

## AS CONTRIBUIÇÕES DA COMISSÃO DE JEAN-PIERRE KAHANE PARA AS REFLEXÕES SOBRE O ENSINO DE GEOMETRIA NA EDUCAÇÃO BÁSICA E NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES

**Karen Coutinho Campos Furtado**

*Universidade Federal do Rio de Janeiro – Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática/Colégio Pedro II*  
[karenccfurtado@hotmail.com](mailto:karenccfurtado@hotmail.com)

**Flávia Trópia**

*Universidade Federal do Rio de Janeiro – Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática/Cefet-RJ*  
[tropiaflavia@gmail.com](mailto:tropiaflavia@gmail.com)

**Maria Helena Monteiro Mendes Baccar**

*Universidade Federal do Rio de Janeiro – Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática/Colégio Pedro II*  
[mhbaccar@gmail.com](mailto:mhbaccar@gmail.com)

### Resumo:

O presente trabalho tem como objetivo apresentar uma reflexão sobre as possibilidades pedagógicas para o ensino de geometria na educação básica e na formação de professores que ensinam matemática. Para construir essa reflexão, baseamo-nos no Programa de Erlangen (1892), de Félix Klein, nas ideias de Daniel Perrin (2012) sobre a formação de professores para o ensino de Geometria para professores e nos achados da Comissão de Reflexão sobre o Ensino das Matemáticas, coordenada por Jean-Pierre Kahane, cujo intuito era orientar o governo francês em relação ao Ensino de Matemática na educação básica e na formação de professores. Esse estudo encontra-se subdividido em três partes, sendo essa a que se debruça sobre o Relatório de Progresso Sobre a Geometria e seu Ensino (2000), um dos produtos da comissão de Kahane, que nos proporciona um panorama histórico do ensino de Geometria no fim do século XX, bem como proposições pedagógicas futuras. Acreditamos que as obras desses três autores apresentam pensamentos em comum acerca do ensino de geometria e que o relatório, mais especificamente, apresenta caminhos que podem potencializar a construção do pensamento geométrico e a formação cidadã dos educandos.

**Palavras-chave:** Ensino de Geometria; Formação de Professores; Pensamento Geométrico; Formação Cidadã.

## 1. Introdução

Jean-Pierre Kahane nasceu em Paris, em 1926. Ao longo de sua carreira como professor de Matemática, obteve significativo reconhecimento e destacou-se na temática da análise harmônica. Em 2012, foi considerado *fellow* da Sociedade Americana de Matemática, através de um programa que, segundo a sociedade, “[...] busca reconhecer membros que fizeram contribuições proeminentes para a criação, exposição, avanço, comunicação e utilização da Matemática” (American Mathematical Society, tradução nossa).

Foi professor emérito até 1994 na Universidade Paris Sul, em Orsay. Em 1982 tornou-se membro da Academia de Ciências da França e nela teve um papel de grande importância, participando de múltiplos comitês, trazendo sua ampla visão sobre o ensino de Matemática e a sua vasta experiência em intervenções pedagógicas, até hoje consideradas pertinentes. Em 2018, um ano após a sua morte, a academia realizou um tributo com o objetivo de enaltecer a vida e a obra de Kahane, que, segundo os organizadores do evento, Patrick Fladrin e Jean François Le Gall, ambos membros da Academia de Ciências da França, foi “[...] um personagem fora do comum por suas nobres atividades à serviço da coletividade e seu engajamento político para mudar o mundo” (Institut de France, Académie des Sciences. *Hommage à Jean Pierre Kahane*, 2018, tradução nossa). Ainda na descrição do evento é possível perceber a importância de Kahane para o ensino de Matemática e sua contribuição para a ciência:

Este congresso-debate se propõe a homenagear a carreira de Jean-Pierre Kahane. Diversas apresentações científicas abordarão seus temas de pesquisa preferidos, mas também o interesse que sempre demonstrou pela Educação Matemática e por inovações educacionais, ou suas reflexões sobre a história da ciência e da epistemologia, na direção de seu engajamento frente a União Racionalista (Institut de France, Académie des Sciences. *Programme de l’Hommage à Jean Pierre Kahane*, 2018, tradução nossa)

Durante sua trajetória profissional, Kahane coordenou, a convite do governo francês, a Comissão de Reflexão sobre o Ensino das Matemáticas, que tinha como objetivo discutir o ensino de Matemática na Educação Básica da França. Coordenou a subcomissão que focalizou o ensino de Geometria e apresentou, ao final de sua análise,

o Relatório de Progresso Sobre a Geometria e seu Ensino, em 2000. O relator dessa subcomissão, o professor Daniel Perrin (1946-), possui larga experiência na formação de professores na Escola Normal Superior de Paris.

