

## O OBJETO DE ENSINO DA ÁLGEBRA: PESQUISAS, PROGRAMAS CURRICULARES E A FALA DOS PROFESSORES<sup>1</sup>

The object of teaching in algebra: Research, curriculum programs and the speech of teachers

*Maria Lucia Panossian  
Manoel Oriosvaldo de Moura*

### Resumo

Este artigo apresenta sínteses derivadas da pesquisa de doutorado (PANOSSIAN, 2014) que investigou a constituição do objeto de ensino da álgebra, fundamentada na teoria histórico-cultural e na teoria da atividade. Foi realizada a revisão bibliográfica de pesquisas sobre o processo de ensino e aprendizagem da álgebra; análise de propostas curriculares; e captação de dados a partir de registros escritos e falas de professores. Constatou-se a diversidade de concepções em relação à álgebra e seu ensino destacando-se: o papel do simbolismo e da linguagem; o processo de generalização; a concepção de variável; a relação entre grandezas entre outros. Considerou-se a necessidade de discussões que equilibrem esta diversidade de concepções e estabeleçam princípios que orientem a constituição do objeto de ensino da álgebra.

**Palavras-chave:** Álgebra. Ensino de álgebra. Objeto de ensino.

### Abstract

This article presents summaries from a doctoral research (PANOSSIAN, 2014) that investigated the constitution of the object of teaching in algebra, based on the cultural-historical

theory and the activity theory. A literature review of research on the process of teaching and learning algebra was carried out; analysis of curriculum programs; and data collection from written records and the speeches of teachers. One was found the diversity of views in relation to algebra and its teaching highlighting the role of symbolism and language; the process of generalization; the conception of variable; the relationship of magnitudes among others. It was considered the need of discussions to balance this diversity of concepts and establish principles to guide the proposal of algebra teaching object.

**Keywords:** Algebra. Teaching of algebra. Object of teaching.

### Introdução

A partir dos fundamentos da teoria histórico-cultural, adotou-se como pressuposto que o olhar sobre o objeto da álgebra para os pesquisadores matemáticos difere do olhar sobre o objeto da álgebra para os pesquisadores do ensino de matemática. O matemático reconhece nos objetos fenômenos e conceitos matemáticos seu objeto de estudo e pesquisa, sendo este o fim de sua atividade. Por outro lado, o pesquisador do ensino de matemática estuda e analisa o objeto da álgebra não como um fim em si mesmo, mas como **objeto de ensino** para desenvolver as funções psíquicas (VIGOSTKY, 2001) e o pensamento teórico (DAVYDOV, 1982) dos estudantes.

<sup>1</sup> Este artigo é uma ampliação do texto apresentado no VI SIPEM, 2015.

Assim, o que se apresenta como objeto de ensino cumpre minimamente duas funções: desenvolver o sujeito psiquicamente e possibilitar a apropriação dos conhecimentos já formados historicamente. Essas duas funções são interdependentes, sendo impossível separá-las. O sujeito se desenvolve psiquicamente ao se apropriar dos conhecimentos, e seu desenvolvimento psíquico permite a apropriação de novos conhecimentos.

Considera-se ainda que a álgebra escolar é derivada da álgebra que, historicamente, se constituiu na experiência humana e, dessa forma, deve contemplar os nexos conceituais e a essência (DAVYDOV, 1982) do conhecimento algébrico. Entretanto, não se desconsidera que essa álgebra desenvolvida e organizada para as ações escolares está influenciada pela própria estrutura escolar e de formação de professores. Assim, essa organização está também relacionada às concepções dos professores, às orientações curriculares, etc.

Neste artigo pretende-se evidenciar elementos manifestados em alguns programas curriculares e na fala dos professores para a compreensão do que tem sido considerado como objeto de ensino da álgebra. Para tanto, metodologicamente foram elaboradas análises e sínteses a partir de: 1) pesquisas que apresentam concepções de álgebra e educação algébrica; 2) programas curriculares (de forma particular da rede pública estadual de São Paulo); 3) da fala de professores (através de um curso realizado com professores da rede estadual de São Paulo). Tais análises e sínteses serão expostas nos itens a seguir.

## Um panorama a partir de pesquisas do ensino e aprendizagem da álgebra

Pesquisas como as de Cury et al. (2002) revelam que conhecer as concepções de álgebra e de educação algébrica é elemento importante para novas reformulações curriculares na medida em que possibilita que se discutam as finalidades dessa disciplina.

Autores como Usiskin (1995) Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) já pesquisaram e sistematizaram concepções de álgebra. Enquanto para Usiskin tais concepções se diferenciam conforme a importância atribuída às **variáveis**,

para Fiorentini, Miorim e Miguel a diferenciação está relacionada ao papel da álgebra como **linguagem**.

Usiskin (1995) destaca quatro concepções de álgebra que estão relacionadas à importância atribuída às **variáveis**. A álgebra pode ser compreendida como: aritmética generalizada (variáveis como número geral); estudo para resolver certo tipo de problemas (variáveis como incógnitas); estudo da relação entre grandezas (variáveis em relação de dependência associada à noção de função) e estudo de estruturas (variáveis como objetos arbitrários).

Por sua vez, Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) identificam diferentes concepções de álgebra relacionando ao seu papel como **linguagem**. Assim denominam uma delas de processológica, entendida como um conjunto de procedimentos para resolver problemas, independente da linguagem que a expressa. Além disso, caracterizam outras três concepções associadas à linguagem: a concepção linguístico-estilística, na qual álgebra é uma linguagem específica para expressar procedimentos de resolução de problemas; a concepção linguístico-sintático-semântica, que também compreende a álgebra como uma linguagem, entretanto foca atenção ao significado dos símbolos; e a concepção chamada linguístico-postulacional, em que a álgebra é compreendida como uma linguagem simbólica cujos signos alcançam alto grau de abstração e generalidade.

Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) também apresentam tendências que influenciam o ensino de álgebra no Brasil. A tendência linguístico-pragmática, preponderante no século XIX, enfatiza o domínio da linguagem literal e o treino para resolução de equações. Vinculada ao movimento da Matemática Moderna (décadas de 1970 e 1980) predomina a tendência fundamentalista-estrutural com foco para as propriedades estruturais. Como uma síntese das anteriores, os autores destacam a tendência fundamentalista analógica, que procura recuperar o valor instrumental da álgebra e, para tanto, faz uso de recursos denominados de físicos e geométricos. Em tais concepções, há predominância do sistema simbólico e ênfase à sintática da álgebra mais do que ao pensamento algébrico ou significado (semântica) dos símbolos. A situação oposta, em que prevalece o aspecto semântico e conceitual

(GOMEZ-GRANELL, 1996), não é uma tendência predominante no ensino.

