

## BRINCANDO COM A MATEMÁTICA E APRENDENDO O PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DA CONTAGEM

### Playing with mathematics and learning the fundamental counting principle

*Wellington Lima Cedro*

*Fabio Moreira de Araujo*

*Humberto Irineu Chaves Ribeiro*

#### Resumo

Nos dias atuais uma grande parte da população encontra dificuldades em compreender os conhecimentos matemáticos. Pensando nesse problema elaboramos essa proposta pedagógica para o ensino da Análise Combinatória. Deste modo, este trabalho é um relato de experiência de ensino, desenvolvida com estudantes do Ensino Médio de uma escola pública federal, que discute uma proposta pedagógica para o Princípio Fundamental da Contagem. Seu objetivo é possibilitar a eles a compreensão dos conceitos matemáticos, utilizando-se de atividades lúdicas. Para elaborarmos tais atividades baseamos principalmente em Moura e na Teoria histórico-cultural. Com este trabalho observamos avanços na construção e compartilhamento do conhecimento dos discentes que foi propiciado por meio da atividade de ensino direcionada a aprendizagem do Princípio Fundamental da Contagem.

**Palavras-chave:** Ensino de álgebra. Atividades de ensino. Análise Combinatória.

#### Abstract

Nowadays a large part of the population finds it difficult to understand the mathematical knowledge. Thinking this problem we developed this pedagogical proposal for teaching combinatorics. Thus, this work is a teaching experience report, developed with high school students in

a federal public school, which discusses a pedagogical proposal for the fundamental counting principle. Its goal is to enable students to understand mathematical concepts, using playing. To elaborate these activities rely mainly on Moura and cultural-historical theory. With this work we see advances in building and knowledge sharing students' fostered by teaching activities directed to teaching the fundamental counting principle.

**Keywords:** playing; teaching algebra; teaching activities, combinatorics.

#### Introdução

Quem já não se deparou na sala de aula com as seguintes expressões: “que Matemática chata!”, “Matemática é para poucos!” e “é somente para deuses!”. Neste trabalho tentamos construir um contexto de aprendizagem para a Matemática que não seja para poucos e muito menos para deuses. Mostraremos que partindo de atividades simples, mas bem planejadas, os educandos poderão entender que a Matemática permeia a sua realidade e, conseqüentemente, poderão utilizar os conhecimentos matemáticos para compreender o seu cotidiano. A ciência Matemática está muito além das fórmulas e regras decorativas, nesta perspectiva, educar matematicamente é desenvolver o senso crítico, o qual permitirá aos estudantes a organização mais eficiente da sua vida cotidiana. Levando

em consideração tais aspectos, os conceitos matemáticos devem ser desenvolvidos de modo que os discentes consigam compreendê-lo de uma maneira mais eficaz.

Tendo esse objetivo em mente, desenvolvemos as nossas atividades no Estágio Supervisionado do curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade pública. Assim, este trabalho constitui-se em um relato da experiência de ensino que abordará o desenvolvimento de uma proposta pedagógica para o ensino de álgebra, em uma turma do 2º ano do Ensino Médio em uma escola pública federal.

Neste contexto, este trabalho tem como objetivo capital apresentar as nossas reflexões sobre o desenvolvimento desta proposta de ensino que teve como finalidade principal mostrar aos alunos que os conceitos matemáticos, podem ser apropriados de uma forma diferenciada e divertida. A base metodológica que permitiu a concretização deste objetivo pautou-se na realização de atividades lúdicas. A nosso ver, a atividade lúdica permitiu a interação entre os sujeitos, além de criar um ambiente que os motivou no processo de apropriação dos conhecimentos matemáticos.

A estrutura proposta para este artigo se inicia com a apresentação dos fundamentos teóricos da proposta pedagógica. Posteriormente, apresentamos a atividade de ensino e o relato do seu desenvolvimento e por fim fazemos as considerações finais sobre a experiência de ensino vivenciada por nós durante o estágio supervisionado.

