

IX Seminário de Pesquisa em Educação Matemática do Rio de Janeiro

ENSINO DE FUNÇÃO: UMA RELEITURA HISTÓRICO-EPISTEMOLÓGICA DO CONCEITO**Jeanne Barros***IME-UERJ**jeanne@ime.uerj.br***Alexandre Oliveira Silva***SEEDUC/RJ – Santa Mônica Centro Educacional**aosprofmat@gmail.com***Gustavo Lima da Silva***Licenciando em Matemática – IM-UFRJ**g.lima.qed@gmail.com***Resumo:**

Este artigo apresenta uma possibilidade de aplicação da História da Matemática para preencher as lacunas de aprendizagem do conceito de função. Essas dificuldades têm permeado nossas discussões no grupo colaborativo do Projeto Fundão, cujo tema de pesquisa é a Transição do Ensino Médio para o Ensino Superior, por conta das excessivas reprovações e abandonos. Além do manejo algébrico, outra grande dificuldade é a resolução de problemas usando o Cálculo como ferramenta. Debruçado sobre isso, o grupo constatou que o conceito de função é um dos grandes empecilhos para uma aprendizagem significativa de Cálculo. O artigo apresenta uma análise histórico-epistemológica do conceito de função, desde os babilônios passando por Leibniz e Newton, derivando daí propostas de ensino do conceito de função para a Escola Básica ou mesmo para uma primeira disciplina de Cálculo.

Palavras-chave: História da Matemática, Conceito de função, Transição.

1. Introdução

No Ensino Superior já nos deparamos com a perplexidade dos alunos quando se dão conta de que todo o curso de Cálculo Diferencial e Integral é baseado em funções. Já ouvimos, inclusive, de uma aluna as seguintes palavras: “eu nunca estudei funções e agora me dizem que todo o curso é baseado em funções?”

Compreendemos que diversas realidades que encontramos nas escolas públicas contribuem para que um aluno ou outro tenha alguma dificuldade na sua aprendizagem pré-universidade.

De fato, em teste diagnóstico foram observadas dificuldades de alunos ingressantes em Cálculo I, no conteúdo de funções e suas representações, a saber, a leitura e interpretação de enunciados de problemas e, posteriormente, a modelagem desses problemas; conversão da representação verbal para a analítica, em termos de funções afim, polinomiais e de várias sentenças; dificuldades com o trato algébrico. (Costa 2016)

Procurando somar à realidade propostas para preencher lacunas entre o Ensino Básico e o Ensino Superior no que se refere ao conceito de função, fazemos uma análise histórico-epistemológica da construção desse conceito e associamos à teoria dos registros de representação de Duval. Este artigo sugere atividades seguindo os quatro registros de representação predominantes na educação matemática: verbal, analítico, gráfico e tabular. Esperamos, com isso, alcançar uma aprendizagem significativa do conceito de função.

Revisitamos Duval para dar um significado ao objeto função na busca do seu completo entendimento. O uso de registro de representações é citado pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) na competência específica IV de matemática e suas tecnologias para o Ensino Médio: “Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas” (BRASIL, 2018, p. 538).

A análise histórico-epistemológica nos leva a observar na história como surgiu o ente matemático função. Essa retrospectiva histórica vem auxiliar o professor na aprendizagem do conceito, pois segundo a BNCC (2017, p. 299):

para a aprendizagem de certo conceito ou procedimento, é fundamental haver um contexto significativo para os alunos, não necessariamente do cotidiano, mas também de outras áreas do conhecimento e da própria história da Matemática.

Esta investigação tem como referência a teoria de registros de representação semiótica de Raymond Duval (2009). E, na visão histórica, a pesquisa foi feita por meio de estudo bibliográfico com base em vários autores, dentre eles Roque (2017), Eves (2004), Ifrah (1997), Boyer (1996), Rüdthing (1984), Youschkevitch (1976) e Smith (1953),

As primeiras atividades visaram observar as dificuldades encontradas em conteúdos identificados como obstáculos epistemológicos para a aprendizagem, em particular para a aquisição do conceito de função (SIERPINSKA, 1992). Os resultados dessas atividades indicam que a maior parte das dificuldades provém de lacunas na aprendizagem de Matemática na Escola Básica (NASSER; SOUZA; TORRACA, 2012, 2015).

