

**PESQUISANDO A TRANSIÇÃO DO ENSINO MÉDIO PARA O
SUPERIOR NO PROJETO FUNDÃO:
IMPLICAÇÕES PARA O ENSINO MÉDIO**

Lilian Nasser

*Projeto Fundão; PEMAT-Universidade Federal do Rio de Janeiro
lnasser.mat@gmail.com*

Geneci A. Sousa

*Senai Cetiqt; Uniabeu; SEEDUC RJ; SME RJ; Projeto Fundão
prof.geneci@yahoo.com.br*

Marcelo Torraca

*SEEDUC RJ; Projeto Fundão
torraca@gmail.com*

Resumo:

Desde 2012, um grupo do Projeto Fundão (IM/UFRJ) tem se dedicado a investigar as dificuldades enfrentadas na Transição do Ensino Médio para o Superior. Diversos trabalhos foram desenvolvidos, com variadas metodologias e estratégias de coleta de dados, ora focando nos calouros universitários cursando disciplinas de Pré-Cálculo ou de Cálculo e seus professores, ora focando nos estudantes do Ensino Médio e seus professores de Matemática. Este trabalho tem como objetivo resumir as principais conclusões desses trabalhos investigativos que tiveram seu foco nos alunos e professores do Ensino Médio. Utilizando o método de categorização adotado em pesquisas de Análise de Conteúdo, esses trabalhos foram revisados, gerando categorias, de acordo com os tópicos matemáticos do Ensino Médio que surgiram como determinantes das dificuldades. Para cada categoria são sugeridas estratégias de abordagem que podem ser úteis, no futuro, para aprimorar o desempenho dos calouros na disciplina de Cálculo. O fruto desta investigação é a base para um material que está sendo desenvolvido, voltado para o professor de Matemática do Ensino Médio ou de Pré-Cálculo. Esse material, baseado na Resolução de Problemas, deve trazer sugestões para os professores que os auxiliem a abordar de modo motivador e investigativo os tópicos que serão úteis na disciplina de Cálculo.

Palavras-chave: Ensino Médio; Transição; Cálculo.

1. Introdução

Este trabalho é um recorte crítico de uma pesquisa ampla, desenvolvida no âmbito do Projeto Fundação (IM/UFRJ), que visa investigar a transição do Ensino Médio para o Superior, na tentativa de empreender ações para minimizar as dificuldades dos estudantes em disciplinas, como Cálculo I e Geometria Analítica. Os altos índices de evasão e reprovação na primeira disciplina de Cálculo têm sido tema de pesquisas nacionais e internacionais, buscando identificar as razões para esses problemas (REZENDE, 2003; NASSER, SOUSA & TORRACA, 2012; OLIVEIRA e RAAD, 2012). O baixo desempenho de alunos calouros em Cálculo é atribuído, em geral, a lacunas na aprendizagem de Matemática na Educação Básica (CAVASOTTO e VIALLI, 2011; BELLETTNI e SOUZA, 2018; TORRES E HAVELANGE, 2019). Por outro lado, Tall (1991) atribui o baixo desempenho dos calouros à falta de domínio do pensamento matemático avançado, alegando que

[...] a mudança do pensamento matemático elementar para o avançado envolve uma transição significativa: da descrição para a definição, do convencimento para a demonstração de uma maneira lógica, baseada naquelas definições. (TALL, 1991, p. 20)

Apesar disso, a preparação para a aprendizagem de Cálculo depende de vários conteúdos estudados em etapas anteriores. Por exemplo, a Geometria do Ensino Médio aborda conteúdos que podem preparar para a representação de problemas típicos de máximos e mínimos e de taxas relacionadas (BALOMENOS, FERRINI-MUNDY & DICK, 1994). Por outro lado, o tópico de funções é abordado no Ensino Médio de modo pontual, não estimulando uma visão abrangente necessária no Ensino Superior, como citado por Caraça (1984), que sugere que a função surge da necessidade de interpretar fenômenos da natureza, observar a interdependência entre duas grandezas e descrever regularidades (p. 109).

