

## A MODELAGEM MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

### The Mathematical Modeling on the formation of Mathematics teacher

*Rafael Winícius da Silva Bueno*

*Glauca Cabral Moraes*

#### Resumo

Nesse artigo pretendemos relatar nossa experiência na disciplina de Modelagem Matemática II, que faz parte do currículo do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade de Santa Cruz do Sul, localizada na região central do Rio Grande do Sul. Inicialmente ressaltamos fundamentação teórica que destaca a importância da Modelagem Matemática como método de ensino com pesquisa, capaz de ser uma alternativa ao padrão atual das aulas de Matemática para, a seguir, descrever as situações didáticas desenvolvidas no contexto da disciplina. Relatamos como foi comprovada a utilidade de um modelo matemático clássico denominado Lei de Resfriamento de Newton para, então, descrever as etapas de como foi realizado um trabalho de modelagem com os futuros professores.

**Palavras-chave:** Modelagem Matemática. Formação do professor de Matemática. Ensino e Aprendizagem.

#### Abstract

In this article we intend to report our experience in the discipline of Mathematics Modeling II, which is part of the curriculum of the course to form Mathematics Teachers from the University of Santa Cruz do Sul, located in the central region of Rio Grande do Sul. Initially we emphasize theoretical foundation that highlights the importance of Mathematics Modeling as a method of teaching with research that can be an alternative

to the current standard of Mathematics classes to then describe the didactic situations developed in the context of the discipline. We reported how was proven the utility of a classic mathematical model called Newton's Cooling Law to then describe the steps of how the worked with modeling with the future teachers.

**Keywords:** Mathematics Modeling. Mathematics Teacher's Formation. Teaching and Learning.

#### Introdução

Neste artigo buscamos relatar uma experiência realizada em sala de aula, com estudantes do sétimo semestre do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade de Santa Cruz do Sul, que se encontra na cidade de Santa Cruz do Sul, na região central do estado do Rio Grande do Sul.

Mais especificamente, buscamos tratar das ações realizadas na disciplina de Modelagem Matemática II, com objetivo de construir situações didáticas capazes de trazer ao conhecimento dos estudantes uma alternativa de método de ensino e aprendizagem diferente das usuais e que mescla questões teóricas com o contexto de cada estudante. As atividades foram desenvolvidas baseadas em conceitos propostos por Biembengut (2004; 2009; 2014), Bassanezi (2002) e Burak (1992).

O objetivo principal da disciplina e das atividades realizadas, que serão descritas a seguir, é proporcionar aos alunos uma visão de que é possível construir conhecimento matemático

estudando a realidade com a qual convivemos. Assim, através de experiências pedagógicas nas quais essa possibilidade é comprovada pelos estudantes, buscamos fazê-los considerar a Modelagem Matemática como método de ensino e aprendizagem viável e recomendável para suas futuras práticas docentes, quebrando, assim, o padrão atual de aulas de Matemática.

### Considerações teóricas

O cenário comum no contexto do processo de ensino e aprendizagem de Matemática é regido por situações que colocam professor e aluno em papéis estáticos e bem definidos. O aluno é um sujeito passivo e repetitivo que apenas copia o que o docente escreve para depois reproduzir o que copiou nas suas avaliações, sem necessariamente construir significado para os conceitos estudados. O professor, por sua vez, ocupa o papel central e transmite aos seus alunos fórmulas e definições, sem levar em consideração os aspectos singulares que cada situação exige.

Ademais, as aulas são predominantemente teóricas e abstratas, e, tradicionalmente, apenas após a apresentação de definições Matemáticas rígidas e formais, são apresentados exemplos que podem ser transpostos para o cotidiano dos estudantes. Sobre esse cenário, segundo D'Ambrosio (2002):

Os sistemas educacionais têm sido dominados nos últimos duzentos anos pelo que se poderia chamar de fascinação pelo teórico e abstrato. Teorias e técnicas são muitas vezes apresentadas e desenvolvidas sem um relacionamento com fatos reais e, mesmo quando ilustradas com exemplos, apresentam-se de maneira artificial. (p.11)

Como resultado dessa conjuntura, que trata os alunos como um conjunto homogêneo e que está presente em todos os níveis de escolaridade e em todas as disciplinas (em especial nas aulas de Matemática), excluindo-se as felizes exceções, é um aluno tolhido no seu comportamento, na sua inteligência e no seu potencial criativo (D'AMBROSIO, 1997).