Segundo Caraça (1989), esta realidade apresenta duas características fundamentais: a interdependência, que faz com que todas as coisas estejam relacionadas umas com as outras e a fluência, que faz com que tudo no mundo esteja em permanente mudança.

Através do desenvolvimento histórico do conceito de função, sugerimos duas atividades para uma compreensão intuitiva para o conceito e outra atividade em que temos uma matematização¹ inicial, problema do táxi, a atividade em que o conceito se destaca do procedimento e alcança uma existência própria com generalizações.

1.1. O desenvolvimento do conceito de função e o ensino do conceito

De acordo com a BNCC, a competência específica 1 de Matemática para o Ensino Fundamental é:

Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho. (BRASIL, 2017, p. 269)

¹ A matematização vem acompanhando o desenvolvimento da humanidade. No âmbito da Educação Matemática a referência à matematização foi se configurando a partir das ideias de Hans Freudenthal na década de 1960. Suas ideias vêm merecendo atenção em diferentes linhas de pesquisa na área. <https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/article/view/1982> - acesso em 10 out 2020

O ensino de função na Educação Básica de acordo com a BNCC traz uma nova proposta de oferecer ao aluno a possibilidade de pensar a partir de informações compartilhadas e responder de uma maneira participativa e ativa.

Já temos observado o interesse mostrado pelos nossos alunos quando apresentamos algum fato histórico relacionado à matéria dada. Até a exposição de um filme no início de um curso de Cálculo sobre a história do Cálculo envolvendo René Descartes (1596-1650), Isaac Newton (1643-1727), Gottfried Wilhelm Leibniz (1673-1694), Johann Bernoulli (1667-1748), dentre outros, traz ao aluno a compreensão de que essa disciplina não faz parte apenas da sua vida acadêmica. Pesquisadores do grupo francês IREM (*Instituts de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques*) acreditam que “os professores das disciplinas de exatas estão mais conscientes da dimensão cultural da matéria que ensinam face a uma apresentação da ciência como *produto terminado*”, como se apresenta hoje, seja na Escola Básica ou no Ensino Superior (VERLEY *et al*, 1991). E acrescentam que “o confronto com os textos dos matemáticos muda a representação que todos, professor ou aluno, têm da matemática. Estes ganham vida, não são mais um objeto congelado. Eles são objeto de pesquisa, controvérsia, erros e tentativa e erro” (VERLEY *et al*, 1991, p. 43). A partir desse pressuposto, iniciamos uma retrospectiva histórica da evolução do conceito de função.

Abordamos a importância dos aspectos históricos na evolução do conceito de função, pois acreditamos que antes de descrever os vários modos de interagir com as funções em aplicações e problemas diversos, é importante saber como surgiram, quem desenvolveu e aprimorou. Na Educação Básica a apresentação de função é superficial, muitas vezes apenas com o uso de fórmulas para resolução de problemas e interpretação de gráficos. E deveria ser abordada de uma forma mais interessante, mostrando-a como uma conquista coletiva, onde cada passo do desenvolvimento do conceito de função foi discutido e modificado ao longo dos séculos. As várias etapas dessa conquista mostram, igualmente, o crescimento do pensamento abstrato, dando oportunidade ao aprendiz em seguir esse caminho na sua aquisição do conceito de função.

A etapa inicial da aquisição desse conceito ocorreu na Idade Antiga, que foi o período da história que se desdobrou desde a invenção da escrita (4000 a.C. a 3500 a.C.) até a queda do Império Romano do Ocidente (476 d.C.) e início da Idade Média (século V). Youschkevitch (1976, p. 39) aponta que nessa etapa primeira havia apenas o estudo de casos particulares de dependência entre duas quantidades. Não tinham ainda despertado para a relação entre variáveis.