O trabalho da subcomissão de geometria foi norteado por quatro questões amplas: 1) Como se situa a geometria escolar como parte das matemáticas no final do século XX? 2) Ainda hoje deveríamos ensinar geometria na educação básica? 3) Como analisar a evolução do ensino de geometria na educação básica nas décadas passadas (a partir de 1960) e qual é seu lugar atualmente? 4) Que proposições podemos fazer em relação ao ensino futuro de geometria? (KAHANE, 2000, tradução nossa). Em um segundo momento, essas perguntas foram subdivididas em outras mais específicas, mas nesse ensaio teórico daremos enfoque a essas quatro questões e apresentaremos as respostas da comissão, bem como outras reflexões sobre o ensino.

Daniel Perrin (2012) tem, como pressuposto teórico, que uma geometria corresponde por essência à ação de um grupo de transformações, em concordância com as ideias apresentadas por Felix Klein em 1872, no que, mais tarde, ficaria conhecido como Programa Erlangen (1891). O objetivo desse texto é apresentar, a partir do olhar desses autores, um panorama histórico sobre o ensino de geometria e possibilidades de caminhos pedagógicos na educação básica e na formação de professores que ensinam matemática. Ainda que baseados na realidade do ensino francês, acreditamos que podem contribuir para reflexões sobre o ensino de Geometria em outros contextos, inclusive no Brasil.

Baseando-nos nas quatro perguntas citadas anteriormente, apresentaremos nas próximas seções os apontamentos da Comissão Kahane sobre o ensino de geometria na educação básica e na formação de professores.

### **1) Como se situa a geometria escolar como parte das matemáticas no final do século XX?**

O relatório da Comissão Kahane aponta que o ensino de geometria na educação básica está empobrecido. Assinala que o Movimento da Matemática Moderna fez uma leitura superficial do Programa de Erlangen (KLEIN, 1891), pois reduziu a geometria a uma visão linear e tirou dela a dimensão prática, que se manifesta na prática da leitura, manipulação e construção de figuras.

Nesse sentido, o discurso da comissão critica a visão de Bourbaki sobre a geometria ensinada nas escolas básicas - a de que “[...] do ponto de vista da pesquisa matemática, a geometria elementar é como uma ciência morta” (apud KAHANE, 2000) – e busca reafirmar a geometria escolar como um componente que possui objetivos próprios e que não pode ser espelhada nas práticas da Matemática universitária.

Em relação à pesquisa em Matemática, o relatório ressalta que o abismo que separa pesquisa e ensino se aplica a tudo que é ensinado em Matemática na educação básica. Desta forma, um conteúdo pode ser bastante fértil em um segmento e em outro não. Existem também temas da pesquisa em Matemática que não são relevantes para a geometria escolar, mas que intervêm nela de maneira essencial (KAHANE, 2000). Sendo assim, acreditamos que é importante não hierarquizar nem dissociar totalmente a Matemática presente nas pesquisas e a Matemática escolar, mas considerar as interfaces possíveis e existentes entre elas, compreendendo-as a partir de seus objetivos e em seus contextos de construção.

A geometria ensinada nas escolas é também responsável pela ampliação do desenvolvimento do pensamento geométrico. “Pensar geometricamente significa que uma pessoa, face a uma situação a priori não-geométrica, é capaz primeiramente de fazer um desenho. [...] É confiar na intuição geométrica que adquirimos no plano e no espaço para aplicá-la a situações complexas. [...] É, enfim, ter uma visão mais global de uma questão matemática” (KAHANE, 2000, p. 11-12, tradução nossa). O relatório defende o desenvolvimento do pensamento geométrico não só dentro da Matemática, mas também o seu estímulo em outros componentes curriculares, pois compreendem que esse desenvolvimento pode ser um caminho fértil para a aprendizagem.

