

DESENVOLVIMENTO DO CONHECIMENTO REFLEXIVO EM UM AMBIENTE DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Development of Reflective Knowledge in a Mathematical Modeling Environment

Jonisario Littig

Luciano Lessa Lorenzoni

Resumo

Neste artigo, buscamos identificar e analisar o desenvolvimento do conhecimento reflexivo em um ambiente de modelagem matemática. Os sujeitos desta pesquisa foram oito alunos do segundo ano do Ensino Médio de uma escola estadual do interior do município de Santa Maria de Jetibá/ES. Trata-se de uma pesquisa de cunho qualitativo. Os dados foram coletados por meio de observações, diário de bordo do professor, entrevistas com os alunos e as produções dos alunos ao longo do desenvolvimento da atividade de modelagem matemática. A análise dos dados foi conduzida à luz da educação matemática crítica e da perspectiva sociocrítica da modelagem matemática. Os resultados apontam que, por meio das discussões reflexivas e da capacidade de intervir em situações problemáticas subsidiadas pela matemática, o conhecimento reflexivo é desenvolvido.

Palavras-chave: Educação Matemática Crítica. Modelagem Matemática. Perspectiva Sociocrítica. Conhecimento Reflexivo.

Abstract

In this article, we seek to identify and analyze the development of reflective knowledge in a mathematical modeling environment. The subjects of this research were eight second year high school students from a state school in the interior of the municipality of Santa Maria de

Jetibá /ES. This is a qualitative research. Data were collected through observations, teacher's logbook, student interviews, and student productions. The analysis of the data was conducted in light of critical mathematical education, from the socio-critical perspective of mathematical modeling and sociocultural theory. The results point out that, through reflexive discussions and the ability to intervene in problematic situations subsidized by mathematics, reflexive knowledge is developed.

Keywords: Critical Mathematics Education. Socio-critical Perspective. Mathematical Modeling. Reflective Knowledge.

Introdução

Os objetos matemáticos são amplamente utilizados em várias esferas sociais para resolver problemas e auxiliar nas tomadas de decisão que impactam diretamente diversos aspectos da vida em sociedade. No entanto, no contexto educacional, por vezes, os objetos matemáticos ainda são apresentados aos alunos desvinculados da realidade que os cerca ou dos seus interesses. Em geral, nesses casos, privilegia-se, no processo de ensino e aprendizagem, a memorização e a repetição, numa abordagem comumente chamada de tradicional.

A modelagem matemática na educação matemática tem sido uma opção viável para romper com esse paradigma. Ela tem contribuído com o processo de ensino e aprendizagem da matemática por meio da exploração de situações

próximas da realidade do aluno. Cabe esclarecer que entendemos por realidade do aluno não só o meio em que ele está inserido e o que o cerca, mas também o que lhe interessa e o seu anseio.

Adotamos na condução da atividade analisada neste artigo a modelagem matemática na perspectiva sociocrítica. Barbosa (2003) considera essa perspectiva como um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações com referência à realidade. Para além dos conhecimentos matemático e tecnológico, a ênfase está no conhecimento reflexivo. O foco está na compreensão do papel político da matemática na sociedade, discutindo e avaliando os impactos e as consequências dos resultados matemáticos obtidos como solução para o problema em estudo. Volta-se o olhar para as discussões e reflexões – amparadas na matemática – sobre problemas que emergem da realidade do aluno (BARBOSA, 2003).

Sob esse olhar, é evidente a proximidade entre a perspectiva sociocrítica e a educação matemática crítica, que se fundamenta no desenvolvimento do conhecimento reflexivo a fim de discutir a influência da matemática nas questões políticas, econômicas e sociais; tornando o indivíduo capaz de problematizar, investigar, criticar e participar de discussões que permeiam essas questões (SKOVSMOSE, 2001).

O ponto de partida da atividade de modelagem foi uma questão-problema identificada pelos alunos a respeito da irrigação de um jardim, com a proposta de sustentabilidade, a ser construído na escola. O jardim sustentável é um projeto da escola que busca abordar aspectos da educação ambiental de forma interdisciplinar. Os alunos perceberam que a implantação desse jardim seria inviável pelas condições hídricas da escola, que não recebe água de empresas de tratamento e tem apenas um poço artesiano para suprir toda a necessidade de água demandada pela escola. Assim, apresentaram a seguinte questão a ser investigada: “Como irrigar o jardim sustentável?”.

Para fundamentar a análise das ações desenvolvidas que permitam inferir sobre o desenvolvimento do conhecimento reflexivo, aprofundaremos sobre a educação matemática crítica e a perspectiva sociocrítica da modelagem matemática a seguir.