Na aprendizagem de Matemática, em geral, é fundamental a percepção da relação entre os objetos matemáticos e as diversas formas de registro de sua representação. Esse argumento é corroborado pela teoria de Registros de Representação Semiótica de Duval (2003), que afirma que para dominar um conceito é preciso articular essas diferentes formas de representação, pois

em matemática, as representações semióticas não são somente indispensáveis para fins de comunicação, elas são necessárias ao desenvolvimento da atividade matemática. (DUVAL, 2009, p. 15)

Duval(2009) distingue dois tipos de transformação nas representações semióticas: o tratamento e a conversão. O tratamento é definido como uma transformação da representação no próprio registro onde ela foi formada, ou seja, é uma transformação interna. Por outro lado, a conversão envolve uma transformação em uma representação em outro tipo de registro. A equação cartesiana de uma reta, por exemplo, pode ser submetida a um tratamento, ao ser transformada em uma equação reduzida. Já a passagem dessa equação para uma tabela ou uma representação gráfica caracteriza uma conversão. Baseados na teoria de Duval, no caso da aprendizagem de funções, Biazutti, Nasser, Torraca, Barros e Oliveira (2018) sugerem que é necessário levar os alunos a dominar as representações verbal, gráfica, tabular e analítica, e a articular a transição entre esses registros.

A proposta deste trabalho é examinar toda a produção publicada pelo grupo nos últimos 8 anos, destacando em categorias os conteúdos da Educação Básica citados como causadores das dificuldades em Cálculo. Para isso, é usada como referencial teórico a categorização, que faz parte da Análise de Conteúdo (BARDIN, 1977).

A partir da categorização, são destacadas ações sugeridas aos professores do Ensino Médio constantes dos trabalhos analisados. Se adotadas, as abordagens sugeridas para cada categoria podem ajudar a minimizar futuras dificuldades de seus alunos na disciplina de Cálculo e/ou Pré Cálculo.

2. Percorso Metodológico

A metodologia de pesquisa usando a Análise de Conteúdo proposta por Bardin (1977) foi definida como

um conjunto de técnicas de análise de comunicações visando obter por procedimentos sistemáticos e objectivos de descrição do conteúdo das mensagens indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) destas mensagens. (p. 44)

Embora não seja uma etapa obrigatória, a maioria dos procedimentos de análise organiza-se como um processo de categorização. Segundo Bardin (1977), a categorização é uma operação de classificação de elementos constitutivos de um conjunto por diferenciação e, seguidamente, por reagrupamento segundo os critérios previamente definidos.

As categorias são rubricas ou classes, as quais reúnem um grupo de elementos (unidades de registro, no caso da análise de conteúdo) sob um título genérico, agrupamento esse efectuado em razão das características comuns destes elementos. (BARDIN, 1977, p. 145)

Esse método de pesquisa também é recomendado por Fiorentini e Lorenzato (2009), quando afirmam que “a categorização significa um processo de classificação ou de organização de informações em categorias, isto é, em classes ou conjuntos que contenham elementos ou características comuns” (p. 134).

De acordo com Bardin (1977), tratar o material é codificá-lo. A codificação corresponde a uma transformação dos dados em bruto por recorte, agregação e enumeração, que permite atingir uma representação do conteúdo.

A categorização é um processo do tipo estruturalista e comporta duas etapas: o inventário (isolar os elementos) e a classificação (repartir os elementos e procurar uma organização das mensagens). O primeiro objetivo da categorização é fornecer uma representação simplificada dos dados em bruto. As categorias definidas num primeiro momento podem ser reorganizadas e, geralmente, as categorias terminais provêm do reagrupamento progressivo de categorias.

O critério de categorização pode ser semântico (categorias temáticas), sintático, léxico ou expressivo (BARDIN, 1977, p. 145). No caso deste trabalho, procuramos organizar em categorias os conteúdos da Educação Básica, citados nos trabalhos investigados, como dificultadores na aprendizagem de Cálculo. Trata-se, portanto de uma categorização semântica.

Procedendo à primeira etapa do processo de categorização, o inventário, foi examinada toda a produção do grupo, que consiste em artigos, capítulos de livros, trabalhos apresentados em eventos nacionais e internacionais, palestras e minicursos.

Após esse levantamento, foram selecionados para fazer parte do inventário os 15 trabalhos que apresentamos no Quadro 1 a seguir. São os trabalhos produzidos (e publicados) pelo grupo, que mencionam conteúdos causadores de dificuldades ou erros na resolução de tarefas típicas da primeira disciplina de Cálculo. As dificuldades apresentadas também são características de disciplinas de Pré-Cálculo.

A etapa seguinte do processo de análise do conteúdo, a classificação, consiste em identificar a primeira versão das categorias.