## 1. Proposta pedagógica: os fundamentos teóricos

Para que haja êxito no desenvolvimento de atividades lúdicas que permitam a aprendizagem dos estudantes, o professor deve se preocupar em elaborá-las de um modo bem planejado e com objetivos e estratégias relacionados ao projeto pedagógico que deseja executar em determinada turma.

No convívio diário com a turma, o professor consegue notar as características dos discentes, identificando os pontos fortes e fracos dos indivíduos que compõem a sala de aula. Observando os aspectos que fazem parte

do cotidiano deles, o educador pode promover atividades que estejam diretamente ligados à vida deles, e dessa forma inserir conteúdos curriculares em seu aprendizado. Para isso, o professor precisa compreender a importância da atividade de ensino para que possa desenvolver metodologias adequadas. Somente assim, conseguirá seu principal objetivo que é o de educar aos que participam do espaço educativo.

Entretanto, tais atividades não podem ser elaboradas sem um planejamento apropriado e sem a clareza do objetivo que se espera alcançar ao chegar ao fim de tal atividade. O professor deve motivar os discentes, para que eles sintam “prazer” em estudar, e gostem do que estão fazendo sem se preocuparem com a sua “nota” ao final do processo.

Pensando nesta perspectiva, acreditamos que as atividades de ensino contribuem de uma maneira eficiente para a superação deste contexto. Neste trabalho compreendemos as atividades de ensino, com base na abordagem definida por Moura (1996a). Deste modo, ela é a “[...] materialização dos objetivos e conteúdos, define uma estrutura interativa em que os objetivos determinam conteúdos, e estes por sua vez concretizam esses mesmos objetivos na planificação e desenvolvimento de atividades educativas” (MOURA, 1996a, p. 30).

Essa afirmação nos leva a compreender que a educação deve ser construída por meio de atividades de ensino, que possibilitem significado aos educandos. Destarte a atividade de ensino está no cerne dessa proposta, pois ela passa a ser “[...] uma solução construída e uma situação problema, cujas perguntas principais são: a quem ensinar para quem ensinar o que ensinar e como ensinar” (MOURA, 1996a, p. 31).

Moura (1996a, 1996b) compreende que a situação-problema promoverá uma conscientização na formação do educador, conseqüentemente, contribuirá para a formação do educando, elaborando dinâmicas de solução, construindo uma possível forma de avaliar o educando. Nesta perspectiva, a situação problematizadora para o educando será a aprendizagem e para o educador, a forma de ensinar. Assim, para o professor desenvolver uma determinada atividade lúdica em sua turma deve planejar uma situação-problema que motive seus alunos e que não fuja à realidade do educando.

Neste cenário, a atividade lúdica promoverá o embate de ideias nos grupos permitindo a reflexão sobre os conceitos matemáticos mediados pela vontade de jogar e brincar. Segundo Moura (1996b, p. 80)

O jogo permite a apreensão dos conteúdos porque colocam os sujeitos diante da impossibilidade de resolver, na prática, as suas necessidades psicológicas. O indivíduo, experimentam, assim, situações de faz-de-conta do jogo regrado pela lógica, vivenciada ou criada, para solucionar as impossibilidades de tornar realidade o seu desejo.

Além de promover o processo de apropriação dos conhecimentos matemáticos, a realização de atividades lúdicas (MOURA, 1991), originará entre os estudantes integração, já que para realizar as tarefas propostas, deverão trabalhar em conjunto utilizando os seus conhecimentos. Para Cedro e Moura (2007, p. 41), “O objetivo principal é a atividade coletiva; a cooperação e a colaboração são concebidas dentro de um esquema teórico, no qual ela é parte integrante da elaboração do conhecimento”. De tal modo, eles se sentem motivados com a atividade e se envolvem mais durante a sua execução. Levando em consideração este fato, após a realização da atividade lúdica, foram promovidos Círculos Tutoriais (DURAN; VIDAL, 2007) com o objetivo de permitir aos discentes um momento para formalizarem e aplicarem os conceitos matemáticos trabalhados com a situação-problema. Os Círculos Tutoriais surgem do conceito de Educação Tutorial que é compreendida como o processo que envolve “pessoas de grupos sociais similares, que não são professores profissionais, que ajudam a outras a aprender e que aprendem elas mesmas ensinando” (DURAN; VIDAL, 2007, pp.39-40)