Lins e Gimenez (1997) também apresentam concepções de educação algébrica com predominância do recurso simbólico (a concepção letrista e a concepção letrista facilitadora que recorre ao uso de materiais manipulativos).

É fato que a manipulação simbólica é uma característica da álgebra que permite a resolução dos problemas sem a constante retomada do significado das expressões. Historicamente se reconhece que a partir de Viète (2006) e sua logística *speciosa*, o desenvolvimento da álgebra é alavancado, também por serem usados símbolos não atrelados a objetos específicos. Por outro lado, no processo de ensino de álgebra, o excesso de manipulação torna-se sem sentido se não estiver consolidado o significado atribuído aos símbolos.

Entre 2000 e 2004, pesquisadores associados ao International Commission on Mathematical Instruction (ICMI) realizaram estudos sobre o futuro do processo de ensino da álgebra e revelaram preocupação com o excesso de manipulação simbólica.

Se a álgebra é interpretada só como uma manipulação simbólica, então ela tem pouca relevância para a vida do dia a dia, em países desenvolvidos e pouco desenvolvidos. De fato, isso pode ser uma fonte de alienação dos estudantes para aprendizagem de matemática. O desafio, portanto, tem sido reconceitualizar a álgebra como um assunto que tem relevância para os estudantes e fazer isso de um modo que os estudantes percebam por eles mesmos esta relevância. (STACEY; CHICK, 2004, p.2)

Em um desses estudos, Kieran (2004) aponta como núcleo do que denomina atividade algébrica: as atividades de geração, de transformação ou de nível meta/global. Nas atividades de geração, os padrões e propriedades são interpretados ou representados algebricamente. Nas atividades de transformação, o foco é a manipulação simbólica. As atividades de nível meta/global não estão diretamente relacionadas a conteúdo algébrico, mas usam esses conteúdos para resolver problemas, organizar estruturas

e outros. Conforme a autora, até meados da década de 1960, o ensino de álgebra priorizava atividades de manipulação simbólica. A autora também indica que na década de 1990 houve predominância das atividades de geração com o uso de sequências e padrões. A expectativa era de que se os estudantes realmente “entendessem” a álgebra, a manipulação técnica se resolveria, porém chama a atenção de que isso não acontece. A autora considera a necessidade de atribuir significados não só aos objetos da álgebra, mas aos seus processos manipulativos, admitidos como um objeto conceitual.

Além do papel do simbolismo no ensino da álgebra, a **noção de variável** também é elemento e objeto de pesquisas. Por vezes a variável é associada a uma letra e não contém em si a variação, sendo usada apenas como “identificador” de um elemento desconhecido. Ursini et al. (2005) propõem o modelo ‘Três usos da variável’ (3UV) – incógnita, número geral e relação funcional – e consideram necessário que o estudante compreenda esses diferentes “usos” da variável.

Os conceitos de variável e variação são também estudados por Sousa (2004). A partir de registros da história da matemática e em busca dos nexos dos conceitos algébricos, a pesquisadora preocupa-se com a elaboração de atividades de ensino em que professores e alunos possam pensar sobre o lógico-histórico do conhecimento científico a partir de diferentes linguagens (retórica, sincopada, simbólica, geométrica) reconhecidas no desenvolvimento do conhecimento algébrico, e dos processos de pensamento envolvidos.

A autora fundamenta-se em Caraça (1952), para quem o conceito de função é entendido “como o instrumento próprio para o estudo das leis”. Esse autor se refere à lei como sendo “toda regularidade de evolução de um isolado” (p.120). O isolado por sua vez é um recorte da totalidade, que não pode ser compreendida de uma única vez, mas que, apesar de recortado de forma arbitrária, contém componentes que permitem o estudo do fenômeno do qual ele foi recortado. A manipulação da função como instrumento matemático só é possível com o conceito de variável que, para Caraça, é o símbolo representativo de qualquer elemento de um conjunto numérico e permite alcançar a generalidade sem se restrin-

gir a casos particulares expressos em tabelas de números. A variável é para Caraça (1952, p.127) “o símbolo da vida coletiva do conjunto, vida essa que se nutre da vida individual de cada um dos seus membros, mas não se reduz a ela”. Assim o conceito de variável agrega o conceito de número, mas o supera.

Assim, fundamentada em Caraça (1952), e considerando o conceito de variável como um dos nexos internos que compõem o pensamento algébrico, Sousa (2004) sugere uma proposta de ensino de álgebra em que “[...] o ponto de partida do ensino deste campo da matemática seja um estudo de movimentos qualitativos e quantitativos da realidade para, num segundo momento, tornar-se um estudo dos aspectos particulares e singulares de movimentos quantitativos determinados” (MOURA; SOUSA, 2008, p.68).

A **relação quantitativa entre grandezas** é também fundamental para Davíдов (1982), pesquisador russo da teoria histórico-cultural e da teoria da atividade, que indica que os símbolos literais e fórmulas são acessíveis às séries iniciais mesmo antes de os estudantes reconhecerem os números. O estudioso estabelece um programa curricular visando ao desenvolvimento do pensamento teórico. Busca a gênese do conceito de número e a considera para todos os números reais, sendo que os números naturais, racionais, inteiros, irracionais são casos singulares da representação das relações gerais entre as grandezas (DAVYDOV, 1982). Para o conhecimento algébrico, o estabelecimento dessas relações entre grandezas de modo geral é fundamental, o que nos conduz às concepções sobre o processo de generalização.

Em relação ao **processo de generalização**, na década de 1990, Usiskin indicava a aritmética generalizada como uma das concepções de álgebra, sendo que “[...] as instruções-chave para o aluno são traduzir e generalizar. Trata-se de técnicas importantes, não só para a álgebra mas também para a aritmética” (USISKIN, 1995, p.13).