Como alternativa a essas práticas, emergem situações que buscam dar ao estudante a

possibilidade de ocupar o papel principal na construção do seu conhecimento, tornando-se, portanto, sujeito ativo nesse processo. Dessa forma, o aluno participa de situações didáticas capazes de catalisar a (re)construção de conceitos e definições e também desenvolve o seu senso crítico e a sua capacidade criativa, tão importantes para o seu desenvolvimento como cidadão. Entre essas alternativas, destaca-se a utilização da Modelagem Matemática como método de ensino. De acordo com Biembengut (2014), a Modelagem Matemática é o processo envolvido na elaboração de modelos para problemas reais, de qualquer área do conhecimento, e:

A essência desse processo emerge na mente de uma pessoa quando alguma dúvida genuína ou circunstância instigam-na a encontrar uma melhor forma para alcançar uma solução, descobrir um meio para compreender, solucionar, alterar, ou ainda criar ou aprimorar algo. (p.21)

Entendendo-se a Matemática e a realidade como dois conjuntos, a princípio, disjuntos, pode-se buscar quebrar esse paradigma utilizando-se a Modelagem Matemática para criar uma intersecção, fazendo-os interagir. Nesse contexto, segundo Bassanezi (2002), “a Modelagem Matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real” (p.16).

Buscando desconstruir o panorama predominante no processo de ensino e aprendizagem e estreitar a distância entre teoria e prática no estudo da Matemática, o debate no cenário mundial sobre Modelagem na Educação Matemática ganha destaque a partir da década de 1960, impulsionando a formação de grupos de pesquisadores sobre o tema. Entre esses grupos, destaca-se a *International Community of Teachers of Mathematical Modelling and Applications* (ICTMA), criada em 1983, e que, desde então, realiza periodicamente a *International Conference of Teachers of Mathematical Modelling and Applications* (BIEMBENGUT, 2009).

Os movimentos internacionais pela Modelagem Matemática influenciaram o Brasil, praticamente ao mesmo tempo, e contaram com

a colaboração de três singulares educadores e pesquisadores: Aristides Camargo Barreto, que, na década de 1970, utilizava modelos matemáticos como estratégia de ensino nas suas aulas na PUCRJ; Ubiratan D’Ambrósio, representante brasileiro na comunidade internacional de Educação Matemática, que, nas décadas de 1970 e 1980, coordenou projetos na UNICAMP que catalisaram a formação de grupos de Matemática Aplicada; e Rodney Carlos Bassanezi que, além de atuar nesses projetos na UNICAMP, adotou a Modelagem Matemática em suas práticas de sala de aula, tornando-se, desde então, seu principal disseminador no Brasil (BIEMBENGUT, 2009).

Nesse contexto, começa-se então a se propor a utilização da Modelagem Matemática como um método de ensino com pesquisa, que valoriza o que se aprende, tornando o conhecimento (re)construído, ao mesmo tempo, útil e estimulante. Nesse sentido, Bassanezi (2002) define Modelagem Matemática como:

[...] um processo dinâmico utilizado para obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas em linguagem usual. (p.24)

A distinção da Modelagem Matemática e a sua importância ocorrem também, segundo Biembengut (2004), pois por meio desse método

[...] a Matemática deixa de ser mera transmissão de técnicas de resolução e passa a ser apresentada como ferramenta ou estrutura de outra área do conhecimento. Além disso, proporciona ao aluno valores culturais e alguns princípios gerais concernentes ao papel desempenhado por nós enquanto pessoas responsáveis pela realidade que nos cerca. (p.41)

Além disso, segundo a autora, “é dada ao estudante a oportunidade de estudar situações-problema por meio de pesquisa, instigando seu

interesse e aguçando seu senso crítico e criativo” (p.28). Dessa forma, utilizando-se a Modelagem Matemática como método de ensino, pode-se contribuir significativamente, através da Educação Matemática, para que o estudante, além de (re)construir conhecimentos científicos e acadêmicos, aprenda a pesquisar, tornando-se, portanto, um sujeito ativo na evolução da sua educação formal.