Os alunos ao trabalharem em um ambiente como este terão tranquilidade para desenvolverem o raciocínio lógico dedutivo inerente ao conhecimento matemático. Propor uma situação de cooperação entre os companheiros de classe facilitará a compreensão do processo de aprendizagem tanto para aqueles que explicam quanto para aqueles que recebem as explicações, em outras palavras, uma relação entre tutor e tutorado em um ambiente entre iguais. Nesta perspectiva,

a Educação Tutorial pode propiciar um canal permanente de aprendizagem entre os pares. Deste modo, promoveremos atividades que serão realizadas pelos estudantes em pequenos grupos, nos quais os professores serão os tutores. Logo, o caminho para apropriação do conceito proposto será mediado pelo educador, que partindo da experiência vivida por eles, durante a atividade lúdica, terá como ápice o círculo tutorial, momento em que haverá a formalização dos conceitos matemáticos.

Um referencial teórico essencial para compreender o papel do mediador da atividade educativa, bem com a aprendizagem entre iguais se deriva da teoria histórico-cultural de Vigotski, que reforça a ideia da interação social como instrumento para o desenvolvimento. Segundo o autor “a aprendizagem desperta um conjunto de processos evolutivos internos capazes de operar unicamente quando a criança está em interação com as pessoas que a rodeiam e em cooperação com alguém que se parece com ela” (VIGOTSKI, 1998, pp.108-109). Cada indivíduo possui uma forma de pensar e de aprender, por isso, quando se trabalha em grupo criamos as condições necessárias para desenvolvimento de novos meios de aquisição de conhecimento científico. Criar um ambiente cooperativo entre os estudantes contribuirá para a percepção das suas dificuldades, seus erros e acertos, colocando-os como sujeitos principais do processo de aprendizagem, trocando ideias, discutindo os temas, trabalhando com eles priorizando o pensar autêntico (FREIRE, 2000).

## 2. Uma breve descrição do contexto da experiência

Compreendendo a atividade de ensino com base nos pressupostos teóricos apresentados, elaboramos um conjunto de atividades direcionadas ao ensino da Análise Combinatória. O trabalho foi desenvolvido durante o período de regência do nosso estágio supervisionado do curso de Licenciatura em Matemática e foi realizado com os estudantes de uma turma do 2º ano do Ensino Médio de uma escola pública federal.

O período de observação, na “turma B” nos permitiu identificar os alunos que apresentavam uma dificuldade maior, os que eram interessados, os que estavam ali por algum motivo extra, enfim, o acompanhamento das aulas permitiu que fizés-

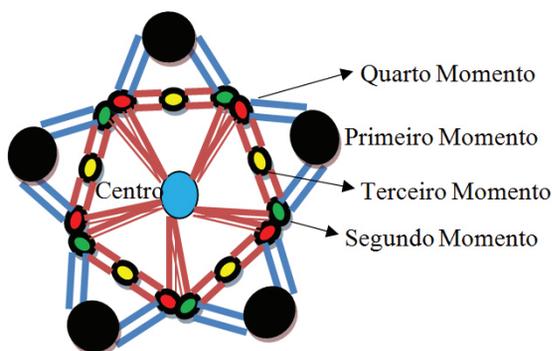
semos um diagnóstico da turma e analisássemos os pontos positivos e negativos que ocorriam durante as aulas. Do período de observação, constatamos que uma parte da turma se encontrava meio desmotivada. Neste contexto da junção do desejo de superação dessa desmotivação dos alunos, com a valorização da proposta pedagógica da escola-campo, que apoia a necessidade da promoção de mudanças no cenário do ensino da Matemática, surge um conjunto de atividades de ensino, elaboradas por nós, que abordaram o Princípio Fundamental da Contagem (PFC), os Arranjos e Combinações e os Sistemas Lineares e que tinha como objetivo principal o desenvolvimento do pensamento algébrico dos discentes.