## **2) Ainda hoje deveríamos ensinar geometria na educação básica?**

A essa questão, a comissão respondeu sem hesitação que a aprendizagem de geometria tem grande importância para formação dos educandos, e não só para aqueles que, futuramente, optarão por uma formação em Matemática, como muitas vezes aponta o senso comum (KAHANE, 2000).

Primeiramente, o relatório aponta a contribuição da geometria para a *formação cidadã* dos estudantes. Nesse aspecto, a geometria contribui para a ampliação da capacidade da visão espacial e está presente na vida cotidiana dos estudantes, bem como

nas situações de dimensão cultural e estética. Ela é também essencial para a leitura, manipulação e construção de imagens e, através da geometria escolar, é possível a construção de um raciocínio geométrico cada vez mais elaborado (KAHANE, 2000).

De acordo com a comissão, uma das missões fundamentais do ensino de geometria é fazer com que os alunos se apropriem de uma visão de espaço e das suas representações. Existe um conhecimento do espaço que é familiar a todas as pessoas e que é indispensável para a vida diária, cujo aprendizado se dá através das experimentações que as pessoas realizam com o corpo desde a infância (KAHANE, 2000).

Além do conhecimento familiar, existe também um conhecimento do espaço que é formal, para o qual é necessário um vocabulário geométrico que não é utilizado no cotidiano. O conhecimento geométrico aprendido na escola possibilita que os educandos ampliem e aperfeiçoem o conhecimento do espaço (KAHANE, 2000). Nesse sentido, uma estratégia muito usada como parte do ensino do espaço na escola, principalmente nos anos iniciais de escolaridade, é partir de situações da vida diária das crianças, buscando relacionar conhecimento familiar e conhecimento formal.

A geometria conserva um caráter concreto, devido ao seu aspecto social, e pode ser útil às pessoas em diversas situações do dia a dia, tais como leituras de mapas e esboços de lugares, para movimentar móveis, prevendo se a manobra é possível ou não e para interpretar corretamente as múltiplas representações geométricas dos dados estatísticos que são apresentados nos jornais, auxiliando o exercício da cidadania. O conhecimento geométrico é também essencial para a apreciação estética (artes, arquitetura etc.). A geometria tem um papel a desempenhar na educação estética das crianças, através dos vínculos profundos que mantém com as artes visuais. Todas essas situações de ordem prática e relacionadas ao cotidiano das pessoas foram apontados no relatório de Kahane (2000).

Quanto à aprendizagem do raciocínio geométrico, a comissão ressalta que não é apenas a aprendizagem do método dedutivo, mas também argumentação, conjectura, dedução e demonstração (KAHANE, 2000). A capacidade de raciocínio faz parte da formação da cidadania, pois permite que as pessoas atuem de forma crítica e responsável na sociedade e participem dos debates políticos, sociais e econômicos. A importância do desenvolvimento do raciocínio geométrico é um tema muito presente na educação matemática e pode ser verificado também nos documentos normatizadores do

Brasil, como foi nos Parâmetros Curriculares Nacionais e, mais recentemente, a Base Nacional Curricular Comum:

A Geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento. Assim, nessa unidade temática, estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos. Esse pensamento é necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes. É importante, também, considerar o aspecto funcional que deve estar presente no estudo da Geometria: as transformações geométricas, sobretudo as simetrias. As ideias matemáticas fundamentais associadas a essa temática são, principalmente, construção, representação e interdependência. (BNCC, 2017)

Existem muitos outros domínios nos quais o raciocínio geométrico pode atuar, com outras formas também interessantes, como os outros ramos da matemática e as outras ciências, tais como a tecnologia digital e a aritmética. A Comissão Kahane não intencionou colocar a geometria como o modelo de raciocínio ideal, mas insistiu que o raciocínio geométrico pode (e deve) ser abordado em toda a educação básica, pois é um domínio rico, variado, com um aspecto visual, estético e lúdico, no qual os objetos são pertinentes e úteis (KAHANE, 2000).