A educação matemática crítica e a perspectiva sociocrítica da modelagem matemática

Skovsmose (2001; 2010; 2013) e Alro e Skovsmose (2010) propõem a educação matemática crítica como suporte para o desenvolvimento de competências democráticas da sala de aula por meio de reflexões sobre tópicos da matemática e condução da participação dos indivíduos em debates e discussões na sociedade. Barbosa (2003a) reconhece a potencialidade da educação matemática crítica para o desenvolvimento da democracia, mas ressalta que

Se estamos interessados em construir uma sociedade democrática, onde as pessoas possam participar de sua condução e, assim, exercer cidadania [...] devemos reconhecer a necessidade de as pessoas se sentirem capazes de intervir em debates baseados em matemática. (BARBOSA, 2003a, p.4)

Para Alro e Skovsmose (2010, p.18), a educação matemática crítica “preocupa-se com a maneira como a matemática em geral influencia nosso ambiente cultural, tecnológico e político e com as finalidades para as quais as competências matemáticas devem servir”.

Assim, atividades matemáticas fundamentadas na educação matemática crítica devem conduzir os alunos para o controle da atividade, ativando e desenvolvendo as suas potencialidades criativas e efetivando a alfabetização matemática sob olhares críticos, viabilizando meios de organizar e reorganizar situações sociais (SKOVSMOSE, 2008). Propiciam também o reconhecimento do poder formatador da matemática na sociedade e a forma que a matemática é aplicada e utilizada (SKOVSMOSE, 2001).

As atividades de modelagem na perspectiva sociocrítica têm potencial para fomentar discussões em torno da educação matemática crítica, pois, no âmbito da educação matemática, ela ultrapassa os limites da construção dos modelos da matemática aplicada ou da aplicação dessa ciência em outras áreas do conhecimento. É um meio de compreender problemas reais por meio da matemática ou ainda compreender, explicar e resolver problemas sociais. Para

Barbosa (2004, p.1), a modelagem na educação matemática é como “um grande guarda-chuva, onde cabe quase tudo”.

Para o autor, a modelagem sob a perspectiva sociocrítica intenta o desenvolvimento do senso crítico questionando a legitimidade, a veracidade e a confiabilidade dos resultados matemáticos. Ela potencializa a participação social dos indivíduos em decisões coletivas (BARBOSA, 2003a).

Kaiser e Sriraman (2006, p.306) argumentam que essa perspectiva “ênfatisa o papel da matemática na sociedade e reivindica a necessidade de encorajar o pensamento crítico sobre o papel da matemática na sociedade, o papel e a natureza de modelos matemáticos e a função da modelagem matemática na sociedade”. Barbosa (2003a) pondera sobre a presença e a aplicação da matemática em diferentes contextos sociais, bem como os aspectos políticos, econômicos e ideológicos subjacentes aos discursos baseados nela, caracterizando a matemática crítica. Orey e Rosa (2007, p.204) defendem a perspectiva por acreditarem na “ampliação da autonomia dos alunos, que tem como objetivo propiciar a leitura e a ampliação da visão de mundo, o desenvolvimento do pensamento autônomo e contribuir para o exercício pleno da cidadania”.

Barbosa (2004) discorre sobre o papel do professor e do aluno no desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática, identificando três possíveis casos. No primeiro, o professor apresenta a problemática, bem como os dados qualitativos e quantitativos, cabendo ao aluno elaborar, sugerir, explicar e avaliar a resolução. No segundo, os alunos são convidados a investigar uma questão problemática e, para obter os dados, precisam, em geral, sair da sala de aula e fazer um levantamento. Cabe ao professor formular a questão problemática, orientar a coleta de dados e o desenvolvimento da atividade. No terceiro, a escolha da problemática é atribuição do aluno, assim como a investigação. Essa escolha pode ser feita em consenso entre aluno e professor, e o professor, durante toda a condução da atividade, assume o papel de mediador do processo.

A atividade analisada neste artigo caracteriza o terceiro caso proposto por Barbosa (2004), pois os alunos propuseram o problema, coletaram os dados, investigaram, refletiram e propuseram uma possível solução para o problema. O pro-

fessor, na condução da atividade, privilegiou as discussões reflexivas, de modo a fomentar não só os conhecimentos matemático e tecnológico, mas, sobretudo, a articulação entre esses conhecimentos com o intuito de os alunos observarem a ação da matemática, o seu papel formatador, os impactos e as consequências das escolhas e decisões tomadas ao longo de toda a atividade.