Quadro 1: Trabalhos produzidos que compõem o inventário

	Título	Autores	Publicação
1	Transição do Ensino Médio para o Superior: como minimizar as dificuldades em Cálculo?	Lilian Nasser Geneci A. de Sousa Marcelo A. Torraca	V SIPEM (2012) Petrópolis-RJ
2	Preparando para a aprendizagem de Cálculo: funções e geometria no ensino médio	Marcelo A.Torraca, Geneci Alves de Sousa, Priscila Dias Corrêa Lilian Nasser	Acta Latina (2013)
3	Resolução de problemas de máximos e mínimos em Cálculo I: prontidão a partir do Ensino Médio	Lilian Nasser, Marcelo Torraca, Geneci Sousa, Daniella Assemany, Cecília Amorim, Joana Marques	CIBEM 7 (2013) Montividéo - Uruguai
4	A transição do ensino médio para o superior: dificuldades em problemas de taxas relacionadas	Geneci Sousa, Lilian Nasser, Marcelo Torraca, Daniella Assemany. Cecília Azevedo	XI ENEM (2013) Curitiba - PR
5	Abordagem significativa para o tópico de funções na Educação Básica	Lilian Nasser Marcelo Torraca Joana Luiz Marques Bruna F.Lanzellote	VI EEMAT (2014) Niterói - RJ
6	Aprendizagem de Cálculo: dificuldades e sugestões para a superação	Lilian Nasser Geneci A. de Sousa Marcelo A. Torraca	CIAEM (2015) México
7	Mobilizações didáticas para aprendizagem do conceito de função.	Lilian Nasser Geneci A. de Sousa Marcelo A. Torraca	Capítulo do livro organizado por Fonseca (2016)
8	Funções no Ensino Médio: o que muda com a proposta da Base Nacional Comum Curricular?	Lilian Nasser, GeneciSousa, MarceloTorraca Rafael Vaz, Magno Ferreira	XII ENEM (2016) São Paulo - SP
9	Cálculo Diferencial e Integral I: como os alunos estão iniciando essa disciplina no curso de engenharia?	GeneciA. de Sousa Luciano Andrade	XII ENEM (2016)
10	Explorando imagens conceituais de alunos de Cálculo I relacionadas à continuidade de funções	Jeanne Barros Lilian Nasser Geneci A. de Sousa	EEMOP (2017) Ouro Preto - MG
11	Desempenho em Cálculo: investigando a transição do ensino médio para o superior	Lilian Nasser, Marcelo Torraca, Geneci Sousa	GEPEM (2017)
12	Conversão de representações na transição do Ensino Médio para o Superior	ÂngelaBiazutti, Lilian Nasser, Marcelo Torraca, Jeanne Barros, Alexandre Oliveira	CAREM (2018) La Plata - Argentina
13	Conversão de representações de retas e regiões do plano no Ensino Médio	Lilian Nasser, Marcelo Torraca, Jeanne Barros	EEMAT (2018) UERJ - RJ
14	Investigando estratégias para aprimorar o desempenho em Cálculo I	Lilian Nasser Ângela C. Biazutti Marcelo Torraca Jeanne Barros	CIAEM 2019 Medellín - Colômbia
15	Resolução de problemas como trampolim para a aprendizagem de Cálculo 1	Rafael F. Novôa Vaz Ângela C. Biazutti Jeanne Barros Lilian Nasser	XIII ENEM (2019) Cuiabá - MT

Fonte: os autores.

3. Categorização dos conteúdos de Ensino Médio

Examinando esses 15 trabalhos, podemos categorizar os conteúdos/procedimentos típicos da Educação Básica citados como causas das dificuldades na disciplina de Cálculo. Nossa primeira análise selecionou 18 categorias, determinadas portópicos citados como pontos de dificuldades em Cálculo em um ou mais trabalhos examinados. Foi feita então uma reorganização, agrupando alguns desses pontos, que resultou nas 9 categorias, mostradas no Quadro 2. Como o conteúdo do estudo de funções é muito amplo, foi dividido em 4 categorias excludentes. Os trabalhos citados na 3ª coluna se referem à numeração dos trabalhos de acordo com o Quadro 1.

Quadro 2: Categorias identificadas na etapa de análise dos trabalhos.