As duas atividades a seguir apresentadas inserem os alunos em problemas que, intuitivamente, carregam o conceito de função. Uma das atividades sugeridas é a construção de uma tabela, portanto, uma representação tabular de uma função, relacionada à noção intuitiva como compreendemos que havia na época. De acordo com que se sabe da História da Matemática, os povos como os Babilônicos e Egípcios já pressupunham de maneira intuitiva a ideia de função, pois se utilizavam de tabelas para anotar operações. Enquanto os Mesopotâmicos empregavam tabelas de produtos, de inversos, de raízes, etc., os egípcios usavam sequências de duplicações, ou divisões por 2, e inversões. Em ambas as tabelas estavam presentes, não apenas para facilitar e memorizar os cálculos, mas sobretudo porque alguns deles, mais difíceis, demandavam tabelas (ROQUE, 2017, p.89). A figura 1 mostra um tablete pertencente à coleção Frau, Professor Hilprecht de Antiguidades Babilônicas e se encontra na Universidade Friedrich Schiller de Jena. Nela podemos ver uma tabela em que foram cunhados recíprocos ou inversos multiplicativos de números naturais.

Figura 1: Tablete babilônico HS 201



Fonte: Gonçalves, A. Introdução à Matemática Cuneiforme e Oficina de Tabletes, 2017.

Propomos como uma primeira atividade a ser aplicada para os alunos a partir do 6º ano, escrever uma tabela de recíprocos. Podendo até fazer uso de uma oficina de tabletes

(https://www.sbm.org.br/wp-content/uploads/sites/26/2017/07/Minicurso_Carlos_Matematica_Cuneiforme_e_Oficina_de_Tabletes.pdf). A segunda atividade consiste, primeiramente, em mostrar para os alunos o método egípcio de duplicação para realizar multiplicações. Os egípcios faziam uso da duplicação dos números, sendo provável que esta maneira de calcular foi seguido por outros povos antigos e pelos seus sucessores por muitas gerações. No capítulo sobre

duplicação em livros do período Renascentista, o matemático Stifel multiplicou 42 por 31 duplicando de maneira sucessiva como mostrado na figura 1 (SMITH, 1953, p.106).

Figura 2: Exemplo de duplicação pelos egípcios

$1 \cdot 42 =$	42
$2 \cdot 42 =$	84
$4 \cdot 42 =$	168
$8 \cdot 42 =$	336
$\frac{16 \cdot 42 =}{31 \cdot 42 =}$	$\frac{672}{1302}$

Fonte: Smith (1953, p.106).

Num segundo momento, considerando o exemplo da figura 2, podemos usar diagramas com os conjuntos $\{1, 2, 4, 8, 16\}$ e $\{42, 84, 168, 336, 672\}$ e mostrar a relação entre eles (desenhando setas). Ainda sem usar a palavra função, pedir aos alunos para completar diagramas, onde a relação entre os números pode ser x e $50x$ ou x e $73x$ (nesse caso, cada diagrama com cinco pontos, alguns a completar a dois relacionados).

Ainda na Idade Antiga, vemos despontar novos germens do conceito de função nos Pitagóricos, Grécia. Novamente se utilizam de tabelas quando mostram a relação de interdependência qualitativa de quantidades físicas variadas, por exemplo, os comprimentos e as notas emitidas por uma corda fixa nas extremidades (YOUSCHKEVITCH, 1976, p. 39). Função como expressão analítica não era concebida pelos matemáticos em tempos idos. Mas se pensamos como uma relação que associa a cada elemento de um conjunto de números com elementos de outro conjunto, então abundam funções por todo tratado astronômico Almagesto, de Ptolomeu de Alexandria (c. 100 - c. 170). Por exemplo, nesse tratado encontramos as tabelas de “cordas”, que são equivalentes às nossas tabelas de seno e cosseno (SILVA, 2013, p. 27).

