempo, sendo "[...] somente a partir do início da década de 70 do século XX que outro papel começou a ser desempenhado por eles [os logaritmos] na cultura escolar brasileira" (MIGUEL; MIORIM, 2002, p. 56). Dessa forma, os Logaritmos, concentrados nos estudos da Função Logarítmica como inversa da Função Exponencial passariam a compor os programas de Matemática.

Com isso, a forma como os Logaritmos passaram a ser trabalhados com a concepção algébrica-funcional como a de hoje, alterou também a proposta e a importância do estudo das Progressões. Atualmente, parte-se de uma definição algébrica apoiada na ideia de potência e do estudo das funções. Entretanto, as Progressões Aritméticas e as Geométricas continuam presentes nos livros didáticos de Matemática, mas passaram a ser estudadas por si, isoladamente, sem conexões com nenhum outro assunto e sendo apresentadas, por vezes, mesmo após o estudo dos Logaritmos, ou ainda possivelmente, em anos de escolaridade distintos.

5. Referências

BELTRAME, J. *Os programas de ensino de matemática do Colégio Pedro II: 1837-1932*. 2000. 267f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2000.

GALVÃO, A. M. de O.; LOPES, E. M. T. *Território plural*: a pesquisa em História da Educação. São Paulo: Ática, 2010.

GARNICA, A. V. M.; SOUZA, L. A. de. *Elementos de História da Educação Matemática*. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2012.

MIGUEL, A.; MIORIM, M. Â. *Os logaritmos na cultura escolar brasileira*. Campinas, Rio Claro: Gráfica da FE-Unicamp / Sociedade Brasileira de História da Matemática, 2002.

SERRASQUEIRO, J. A. *Tratado de Algebra Elementar*. 12. ed. Coimbra: Livraria Central de J. Diogo Pires – Sucessoras, 1918.

SERRASQUEIRO, J. A. *Tratado Elementar de Arithmetica*. 20. ed. Coimbra: Livraria Central de J. Diogo Pires – Sucessoras, 1919.

SHUBRING, G. Pesquisar sobre a história do ensino da matemática: metodologia, abordagens e perspectivas. In: MOREIRA, D.; MATOS, J. M. *História do Ensino da Matemática em Portugal*. Actas do XIII Encontro de Investigação em Educação Matemática, Beja, 2004. Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação, 2005, p.5-20.

SOARES, M. B. *Um olhar sobre o livro didático*. Presença Pedagógica, Belo Horizonte, v. 2, n. 12, p. 53-63, nov./dez. 1996.

VALENTE, W. R. *Uma História da Matemática Escolar no Brasil (1730-1930)*. São Paulo: Annablume, 1999.

VECHIA, A.; LORENZ, K. M. *Programas de ensino da escola secundária brasileira*: 1850-1951. Curitiba: Editora do Autor, 1998.