Essa generalização é realizada sobre as propriedades numéricas. Lins e Gimenez (1997), a partir da análise da proposta de Davíдов, registram que há uma diferença entre identificar a álgebra como aritmética generalizada e entender que a álgebra pode generalizar a aritmética e explicam:

É essencial estabelecer, de forma clara, a distinção entre ‘genérico’ e ‘generalizado’. A situação ‘generalizada’ emerge quando os alunos passam a falar do que é comum a um conjunto de casos particulares [...] ao passo que a situação ‘genérica’ emerge quando tratamos diretamente daquilo que é geral numa situação, sem a intermediação dos casos particulares. Isso não quer dizer, é claro, que a situação genérica se constitua independentemente de qualquer caso particular (embora isso não seja nada improvável ou impossível!) e sim, que, no interior da atividade, a atenção é diretamente dirigida ao que é geral, e não ao processo de ‘generalização’. (LINS; GIMENEZ, 1997, p.114)

Para Blanton e Kaput (2011) o coração da álgebra e do pensamento algébrico se encontra em construir, expressar e justificar as generalizações e pode ser apresentado aos estudantes já nos primeiros anos de escolaridade.

Pesquisas como as de Radford (1996a; 1996b) aprofundam os estudos sobre o processo de generalização, particularmente a algébrica, e desvinculam esse estudo dos processos aritméticos.

Concordamos com Radford (1996a, p.108) no seguinte sentido: “Eu penso que a hipótese da generalização ser vista como uma norma epistêmica precisa ser estudada em maior detalhe e que as consequências que provoca para o ensino de matemática precisam ser especificadas”.

Radford (2001) compreende o processo de generalização a partir da semiose e conceitualiza a “generalização factual”, “generalização contextual” e “generalização simbólica”. Nas ‘generalizações factuais’ não se recorre a termos linguísticos ou símbolos especializados, o que limita o alcance de um *status* mais geral, mantendo as ações de generalização ligadas a um contexto específico. A “generalização contextual” se desenvolve sobre os objetos ainda situados no tempo e no espaço e que também dependem das pessoas envolvidas na ação. Considera que para a generalização algébrica os objetos não estão situados temporal ou espacialmente e nem atrelados à participação de um indivíduo particular. Radford reconhece a necessidade de os estudantes

“descorporificarem” e deslocarem do tempo e do espaço os processos de generalização e objetos matemáticos, e a esse processo atribui o nome de “dessubjetificação”, que considera necessário para chegar à ‘generalização simbólica’.

Destacou-se, brevemente, através desse panorama de pesquisas, elementos considerados essenciais no ensino da álgebra, reconhecidos entre os pesquisadores: o papel do simbolismo; a concepção de variável; relações entre grandezas e o processo de generalização, ainda que existam diferentes concepções sobre cada um deles e sua abordagem no ensino. A seguir, será destacado o objeto de ensino da álgebra revelado em algumas propostas curriculares.

### O objeto de ensino da álgebra nas propostas curriculares

As diferentes concepções sobre a natureza da álgebra e de seu ensino também são reveladas pelos programas curriculares. No processo de elaboração de propostas ou programas curriculares, entende-se que é necessário definir critérios para a escolha do que será considerado como objeto de ensino, e tais critérios estão necessariamente associados aos objetivos escolares para a formação dos estudantes ou, melhor, à função social da escola. De forma particular, entende-se que o estabelecimento do objeto de ensino da álgebra também está diretamente relacionado ao objetivo da escola para a formação dos estudantes. Diferenças no que é proposto para o ensino da álgebra nos diferentes programas curriculares geram diferenças nos resultados obtidos em relação à formação dos estudantes.

Pires (2008) sintetiza o processo de organização e desenvolvimento curricular da Matemática no Brasil a partir da década de 1960 e da influência do Movimento da Matemática Moderna. Tal movimento surge atendendo às pressões para a modernização do ensino, visando à formação de indivíduos adaptados aos crescentes avanços tecnológicos, de acordo com o progresso e desenvolvimento. Destaca-se a preocupação mundial que era a disputa pela supremacia tecnológica entre Estados Unidos e União Soviética, e as mudanças curriculares aumentando a ênfase nas áreas exatas. Essa preocupação influencia também o ensino no Brasil, que convivia com atraso tecnológico e de mão de obra qualificada.

O modo encontrado para atender a essa pressão de formação dos estudantes foi aprofundar a linguagem dos conjuntos e privilegiar o papel das estruturas, inclusive da álgebra abstrata (grupo, anel, corpo e outros).

Conforme Pires (2008), no movimento da Matemática moderna era intenção que o ensino escolar se aproximasse da ciência. Entretanto, os objetos matemáticos foram tratados de maneira excessivamente formalizada.

No período que sucedeu o declínio da Matemática Moderna, em todo o mundo buscou-se construir currículos de Matemática mais ricos, contextualizados culturalmente e socialmente, com possibilidades de estabelecimento de relações intra e extra-matemática, com o rigor e a conceituação matemáticos apropriados, acessível aos estudantes, evidenciando o poder explicativo da Matemática, com estruturas mais criativas que a tradicional organização linear (seja por meio de mapas conceituais, de concepção mais hierarquizada, seja por meio de redes de significados, de concepção menos hierarquizada). (PIRES, 2008, p.15)

Também influenciam a determinação dos programas curriculares as diferentes concepções sobre a natureza da álgebra e de seu ensino. As diferenças entre o que se entende por ensino e aprendizagem da álgebra nos currículos de vários países foram analisadas pelo grupo participante do ICMI em 2004 e estão reunidas nos textos de Kendal e Stacey (2004).

Esses estudos indicam diferenças entre a organização dos programas curriculares de álgebra conforme a organização do sistema escolar e faixa etária dos estudantes. Por meio do estudo de currículos de diferentes países encontra-se a álgebra vista como: a) um meio para expressar generalidade e padrões; b) estudo da manipulação simbólica e resolução de equações; c) estudo de funções e suas transformações; d) um meio para resolver problemas que estão além do alcance de métodos aritméticos; e) um meio para interpretar o mundo por meio de situações reais modeladas, precisa ou aproximadamente; f) um sistema formal que possibilita lidar com

teoria dos conjuntos, operações lógicas e outras operações ou objetos além dos números reais. Em função do excesso de diferenças sobre o modo de conceber a álgebra e seu ensino em diferentes países, os autores desta pesquisa encontram dificuldades em generalizar e definir uma concepção de álgebra que seja consensual.