Discussões reflexivas e o conhecimento reflexivo em ambientes de modelagem matemática

As discussões são desenvolvidas em um cenário de investigação descrito por Alro e Skovsmose (2010) com referências à vida real dos sujeitos. O cenário dá suporte para a investigação, convidando o aluno a formular questões e procurar explicações (SKOVSMOSE, 2000). Estimula ir além do pensamento estabelecido e por auxiliar outros nesse processo por meio do ato de explicar, elaborar, sugerir, apoiar e avaliar consequências; “neste sentido, investigar atua no campo que está entre o-que-se-sabe e o-que-ainda-não-se-sabe ou numa Zona de Desenvolvimento Proximal [...]” (ALRO; SKOVSMOSE, 2010, p.124).

A investigação está associada a elementos comunicativos da ação por meio do diálogo que é caracterizado por Alro e Skovsmose (2010, p.119) como:

[...] uma conversação que visa à aprendizagem. Isso aponta para uma interpretação na qual o diálogo não é concebido como uma conversação qualquer, mas sim como uma conversação com certas qualidades. Dialogar é mais do que um simples ir-e-vir de mensagens [...]

Nesse sentido, o diálogo é elemento constituinte da investigação que promove igualdade, mas também compreende correr riscos, estabelecer contato, perceber, reconhecer, posicionar-se, pensar alto, reformular e desafiar (ALRO; SKOVSMOSE, 2010). Os diálogos promovem discussões que se referem à enunciação oral e ao ato de produzir um discurso (SANTOS; BARBOSA, 2012).

Os ambientes pautados no cenário de investigação conduzem a discussões e reflexões

sobre diferentes aspectos e o pressuposto de que há uma, e somente uma, resposta correta, carece de sentido (SKOVSMOSE, 2000). O professor assume o papel de orientador das discussões que podem conduzir a reflexões críticas sobre a construção do processo de modelagem e/ou do modelo construído.

Santos e Barbosa (2012) apresentam três tipos de discussões que podem emergir de uma atividade de modelagem matemática: as discussões matemáticas sobre conceitos matemáticos, ideias e procedimentos; as discussões técnicas sobre as maneiras de representar um fenômeno por meio da matemática; as discussões reflexivas que são promovidas sobre a influência dos critérios utilizados na construção do modelo e os resultados na realidade.

No ambiente de modelagem não existem relações hierárquicas e separação das discussões. Entendemos, como Santos e Barbosa (2004), que as discussões matemáticas e técnicas podem gerar discussões reflexivas e que as discussões reflexivas dão subsídios para a promoção das outras duas, além de conduzirem ao desenvolvimento do conhecimento reflexivo.

Para Barbosa (2004), as discussões reflexivas são baseadas em questões voltadas para a representatividade da matemática, os pressupostos assumidos para a construção do modelo, os autores da construção e também a análise de quem será influenciado pelo modelo. Trata-se de uma dimensão devotada a discutir a natureza das aplicações, os critérios utilizados e o significado social.

Barbosa (2007) aponta duas possíveis formas de produção de discussões reflexivas em ambientes de modelagem referentes aos debates sobre a influência dos critérios utilizados na construção dos modelos e as comparações entre os modelos diferentes construídos pelos alunos. Para a produção delas, Santos e Barbosa (2007, p.736) ressaltam ser necessário

Identificar partes constituintes essenciais: os critérios e os resultados, e o uso dos modelos matemáticos na sociedade. Não é suficiente identificar os critérios e os resultados, estes precisam ser conectados. Por critérios compreendemos as variáveis, as hipóteses e os pressupostos matemáticos do problema.

A conexão entre os critérios e os resultados e a comparação dos modelos construídos caracterizam as discussões reflexivas e promove o conhecimento reflexivo. Para Skovsmose (2001, p.116), conhecimento reflexivo “se refere à competência de refletir sobre o uso da matemática e avaliá-lo. Refletir tem a ver com a avaliação das consequências do empreendimento tecnológico”. O autor ressalta que esse conhecimento relaciona-se com o desenvolvimento da capacidade de interpretar e agir em uma situação social e política estruturada pela matemática.

Para Skovsmose (2001), as discussões reflexivas podem ser guiadas pela avaliação das consequências do problema estudado, bem como a reflexão sobre a matemática contemplada na construção do modelo. As interpretações são mediadas pelo conhecimento reflexivo em uma análise do papel da matemática nas práticas sociais ao desenvolver a capacidade de discutir as implicações dos resultados matemáticos, baseada na situação do contexto social (BARBOSA, 2003a). Esse conhecimento se fundamenta em um amplo horizonte de interpretações e entendimentos (SKOVSMOSE, 2013).