### 3. A atividade de ensino: a gincana PFC

Neste artigo abordaremos somente a situação-problema que desencadeou todo o processo de ensino, que foi denominada por nós como “Gincana PFC”, ou seja, a “a Gincana do Princípio Fundamental da Contagem”. Essa atividade foi realizada tendo como objetivo que os estudantes compreendessem o Princípio Fundamental da Contagem e que eles conseguissem se apropriar da ideia de permutação simples.

A atividade de ensino foi realizada formando cinco círculos equidistantes do círculo central (figura 1) a união destes círculos formou uma estrela. Cada ponta da estrela continha três círculos menores e um círculo maior para distinguir quatro momentos distintos, chegando ao círculo central.

Figura 1 – Esquema da delimitação do espaço físico utilizada na “Gincana PFC”.



Fonte: autores.

Cada um dos momentos durou um período de tempo de oito (8) minutos. Neste intervalo de tempo, o grupo deveria “montar”, seguindo determinada regra definida pelos professores, o maior número de combinações diferentes com os objetos entregues ao grupo. Ao fim de cada momento, havia um sinal para que o grupo mudasse de posição, sem intervalos.

Inicialmente, foi disponibilizado aos grupos, os seguintes objetos: Lenço (Azul, Vermelho), Fita cetim (Branca), Blusa (Azul, Vermelha), Saia (Azul, Vermelha), Bracelete (Amarelo, Laranja, Verde, Vermelho, Vinho), Bandeira (Amarela, Azul, Preta, Verde, Vermelha), Bolinhas (Amarela, Azul, Preta, Verde, Vermelha), Cinto (Azul, Vermelho)

O grupo de estudantes foi dividido da seguinte maneira: um componente do grupo deveria ser escolhido para ser caracterizado; um deveria ser o líder do grupo e fazer as devidas anotações (em uma tabela cedida pelos professores) e os demais seriam responsáveis por “montarem” as combinações. Cada grupo teve de passar pelos 4 círculos pequenos, realizando as seguintes tarefas:

- **Primeiro círculo:** eles ficaram livres para montar a maior quantidade possível de variações sem fixar nem um adereço.
- **Segundo círculo:** a bandeira foi escolhida como objeto fixo e eles deveriam formar as combinações possíveis com os demais elementos.
- **Terceiro círculo:** uma bandeira e uma fita foram escolhidos como objetos fixos e eles deveriam combinar todos os outros elementos.
- **Quarto círculo:** eles deveriam retirar a bandeira e a fita e combinar os demais objetos obtendo a maior quantidade possível de variações.

O sistema de pontuação estabelecia que a cada combinação diferente de roupas e adereços que o grupo fazia, eles recebiam um ponto.

Para registrar a combinação o componente que estava sendo caracterizado deveria ir ao centro e segurar um papel que indicava o número da combinação feita. No centro um dos professores, registrava por meio de uma foto a combinação feita pelo grupo. No decorrer de cada etapa da gincana variavam os objetos utilizados nas combinações. Ao final do quarto círculo

terminamos a gincana. Para identificarmos a equipe vencedora, ou seja, aquela que formou mais combinações corretas seguindo as regras estipuladas, nós avaliamos todas as fotos registradas durante a atividade e declaramos uma equipe campeã. O resultado final do jogo foi divulgado na aula posterior a atividade. O grupo ganhador levou como premiação uma caixa de chocolate.

Após realizar essa atividade fizemos um momento de síntese na sala de aula. Este foi caracterizado pela utilização dos registros (fotos) feitos

durante a atividade. Durante essa etapa, nós tentamos fazer com que os estudantes compreendessem formalmente os conceitos de Princípio Fundamental da Contagem e de Permutação por meio da análise da reflexão sobre as imagens apresentadas em uma série de slides. Estes slides foram organizados de modo que a cada pergunta nós mostrássemos exemplos realizados por eles durante a realização da “Gincana PFC”. No registro a seguir (Figura 2), apresentamos algumas das perguntas feitas e das imagens utilizadas durante a aula:

Figura 2 – As perguntas e as imagens apresentadas nos slides.