Kendal e Stacey (2004) também apresentam o panorama de Rômulo Lins sobre o que tem sido considerado como álgebra no Brasil. O pesquisador considera que a educação algébrica no país segue um modelo de manipulação simbólica tradicional, em que os estudantes de 4º ano resolvem equações simples com o uso do método de completar os espaços vazios e há algum trabalho com padrões. Até o 6º ano, essa situação não se modifica muito, e os estudantes conseguem apenas resolver equações simples. A partir do 7º ano, a manipulação simbólica é enfatizada, com o estudo de binômios e o uso de recursos geométricos com o pressuposto de que auxiliará na compreensão. No 8º ano, a manipulação simbólica permanece, e os estudantes passam a resolver equações de 2º grau, além da introdução da noção de função. No ensino médio, os conteúdos ensinados são funções, trigonometria, polinômios. Nesse panorama, Rômulo Lins destaca também as dificuldades dos estudantes em resolver problemas não padronizados, além de baixos índices atingidos em provas – por exemplo, o Programa Internacional de Avaliação dos Estudantes (PISA).

Esse panorama e a ênfase no modelo de manipulação simbólica podem ser reconhecidos na síntese a seguir apresentada sobre algumas propostas curriculares, em especial do Estado de São Paulo.

Nas propostas curriculares elaboradas ao final da década de 1980 se reconhece uma tendência de formalização, sistematização e abstração das estruturas matemáticas. Em vez do nome álgebra, recorre-se a “cálculo literal” e “[...] espera-se dar nova abordagem a esse tema de modo a reduzir significativamente a sua extensão, a sua monotonia e o tempo que, geralmente, se gasta no seu desenvolvimento” (SÃO PAULO, 1988, p.95). A concepção de educação algébrica presente em tais propostas também se aproxima da concepção letrista facilitadora, ao recorrer a alguns artifícios metodológicos para facilitar o cálculo com as letras. Por exemplo: “Utilizar, também, o cálculo de

áreas para visualizar a soma de alguns monômios” (SÃO PAULO, 1988, p.96).

A resolução de problemas é indicada como procedimento metodológico, somente para desencadear o surgimento, por exemplo, de equações ou de sistemas, que deveriam ser estudados de forma autônoma. Tal orientação é indicada para a resolução de equações de 1º grau na 7ª série: “Embora se deva partir ainda de situações-problema, das quais as equações sejam meras traduções, trata-se, agora, de se proceder a um estudo relativamente autônomo das equações do 1º grau com uma incógnita” (SÃO PAULO, 1988, p.98). Percebe-se, então, a importância maior sendo atribuída ao método de resolução de equações em seus procedimentos técnicos do que à resolução do problema.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998), percebe-se uma abrangência em relação ao ensino de álgebra desde a compreensão de sua sintaxe até o reconhecimento de suas diversas funções relacionadas à generalização de padrões, resolução de problemas aritmeticamente difíceis, estabelecimento de relações entre grandezas e outros. Para o terceiro ciclo (que corresponde às antigas 5ª e 6ª séries ou na legislação atual, 6º e 7º ano, respectivamente), é recomendado que o estudante compreenda a noção de variável e expresse algebricamente a relação entre duas grandezas. A resolução de equações, de inequações e de sistemas de equações está prevista para o quarto ciclo, à medida que os alunos tenham a necessidade para resolver os problemas.

Embora nas séries iniciais já se possa desenvolver alguns aspectos da álgebra, é especialmente nas séries finais do ensino fundamental que as atividades algébricas serão ampliadas. Pela exploração de situações-problema, o aluno reconhecerá diferentes funções da Álgebra (generalizar padrões aritméticos, estabelecer relação entre duas grandezas, modelizar, resolver problemas aritmeticamente difíceis), representará problemas por meio de equações e inequações (diferenciando parâmetros, variáveis, incógnitas, tomando contato com fórmulas), compreenderá a sintaxe (regras para resolução) de uma equação.

Esse encaminhamento dado à Álgebra, a partir da generalização de padrões, bem como o estudo da variação de grandezas possibilita a exploração da noção de função nos terceiro e quarto ciclos. Entretanto, a abordagem formal desse conceito deverá ser objeto de estudo do ensino médio. (BRASIL, 1998, p.50-51)

No decorrer de seu texto, os Parâmetros Curriculares Nacionais apresentam concepções de álgebra muito próximas às concepções propostas por Usiskin (1995). Ainda que não façam referência a essa pesquisadora, consideram que tais concepções devem estar contempladas nas situações propostas para os alunos (Figura 1).

Figura 1 – Concepções da álgebra.



Fonte: Brasil (1998a, p.116).

Na atual Proposta Curricular para o Estado de São Paulo (SÃO PAULO, 2008), a Matemática é entendida com um sistema simbólico que deve articular-se com a língua materna para representar a realidade. O conhecimento algébrico surge articulado com outras áreas do conhecimento, como um instrumento de resolução de problemas de diferentes áreas da ciência. “Na organização proposta, a lista de conteúdos selecionados para cada série não se afasta muito da que é usualmente apresentada nos diversos sistemas de ensino” (SÃO PAULO, 2008, p.47), e realmente mantém a estrutura adotada por livros didáticos (GIOVANI JÚNIOR; 2009; IMENES; LELIS, 2009) analisados no Guia de Livros Didáticos (BRASIL, 2011), cujas orientações para o ensino de álgebra incluem:

A percepção de regularidades, que pode levar à criação de modelos simbólicos para diversas situações, e a capacidade de traduzir simbolicamente problemas encontrados no dia a dia, ou provenientes de outras áreas do conhecimento, devem ser gradativamente desenvolvidas para se chegar ao uso pleno da lingua-

gem e das técnicas da álgebra. O uso da linguagem algébrica, para expressar generalizações que se constituam em propriedades de outros campos da Matemática, é outra função da álgebra que deve ser, pouco a pouco, introduzida. (BRASIL, 2011, p.16)

Nas orientações curriculares do município de São Paulo para o ensino fundamental, espera-se em álgebra que os alunos sejam capazes de “Identificar diferentes usos para as letras, em situações que envolvem generalização de propriedades, incógnitas, fórmulas, relações numéricas e padrões” (SÃO PAULO, 2007, p.45). Nesse caso, considera-se que a generalização é um **processo** a ser desenvolvido sobre objetos matemáticos, ou seja, generalizam-se propriedades, fórmulas, relações e outras.

A partir da teoria histórico-cultural, compreende-se que a relação entre a generalização como uma capacidade cognitiva do aluno a ser desenvolvida e/ou como um processo realizado sobre objetos matemáticos é necessariamente dialética. A capacidade cognitiva do estudante em generalizar se desenvolve enquanto ele reali-

za processos de generalização. Ao mesmo tempo, os processos de generalização se desenvolvem na medida em que o estudante possui condições cognitivas para realizar tal processo. A compreensão da generalização como processo/produto requer estudos que revelam o desenvolvimento desse processo no movimento histórico e que revelam o movimento da generalização enquanto processo lógico de pensamento.