A Idade Média é o nome do período da história localizado entre os anos 476 e 1453. Ele se inicia com a queda do Império Romano do Ocidente e termina durante a transição para a Idade Moderna. Youschkevitch (1976, p. 39) considera que nessa época a matemática entrou no segundo estágio do desenvolvimento do conceito de função. Segundo ele foi:

na ciência europeia do século 14 que as noções gerais de quantidades variáveis foram definitivamente expressas tanto em formas geométricas quanto mecânicas, porém nas quais, como também na antiguidade, cada caso concreto de dependência entre duas quantidades era definido por uma descrição verbal, ou por um gráfico, ao invés de fazer uso de uma fórmula (Youschkevitch, 1976, p. 39).

No início da Idade Média a ciência nos países de cultura árabe floresceu. Entretanto, não foram observados novos desenvolvimentos em relação ao conceito de função, ainda que o número de funções em uso tenha aumentado e seus métodos de estudo aprimorados. Contribuíram os árabes com a introdução de cada uma das principais funções trigonométricas para as quais os métodos de tabulá-las foram aperfeiçoados, também com o estudo das raízes positivas de polinômios cúbicos. Igualmente, eles foram responsáveis pelos avanços em ótica e em astronomia (YOUSCHKEVITCH, 1976, p. 45). Sabemos que o Cálculo e sua ferramenta básica – função- estão intimamente associados ao movimento, às mudanças. Segundo Bourbaki (1939, p. 6 *apud* RÜTHING, 1984, p. 77) “toda cinemática assenta numa ideia intuitiva, e de certa forma experimental, de quantidades variáveis com o tempo, ou seja, de funções do tempo”. Embora, na Idade Média, a Matemática não tenha definido função, ainda que trabalhando o tempo com elas, vários matemáticos contribuíram para uma compreensão do movimento. Al-Biruni (973- c. 1052, séc. XI) foi um deles. Notável matemático da idade de ouro islâmica, em um dos seus tratados encontramos uma análise do movimento acelerado (RAGAB & METZGER, 2014, p. 1). Contudo “sua análise e suas ideias não exerceram influência nos seus sucessores” (YOUSCHKEVITCH, 1976, p. 45). Somente no século XIV uma noção de função mais geral aparece em trabalhos de Robert Grosseteste (1175-1253) e Roger Bacon (1220-1292), que pensavam a Matemática como principal instrumento para o estudo da natureza. Eles se lançaram ao estudo matemático do movimento qualitativo e local não uniforme, introduzindo os seguintes conceitos: instantâneo, pontual; velocidade instantânea; aceleração; quantidade variável, concebida como grau ou como fluxo de quantidade (YOUSCHKEVITCH, 1976, p. 45).

Assim, imaginamos que um problema relacionado ao movimento, ainda que simples, pode nos levar a um conceito inicial sobre função. Teríamos então uma compreensão intuitiva conjuntamente com uma matematização inicial quando, aos nossos alunos, apresentamos problemas de cinemática, trazendo a eles um fenômeno que se repete, tem certa regularidade e precisa ser generalizado (TINOCO, 2001). Abarcamos com um problema de cinemática casos em que os conceitos essenciais são postos: variável – dependência – regularidade – generalização, antes, inclusive, de definir função.

Nossa terceira atividade envolve uma representação gráfica de um problema de cinemática simples, ainda sem mencionar a palavra função, mas partindo da intuição que os estudantes possuem do movimento (velocidade, aceleração). Atividade é inspirada na