	Categoria	Frequência	Trabalhos que citam essa categoria (de acordo com os números no quadro 1)
1	Trato algébrico	8	4-6-7-8-11-13-15
2	Definição de função + Abordagem histórica	9	1-2-3-5-6-7-8-11
3	Características das funções	7	1-4-6-7-8-14-15
4	Gráficos de funções	12	1-2-3-4-5-6-8-9-11-13-14-15
5	Funções definidas por várias sentenças	9	1-2-6-7-8-9-11-13-15
6	Conversão de representações + Interpretação de dados	11	3-4-5-6-7-8-11-12-13-14-15
7	Geometria plana + espacial	6	1-2-4-11
8	Vetores + Trigonometria + matrizes	9	1-2-6-7-8-11
9	Identificar e Compreender Padrões	3	7-9-11

Fonte: os autores.

A análise desse quadro indica, por exemplo, que a categoria de trato algébrico foi citada 8 vezes como causa das dificuldades, às vezes em mais de um aspecto, nos trabalhos 4, 6, 7, 8, 11, 13 e 15.

A seguir, cada categoria será examinada, destacando as sugestões de abordagens para os temas da Educação Básica, indicadas nos trabalhos. Acreditamos que essas sugestões podem proporcionar aos professores da Educação Básica um olhar mais abrangente de cada conteúdo, permitindo uma aprendizagem significativa, cobrindo as lacunas que causam as dificuldades em Cálculo e/ou Pré Cálculo.

4. Sugestões de abordagem

A maioria dos trabalhos examinados recomenda dois desdobramentos para superar as dificuldades na primeira disciplina de Cálculo. O primeiro é o foco deste trabalho: sugerir abordagens alternativas para as aulas de Matemática no Ensino Médio, que antecipem situações e problemas típicos, gerando o que chamamos de prontidão para o estudo de Cálculo. O segundo desdobramento é motivar os calouros para o estudo dessa disciplina, por meio do incentivo da resolução de problemas que mostrem a necessidade de aplicar conteúdos da Educação Básica, que devem ser revisitados, quando necessário. Essas estratégias podem ajudar os estudantes a acompanhar as demandas da disciplina de Cálculo e, como consequência, avançar em busca de abstração necessária para o domínio do pensamento matemático avançado, e conseguir um bom resultado na aprendizagem dos conteúdos de Cálculo.

A existência de obstáculos é apontada como causa de dificuldades na aprendizagem. Os obstáculos epistemológicos foram estudados inicialmente por Bachelard(2008) e explorados por vários matemáticos como Brousseau (1983) e Artigue (1989). Em nossas pesquisas com alunos do Ensino Médio e calouros universitários na disciplina de Cálculo, observamos algumas respostas que exemplificam a presença de algum obstáculo à aprendizagem. Especificamente em relação à aquisição do conceito de função, Sierpiska (1992) destaca 16 obstáculos e 19 atos fundamentais, que são estratégias para transpor esses obstáculos. Nos trabalhos analisados, alguns desses obstáculos são citados, em particular no que se refere ao tópico de funções.

A seguir, cada categoria será analisada, detalhando as dificuldades e as sugestões de abordagem citadas nos trabalhos examinados.

4.1 Categoria 1: Trato algébrico

Esta categoria surgiu da observação de dificuldades na disciplina de Cálculo com simplificação algébrica, e no uso de produtos notáveis ou fatoração, como no cálculo de limites, por exemplo. Encontramos casos de alunos que simplificaram um dos termos de um binômio, sem perceber a distinção de um monômio, ou cometeram erros na multiplicação de polinômios, como mostrado na figura 1.

$$\begin{aligned}
 &V = x^3 - 10x^2 + 20x + 40 = 0 \\
 &V = (x-2)(x^2-8x+40) \\
 &V = x^2 - 8x + 40 = 0 \\
 &V = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 160}}{2} \\
 &V = \frac{8 \pm \sqrt{-96}}{2} \\
 &V = \frac{8 \pm 4\sqrt{6}i}{2} \\
 &V = 4 \pm 2\sqrt{6}i
 \end{aligned}$$

Figura 1: Erro no trato algébrico, cometido por aluno de Cálculo I.

Fonte: Nasser et all (2013) – trabalho 13 do quadro 1.

4.2 Categoria 2: FUNÇÃO – Definição de função

O tópico de funções foi citado em quase todos os trabalhos, aparecendo como tema de 4 categorias. Em relação à definição de função na Educação Básica, várias sugestões aparecem nos trabalhos, como adiar a formalização matemática do conceito de função, por meio de uma definição, em favor de uma noção intuitiva, apoiada em exemplos e gráficos, como indicado por Tinoco (2002). O ensino de função não deve constituir tema à parte, mas devem ser exploradas situações da resolução de problemas até a interpretação de gráficos. Além disso, é recomendável uma abordagem histórica da definição de função e, nesse sentido, as primeiras atividades devem ser por meio do estudo da variação de grandezas associadas a diferentes fenômenos de interdependência, como recomendado por Caraça (1984). Por outro lado, as progressões aritméticas e geométricas devem ser tratadas como funções, cujo domínio é o conjunto dos números naturais.