Almeida e Silva (2010) acreditam que a capacidade de refletir criticamente sobre um modelo e suas naturezas sociais e criar habilidades para avaliá-lo é viabilizado pelo conhecimento reflexivo. Os autores ressaltam a necessidade de o conhecimento reflexivo estar respaldado no conhecimento matemático, ou seja, no domínio de competências matemáticas como parte do processo de compreensão do problema. Além disso, “o conhecer reflexivo tem de ser desenvolvido para dar à alfabetização matemática uma dimensão crítica” (SKOVSMOSE, 2013, p.118).

Análise da atividade de modelagem matemática

A escolha metodológica do presente estudo tem como base uma abordagem qualitativa, pois se pretende compreender o desenvolvimento do conhecimento reflexivo em um ambiente de modelagem matemática sob a perspectiva sociocrítica subsidiado pelo cenário de investigação. Segundo André (1995) a abordagem qualitativa estuda os fenômenos naturais levando em consideração os componentes de uma situação em suas interações e influências. Esse tipo de

pesquisa é influenciado pelos interesses e pela formação social e cultural dos envolvidos. Os métodos estão vinculados a interpretações das ações sociais inseridas em um contexto.

Os recortes dos dados referem-se às discussões desenvolvidas pelos alunos durante o processo de investigação que conduziram para o despertar do conhecimento reflexivo. A atividade configurou uma questão aberta, de modo que não foi possível estruturar etapas previamente a serem seguidas para resolver a situação. Além disso, os alunos eram responsáveis pelas ações e pelos direcionamentos da atividade. Sendo assim, a cada encontro eles determinavam a próxima etapa a partir da mediação do professor.

A atividade foi desenvolvida paralelamente ao currículo. Em algumas semanas, foi disponibilizada uma aula, e em outras, duas aulas de matemática, de acordo com a necessidade. Não foram estipulados dias específicos para as discussões e o desenvolvimento da atividade. Ao final de cada encontro, marcava-se o próximo. Essa forma de conduzir a atividade foi sugerida pelos alunos, pois, em algumas etapas, eram necessárias pesquisas e levantamento de dados mais demorados. A atividade de modelagem matemática aqui descrita foi implementada pelo primeiro autor deste artigo em suas aulas como professor/pesquisador de Matemática.

A problemática surgiu a partir da implantação do projeto “Jardim Sustentável” na escola. O projeto buscava fomentar discussões em torno da educação ambiental de forma interdisciplinar, e cada professor deveria trabalhar a temática do jardim na sua disciplina.

Os alunos observaram que, para irrigar esse jardim, a escola não dispunha de recursos hídricos, pois estes eram provenientes apenas de um poço artesiano, e era recorrente na escola a falta d’água. Os alunos então se perguntaram de onde tirar água para irrigar o jardim. Os alunos procuraram o professor de Matemática para ajudá-los a resolver a questão. Barbosa (2003) afirma que o aluno precisa aceitar o convite para a investigação, e aqui destacamos que o convite foi feito pelos alunos, o que reforça o interesse e o envolvimento deles com o problema levantado. Além disso, ressaltamos que a atividade caracteriza o terceiro caso apresentado por Barbosa (2003), quando o aluno traz o problema e se responsabiliza pelo levantamento dos dados, da investigação e da resolução da questão.

O professor iniciou a atividade provocando discussões em torno da problemática “De onde retirar água para irrigar o jardim?”. Ficou evidente a motivação e o engajamento dos alunos para resolver essa situação, inerente a seu contexto social, pois apresentaram várias sugestões, como solicitar água a uma empresa de tratamento, construir outro poço artesiano somente para a irrigação do jardim e a coleta da água da chuva. Skovsmose (2013, p.34) diz que “o problema deve ter relevância subjetiva para o aluno. Deve estar relacionado a situações ligadas a experiências deles”. Com isso, o problema deve possibilitar o desenvolvimento de competências críticas. Nessa etapa, fomentaram as discussões e as reflexões sobre as possibilidades de obtenção de água na escola. Os alunos descartaram as duas primeiras opções e decidiram investigar se era viável e como poderiam captar a água da chuva tendo como justificativa a questão do reaproveitamento associado à sustentabilidade.

Esse momento aponta os primeiros indícios do desenvolvimento de discussões reflexivas com base na comunicação e nas questões-desafio, como podemos observar nas falas dos alunos enquanto discutiam a possibilidade de utilizar a água da chuva para irrigar o jardim.

Ana:¹ Mas como vamos saber se a água da chuva vai dar para molhar o jardim em todo o período do ano?

Bia: Como vamos medir a chuva? Como vamos coletar a água para irrigar? Onde vamos armazenar essa água? Como vamos irrigar esse jardim?