percepção geométrica de Nicolau de Oresme (1323–1382), matemático francês, em sua teoria de amplitude das formas (*'latitudes of formes'*, YOUSCHKEVITCH, 1976, p. 46). A teoria de amplitude das formas consistia na representação de todas as quantidades e relações entre elas através de formas geométricas. Ao estudar o movimento com aceleração constante, Oresme representou num gráfico a velocidade variando com o tempo da seguinte maneira: marcou instantes de tempo ao longo de uma linha horizontal que ele chamou de longitudes e representou as velocidades em cada tempo por linhas verticais, perpendiculares às longitudes, que ele denominou latitudes (REZENDE, 2020, p.2). A nossa terceira atividade relaciona o movimento de um taxi numa estrada reta e pode ser aplicada a partir do 7º ano (mais adiante, ampliamos o problema, sob o ponto de vista da matemática financeira). Primeiramente, fazemos uma tabela com o tempo versus quilometragem, considerando a cada 10 min, por exemplo, a distância percorrida variando em altos e baixos. Segundo, calculamos as velocidades médias que, nesse caso, não serão constantes. E, seguindo a forma de representação de Oresme para tempo versus velocidade (MENDONÇA & NETO, Fig. 2, p. 51) fazemos uma representação semelhante (tempo na horizontas e barras verticais com as velocidades média). Por fim, discutimos com os estudantes o que pode significar, em termos de aceleração, as mudanças de velocidade média ao longo do tempo.

Embora não tenhamos o gráfico de nenhuma das funções envolvidas na atividade, trabalhamos com uma forma geométrica de analisar problema cinemático simples. Nessas escolhas de atividades, já passamos pelo registro tabular, passando agora para um registro 'inicial' gráfico, sendo de fácil compreensão do estudante. Inclusive para a discussão final.

Ainda na Idade Média, temos François Viète (1540-1603) introduzindo inúmeros sinais/signos, uma notação particular para incógnitas (vogais) e parâmetros (consoantes), e Napier com sua tabela de logaritmos. Napier não usou sua notação para chegar a um conceito de função, e seu simbolismo foi aperfeiçoado por aqueles que chegaram muito próximo do conceito na Idade Moderna: Descartes, Newton e Leibniz.

A Idade Moderna é um período da história ocidental compreendido entre os anos de 1453, com a tomada de Constantinopla pelo Império Otomano, e 1789, início da Revolução Francesa.

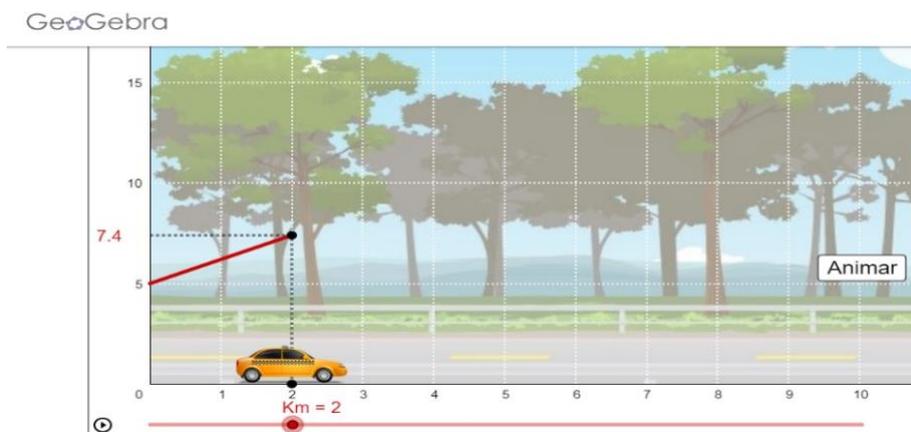
Segundo Youschkevitch (1976), foi o progresso dos gregos em aumentar o número de dependências funcionais usadas e em descobrir novos métodos para estudá-las que alavancou o surgimento de uma nova Álgebra, a Geometria Analítica e o Cálculo

Infinitesimal (séculos XVI e XVII). Ao estudarmos a História da Matemática constatamos que essas três categorias/áreas são exatamente os degraus que a humanidade necessitava para chegar ao conceito de função, à sua formalização. A Álgebra nos trouxe a notação das variáveis, a Geometria Analítica veio mostrar claramente a ideia de correspondência entre dois conjuntos, o que faltava para a compreensão dos dois primeiros conceitos essenciais, variável e dependência. François Viète (1540-1603) introduziu inúmeros sinais/signos, uma notação particular para incógnitas (vogais) e parâmetros (consoantes), e John Napier (1550-1617) sua tabela de logaritmos. Napier não usou sua notação para chegar a um conceito de função, e seu simbolismo foi aperfeiçoado por aqueles que chegaram muito próximo do conceito na Idade Moderna: Descartes, Newton e Leibniz.