A comissão chama atenção para o fato de que a aprendizagem da matemática em geral, e da geometria especificamente, é difícil e, por isso, necessita de investimento intelectual por parte dos alunos. Mesmo diante dessa dificuldade, a comissão lembra que a aprendizagem do raciocínio geométrico não deve se resumir à aprendizagem formal de demonstrações, pois isso retira toda a riqueza do raciocínio geométrico, que mantém permanente diálogo entre a intuição e o rigor (KAHANE, 2000).

A segunda contribuição da aprendizagem de geometria, segundo a comissão, relaciona-se à *formação de cientistas*, pois existem profissões que demandam um conhecimento geométrico, tais como técnicos, engenheiros, pesquisadores e professores. Na medicina, a geometria é necessária por exemplo, para leitura de exames 3D, e na engenharia, auxilia no planejamento das construções. A geometria também é usada no design dos produtos fabricados pelas indústrias automobilística e aeronáutica. Nas outras ciências, citamos a importância da geometria para a Física, no estudo dos deslocamentos no espaço e na mecânica dos sólidos, e para a Biologia, na descrição

geométrica das folheações, das inflorescências na botânica e da codificação das proteínas (KAHANE, 2000). O relatório aponta que é necessário incentivar o encontro da geometria com as outras ciências ainda na educação básica e que a geometria precisa se adaptar às novas condições de ensino.

### **3) Como analisar a evolução do ensino de geometria na educação básica nas décadas passadas (a partir de 1960) e qual é seu lugar atualmente?**

A Comissão de Kahane se debruçou primeiramente sobre os anos compreendidos entre 1950 e 1970, que precederam a introdução ao Movimento da Matemática Moderna e, posteriormente, no que aconteceu após a reforma. Entenderam que o movimento foi uma experiência globalmente negativa e que ainda hoje são sentidos os impactos da reforma no ensino de Matemática. O relatório aponta que ele superestimou suas condições de difusão da matemática e subestimou os problemas culturais, epistemológicos e didáticos do projeto (KAHANE, 2000).

A comissão constatou que, até 1966, antes da reforma da Matemática Moderna, a geometria ocupava um lugar de importância no ensino de Matemática. O programa de geometria do *collège*, correspondente aos anos finais do ensino fundamental, era centrado essencialmente na geometria euclidiana (casos de congruência de triângulos e seus invariantes: ângulos, comprimentos, etc.), teorema do ângulo inscrito e na divisão harmônica. Nos anos finais do *collège*, apareciam as coordenadas e vetores (KAHANE, 2000).

No *lycée*, etapa que corresponde ao ensino médio no Brasil, havia uma aproximação com as geometrias analagmática e projetiva, com o uso de teoremas não usuais. Usavam-se etapas complexas de resolução até mesmo para problemas da geometria elementar (KAHANE, 2000).

No final dos anos 1960, aconteceu a Reforma da Matemática Moderna. Ela foi precedida de grande debate por universitários e professores do ensino médio. Em relação ao ensino de geometria, a ideia da reforma era promover a noção de espaço vetorial e a construção de um pensamento linear, no lugar do sistema de axiomas de Euclides. Nos anos 70, as mudanças foram incorporadas aos programas do *lycée* e já apresentavam temas como noção de espaço vetorial, bases e aplicações lineares (KAHANE, 2000).

Segundo a comissão, a explicação do insucesso da Reforma da Matemática Moderna pode ser dividida em três categorias: 1) O despreparo do corpo docente; 2) A falta de atenção às questões psicológicas, didáticas e pedagógicas. Primeiro, o papel desempenhado pelo estudo das figuras na construção do espaço foi subestimado. Como acréscimo, a introdução da álgebra linear no ensino médio, que foi uma das pedras angulares da reforma, enfrentou profundas dificuldades didáticas que os autores da reforma não haviam previsto; 3) No que diz respeito à geometria, existiam razões matemáticas e epistemológicas. A reforma evacuou uma parte significativa do conteúdo da geometria, esgotando-a de maneira essencial. A redução do papel dos invariantes e o abandono do estudo dos casos de igualdade de triângulos são pontos discutíveis da reforma, matematicamente e didaticamente (KAHANE, 2000).