Para Skovsmose (2008), esses questionamentos são importantes para facilitar e provocar reflexões, tanto sobre elementos matemáticos quanto sobre sua representatividade no contexto social. Para o autor, as reflexões pressupõem o diálogo e, nesse sentido, “devemos trabalhar na direção de estabelecer ambientes de aprendizagem nos quais as reflexões possam ser estimuladas por meio de diálogos” (SKOVSMOSE, 2008, p.63). Essas indagações estão associadas ao desenvolvimento de discussões reflexivas, pois levaram os alunos a refletir sobre as variáveis que deveriam ser consideradas.

¹ Para preservar a identidade dos alunos, os nomes utilizados em suas falas são fictícios.

A partir daí surgiram discussões e reflexões sobre a influência dos critérios a serem considerados na construção do sistema de captação da água da chuva e na irrigação do jardim da escola, como podemos ver no diálogo a seguir

Luiza: Professor! Não vamos conseguir resolver esse problema porque, tipo, **não chove a mesma quantidade todos os anos no mesmo mês**, não sabemos se a semana vai ser quente ou se vai ser chuvosa, e tem mais, em dias muito quentes uma quantidade de água vai evaporar, então, **nunca saberemos quanta água teremos e/ou precisamos**. (Grifo nosso).

Pedro: Nada é certo; é preciso, então, **precisamos fazer aproximações**, então, vamos **tirar algumas médias da chuva mensal**, vamos fazer aproximações da quantidade de chuva necessária para irrigar levando em consideração os tipos de plantas que tem esse jardim e como não temos certeza de quanta água ao certo, teremos, então, a quantidade que vai evaporar; assim não vai comprometer nosso trabalho. (Grifo nosso)

Para Skovsmose (2008), as reflexões podem versar tanto sobre questões gerais quanto específicas a respeito dos conhecimentos, ações e práticas. No fragmento associado a Luiza, é perceptível a reflexão da aluna sobre as relações dos dados matemáticos com o contexto real, além de perceber a subjetividade desses dados

e a preocupação com a representatividade deles no contexto social. Esses elementos estão associados ao desenvolvimento do conhecimento reflexivo (SKOVSMOSE 2001). Já no fragmento associado a Pedro, a partir das inquietações da colega, ele sugere a adoção de procedimentos matemáticos que estão associados a critérios que serão adotados para resolver a problemática em questão. Evidenciamos que os alunos começam a questionar a ideologia da certeza quando expressam “nada é certo” e “não temos certeza”. Os alunos perceberam a necessidade de se fazerem aproximações e escolhas, e com isso vislumbram a possibilidade de proporem uma solução, mas não a solução. Eles começam a perceber que simplificações são necessárias e que devem adotar critérios para se chegar a uma solução.

A partir das questões levantadas acima por Luiza e Pedro, os alunos decidiram investigar a precipitação de chuva mensal na região com o intuito de verificar se o volume potencial a ser captado seria suficiente para a irrigação. Os dados foram obtidos por meio de pesquisas no site do INCAPER (Instituto Capixaba de Pesquisa, Assistência Técnica e Extensão Rural). Ao observarem os dados, notaram uma grande variabilidade não apenas entre os meses de um mesmo ano, o que era previamente esperado em virtude das estações, mas também entre os mesmos meses ao longo dos anos. Após refletirem, julgaram conveniente para o problema estudado, e adotaram como critério a média aritmética mensal dos últimos três anos como sendo representativa. Na Figura 1, apresentamos os dados coletados pelos alunos.

Figura 1 – Tabela da precipitação de chuva mensal.

MÊS	Jan.	Fev.	Mar.	Abr.	Mai.	Junho	Julho	Agos.	Setem.	Out.	Nov.	Dez.
ANO 2014	109,9	80,7	226,6	48,0	29,4	23,1	24,9	39,8	42,4	86,5	189,5	847,0
ANO 2015	198,3	101,8	187,4	87,4	64,6	98,3	86,7	123,0	37,7	141,4	347,3	205,7
ANO 2012	191,5	151,6	130,8	104,7	41,7	49,1	64,5	96,3	83,7	178,7	174,8	138,4
MÉDIA (em mm)	183,33	111,36	215,26	83,7	45,23	53,5	42,03	86,36	54,93	135,53	167,66	416,7

Fonte: arquivo do pesquisador.

Na Figura 1, observamos a matematização de uma etapa do processo que, para Skovsmose (2013), é a de representar situações concretas por meio de termos abstratos, sendo possível formular, criticar e desenvolver estratégias para o entendimento.