Fermat (1607-1665) e Descartes aplicando a nova Álgebra à Geometria apresentaram o método analítico de introduzir funções que revolucionou a Matemática e assegurou um lugar central para a posterior noção/conceito de função em todas as ciências exatas. Leibniz “usa relações nas quais a ordenada de uma curva corresponde à sua abcissa. Não coloca ainda a palavra função no sentido mais amplo e o nomeou com a palavra relação” (YOUSCHKEVITCH, 1976, p. 59). A palavra função (‘funktion’) surge na época com o significado de tarefa, posição ou modo de operação.

Em nossa quarta atividade podemos discutir com os estudantes vários registros de representação: verbal, analítico e gráfico. Essa atividade pode ser aplicada conjuntamente com a atividade 3 para estudantes do primeiro ano do Ensino Médio, sendo considerada uma segunda parte daquela. Utilizamos dessa vez um exercício do banco de dados do GeoGebra (fig. 3), de Azuaite Schneider (<https://www.geogebra.org/m/G7YXJEYN>).

Figura 3: Exemplo da tarifa a ser paga durante uma corrida de táxi.



Fonte: <https://www.geogebra.org/m/G7YXJEYN>

Podemos detalhar ao estudante da seguinte forma: quando você utiliza um táxi, o valor cobrado no final do trajeto é a soma do valor da “bandeirada” com o valor referente ao número de quilômetros rodados. A “bandeirada” é um valor fixo cobrado pelos taxistas que independe de quantos quilômetros você vai rodar. Você pode observar que, ao entrar em um táxi, já está fixado esse valor no taxímetro. Você também pode observar que, para cada quilômetro rodado, há um valor fixo. Isto é, a variação do preço é proporcional à distância percorrida. Suponha que o valor da bandeirada seja de R\$5,00 e que o valor de cada quilômetro rodado seja R\$1,20. Então, a função que relaciona o número de quilômetros rodados com o valor total a ser pago é uma função afim dada pelo gráfico acima (movimente o parâmetro para ver o gráfico ou clique em "Animar").

Então, a partir do registro verbal encontrar o registro analítico e, com uso da animação, mostrar o registro gráfico. Todas as atividades sugeridas até o momento podem ser aplicadas num primeiro momento para levar aos estudantes do Ensino Médio o conceito de função, sem necessariamente definir função.

Seguindo a construção do conceito, ainda na Idade Moderna, despontam matemáticos Johann Bernoulli e Euler (1707-1783), considerando uma função como uma expressão analítica arbitrária. A análise através de séries infinitas levou Newton a definir função através delas. O método de fluxões foi aplicado a variáveis (fluentes) para o cálculo das taxas de variação (fluxos). Em 1797, Joseph-Louis Lagrange (1736- 1813) descreve uma função usando um registro verbal. Na passagem do séc. XVIII para o séc. XIX, temos Augustin-Louis Cauchy (1789- 1857) dando um exemplo de uma função de duas sentenças. Na passagem para a Idade Contemporânea, encontramos Johann Peter Gustave Lejeune Dirichlet (1789- 1857), o primeiro a estabelecer o conceito de função como uma relação arbitrária entre as variáveis, independente de fórmulas algébricas. Exemplo dado por ela: $f(x) = c$ se x é racional, e $f(x) = d$ se x é irracional, c e d constantes. Nicolai Ivanovich Lobatchevsky (1792- 1856) apresentou uma definição de função semelhante à definição de Dirichlet. Contudo incluiu a possibilidade de a função ter pontos isolados de descontinuidade, mas não considerando necessário acrescentar explicação algébrica (RÜTHING, 1984).