A falha da matemática moderna nos conduziu à álgebra linear, que passou a ser a pedra angular da nova visão de geometria. Em relação aos conteúdos, muitos assuntos antes abordados na geometria na escola básica desapareceram, como por exemplo, cônicas, inversão, transformação do espaço etc., principalmente no Ensino Médio. O que governa atualmente é a introdução progressiva das transformações (começando pela simetria axial), sem usar os casos de semelhança e congruência de triângulos e com pouco uso dos invariantes (área, ângulo). No entanto, uma volta ao estado anterior, em termos de conteúdo e de métodos de ensino, parece impossível, conforme relata a comissão (KAHANE, 2000).

O relatório apresentou um panorama acerca dos programas para o ensino de geometria na educação básica na França. De forma breve, a comissão constatou que no *primaire* (anos iniciais do ensino fundamental), os programas de geometria são equilibrados, mas não suficientemente explícitos. Apesar de apresentar orientações interessantes, o ensino de geometria nas escolas resumia-se à apreensão do vocabulário e à manipulação de instrumentos (KAHANE, 2000).

No *collège* (anos finais do ensino fundamental), os programas eram acompanhados de comentários gerais a respeito do ensino, tais como “[...] identificar um problema, conjecturar um resultado, experimentar exemplos, construir um argumento, moldar uma solução, controlar os resultados obtidos e avaliar sua relevância de acordo com o problema estudado” (KAHANE, 2000, p.17, tradução nossa). O relatório destacou que, mesmo com orientações que poderiam estimular um bom ensino de geometria, havia pouco foco em atividades de pesquisa autêntica a serem realizadas

pelos alunos. No entendimento da comissão, concluíram que não se fazia mais geometria nessa etapa de escolaridade (KAHANE, 2000).

Os programas de geometria da última etapa, o *lycée*, mostraram-se pobres e desconectados de outros campos da matemática e de outras ciências, em especial da Física. A comissão apontou também que não havia mais nenhuma geometria rica nessa etapa de ensino e que os exercícios são padronizados. Acreditam, apesar das críticas, que é possível fazer da geometria uma verdadeira atividade matemática com os programas que estavam colocados (KAHANE, 2000).

#### **4) Que proposições podemos fazer em relação ao ensino futuro de geometria?**

Partindo da experiência negativa da Matemática Moderna, a comissão buscou conjugar as possibilidades de mudanças no ensino de matemática com prudência necessária, levando em consideração a complexidade do sistema educativo. O relatório aponta três premissas que devem ser observadas nas reformas antes de propor mudanças substanciais do ensino de geometria: a coerência matemática e epistemológica, os contratos didáticos<sup>1</sup> e a formação de professores (KAHANE, 2000).

A comissão coordenada por Kahane não tinha como objetivo estabelecer um programa detalhado para o ensino de geometria. Em vez disso, propôs perspectivas gerais, sugeriu inflexões para a atualidade e indicou temas de reflexão sobre o ensino de geometria, ou seja, em vez de preparar um novo programa prescritivo, o trabalho da comissão teve o intuito de tentar promover um novo estado de espírito em relação à geometria.

Em relação aos conteúdos, o relatório indica a importância da retomada de alguns temas no ensino de geometria ou de se dar mais ênfase em outros que não recebiam a devida importância, como a geometria espacial, os casos de isometria de triângulos e a utilização dos invariantes elementares (comprimento, ângulo, área) (KAHANE, 2000).

A insistência para que os invariantes geométricos sejam mais explorados na educação básica ancora-se no Programa de Erlangen, quando Felix Klein propôs que

---

<sup>1</sup> O contrato didático é definido por Guy Brousseau (1982) como o conjunto de comportamentos do professor que são esperados pelo aluno e o conjunto dos comportamentos do aluno que são esperados pelo professor (PESSOA, 2004)

“[...] uma geometria é o estudo das propriedades de um conjunto  $S$  que permanecem invariantes quando se submetem os elementos de  $S$  às transformações de algum grupo  $\tau$  de transformações” (KLEIN, 1891). Baseando-se no conceito de geometria de Klein, Kahane e Perrin, ambos atuando na comissão, entenderam ser essencial para a aprendizagem da geometria que os estudantes reconheçam e saibam manipular os conjuntos invariantes presentes nas respectivas geometrias estudadas na educação básica (KAHANE, 2000).