4.3 Categoria 3: FUNÇÃO – Características das funções

Esta categoria inclui propriedades e características das funções abordadas na Educação Básica, como domínio e imagem, funções injetivas e sobrejetivas. Destacamos também a necessidade de observar as restrições ao domínio de uma função no âmbito da resolução de problemas.

Ainda no que se refere às características de funções, destaca-se o reconhecimento de funções pares e ímpares, que não ocorre no Ensino Médio, embora possa perfeitamente ser explorado, por meio da comparação e simetria de gráficos.

O conceito de função de domínio discreto deve ser abordado com mais eficácia para que os alunos possam compreender que o gráfico desse tipo de função não apresenta um traço contínuo e sim, um conjunto de pontos.

4.4 Categoria 4: FUNÇÃO – Gráficos de funções

Uma das causas para as dificuldades dos alunos no traçado de gráficos de funções provém da abordagem ponto a ponto, adotada na Educação Básica. Nasser (2009) sugere a estratégia bem-sucedida de usar transformações no plano, a partir de gráficos básicos conhecidos. Assim, os estudantes são levados a visualizar as modificações necessárias, como translações e reflexões, para chegar ao gráfico pretendido. Com esse processo, é possível esboçar gráficos sem a necessidade de conhecer suas raízes. Isso é útil, por exemplo, para os casos de funções quadráticas que não possuem zeros reais. Nesta categoria, o uso da tecnologia é recomendado para facilitar a observação de modificações causadas pelas transformações no traçado de gráficos.

Alguns obstáculos à aprendizagem de função citados por Sierpiska (1992) são relativos a esta categoria, como a concepção ingênua de que “o gráfico de uma função não precisa ser exato”. Nesse sentido, observa-se a crença de que o gráfico de uma função é obtido marcando alguns pontos no plano cartesiano e unindo-os por segmentos de reta, talvez pela influência dos gráficos divulgados na mídia, que são desse tipo.

4.5 Categoria 5: FUNÇÃO – Funções definidas por várias sentenças

Os exemplos de funções utilizados no Ensino Médio e, principalmente, aqueles trabalhados na disciplina de Cálculo devem se aproximar da realidade dos estudantes, refletindo situações reais, em que as funções nem sempre são bem-comportadas como as funções polinomiais. Um dos obstáculos citados por Sierpiska (1992), a crença de que “apenas relações representáveis por fórmulas analíticas são dignas de serem chamadas funções”, pode ser uma das causas para as dificuldades apresentadas nessa categoria. Muitos problemas reais são representados por funções definidas por mais de uma sentença, como o Imposto de Renda cobrado na fonte, ou tarifas que dependem da faixa de consumo.

Na Base Nacional Comum Curricular do Ensino Médio (BNCC), a exploração desse tipo de função está incluída na seguinte habilidade:

(EM13MAT404) Analisar funções definidas por uma ou mais sentenças (tabela do Imposto de Renda, contas de luz, água, gás etc.), em suas representações algébrica e gráfica, identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decrescimento, e convertendo essas

representações de uma para outra, com ou sem apoio de tecnologias digitais. (BRASIL, 2018, p. 539)

Uma vez que é trabalhado o gráfico da função afim, recomenda-se inicialmente a exploração de funções cujos gráficos são formados por segmentos de reta com inclinações distintas, e depois partir para funções formadas por diferentes tipos de função em cada sentença.

4.6 Categoria 6: Conversão de representações

A diversidade de representações de funções também contribui para dificultar o domínio total desse conceito. De acordo com Duval,

“há uma pluralidade de registros de representação de um mesmo objeto, e a articulação desses diferentes registros é a condição para a compreensão em matemática, embora várias abordagens didáticas não levem em conta esse fato” (DUVAL, 2003, p. 31).

A necessidade de articular diferentes registros de um objeto matemático está explícita na competência específica 4 da Base Nacional Comum Curricular do Ensino Médio:

Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas. (BRASIL, 2018, p. 538)

A BNCC afirma ainda que é fundamental que os estudantes sejam estimulados a explorar mais de um registro de representação sempre que possível, pois uma representação pode facilitar a compreensão de um aspecto que outra não favorece.