Pergunta	Imagem
(1) De quantas formas diferentes posso combinar uma camiseta?	
(2) De quantas formas diferentes posso combinar uma blusa vermelha e uma saia azul?	
(3) De quantas formas diferentes posso combinar uma blusa vermelha, uma saia azul e uma saia vermelha?	

Pergunta	Imagem
(4) De quantas formas diferentes posso combinar uma blusa vermelha, uma blusa azul, uma saia azul e uma saia vermelha?	
(5) De quantas formas diferentes posso combinar uma blusa vermelha, uma blusa azul, uma saia azul, uma saia vermelha e um lenço azul?	
(6) De quantas formas diferentes posso combinar uma blusa vermelha, uma blusa azul, uma saia azul, uma saia vermelha, um lenço azul e um lenço vermelho?	
(7) De quantas formas diferentes posso combinar uma blusa vermelha, uma blusa azul, uma saia azul, uma saia vermelha, um lenço azul, um lenço vermelho e uma fita amarela?	

Fonte: os autores.

Este momento de debate na sala de aula foi imprescindível para que os educandos percebessem as regularidades relacionadas ao PFC. Ao constatarem que o material apresentado nos slides era proveniente da vivência realizada

anteriormente, eles sentiram-se a vontade para responderem as perguntas desencadeadoras em sala de aula, o que facilitou a compreensão do PFC. Os alunos divertiam-se na sala de aula, ao se verem nas fotos e acabaram respondendo as

perguntas que levaram a compreensão do conceito matemático em estudo. Assim, por meio da vivência da atividade lúdica os educandos sentiram-se confiantes em responder os problemas propostos em sala de aula, o que contribuiu para o aumento da autoestima dos educandos em relação as suas atitudes perante os conhecimentos matemáticos.

Em geral, a atividade trabalhada obteve êxito, pois os discentes apresentaram um bom nível de compreensão do conteúdo abordado e demonstraram satisfação ao realizarem as tarefas. Além disso, todos desempenharam de maneira satisfatória as ações desenvolvidas. De modo geral houve uma boa interação entre eles.

Avaliando as respostas dos estudantes, percebemos que a maioria se sentiu satisfeita com a atividade, tal fato comprova-se ao analisarmos o que Estudante A relata:

[...] estas atividades de ensino contribuíram para promover a cooperação entre nos alunos, pois ajudou no nosso percurso em grupo e fez com que um ajuda-se o outro! (Estudante A).

Outro estudante acrescenta e indica o quanto a atividade foi importante para o de-

envolvimento do ensino e aprendizagem dos conhecimentos matemáticos:

[...] essa gincana foi muito massa, as aulas tinham que ser assim, pois ajuda muito mais que ficar só na sala de aula, mas tem que ficar nos dois (gincana e sala). E ajudou a cooperação entre nós alunos e com os professores também (Estudante B).

Ao analisarmos outro trecho percebemos que atividade conseguiu mobilizar os estudantes durante o processo de desenvolvimento da atividade, como relata o Estudante C:

[...] a brincadeira nos proporcionava algo diferente que assim gerou vontade de aprender (Estudante C).

Em outro documento utilizado por nós, durante o desenrolar da proposta pedagógica, percebemos o quanto o desenvolvimento das atividades como a “Gincana PFC” foram importantes para tornarmos a aula um espaço de aprendizagem (CEDRO; MOURA, 2012). Isso pode ser comprovado por meio da análise da ficha de avaliação (Figura 3) que os discentes responderam após o período de regência.

Figura 3 – Registro da Avaliação dos estudantes da atividade de ensino.

<p>1 - No período de regência foram desenvolvidas duas atividades que foram denominadas de gincanas. Estas atividades de ensino contribuíram para promover a cooperação entre vocês alunos?</p>
<p>1- Sim, pois através delas tentamos trabalhar em equipe.</p>
<p>2 - A primeira gincana contribuiu para compreender de forma eficaz o princípio fundamental da contagem?</p>
<p>2- Sim, pois a p brincadeira nos proporcionava algo diferente que assim gerou vontade de aprender.</p>
<p>4 - O que a realização dessa gincana contribuiu em seu aprendizado?</p>
<p>4- Formas de como eu poderia utilizar as arranjos, contagem e combinação no meu dia-a-dia.</p>

5 - Em sua opinião, a realização dessas atividades contribuiu para a formação dos conceitos matemáticos?
5- Sim, pois mostrou uma das coisas que podemos fazer um dia-a-dia usando ela.
10 - A proposta de atividade de ensino construída pelos estagiários contribuiu para sua formação nesse período de regência?
10- Sim, pois foram formas diferentes para aprender.
11 - Em sua opinião, em geral o período de regência foi satisfatório? Explique
11- Foi muito bom, porque foi um modo legal e divertido de aprender.