Também encontramos na proposta municipal de São Paulo indícios que revelam a álgebra concebida como a aritmética generalizada, reforçando-a como uma linguagem para expressar regularidades, como destacado no trecho a seguir:

É importante, também, propor situações que permitam identificar e generalizar as propriedades das operações aritméticas e estabelecer algumas fórmulas. Nessa dimensão, a letra simplesmente substitui um valor numérico.

Analisando as atividades propostas, o aluno pode construir a ideia de álgebra como uma linguagem que serve para expressar regularidades observadas em diferentes relações aritméticas e geométricas. (SÃO PAULO, 2007, p.93)

Ainda que identifiquemos concepções de álgebra e educação algébrica refletidas nas propostas curriculares e que enfatizam a manipulação simbólica ou a álgebra como aritmética generalizada, Knuth et al. (2005) consideram que há um crescente consenso de que uma reforma no ensino de álgebra requer uma reconceitualização da natureza da álgebra e do pensamento algébrico, e um novo exame sobre quando os estudantes são capazes de pensar algebricamente para que se possa inserir a álgebra no currículo<sup>2</sup>.

Alguns indícios para essa reconceitualização podem ser encontrados na pesquisa de Schmittau (SCHMITTAU, 2004, apud SCHMITTAU; MORRIS, 2004) sobre o desenvolvimento dos

três anos elementares do currículo de Davydov em uma escola americana. O estudo revelou que os estudantes conduzidos por esse currículo resolveram problemas algébricos que não eram encontrados até o segundo nível de escolaridade nos Estados Unidos. A pesquisa também apresenta uma comparação entre o desenvolvimento da álgebra no currículo de matemática elementar proposto por Davydov e pelo currículo orientado pelo National Council of Teacher of Mathematics (NCTM). Destaca uma diferença relevante entre eles: a álgebra desenvolvida no currículo de Davydov a partir da relação entre as grandezas consideram os números como uma aplicação concreta das generalizações algébricas, portanto em oposição ao que é proposto pelo NCTM, em que a álgebra é derivada das generalizações numéricas.

Para Schmittau (2004, apud SCHMITTAU; MORRIS, 2004), o currículo de Davydov permite aos estudantes: pensar os procedimentos algébricos e desenvolve o pensamento teórico, a partir de relações quantitativas em situações contextualizadas; desenvolve a capacidade de análise e generalização ao compreender a letra como “qualquer número”, gerando modelos de relações quantitativas, com estruturas e princípios que regem a manipulação de símbolos algébricos.

Assim, no decorrer deste item, também puderam ser observadas diferentes concepções sobre álgebra e seu ensino nas orientações ou programas curriculares revelando a falta de consenso em relação ao que pode ser definido como objeto de ensino da álgebra. No próximo item, destacaremos também diferentes concepções sobre o objeto de ensino da álgebra através da fala dos professores.

## A fala dos professores

As análises a seguir sintetizadas foram realizadas a partir de dados obtidos em um curso de 30 horas intitulado “Atividades de ensino de álgebra a partir da teoria histórico-cultural”, de que participaram dezesseis professores da rede estadual de São Paulo. O objetivo principal do curso era o de discutir com os professores princípios de organização do ensino de álgebra ao longo dos anos de escolaridade.

<sup>2</sup> Uma discussão que se faz bastante presente nas pesquisas atuais é o processo da *early algebra* (CAI; KNUTH, 2011), com a sugestão de inserir a álgebra em anos anteriores no programa escolar. Entretanto, existe uma decisão anterior a esta de apresentar a álgebra mais cedo aos estudantes, que é a de rever o objeto de ensino da álgebra, o seu conteúdo real.

Tomou-se como pressuposto inicial que a discussão sobre o desenvolvimento histórico da álgebra não se apresenta no espaço escolar, não sendo considerada para a constituição do objeto de ensino da álgebra. Este já se encontra cristalizado em programas curriculares e materiais didáticos na forma de tópicos de conteúdo algébricos que se repetem ao longo dos anos escolares com alterações pontuais.

Não se discutem nas orientações curriculares os critérios de definição do conteúdo algébrico ou as razões para sua presença, mas sim as questões metodológicas de abordagem e apresentação desses conteúdos pré-definidos. Tais conteúdos são padronizados e podem ser observados em coleções de livros didáticos ou, de forma mais recente, nas apostilas distribuídas bimestral e anualmente para alunos e professores da rede pública de ensino, no caso particular do Estado de São Paulo.

Durante o curso, foram promovidos momentos de discussões sobre: o processo de formação de conceitos; formas de pensamento e de linguagem; episódios de história da álgebra em diferentes momentos (retórica, sincopada, geométrica, simbólica), situações de ensino de álgebra e outros. Mas para este artigo serão considerados apenas os momentos iniciais do curso que revelam as concepções dos professores sobre álgebra e seu ensino.

Em resposta à questão “O que pode ser considerado como objeto da álgebra e que deve ser ensinado aos estudantes?”, a **simbologia** destacou-se entre os registros escritos de cinco dos professores por meio de afirmações como “A simbologia usada no estudo de cada situação” (Vânia<sup>3</sup>) ou “A simbologia que sintetiza o pensamento de forma geral” (Suzana).

Ainda evidenciando uma concepção de álgebra associada a seus símbolos, o professor Pedro destaca como sendo objeto da álgebra a “sistematização de problemas concretos por meio da simbologia”. Por outro lado, a professora Helena entende que a álgebra permite que se resolva uma série de problemas em função de seu poder de generalização e admite como objeto da álgebra as generalizações e as relações entre as grandezas. Essa professora oscila entre uma ten-

dência a compreender a álgebra como aritmética generalizada e em seu aspecto funcional.

A professora Suzana apresentou uma concepção de álgebra associada a formas de pensamento mais do que a sua representação na forma de linguagem e responde que:

[...] a álgebra é importante sim por que é ela que faz com que a gente equacione um pensamento, uma solução, um raciocínio que vai enfim lá na frente de encontro com a nossa situação problema e venha a resolver [...] o objeto [de ensino da álgebra] é a construção da ideia de maneira que você a equacione para resolver as situações problemas, problemas gerais a partir de situações problemas do cotidiano [...]. (Suzana)

Destaca-se também a sua concepção de variável relacionada aos vários fenômenos que influenciam um acontecimento, e não necessariamente variações quantitativas.