Didaticamente, a proposta da comissão é que o ensino de geometria contribua para a formação cidadã, que leve os aprendizes a pensar geometricamente, tanto em matemática quanto em outras disciplinas, e que utilize as novas tecnologias para o aprendizado de geometria. A comissão também critica o ensino estruturado em tarefas de aprendizagem e avaliação, muitas vezes centradas nas demonstrações matemáticas, e aposta no estímulo da postura de pesquisador frente ao conhecimento: fase experimental, formação de conjecturas e exame crítico, contra exemplos e finalmente a demonstração (KAHANE, 2000).

O relatório apresenta orientações para o ensino de geometria em cada etapa de ensino. No *primaire*, o principal objetivo é fazer com que as crianças se familiarizem com os objetos do plano e do espaço, sem reduzi-los à aprendizagem do vocabulário. Ressalta-se que existe a necessidade de se reconhecer e integrar ao *primaire* os saberes aprendidos no ensino infantil. Também foi apontado pela comissão que a formação dos professores do *primaire* em geometria ainda não é suficiente, uma vez que consideram que os professores formadores apresentam lacunas em matemática (KAHANE, 2000).

Em relação ao *collège* e ao *lycée*, as recomendações da comissão foram mais voltadas para os conteúdos e articuladas em cinco temas: desenvolver a geometria no espaço (poliedros, geometria esférica), reforçar o papel dos invariantes (reta, ângulo, área), dar ênfase aos problemas de lugar geométrico (remete à aprendizagem do raciocínio geométrico), recuperar os casos de isometria de triângulos e iniciar os alunos em uma geometria rica, na qual é possível transformar estruturas que possuem características diferentes entre si, como, por exemplo, a transformação do círculo em reta e vice-versa, algo que não ocorre nas outras geometrias (KAHANE, 2000).

Na formação docente, a comissão considera de grande importância que a geometria tenha um lugar definido na formação inicial e continuada. Deve-se reforçar o lugar da geometria nos cursos universitários e desmistificar a ideia de que a geometria é

um conteúdo da escola básica (KAHANE, 2000). Pode-se associar a geometria à álgebra linear e centrar nos grupos de transformações, no espírito do Programa de Erlangen (KLEIN, 1892).

Ainda na formação de professores que ensinam matemática a comissão julga importante a ênfase nos invariantes geométricos, nas propostas que relacionem figuras com raciocínio geométrico, no uso de problemas abertos e nas conexões com outras disciplinas. Acredita-se que os professores precisam ter em sua formação as práticas semelhantes às que se esperam que eles tenham na educação básica, ou seja, é necessário haver coerência entre a formação do professor e o exercício da docência. O relatório sugere também que a geometria continue ocupando um lugar importante nos concursos e nas avaliações educacionais e que é necessário, no caso de uma reforma educacional, investir na formação continuada (KAHANE, 2000).

## 5. Considerações Finais

O Relatório de Progresso Sobre a Geometria e seu Ensino (2000), produzido pela Comissão de Reflexão sobre o Ensino das Matemáticas coordenada por Jean-Pierre Kahane, é um documento que nos fornece um panorama histórico do ensino de geometria na França e, para além de somente apontar críticas, faz um balanço dos erros e acertos e aponta direções pedagógicas futuras, sem com isso assumir um caráter curricular prescritivo.

Ao longo da exposição de ideias da comissão no relatório, é fácil perceber que o objetivo é promover um giro curricular e metodológico a partir do entendimento do que é geometria e do que é necessário para aprendê-la. É nesse ponto que as orientações do relatório tocam as ideias de Daniel Perrin, também professor da Universidade de Paris-Sul (Orsay), que há mais de 40 anos trabalha com formação de professores e se preocupa com o ensino de geometria. Em seu livro *Géométrie projective plane et applications aux géométries euclidienne et non euclidiennes* (2012), voltado para a formação de professores de Matemática, Perrin apresenta uma visão da geometria baseada nas ideias do Programa de Erlangen, no qual Felix Klein (1892) considera a Geometria Projetiva como unificadora das geometrias e tem como base a Teoria dos Invariantes. Desta forma, concluímos que o relatório conjuga concepções de Klein, Perrin e Kahane, com ênfase no aspecto pedagógico da geometria na educação básica,

em especial na retomada das explorações dos invariantes (essenciais para entender a geometria como a concepção dos três professores citados) e na valorização do papel das figuras e da intuição no aprendizado geométrico.