No caso da aprendizagem de funções, a teoria de Duval indica a necessidade de levar os alunos a dominar as representações verbal, gráfica, tabular e analítica, e a articular a transição entre esses registros.

Nas atividades aplicadas, principalmente no trabalho 13, os alunos do Ensino Médio apresentaram baixo desempenho na conversão entre as representações verbal, analítica e gráfica. Recomenda-se que os alunos explorem exercícios envolvendo a modelagem em problemas diversos, com a análise das variáveis envolvidas e sua relação, para facilitar conversões a partir da representação verbal.

4.7 Categoria 7: Geometria plana e espacial

Em relação à Geometria, é preciso desenvolver ações ao longo do Ensino Médio que gerem a prontidão para o estudo de Cálculo. Um aspecto importante é a visualização de sólidos geométricos, com análise dos elementos que aparecem em suas seções transversais e interseções, que podem facilitar a resolução de problemas de taxas relacionadas e de máximos e mínimos (BALOMENOS, FERRINI-MUNDY & DICK, 1994). A Geometria Analítica também pode preparar para a representação e visualização das situações, as dificuldades observadas na resolução de problemas de taxas relacionadas.

4.8 Categoria 8: Vetores + Trigonometria + Matrizes

Esta categoria agrega alguns conceitos que foram citados isoladamente em seis dos trabalhos analisados: vetores, trigonometria e matrizes.

O conceito de vetor não faz parte do currículo de Matemática do Ensino Médio, e nem consta da Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Ao ingressar no Ensino Superior, alguns alunos trazem uma noção de vetor, da Física do Ensino Médio. Daí as dificuldades apresentadas na disciplina de Cálculo, em relação ao vetor diretor no traçado de retas, por exemplo. Outros conteúdos identificados como pontos de dificuldade dos estudantes foram o estudo de matrizes e de trigonometria. Como já citado no caso de gráfico de funções, as transformações lineares também podem facilitar a compreensão e a descrição das transformações que ocorrem nos gráficos de função trigonométricas, ao se alterarem os parâmetros da forma algébrica de funções como, por exemplo, nas expressões $y = a.\cos x + b$ ou $y = b + a.\sen x$.

4.9 Categoria 9: Identificar e Compreender Padrões

Esta categoria foi citada em 4 trabalhos, como uma boa estratégia de introdução ao estudo de função no Ensino Fundamental. É recomendada a exploração de padrões em sequências numéricas ou de figuras, incentivando os alunos a encontrar uma expressão algébrica para representá-los.

A habilidade desta categoria está incluída na Competência 5 da BNCC do Ensino Médio: “Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e

propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, ...” (p. 540).

5. Considerações Finais

A análise das categorias provenientes dos trabalhos produzidos sugere que a dificuldade dos alunos em apreender os conceitos matemáticos, na disciplina de Cálculo I, pode estar relacionada com a falta de incentivo ao pensamento matemático, priorizando apenas a resolução de exercícios mecânicos. Esse quadro pode ser relacionado com a preocupação para o vestibular, que no Ensino Médio preconiza o treinamento do aluno com foco exclusivamente na aprovação. Este modelo de ensino não promove uma aprendizagem significativa e, além disso, não contribui para o desenvolvimento da maturidade matemática dos alunos.

Tendo em vista a ênfase dada aos registros de representação na nova BNCC do Ensino Médio (BRASIL, 2018), este trabalho aponta para a necessidade de abordar, de forma mais profunda e eficaz, a conversão de registros de representação nas aulas da Educação Básica. Observa-se, no entanto, que os livros didáticos, em geral, não trabalham atividades que enfatizem essas conversões.

Outra dificuldade apresentada, a falta de interpretação adequada das informações fornecidas nos enunciados dos problemas, também pode ser minimizada por um trabalho adequado ao longo da escolaridade, se possível num trabalho conjunto com professores de outras disciplinas.

Recomenda-se uma reformulação na forma de abordagem de grande parte dos conteúdos de Matemática. Nesse sentido, seria adequado o oferecimento de programas de Formação Continuada que abordem não apenas os conteúdos matemáticos da Escola Básica em que os alunos apresentam mais dificuldades, mas também dando subsídios para construir o saber pedagógico do conteúdo (SHULMAN, 1986). Esse tipo de estratégia também deve ser adotado com licenciandos, nos cursos de Formação Inicial.

Em relação ao conceito de função, conforme sinaliza Sierpinski (1992), devem ser propostas atividades que favoreçam a superação dos obstáculos, permitindo que os alunos dominem o conceito. Isso envolve a exploração de situações do seu cotidiano.