Uma coisa que acho que tem que ficar mais clara, que eles têm noção sobre variável que eles calculam isso mentalmente sem perceber e eu chamo muita atenção deles[...]. Me conta o que você fez hoje, tá ele vai te contar, eu vim pra escola, o ônibus quebrou, o que significa o ônibus quebrar? Era uma coisa prevista? Não, foi um acidente. Como posso equacionar isso para que este acidente seja superado e eu não chegue atrasado? Então ele sabe fazer isso oralmente, a nossa investigação além de brincar com a álgebra, tal...é que eu ainda não tive tempo de brincar com isso. (Suzana)

Essa professora concebe a álgebra como a possibilidade de expressar todo e qualquer movimento da realidade objetiva, sem se prender aos movimentos que podem ou não ser quantificados. Por isso, a sua compreensão de “variável” no movimento do fenômeno é diferente da concepção de variável em Caraça (1952).

Essa professora declara ainda que resgata episódios históricos para apresentar aos

<sup>3</sup> Os nomes dos participantes do curso são fictícios.

estudantes. Também concebe como sendo importante “contar as passagens” ou trechos históricos para que o aluno entenda o que está sendo ensinado, como se vê no trecho a seguir transcrito.

A gente não pode enrijecer o conhecimento [...] eu pelo menos busco as coisas diferentes, estou sempre buscando informações diferentes [...]. A história da evolução que a gente conta vai do que você domina, do conhecimento que já está acostuada. Eu tento não ser tão técnica em relação a demonstrações que na vida cotidiana do aluno não faz diferença alguma e trabalho mais o pensamento. Então eu vou contar para eles a história dos conjuntos, se eu dou conjuntos dos números reais eu conto como chegou até lá. Eu faço uma história, é uma aula de história, se eu dou números complexos eu ponho [...] os números e conto [...] a história em quinze minutos você consegue contar as passagens com alguns trechos.

Pode ser observada por meio dessa fala uma concepção de ensino que reconhece nos episódios da História possibilidades para a organização do ensino de álgebra. Mas se observa que o destaque dado pela professora é no sentido de narrar ou contar os fatos.

A professora Mônica compreende que o ensino de álgebra é facilitado com o uso de recursos geométricos, o que se afilia a uma tendência fundamentalista-analógica (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993) e comenta:

Principalmente quando você da área, você já começa você faz as construções geométricas. Então vamos generalizar isso aqui, o que vocês estão observando então eu acho que é assim muito legal sempre começar a álgebra ligada a geometria... quando chega na 7ª. Série que é só álgebra aí o negócio para mim complicava, mas eu penso que a gente sempre ligando o ensino da matemática com a geometria, os alunos gostavam, fica mais fácil. (Mônica)

Em relação ao registro simbólico, Ester questiona a necessidade de uma alfabetização em matemática, similar à alfabetização em linguagem materna, para que os símbolos incorporem significados, e afirma “[...] eles aprendem assim equação é isso, mas eles não sabem o que significa equação”. Por sua vez, a professora Helena reforça a preocupação com a apresentação e o uso dos símbolos matemáticos convencionados:

[...] a questão da simbologia matemática, o aluno não consegue entender. Você coloca  $x$  (xis) pertence a  $R$  (erre) ele lê xer, que é isso? Não faz sentido, trabalhar a questão de simbologia, [...] eu costumo dedicar uma aula só para passar símbolos matemáticos, por que eu acho que eles têm que entender o que significa o símbolo, por que se não barra. (Helena)

Além desse foco no registro simbólico, o processo de generalização foi citado por sete professores e inclusive pela professora Helena, que comenta: “É unânime que a álgebra é realmente importante por que através da álgebra a gente consegue generalizar uma série de situações e assim resolver uma série de problemas de uma forma geral, genericamente digamos assim, do cotidiano” (Helena).

Outra professora reforça uma concepção de generalização como uma ação mental que se desenvolve de forma independente e divorciada das ações com a realidade objetiva, como se houvesse uma possibilidade de ensinar o processo de generalização por ele mesmo e diz: “[...] o que a gente estava questionando é: será que não seria o caso de ensinar ele primeiro a generalizar? Ter uma aula só para aprender a generalizar [...]”. A professora é categórica em assumir “[...] eu enxergo a matemática só como isso [...] o raciocínio lógico e a capacidade de abstrair e generalizar [...]” (Ester). Nesse sentido, o processo de generalização é concebido como uma forma de pensamento que surge independente dos objetos a serem generalizados.

Entretanto, o processo de generalização seria um produto do processo de ensino, mas entende-se que, enquanto processo de pensamento, só pode ser desenvolvido sobre uma base material, ou sobre abstrações já realizadas sobre

essa base material. Dessa forma, só é possível desenvolver o processo de generalizar realizando generalizações sobre objetos materiais ou sobre objetos matemáticos, que já constituem abstrações dos objetos materiais. Por exemplo, é necessário realizar generalizações sobre a relação entre números, sobre as propriedades numéricas, sobre conceitos matemáticos e outros.

Os dados obtidos confirmam a falta de consenso sobre o que pode ser considerado como objeto de ensino da álgebra e que deriva das diferentes concepções dos professores sobre álgebra e seu ensino, provenientes da formação pessoal, das orientações curriculares, etc. Entretanto, observou-se que o registro simbólico da álgebra é foco de atenção dos professores. Seja na tentativa de “alfabetizar” em matemática, ou gerar aulas em que se explicam os símbolos, ou procurando formas de contextualizar por meio de situações-problema, ou ainda em busca de estratégias que possibilitem aos estudantes “equacionar” os movimentos cotidianos. Também é destaque o processo de generalização, mas nota-se que também não há consenso em relação ao que se esteja entendendo por “generalizar”, e também não se destaca o papel da variável e da variação de grandezas.

A preocupação com as concepções dos professores sobre álgebra e seu ensino também se justificam por meio desta afirmação do pesquisador Luis Radford

De fato, na maior parte do tempo, as concepções dos professores acerca do conteúdo matemático que eles ensinam decorrem da formulação matemática contemporânea do conteúdo sob consideração. No entanto, a formulação contemporânea é o resultado de um longo processo de mudanças e transformações conceituais e não necessariamente é o melhor ponto de partida para os alunos. (RADFORD, 2011, p.16)

Dessa forma, podemos nos questionar se o trabalho com a álgebra simbólica, diretamente realizado em sala de aula, contribui com a formação dos significados dos conceitos algébricos.