Fonte: os autores.

De modo geral, avaliamos que a atividade foi produtiva, apresentando algumas falhas relacionadas a compreensão das regras de como a gincana seria realizada. Em alguns momentos, os alunos ficaram com dúvidas sobre a forma de executar as tarefas. Contudo, a atividade colaborou para que eles iniciassem o processo de compreensão da ideia relacionada ao PFC de uma maneira informal e divertida.

#### 4. Considerações finais

No período de regência observamos que os estudantes obtiveram um desempenho considerável, e conseguiram se apropriar das ideias matemáticas desenvolvidas nas atividades de ensino de um modo satisfatório, ficando aptos a resolverem problemas e exercícios que abordavam o PFC.

A principal dificuldade encontrada foi que a turma em alguns momentos se encontrava eufórica e alguns deles participaram mais que os outros. Levando em consideração o período anterior a regência, uma preocupação que tínhamos, era sobre a forma que os discentes comportariam em nossas aulas. Contudo, ao longo do tempo, fomos ganhando confiança e respeito por parte deles, e em geral, consideramos ter sido um período produtivo para ambas as partes.

Concluindo, acreditamos que para realizar atividades que permitam a interação entre os discentes e o conhecimento matemático, o professor precisa organizar a atividade de ensino de modo adequado. Somente assim poderemos ter uma aprendizagem significativa. Logo, o professor deverá elaborar a atividade, partindo do cotidiano do educando, com um planejamento eficaz, para que, a mesma não perca seu sentido e significado.

#### 5. Referências

- CEDRO, W.; MOURA, M. Uma perspectiva histórico-cultural para o ensino de álgebra: o clube de matemática como espaço de aprendizagem. *Zetetike (UNICAMP)*, v. 15, pp. 37-56. 2007.
- \_\_\_\_\_. As relações entre a organização do ensino e a atividade de aprendizagem. In: LIBERALI, F.; MATEUS, E.; DAMIANOVIC, M. (Orgs.). *A teoria da atividade sócio-histórico-cultural e a escola: recriando realidades sociais*. 1ed. Campinas, SP: Pontes editores, pp. 43-60. 2012
- DURAN, D.; VIDAL, V. *Tutoria aprendizagem entre iguais da teoria à prática*. São Paulo: ABDRE. 2007.
- FREIRE, P. *Educação como Prática de Liberdade*. Rio de Janeiro: Paz e Terra. 2000.
- MOURA, M. O jogo na educação matemática. *Idéias: o jogo e a construção do conhecimento na pré-escola*. n. 10. pp.45-53. São Paulo: FDE. 1991.

\_\_\_\_\_. A atividade de ensino como unidade formadora. *BOLEMA*, ano II, n. 12, pp. 29-43, 1996a.

\_\_\_\_\_. A séria busca no jogo: do lúdico na matemática. In: KISHIMOTO, T. (org.). *Jogo, brinquedo,*

*brincadeira e a educação*. São Paulo: Cortez, pp. 73-87. 1996b.

VIGOTSKI, L. *Pensamento e linguagem*. Trad. Jefferson Luiz Camargo. Revisão Técnica José Cippola Neto. São Paulo: Martins Fontes. (Psicologia e pedagogia). 1998.

---

**Wellington Lima Cedro** – UFG. E-mail: wcedro@ufg.br.

**Fabio Moreira de Araujo** – UFG. E-mail: fabiognr@hotmail.com.

**Humberto Irineu Chaves Ribeiro** – UFG. E-mail: humbertoribeiro1987@gmail.com.