Destacada a importância da Modelagem Matemática e sua crescente utilização como método de ensino, é fundamental que esta seja tema de estudos nos cursos de formação de professores de Matemática, uma vez que essas questões devem ser ainda mais relevantes quando nos referimos a alunos de cursos de licenciaturas, pois esses anseios não se limitam apenas ao indivíduo enquanto aluno, mas, sobretudo, ao futuro professor (LEITE, 2008).

## Relato

Segundo a concepção do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade de Santa Cruz do Sul (UNISC), apresentada no Projeto Pedagógico, objetiva-se formar indivíduos capazes de atuar em sala de aula, partindo de conceitos da Educação Básica englobando um posicionamento crítico em face de uma sociedade cada vez mais competitiva, a partir de práticas pedagógicas que proporcionem o pensar, o criar, o argumentar, entre outros fatores tão importantes quanto os conteúdos programáticos.

Nesse sentido, apresentamos a Modelagem Matemática como uma temática importante para a formação desse sujeito, futuro professor. Na proposta do Curso, é ofertada em duas disciplinas: Modelagem Matemática I e Modelagem Matemática II. Nos dois casos, busca-se não apenas introduzir conceitos sobre essa forma de ensino e aprendizagem, mas possibilitar que os futuros professores tenham a oportunidade de vivenciar a Modelagem Matemática de situações cotidianas.

Buscamos aqui, então, relatar nossa experiência no contexto da disciplina de Modelagem Matemática II, que tem duração de 30 horas-aula, e que é oferecida regularmente no currículo do Curso de Licenciatura em Matemática. Em particular, vamos nos concentrar em uma turma de 19 alunos do primeiro semestre de 2016. Os relatos foram elaborados com base em relatórios feitos a

partir da observação das ações e interações realizadas em aula e também da análise da produção escrita dos futuros professores.

A disciplina desenvolveu-se da seguinte forma: apresentação de modelos matemáticos clássicos com a verificação, por meio de experimentos, da sua validade; leituras de textos científicos com relatos de experiências sobre o tema; estudo de situações reais com o objetivo de construir modelos matemáticos capazes de descrevê-las.

Na fase inicial da disciplina, após um relato sobre a Modelagem Matemática e seu histórico e a discussão de alguns modelos clássicos, os alunos realizaram um experimento para melhor entender o modelo matemático denominado Lei de Resfriamento de Newton, que estabelece que a taxa segundo a qual decresce a temperatura de um objeto

que está resfriando e a taxa segundo a qual cresce a temperatura de um objeto que está aquecendo são proporcionais à diferença entre a temperatura do objeto e a temperatura do ambiente.

Essa experiência ocorreu em sala de aula, onde os alunos mediram as temperaturas de um café inicialmente quente, colocado em um copo plástico, em intervalos regulares de tempo. Para realizar as medidas, a turma foi dividida em cinco grupos. Cada grupo recebeu um termômetro e ficou encarregado de realizar a medição em intervalos diferentes: um a cada dois minutos, outro a cada três, outro a cada cinco, o seguinte a cada sete e o grupo final a cada nove minutos.

Todos os alunos obtiveram os dados solicitados de forma que conseguiram completar com sucesso a tabela da Figura 1:

Figura 1 – Tabela da Modelagem 1.

$t_i$	$T_i$	$\Delta T$	$\Delta T / \Delta t$	$k_i$

Fonte: a pesquisa.

Para generalizar e chegar ao modelo matemático, foi assumida como constante  $k$  a média aritmética dos  $k_i$  calculados na tabela. A seguir,

na Figura 2, exemplificamos, com os dados obtidos pelo grupo 1, que realizou a medição a cada 2 minutos.

Figura 2 – Modelagem 1.

$t_i$	$T_i$	$\Delta T$	$\Delta T / \Delta t$	$k_i$
0	68,3° C	-	-	-
2	62,5° C	-5,8° C	-2,9	0,08
4	57,3° C	-5,2° C	-2,6	0,08
6	53,9° C	-3,4° C	-1,7	0,06
8	50,7° C	-3,2° C	-1,6	0,07
10	48,2° C	-2,5° C	-1,25	0,06
12	45,8° C	-2,4° C	-1,2	0,06
14	43,9° C	-1,9° C	-0,95	0,05

Fonte: a pesquisa.