Em 1870, Hermann Hankel (1839- 1873) definiu função em registro verbal somente, como tantos outros matemáticos do seu tempo:

“uma função y de x , porque todo valor da variável x dentro de um certo intervalo corresponde a um certo valor de y ; não importa se y é ou não dependente de x em

todo intervalo de acordo com a mesma lei; se a dependência pode ou não ser expressa por meio de operações matemáticas. (RÜTHING, 1984)

George Boole (1815- 1864, inglês) definiu função como transformação (onde cada elemento x é transformado no elemento $f(x)$), enquanto Julius Wilhelm Richard Dedekind (1831- 1916) utilizou a ideia de aplicação. E, finalmente, quando um grupo de matemáticos, em sua maioria franceses, criou a personagem Nicolas Bourbaki, um pseudônimo coletivo sob o qual escreveram uma série de livros que expunha a matemática da época, chegou-se à definição dos nossos livros da Escola Básica: (em 1939)

sejam E e F dois conjuntos distintos ou não. Uma relação entre uma variável x de E e uma variável y de F é dita uma relação funcional em y , ou relação de E em F, se, para qualquer $x \in E$ existe um único $y \in F$, e apenas um, que está na relação dada com x . Damos o nome de função à operação que associa a todo elemento $x \in E$ o elemento $y \in F$.

4. Considerações Finais

Nos primórdios da humanidade, quando da invenção da escrita as funções surgem de forma intuitiva. Foram necessários muitos séculos para que houvesse uma compreensão da relação entre variáveis. Nesse ponto observamos a dificuldade do conceito que uma vez aprendido, e no século XXI como ensinado, parecendo trivial para os professores. Entretanto, segundo Nasser e Cardoso (2016) apontam, a aprendizagem de funções é um processo evolutivo, lento e gradual devido à sua complexidade, uma vez que existem vários tipos diferentes de representações para uma mesma função.

O que faz a construção da matemática e a conseqüente construção das funções no seu bojo são as necessidades da época. Foi possível pontuar em cada época em que nível se encontrava o conceito de função. Pela própria necessidade da época, na Antiguidade, em que a matemática se encontrava em pleno desenvolvimento, segundo o que tem chegado até aos nossos dias, a função encontrava-se implícita na resolução de problemas práticos.

Segundo Tinoco (2001), a compreensão intuitiva pode e deve ser dada no sexto ano do Ensino Fundamental, ou até antes. Para ela, o conceito pode ser construído a partir desse ano. Por isso sugerimos atividades que envolvam tabelas do que poderia ser uma função, sem que seja dada a definição de função, mas apenas a compreensão intuitiva,

para alunos a partir do 6 ano. De certa forma vemos essa dependência explícita na Grécia, 500 a. C., quando despontam novos germens do conceito de função nos Pitagóricos, ao tentar determinar as mais simples leis de acústica (procura da relação de interdependência qualitativa de quantidades físicas variadas, por exemplo, os comprimentos e as notas emitidas por uma corda presa nas extremidades). Essa fase de descrição tabular de funções passa para um esboço de representação geométrica na Idade Média nos trabalhos de Oresme, por exemplo, ainda que sua representação não seja aquela de Descartes usando o plano cartesiano. No início da Idade Moderna, Viéte traz o simbolismo que impulsionará para passagem da representação verbal e/ou tabular para uma expressão algébrica.

A idade moderna se caracterizou pelo nascimento a Ciência moderna, Isaac Newton (1643-1727) contribuiu utilizando justamente um método experimental se baseando na indução ao invés de se prender nos resultados através da observação. Nos séculos XVI e XVII as contribuições causaram importantes transformações marcando assim esse período.

Podemos então entender com a falta de um simbolismo trouxe atraso para a aquisição do conceito de função. Vemos isso como um obstáculo epistemológico. E fazemos a seguinte reflexão: se parte das dificuldades no manejo algébrico traz dificuldades na resolução de problemas no Cálculo I, então não seria um obstáculo epistemológico a falta de compreensão da notação algébrica? Com sua lógica própria da linguagem matemática? Uma questão para pesquisa futura.

5. Referências

BOYER, C. B., *História da Matemática* / Carl B. Boyer, revista por Uta C. Merzbach; tradução Elza F. Gomide – 2.ed. – São Paulo: Editora Edgard Blucher, 1996. Título original: A history of mathematics.