Os alunos abordaram questões sobre a representatividade das médias de chuva para a resolução do problema. Essas discussões podem não estar diretamente relacionadas a conceitos matemáticos, mas só são possíveis por meio dela, desenvolvendo a reflexão. (Skovsmose 2010) reforça que “operar fora do campo da matemática, mas por meio de mecanismos baseados em matemática”, é uma forma de desenvolver o conhecimento reflexivo, pois as discussões estão amparadas na análise de situações reais por meio da matemática.

Destacamos a produção de discussões reflexivas, segundo Barbosa (2007), que se refere aos debates sobre a influência dos critérios na construção de modelos. Outro ponto importante são os indícios do desenvolvimento de competências democráticas que, para Skovsmose (2013, p.73), são desenvolvidas por meio de discussão, que “deve ser atributo da maioria, deve estar implicada no funcionamento da democracia representativa”, ou seja, a determinação dos três anos como base para o cálculo de média do volume de chuva mensal foi uma ação democrática.

Ao prosseguirem as discussões e as reflexões sobre a representatividade dos dados da tabela na situação proposta, os alunos refletiram sobre a quantidade de água coletada e as necessidades do jardim que estava sendo construído. Essas discussões estão pautadas na natureza das aplicações, nos critérios utilizados e no significado social, direcionando-as para a construção do conhecimento reflexivo (BARBOSA, 2003b).

Na sequência, os alunos foram questionados sobre quais dados seriam necessários para compreender o problema. Nesse momento registramos o seguinte diálogo:

Pedro: Professor, como descartamos todas essas informações; só temos a precipitação de chuva mensal;

Ana: Também temos a quantidade de água que algumas plantas precisam por dia;

Ruy: Mas não iríamos fazer aproximações já que o jardim tem várias plantas diferentes?

Paulo: Como o jardim é composto por grama e flores, vamos verificar quanto de água mais ou menos será necessário;

Professor: Como seria feito isso?

Paulo: Vamos supor que serão necessárias três irrigadas por semana, então, vamos medir um metro quadrado e molhar três vezes por semana durante um mês e aí saberemos quantos litros de água serão necessários por metro quadrado.

Nesse momento, um aluno sugere um estudo experimental para determinar a quantidade de água necessária para irrigar um metro quadrado. Além disso, utiliza do conhecimento que adquiriu no contexto social para propor o estudo, quando aponta para três irrigadas por semana, uma vez que fazem parte de uma comunidade de pequenos agricultores.

Os diálogos estão associados aos critérios que, segundo Barbosa (2007), se referem a simplificações de uma determinada situação e também ao uso de elementos matemáticos.

O experimento foi realizado durante um mês, no jardim da casa do aluno que fez a proposta. Após esse período, ele apresentou os dados. Na ocasião, registramos o seguinte diálogo:

Paulo: No primeiro dia usei um litro; aí, na segunda irrigada ainda estava molhado (intervalo de dois dias, ou seja, três irrigadas semanais, conforme consenso da turma) e quando fui molhar pela terceira vez nem precisava ainda [...] na segunda semana usei só 500ml, aí deu pra molhar mais ou menos, mas também estava muito quente, na terceira semana não molhei porque choveu dois dias e aí estava tudo molhado e na quarta semana usei 500ml nas três irrigadas e deu pra molhar bem, mas não estava muito quente.

Nesse trecho, destacamos a conexão que os alunos fizeram com a simplificação por meio de elementos matemáticos e os resultados obti-

dos no final do experimento (BARBOSA 2007). Na apresentação do experimento, os conhecimentos informais e espontâneos adquiridos na interação social, tais como o intervalo de cada irrigação e as variações da quantidade de água (baseados em fatores climáticos e características das plantas) foram relevantes para a realização da atividade.

Após essa apresentação, os alunos foram indagados sobre qual seria a próxima etapa da atividade. Um aluno então se manifestou:

Paulo: Agora precisamos calcular qual é a área que pretendemos irrigar e aí associar com a quantidade gasta em cada metro quadrado com a água captada.

Na manifestação do aluno, evidencia-se a utilização de elementos matemáticos para resolver a situação. Além disso, a necessidade de associar esse resultado à quantidade de água captada (BARBOSA, 2007).

O momento inicial do processo de medições gerou discussões sobre a irregularidade do terreno destinado ao jardim e dos procedimentos a serem adotados para medir e calcular a sua área. Dois alunos sugeriram que fossem considerados também os pontos mais distantes para o cálculo da área, uma vez que o método de irrigação, que seria feito por irrigadores, precisava alcançar essas distâncias. Esses irrigadores irrigam áreas circulares com raio de alcance variados, e foram sugeridos pelos alunos devido a suas práticas cotidianas no campo.