Calculando a média aritmética dos  $k_i$  e tendo a temperatura ambiente como  $26,2^\circ C$ , o grupo concluiu seu trabalho chegando à seguinte equação:

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = -0,066 \cdot (T - 26,2)$$

A partir dessa equação, foram revisados alguns conceitos do Cálculo Diferencial e Integral e também de Equações Diferenciais Ordinárias, transformando-a no seguinte problema de valor inicial:

$$\frac{dT}{dt} = -0,066 \cdot (T - 26,2) \quad T(0) = 68,3$$

Resolvendo a equação diferencial separável e utilizando a condição inicial, os estudantes chegaram à relação da temperatura em função do tempo:

$$T(t) = 26,2 + 42,1e^{-0,066t}$$

A solução encontrada foi comprovada calculando-se a temperatura para os instantes em que foram realizadas as medições e confrontando os valores obtidos a partir da função com aqueles anotados na tabela.

No segundo momento, após a modelação da lei de resfriamento de Newton, os alunos realizarem leituras de textos científicos sobre essa temática, bem como refletiram e discutiram alguns conceitos relativos à Modelagem Matemática como Metodologia de Ensino.

Na terceira fase, para que os futuros professores emergissem em uma situação de Modelagem Matemática, a turma foi dividida em grupos, de forma que cada grupo escolheu um tema de seu interesse para pesquisar e modelar. Para encaminhar os trabalhos dos estudantes, seguimos os passos sugeridos por Burak (2010), que se dividem da seguinte forma: 1) escolha de um tema; 2) pesquisa exploratória, 3) levantamento do(s) problema(s); 4) resolução dos problemas e desenvolvimento dos conteúdos no contexto do tema; 5) análise crítica da(s) solução(ões).

A primeira etapa, escolha do tema, parte da manifestação do interesse e da curiosidade do grupo. Sem dúvida, essa é uma etapa muito relevante do trabalho, que, muitas vezes, torna-se difícil para o professor, pois são muitos os temas que surgem, uma vez que não foi estabelecido um cronograma com uma listagem de conteúdos a serem explanados. O novo assusta e, para Morin (2006), é o fato de que nos instalamos de modo muito protegido em nossas teorias e ideias e que

essas não têm estrutura para acolher o novo, o inusitado, o súbito. Quando esse novo se manifesta, é preciso ser capaz de rever nossas teorias e ideias de modo a possibilitar sua entrada.

A segunda etapa refere-se à pesquisa exploratória, na qual os alunos foram em busca de maiores informações sobre o que se propuseram a estudar e modelar. Essa fase, em muitas ocasiões, toma rumos não imaginados, pois às vezes pensamos de uma forma sobre determinado assunto e, ao estudá-lo, nos deparamos com outras variáveis, outros fatores, outras premissas que nos inquietam, nos instigam, possibilitando rever nossa escolha do tema. Tal fase proporciona delinear o trabalho, dando forma ao tema em questão.

Burak (2010) afirma que saber como organizar essas informações coletadas e como fazer o seu tratamento constituem-se em importante valor formativo do estudante, fomentando sua atenção e sua sensibilidade com relação às questões do seu objeto de estudo.

O levantamento dos problemas, definido como a terceira etapa do trabalho de modelagem, foi de suma importância, pois aqui se inicia o trabalho matemático, como um resultado da pesquisa exploratória, que dá sustentação à criação dos problemas. Nessa fase, o professor auxilia muito o grupo de alunos, uma vez que é através das problemáticas que se determina aonde se quer chegar ou, então, aonde se espera chegar, bem como os delineamentos a seguir. Importante ressaltar que por vezes não se chegou ao resultado esperado, por diversos fatores, e é isso que faz do trabalho de modelagem uma instigante pesquisa em busca de novas descobertas.

Dando continuidade ao trabalho, chegamos à quarta etapa: a resolução dos problemas e o desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema. Nesse momento, o professor atua com maior intensidade, contribuindo para a (re)construção e recordação de conhecimentos matemáticos de diferentes níveis, conduzindo os estudantes para a resolução das situações problemas que perpassaram esse processo. Muitas vezes não sabemos aonde tal problemática nos levará, porém é preciso entendimento e estudo para suas possíveis resoluções.