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular – Ensino Fundamental, <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/#fundamental/a-area-de-matematica>.

Acesso em 27 set. 2020.

CARAÇA, B. de J. *Conceitos Fundamentais da Matemática*. 9a edição. Lisboa: Livraria Sá da Costa Editora, 1989.

- COSTA, A. C. *Análise de erros em questões sobre função afim*. Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática. São Paulo, SP, 2016.
- DUVAL, R. (2009). *Semiósis e pensamento humano: registros semióticos e aprendizagens intelectuais*. São Paulo: Editora Livraria da Física.
- IFRAH, G. *História Universal dos Algarismos*, volume I: tradução de Alberto Muñoz e Ane Beatriz Katinsky – Rio de Janeiro: Editora Nova Fronteira, 1997.
- MENDONÇA, A. F. & NETO, H. B. *Nicole Oresme: Perspectivas Históricas para Uso em Sala de Aula*. Boletim Cearense de Educação e História da Matemática - Volume 03, Número 09, 48 – 62(2016). Disponível em: <https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM>
- NASSER, L., SOUSA & TORRACA, M. *Mobilizações Didáticas para Aprendizagem do conceito de Função*. In: FONSECA, Laerte(org.):*Didática do Cálculo:epistemologia, ensino e aprendizagem*. Cap.14, p.183-196. Editora Livraria da Física.
- NASSER, L. & CARDOSO, E. *Adaptação da Teoria de Van Hiele para o tópico de funções no Ensino Médio*. Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática. São Paulo, SP, 2016.
- NUNES, L.M. dos S. *Evolução Histórica do conceito de função e suas formas de representação com aplicações*. (Monografia), Universidade Federal do Rio de Janeiro, UFRJ, Rio de Janeiro. 2018.
- PIRES, R. F. *O conceito de função: Análise histórico epistemológica*. Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática. São Paulo, SP, 2016.
- RAGAB A., METZGER A. (2014) al-Bīrūnī, Abū Rayḥān. Em: Amils R. et al. (eds) *Encyclopedia of Astrobiology*. Springer, Berlim, Heidelberg. https://doi.org/10.1007/978-3-642-27833-4_5190-1
- REZENDE, W. M. & BOTELHO, L. *Um breve histórico do conceito de função*. Caderno Dá Licença, 2011, p. 64-75. Disponível em: http://dalicenca.uff.br/wp-content/uploads/sites/204/2020/05/UM_BREVE_HISTRICO_DO_CONCEITO_DE_FUNCO.pdf
- ROQUE, T. *História da Matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas* – Rio de Janeiro: Editora Zahar, 2017.
- RÜTHING, D. *Some Definitions of the Concept of Function from Joh. Bernoulli to N. Bourbaki*, Math. Intelligencer 6:4 (1984) 72–77.
- SILVA, A. P. P. N. *A leitura de Fontes Antigas e a Formação de um Corpo Interdisciplinar de Conhecimentos: um exemplo a partir do Almagesto de Ptolomeu*.

Dissertação de mestrado. UFRN, 2013. Disponível em: <https://repositorio.ufrn.br/jspui/bitstream/123456789/16105/1/AnaPPNS DISSERT.pdf>

TINOCO, L. Construindo o Conceito de Função. Rio de Janeiro: Instituto de Matemática/UFRJ, projeto Fundação, 2001.

VERLEY, J.-L.; BRIN, P.; GRÉGOIRE, M.; HALLEZ, M.; JOZEAU, M.-F.; LACOMBE, M.; MICHEL-PAJUS, A.; SERFATI, M. *Mathématiques: approche par des textes historiques*. IREM, N°3. Abril 1991. 43-52. Disponível em: http://www.univ-irem.fr/exemple/reperes/articles/3_article_15.pdf

YOUSCHKEVITCH, A. P. *The Concept of Function up to the Middle of the 19th Century*, Arch. Hist. Ex. Sci. 16 (1976) 37–85.