Para realizar as medições, os alunos formaram duplas, fizeram as medições e calcularam a área do jardim. Os resultados encontrados foram confrontados e discutidos. Skovsmose (2013) acredita que esse aspecto dialógico do conhecimento é uma das dimensões para o desenvolvimento de competências democráticas.

Essas discussões fundamentam a alfabetização matemática pela competência de desenvolvimento de operações matemáticas, pelas habilidades em aplicar a matemática em um problema do contexto social e pela competência de refletir sobre o uso da matemática e avaliá-lo (SKOVSMOSE, 2013). Propiciam o poder de organizar e reorganizar situações baseadas no contexto social por meio das potencialidades

criativas dos sujeitos, caracterizando o *empowerment* (SKOVSMOSE, 2008).

Esse evento aponta indícios para o desenvolvimento de discussões reflexivas que, para Skovsmose (2008), podem versar sobre os aspectos de confiabilidade e responsabilidade da matemática nas ações desenvolvidas. Para o autor, essas discussões podem ter como referência a situação investigada e buscar uma análise mais ampla no contexto social.

Observamos que as discussões e reflexões versavam sobre os valores matemáticos das áreas encontradas, sobre as técnicas que cada um utilizou e sobre a representatividade de cada valor no contexto social. Essa situação caracteriza os encaminhamentos para o conhecimento reflexivo que, para Barbosa (2007), é possível pelo desenvolvimento de discussões matemáticas referentes aos conceitos matemáticos, pelas discussões técnicas referentes aos processos de simplificação e matematização do problema investigado e de discussões reflexivas sobre os critérios utilizados na construção do modelo e o seu papel no contexto social. Ao final, os alunos chegaram ao consenso da adoção da área que determinaria a quantidade de água necessária para irrigar o jardim. Isso foi possível pelas experiências na agricultura familiar e também pelo conhecimento dos possíveis métodos de irrigação que seriam utilizados.

Em seguida, surge a necessidade de discutir sobre o tamanho do reservatório para captar toda a água da chuva. Registramos o diálogo a seguir:

Ruy: Vamos voltar ao volume de chuvas de todo mês, e aí para saber o maior volume que a caixa precisa comportar é só pegar como referência o mês que mais choveu, porque se tivermos tudo pronto e esse mês chover muito e não molharmos quase nada, então, vamos saber o valor máximo de água;

Ana: Isso, podemos fazer quando tiver muito seco [...] pegar o mês que menos choveu e aí quase não teremos água na caixa e imaginar que no mês seguinte será o mesmo valor de chuva [...] como não vai chover muito vamos ter que molhar três vezes e utilizando mais de 750ml de água e aí vamos ver se a água vai dar.

Para determinar o tamanho do reservatório, os alunos propuseram tomar como referência a maior média de chuva de um mês em que não seria necessário irrigar o jardim. Mas essa sugestão foi questionada nas discussões, pois, nos dados da precipitação de chuva mensal, os alunos identificaram um fenômeno atípico, que foi o volume de chuva do mês de dezembro de 2013, estimado em 848mm³. Sendo assim, tomaram como referência a segunda maior precipitação e determinaram o tamanho do reservatório.

Essa sugestão motivou a reflexão da aluna para verificar se a quantidade de água captada seria suficiente para irrigar o jardim durante todo o ano. Tomando agora como referência o menor volume de chuva e as três irrigadas semanais sugeridas pelos alunos, e realizando as divisões da água captada com as três irrigadas, concluíram que em meses como maio, junho e agosto a quantidade não seria suficiente.

Após essas conclusões, os alunos refletiram novamente sobre a quantidade captada e a quantidade gasta, contestando os dados, pois, apesar do volume de água de determinados meses não ser suficiente para irrigar esse jardim, haveria sobras do mês anterior que poderiam suprir essa necessidade. Essas reflexões foram motivadas pela indagação feita “Como saber se a água captada será suficiente para irrigar ou não?”. Percebemos que as conclusões anteriores dos alunos poderiam ser mais bem exploradas tomando dados mais fidedignos.

O aluno Ruy, em seus apontamentos, estabelece conexões entre resultados obtidos na investigação. Ele sugere a relação do maior volume de água captada com a quantidade necessária para irrigar o jardim nesse mês chuvoso para estabelecer a capacidade do reservatório. Para Barbosa (2007), essas conexões fundamentam o desenvolvimento do conhecimento reflexivo.

Os apontamentos de Ana, no diálogo, versam sobre os critérios, que se associam às discussões reflexivas, segundo Barbosa (2007). Ela utiliza as informações já obtidas na investigação e apresenta suas hipóteses.