A construção de gráficos pode ser incentivada a partir das transformações no plano, em especial com o auxílio de softwares dinâmicos como o Geogebra, por

exemplo, que possibilitarão uma maior interação e, conseqüentemente, melhor aprendizagem dos discentes. Nesse aspecto, é possível utilizar outras ferramentas tecnológicas que possam ser aplicadas a outras áreas da Matemática, com o objetivo de contribuir para o ensino e aprendizagem.

A partir dos resultados apresentados em alguns trabalhos, somos levados a concluir que os discentes já se acostumaram a processos de memorização de resoluções e não conseguem desenvolver um raciocínio dedutivo. Os processos de resoluções mecânicas adotados no Ensino Médio estão fixados no discente, sendo ele incapaz de identificar o conceito matemático em processos do cotidiano. Apesar de não ser objeto de estudo mais detalhado, podemos atribuir ao campo linguístico as dificuldades de resoluções por alguns discentes, pois eles não conseguem identificar no corpo da questão as ferramentas para a resolução da mesma. Como consta em alguns dos trabalhos analisados, essas dificuldades podem ser minimizadas com um trabalho baseado nas conversões de representação (DUVAI, 2009).

Portanto, as pesquisas citadas indicam que é necessária uma mudança na forma de abordar tais conteúdos na Escola Básica, para que possamos reduzir, ou até mesmo eliminar tais obstáculos na aprendizagem, quebrando o paradigma de que a disciplina de Cálculo é a vilã dos cursos de Ensino Superior.

6. Referências

- ARTIGUE, M. *Epistemologie et didactique*. Chier de Didirem. Paris, n, 3. 1989.
- BACHELARD, G. *A formação do espírito científico: contribuição para uma psicanálise do conhecimento*. 3ª. ed. São Paulo: Contraponto, 2008.
- BALOMENOS, R., FERRINI-MUNDY, J. e DICK, T. *Geometria: prontidão para o Cálculo*. In: M. Lindquist e A. Shulte (org.). *Aprendendo e Ensinando Geometria*. Atual Editora, São Paulo, 1994.
- BARDIN, L. *Análise de Conteúdo*. Edição revista e atualizada. Edições 70, Lisboa, Portugal, 1977.
- BARROS, J.; NASSER, L; SOUSA, G. *Explorando imagens conceituais de alunos de Cálculo I relacionadas à continuidade de funções*. In: ENCONTRO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DE OURO PRETO. *AnaisUFOP*, Ouro Preto, 2017.
- BELLETTINI, M. T.; SOUSA, S. *A Implantação da disciplina de Pré-Cálculo como política pedagógica de permanência nos cursos de graduação do centro tecnológico da UFSC*. In: COLÓQUIO INTERNACIONAL DE GESTION UNIVERSITARIA, XIII, 2018, Loja. *Anais...* UFSC, Santa Catarina, 2018.

BIAZUTTI, A.C.; NASSER, L.; TORRACA, M.; BARROS, J.; OLIVEIRA, A. *Conversão de Representações na transição do Ensino Médio para o Superior*. In: CONGRESO ARGENTINO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA, XIII, 2018, La Plata. *Anais*. Universidad Nacional de La Plata. La Plata, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. BNCC. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf>. Acesso em 05 janeiro. 2020

BROUSSEAU, G. - Les obstacles épistemologiques et lês problème sen mathématiques. *Recherches em Didactique dès Mathématiques*, 4(2), 165-198, 1983

CARAÇA, B. DE J. *Conceitos Fundamentais da Matemática*. Livraria Sá da Costa Editora. Lisboa, Portugal, 1984.

CAVASOTTO, M.; VIALI, L. Dificuldades na aprendizagem de Cálculo: o que os erros podem informar. In: *Boletim do GEPEM*, Rio de Janeiro, nº 59, p. 15-33, 2011.

DUVAL, R. Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: MACHADO, Silvia D. A. (org.). *Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica*. Campinas: Papirus, p.11-33, 2003.

DUVAL, R. *Semiósis e pensamento humano: registros semióticos e aprendizagens intelectuais*. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. *Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos*. Campinas: Autores Associados, 2009.

NASSER, L. - *Uma pesquisa sobre o desempenho de alunos de Cálculo no traçado de gráficos*. In: Frota, M.C.R. e Nasser, L (org.). *Educação Matemática no Ensino Superior: pesquisas e debates* (pp. 43-58). SBEM, 2009.