E, por fim, foi realizada a quinta e última etapa, que propicia uma análise crítica das soluções, em que os alunos podem fazer consi-

derações referentes ao levantamento de problemas, possibilitando um maior aprofundamento sobre todos os aspectos levantados no trabalho de modelagem, tanto matemáticos como outros direcionados a outras áreas do conhecimento. A análise crítica que se faz necessária possibilita pensar sobre a coerência e a consistência lógica da resolução dos problemas apanhados. Tal fase constitui-se da validação do trabalho como um todo.

O desenvolvimento e apresentação dos resultados com tais trabalhos foram muito satisfatórios, tanto para o professor quanto para o crescimento cognitivo de cada aluno, pois foi visível o interesse e o envolvimento de cada grupo nos mais diversificados temas, desde questões quantitativas até aquelas qualitativas. São exemplos de temas estudados: planos de assinatura de celulares; eficácia e sustentabilidade oferecidas a partir da construção de telhados verdes; aplicativo para promover a prática de doações de sangue; as vantagens da lâmpada LED e as diferenças em relação às lâmpadas fluorescentes e incandescentes; secagem das folhas do tabaco com o uso da estufa convencional e com o uso da estufa elétrica; custo x benefício da instalação de placas solares; entre outros.

### Considerações finais

Com essa experiência, constatamos que a Modelagem Matemática proporciona significado ao conhecimento construído, pois o aluno estuda a partir de investigação, curiosidade e interesse pessoal. Um exemplo é o trabalhado sobre a estufa elétrica, que culminou com apresentação, realizada pelas alunas que realizaram a pesquisa, dos benefícios dessa modelagem aos seus conhecidos, dentro da comunidade essencialmente agrícola em que vivem e que tem sua subsistência originada da plantação de fumo.

Esse exemplo ilustra como os alunos tiveram oportunidade de interagir com a comunidade, o que mostra que tal proposta de ensino e aprendizagem contribui para a aproximação de

cada aluno com o seu contexto social, comprovando um ensino significativo e comprometido, no qual não só o professor detém o conhecimento, mas onde o aluno tem a oportunidade de ser protagonista da sua própria trajetória acadêmica.

Nesse sentido, finalizamos com a fala de um aluno a respeito da sua experiência na disciplina. Ele diz que, com a Modelagem, é finalmente possível perceber que “a Matemática não é somente aquilo que se vê na sala de aula em determinado assunto, a Matemática está presente em todos os lugares, e com a Modelagem conseguimos entender a função dela em cada um desses meios.”

### Referências

BASSANEZI, Rodnei Carlos. *Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia*. São Paulo: Contexto, 2002.

BIEMBENGUT, Maria Salett. 30 anos de Modelagem Matemática na educação brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. *Alexandria*, v.2, n.2, p.7-32, 2009.

\_\_\_\_\_. *Modelagem Matemática e implicações no ensino e na aprendizagem de Matemática*. 2.ed. Blumenau: Edfurb, 2004.

\_\_\_\_\_. *Modelagem Matemática no Ensino Fundamental*. Blumenau: Edfurb, 2014.

BURAK, D. *Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino aprendizagem*. 1992. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1992.

D’AMBROSIO, Ubiratan. Prefácio. In: BASSANEZI, Rodnei Carlos. *Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia*. São Paulo: Contexto, 2002.

\_\_\_\_\_. *Transdisciplinaridade*. São Paulo: Palas Athenas, 1997.

LEITE, Maria Beatriz Ferreira. Reflexões sobre a disciplina de Modelagem Matemática na formação de professores. *Educação Matemática Pesquisa* v.10, n.1, p.115-135.

MORIN, E. *Sete saberes necessários à Educação do Futuro*. São Paulo: Cortez, 2006.

Rafael Winícius da Silva Bueno é professor assistente do Departamento de Matemática de Universidade de Santa Cruz do Sul.

Glauca Cabral Moraes é professora assistente do Departamento de Matemática de Universidade de Santa Cruz do Sul.