No decorrer do desenvolvimento do curso, foi possível destacar alguns elementos com signifi-

ficado para as professoras que anteriormente não citaram. Assim, a professora Helena escreve:

Um ponto que quero destacar é que o curso me fez compreender que todo o conhecimento não pode ser visto como algo isolado, ele faz parte da evolução da humanidade. Analisar o conhecimento de uma perspectiva histórico-cultural me ajudou a entender melhor as relações existentes na construção do próprio conhecimento. Nada aconteceu ou foi criado por acaso, tudo é fruto de uma necessidade histórica. (Helena, RE15)

O estudo do texto de Caraça (1952) também foi elucidativo para as professoras:

Para mim, foi igual uma questão que ele coloca no começo, como e porquê das coisas... parece a investigação constante, a gente tá sempre perguntando como que as coisas acontecem, eu penso assim que aí que a álgebra entra você quer pelo menos nós matemáticos, por que estas coisas acontecem e qual é o padrão com que acontecem [...] então a gente tenta entender isso, e quando a gente dá aula, a gente tá sempre tentando explicar. (Mônica, D3, DV1; 00:10:40)

## Considerações finais

Este texto apresentou sínteses da primeira etapa da pesquisa de doutorado (PANOSSIAN, 2014) sobre a constituição do objeto de ensino da álgebra em que se constatam os elementos presentes no ensino da álgebra na realidade atual. Por meio de pesquisas anteriores, de propostas curriculares e da fala de professores, constatou-se a diversidade de concepções sobre álgebra e seu ensino.

Na busca por elementos que caracterizassem o objeto de ensino da álgebra, encontrou-se uma série de tópicos (sequências, equações, funções, etc.) associados a manipulações simbólicas, traduções de situações-problema, generalização de casos particulares da aritmética ou pela concepção de que processos de pensamento, como

a generalização, são desenvolvidos de forma intrapsíquica.

Tais elementos se manifestam nas propostas curriculares, nas ações dos professores e nem sempre ficam explícitos os motivos pelos quais se reconhecem determinados tópicos ou procedimentos como objeto de ensino da álgebra. Por exemplo, não basta verificar que “equações” é um tópico do ensino de álgebra, por se manifestarem em diferentes propostas curriculares, em diferentes tempos e espaços, se não é possível identificar e justificar explicitando as razões de por que ensinar “equações” é relevante para o ensino da álgebra e por que compõe seu objeto.

Entende-se ainda que uma revisão necessária sobre o objeto de ensino da álgebra não se dá somente pela compreensão de processos psicológico-didáticos de aprendizagem dos estudantes, mas também pela compreensão do próprio processo de desenvolvimento do objeto da álgebra. A álgebra escolar é derivada da álgebra que, historicamente, se constituiu na experiência da humanidade, e o objetivo na escola é a apropriação do conhecimento algébrico como um instrumento para a formação dos estudantes.

Assim, em busca de princípios para orientar a constituição do objeto de ensino da álgebra, prosseguiu-se a pesquisa de doutorado finalizada em 2014 (PANOSSIAN, 2014) investigando as relações entre o movimento histórico e lógico dos conceitos algébricos e o objeto de ensino da álgebra. Constatando que o objeto de ensino de determinado ramo de conhecimento não pode conter em si todo o conhecimento acumulado na experiência histórica humana, sendo impossível considerar que em alguns anos de escolaridade de um sujeito ainda em formação psíquica lhe sejam apresentados todos os conhecimentos acumulados em séculos de desenvolvimento.

Entretanto, a seleção do que constituirá o objeto de ensino de determinado ramo de conhecimento, o conteúdo de ensino, passa pelo movimento histórico e lógico de seus conceitos. Ainda que a apropriação do conhecimento pelo sujeito não siga totalmente a formação do conhecimento na experiência histórica humana, não se pode desconsiderar que o estudo de como determinado conhecimento se desenvolveu na espécie humana apresenta elementos fundamentais que podem contribuir para a superação de impasses epistemológicos na formação do sujeito.

Considerando que a definição e escolha de determinado conhecimento enquanto objeto de ensino está atrelada ao que se espera da formação do aluno, ao que se entende como função social da escola, e que os conteúdos do ensino não são vulgarizações ou simples adaptações de conhecimentos científicos (CHERVEL, 1990), faz-se necessário identificar o que seria o seu conteúdo mínimo através de estudos específicos do conhecimento em seu movimento histórico.

Conforme Davydov (1982)

Coluna vertebral da disciplina é seu programa, ou seja, a descrição sistemática e hierárquica dos conhecimentos e artes que procede assimilar. O programa, determinante do conteúdo da matéria, estabelece os métodos do ensino, o caráter do material didático, os prazos de estudo e outros elementos do processo docente. E, o que é mais substancial, ao indicar a estrutura dos conhecimentos assimiláveis e o método de sua coordenação, o programa projeta esse tipo de pensamento que se forma nos alunos ao assimilar isto no material de estudo proposto. (p.6)

Não é o caso de elaborar um programa curricular para que o estudante alcance a ‘essência’ do conhecimento no seu último ano de escolaridade, mas sim que essa essência esteja contemplada nas diferentes situações propostas ao aluno durante todos os anos de estudo, e que ele tenha essa possibilidade de se aproximar de tal essência. Definir os conceitos que fazem parte de um programa não é tarefa de menor importância, pois não se trata de apresentar o conteúdo na forma de produto da ciência a que corresponde, mas sim explicitar as conexões lógicas de desenvolvimento dessa ciência como forma de interpretar a realidade. A partir disso, organizam-se as demais condições metodológicas e didáticas que se encontram manifestadas nas elaborações curriculares e na fala dos professores, podendo ser transformadas e reelaboradas.

## Referências

BLANTON, M. L.; KAPUT, J. J. Functional thinking as a route into algebra in the elementary grades.