Dentre os aspectos analisados pela comissão, o balanço sobre os erros e acertos da Reforma da Matemática Moderna, ocorrida no final dos anos 1970, é de grande relevância para se planejar uma futura reforma educacional. Olhar para os sucessos e insucessos das políticas educacionais e reformas curriculares é essencial para qualquer nação, pois evita que decisões precipitadas sejam tomadas e que danos maiores aconteçam. Nesse sentido, as análises do relatório extrapolam o contexto social francês e podem auxiliar na reflexão sobre outras realidades que também enfrentaram os problemas oriundos da Reforma da Matemática Moderna.

Também chama nossa atenção a perspectiva da comissão ao enaltecer a geometria como parte da formação de cientistas e, principalmente, da formação cidadã. Ainda que todos nós, em experiências com o mundo, adquiramos o conhecimento geométrico familiar, é inegável que a geometria escolar tem potencial para ampliar o raciocínio e o poder de análise dos cidadãos a respeito do contexto político, social e econômico em que vivem. Desta forma, concordamos com o relatório no sentido de que é necessário romper com a ideia de que a geometria é necessária somente para as pessoas que farão uso dela em suas profissões.

Para finalizar, ressaltamos que as orientações da comissão para o ensino de geometria foram bastante equilibradas e pareciam comprometidas com um olhar para o ensino em sua totalidade. Primeiramente, elas consideraram alguns conteúdos essenciais para alguns segmentos de ensino a partir da análise do ensino atual, conforme a premissa da *coerência matemática e epistemológica*. Depois, apontaram caminhos didático-metodológicos que deveriam conduzir o processo de ensino e aprendizagem da geometria, respeitando a premissa do *contrato didático*. E, por último, assinalaram que a *formação de professores* deve caminhar junto com qualquer proposta de reforma educacional, conforme a premissa da formação de professores.

## 6. Referências

American Mathematical Society. *Fellows of the American Mathematical Society*. Disponível em: <<http://www.ams.org/profession/ams-fellows/ams-fellows>> Acesso em: 09 out 2020.

BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/>> Acesso em: 24 jul 2020.

Institut de France. F. Académie des Sciences. *Hommage à Jean-Pierre Kahane*. Disponível em: <<https://www.academie-sciences.fr/fr/Colloques-conferences-et-debats/hommage-jean-pierre-kahane.html>>. Acesso em: 09 out 2020.

KAHANE, Jean-Pierre. *Rapport d'Étape sur la Géométrie et son Enseignement*. Commission de réflexions sur l'enseignement des mathématiques. Paris, 2000. Disponível em: <<https://www.apmep.fr/IMG/pdf/geo-com6.pdf>> Acesso em 24 jul. 2020.

KLEIN, Felix. *Considérations Comparatives sur les Recherches Géométriques Modernes*. Traduction de M.H Padé. Annales Scientifiques de l'É.N.S., 3<sup>a</sup> série, p. 87-102, 1891. Disponível em: <[http://www.numdam.org/article/ASENS\\_1891\\_3\\_8\\_87\\_0.pdf](http://www.numdam.org/article/ASENS_1891_3_8_87_0.pdf)> Acesso em: 24 jul 2020.

PERRIN, Daniel. *Géométrie projective plane et applications aux géométries euclidienne et non euclidiennes*. Paris, 2012. Disponível em : <<https://www.imo.universite-paris-saclay.fr/~perrin/>>. Acesso em: 24 jul 2020.

PESSOA, Cristiane. *Contrato didático: sua influência na interação social e na resolução de problemas*. In: VIII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2004, Recife. Disponível em: <<http://www.sbembrasil.org.br/files/viii/pdf/01/CC66657466404.pdf>> Acesso em: 11 out 2020.