NASSER, L., SOUSA, G. & TORRACA, M. - *Transição do Ensino Médio para o Superior: como minimizar as dificuldades em cálculo?* Atas do V Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (em CD). SBEM: Petrópolis, RJ, Brasil, 2012.

NASSER, L.; BIAZUTTI, A. C.; BARROS, J.; VAZ, R. F. N. *Resolução de Problemas como trampolim para a aprendizagem de Cálculo I*. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, XIII, 2019. *Anais*. SBEM: Cuiabá, 2019.

NASSER, L.; BIAZUTTI, A.C.; TORRACA, M.; BARROS, J. *Investigando estratégias para aprimorar o desempenho em Cálculo I*. In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCACIÓN, XIV, 2019, Medellín. *Anais...* CIAEM, Medellín, 2019.

NASSER, L.; SOUSA, G.; TORRACA, M. A. *Aprendizagem de Cálculo: dificuldades e sugestões para a superação*. In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCACIÓN, XIV, 2015, Chiapas. *Anais...* CIAEM, Chiapas, 2015.

NASSER, L.; SOUSA, G.; TORRACA, M. A. *Desempenho em Cálculo: investigando a transição do ensino médio para o superior*. *Boletim GEPEM*, n. 70, 2017.

NASSER, L.; SOUSA, G.; TORRACA, M.; VAZ, R.; FERREIRA, M. XII ENEM, *Funções no Ensino Médio: o que muda com a proposta da Base Nacional Comum q* NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, XI, 2016. *Anais*. SBEM: São Paulo – SP, 2016.

NASSER, L.; SOUSA, G.; TORRACA, M.A. *Mobilizações Didáticas para aprendizagem do Conceito de função*. In: LAERTE FONSECA (Org.). *Didática do Cálculo: Epistemologia, Ensino e Aprendizagem*. 1ed. São Paulo: Livraria da Física, 2016, p. 183-196.

NASSER, L.; SOUSA, G.; TORRACA, M.A; ASSEMANY, D.; AZEVEDO.; C. A *transição do ensino médio para o superior: dificuldades em problemas de taxas relacionadas*. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, XI, 2013. *Anais...* SBEM: Curitiba – PR, 2013.

NASSER, L.; TORRACA, M.A; SOUSA, G.;ASSEMANY, D. AMORIM C; MARQUES, J. *Resolução de problemas de máximos e mínimos em Cálculo I: prontidão a partir do Ensino Médio*. CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA, VII, 2013. *Anais...* CIBEM: Montividéo – Uruguai, 2013.

NASSER, L; TORRACA, M.A; MARQUES, J;LANZELLOTE, B. *Abordagem significativa para o tópico de funções na Educação Básica*. ENCONTRO ESTADUAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, VI, 2014. *Anais...* EEMAT: Niterói – RJ, 2014.

OLIVEIRA, M. C. A.; RAAD, M. R. *A existência de uma cultura escolar de reprovação no ensino de Cálculo*. In:Boletim do GEPEM, Nº 61, p. 125-137. Rio de Janeiro, 2012.

REZENDE, W. M. *O ensino de Cálculo: dificuldades de natureza epistemológica*. São Paulo: USP, 2003. 450 p. Tese (Doutorado). Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003.

SHULMAN, L. *Those who understand: Knowledge growth in*

SIERPINSKA, A. *On understanding the notion of function*. In: DUBINSKY, E; HAREL, G (Ed.) *The Concept of Function: aspects of epistemology and Pedagogy*. MAA Notes, p.25-58, 1992.

SOUSA, G.; ANDRADE, L. *Cálculo Diferencial e Integral I: como os alunos estão iniciando essa disciplina no curso de Engenharia? Atas do X ENEM*, São Paulo, SP, Brasil, 2016.

TALL, D. (Ed.): *Advanced Mathematical Thinking*. KluwerAcademicPublishers, 1991.

TINOCO, L. *Construindo o Conceito de Função no 1º Grau*. Rio de Janeiro: IM/UFRJ, 2002.

TORRACA, M; SOUSA, G; CORREA, P.; NASSER, L. *Preparando para a aprendizagem de Cálculo: funções e geometria no ensino médio*. Acta Latina, 2013.

TORRES, A. F. N.; HAVELANGE, L. S. *Investigação dos conhecimentos de assuntos Pré-Cálculo em estudantes da Licenciatura em Matemática*. In: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, IV, 2017, João Pessoa. *Anais...* Campina Grande: Realize Editora, 2017.