- In: CAI, J.; KNUTH, E. *Early algebraization: A global dialogue multiple perspectives*. Hardcover, 2011, p.5-21.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília: MEC/SEF, 1998a. p.116.
- \_\_\_\_\_. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília: MEC/SEF, 1998b.
- \_\_\_\_\_. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. *Guia de livros didáticos – PNLD 2011: Matemática*. Brasília: MEC/SEB, 2011.
- CAI, J.; KNUTH, E. (Eds.). *Early algebraization: A global dialogue from multiple perspectives*. London: Springer, 2011.
- CARAÇA, B. *Conceitos fundamentais da matemática*. Lisboa: Tipografia Matemática, 1952.
- CHERVEL, A. História das disciplinas escolares. Reflexões sobre um campo de pesquisa. *Teoria e Educação*, Porto Alegre, n.2, 1990.
- CURY, H. N.; LANNES, W.; BROLEZZI, A. C.; VIANNA, C. R. Álgebra e educação algébrica: concepções de alunos e professores de matemática. *Educação Matemática em Revista – RS*, v.4, n.4, p.9-15, 2002.
- DAVÝDOV, V. V. *Tipos de generalización en la enseñanza*. Havana: Pueblo y Educación, 1982.
- FIorentini, D.; Miorim, M. A.; MIGUEL, A. Contribuições para um repensar... a educação algébrica elementar. *Pro-Posições*, v.4, n.1 [10], p.78-91, mar. 1993.
- GIOVANI JÚNIOR, J. R.; CASTRUCCI, B. *A conquista da matemática*. São Paulo: FTD, 2009.
- GOMEZ-GRANELL, C. Aquisição da linguagem matemática: símbolo e significado. In: TEBEROSKY, A.; TOLCHINSKY, L. *Além da alfabetização: a aprendizagem fonológica, ortográfica, textual e matemática*. São Paulo: Ática, 1996.
- IMENES, L. M. P.; LELIS, M. C. *Matemática Imenes & Lelis*. São Paulo/SP: Moderna, 2009.
- KENDAL, M.; STACEY, K. Algebra: a world of difference. In: STACEY, K.; CHICK, H.; KENDAL, M. (Eds.). *The future of the teaching and learning of algebra: The 12th ICMI Study*. New York: Kluwer Academic Publishers, 2004. cap.13, p.329-346.
- KIERAN, C. The core of algebra: reflections on its main activities. In: STACEY, K.; CHICK, H.; KENDAL, M. (Eds.). *The future of the teaching and learning of algebra: The 12th ICMI Study*. New York: Kluwer Academic Publishers, 2004. cap.2, p.21-34.
- KNUTH, E. J.; ALIBALI, M. W.; McNEIL, N.; WEINBERG, A. Middle school students' understanding of core algebraic concepts: equivalence & variable. *ZDM*, v.37, n.1, 2005
- LINS, R. C.; GIMENEZ, J. *Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI*. São Paulo: Papirus, 1997.
- MOURA, A. R. L.; SOUSA, M. C. Dando movimento ao pensamento algébrico. *Zetetiké – Cempem*. Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, v.16, n.30, p.63-75, jul./dez. 2008.
- PANOSSIAN, M. L. *O movimento histórico e lógico do conceito como princípio para constituição do objeto de ensino da álgebra*. Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2014
- PIRES, C. M. C. Educação Matemática e sua influência no processo de organização e desenvolvimento curricular no Brasil. *BOLEMA*, Rio Claro, SP, ano 21, n.29, p.13-42, 2008.
- RADFORD, L. Some reflections on teaching algebra through generalization. In: BEDNARZ, N.; KYERAN, C.; LEE, L. *Approaches to algebra: Perspectives for research and teaching*. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1996a. cap.7, p.107-111.
- \_\_\_\_\_. The roles of geometry and arithmetic in the development of algebra: historical remarks from a didactic perspective. In: BEDNARZ, N.; KYERAN, C.; LEE, L. *Approaches to algebra: Perspectives for research and teaching*. Netherlands: Kluwer Academic, 1996b. p.39-53.
- \_\_\_\_\_. Factual, contextual and symbolic generalizations in algebra. In: CONFERENCE OF THE INTERNATIONAL GROUP FOR THE PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION, 25<sup>th</sup>, 2001, Netherlands. *Proceedings...* Marja van den Heuvel-Panhuizen (Ed.). The Netherlands: Freudental Institute, Utrecht University, 2001. p.81-88, v.4.
- \_\_\_\_\_. *Cognição matemática: história, antropologia e epistemologia*. Org. Bernadete Morey e Iran Abreu Mendes. São Paulo: Livraria da Física, 2011.
- SÃO PAULO. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. *Proposta Curricular para o Ensino de Matemática: 1º grau*. São Paulo: SE/CENP, 1988.
- SÃO PAULO (SP). Secretaria Municipal de Educação. Diretoria de Orientação Técnica. *Orientações curriculares e proposição de expectativas de aprendizagem para o Ensino Fundamental: Ciclo II: Matemática*. São Paulo: Secretaria Municipal de Educação/DOT, 2007.
- SÃO PAULO. Secretaria de Educação. *Proposta Curricular do Estado de São Paulo: Matemática*. São Paulo: SEE, 2008.

SCHMITTAU, J.; MORRIS, A. The development of algebra in the elementar mathematics curriculum of V. V. Davydov. *The Mathematics Educator*, v.8, n.1, p.60-87, 2004. Disponível em: <<http://math.nie.edu.sg/ame/matheduc/>>. Acesso em: 15 jul. 2011.

STACEY, K.; CHICK, H. Solving problem with algebra. In: STACEY, K.; CHICK, H.; KENDAL, M. (Eds.). *The future of the teaching and learning of algebra: The 12th ICMÍ Study*. New York: Kluwer Academic Publishers, 2004. p.1-20.

SOUSA, M. C. *O ensino de álgebra numa perspectiva lógico-histórica: um estudo das elaborações correlatas de professores do ensino fundamental*. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de

Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2004.

URSINI, S.; ESCARENO, F.; MONTES, D.; TRIGUEROS, M. *Enseñanza del álgebra elemental: una propuesta alternativa*. Mexico: Trillas, 2005.

USISKIN, Z. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilização das variáveis. In: COXFORD, A.; SHULTE, A. *As ideias da álgebra*. São Paulo: Atual, 1995.

VIÈTE, F. *The analytic art*. Mineola, New York: Dover Publications, 2006

VIGOTSKI, L. S. *A construção do pensamento e da linguagem*. Trad. Paulo Bezerra. São Paulo: Martins Fontes, 2001.

---

**Maria Lucia Panossian** – Mestre e Doutora em Educação, na subárea Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade de São Paulo. Professora do Departamento Acadêmico de Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Curitiba/PR. E-mail: malupanossian@hotmail.com

**Manoel Oriosvaldo de Moura** – Professor titular da Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo – USP, SP, e líder do Grupo de Estudos e Pesquisas sobre Atividade Pedagógica (GEPAPe). E-mail: modmoura@usp.br