Em seguida, as discussões foram sobre os meios de irrigação do jardim. E o seguinte diálogo foi registrado:

Professor: Como saber a quantidade exata de água gasta em cada irrigada? Como irrigar para gastar exatamente essa quantidade?

Julia: Não temos como resolver isso, são muitas coisas, muitos detalhes, depende de muita coisa [...], nunca vamos conseguir;

Pedro: Vamos, sim, temos um monte de coisa já, estamos quase no final e depois vamos ver se deu certo;

Ruy: Vamos estudar um método de saber a quantidade de água da caixa, e depois ver quanto uma borboleta ligada gasta por um tempo e só fazer os cálculos e está pronto.

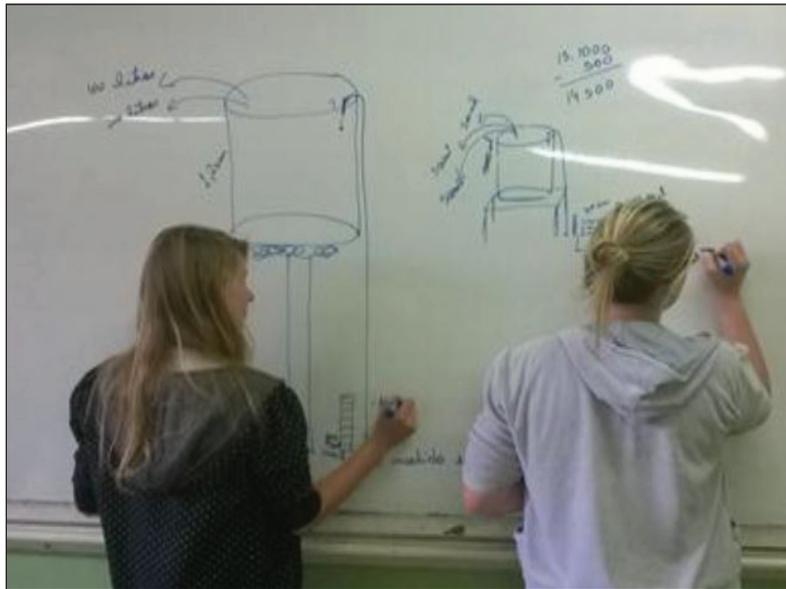
As indagações novamente sugeriam reflexões que “têm implicações na maneira como os alunos se engajam, ou não, no processo de aprendizagem, durante o qual podem revelar muitas preocupações diferentes, além do entendimento da matemática” (SKOVSMOSE, 2008, p.67). Posicionaram-se diante de uma situação problemática real e propuseram interferência (SKOVSMOSE 2010).

Pedro acredita na capacidade de resolver o problema e reconhece a necessidade de conectar o modelo construído com a situação investigada. Evidencia o desenvolvimento de discussões reflexivas, pois estas estão associadas à conexão entre os critérios, resultados e o contexto social (BARBOSA, 2007).

Ruy descreve as variáveis matemáticas que devem ser consideradas para resolver a situação. Apresenta como elas estão conectadas e como essa conexão pode determinar a quantidade de água de cada irrigada.

Uma dupla apresentou uma possibilidade de medir a quantidade de água do reservatório e controlar a água gasta em cada irrigada. Como os colegas sentiram dificuldades em entender, o professor solicitou que representassem o esquema na lousa, conforme a Figura 2.

Figura 2 – Esquema do método que indicaria a quantidade de água do reservatório.



Fonte: arquivo do pesquisador.

A sugestão da dupla consistia em pegar um fio e amarrar em uma das extremidades uma boia e colocá-la dentro do reservatório. A outra extremidade deveria aproximar-se do solo, tendo preso nela um pequeno peso, a fim de manter o fio esticado. Ao lado dessa extremidade, seria fixada uma régua. Assim, à medida que o nível da água diminuísse, a extremidade do fio se elevaria e seria possível associar essa movimentação à quantidade de água restante no depósito.

Os alunos discutiram a representação das colegas no quadro. Skovsmose (2008) ressalta a importância de discutir o que estão aprendendo, a forma que estão aprendendo e a importância do que estão aprendendo, pois isso oportuniza a reflexão sobre o conhecimento e sobre os *insights*. Todos se envolveram e discutiram formas de realizar essa medição.

As discussões fomentaram novas interrogações quanto à relação entre a quantidade de água que sai e a elevação do fio. Para resolver essa questão, propuseram realizar um experimento. Pensaram em fixar a boia em um objeto que teria o mesmo comprimento da altura do reservatório, o método pensado pelos alunos para determinar a relação do nível da água do balde com a elevação do fio de nylon. Perceberam que, antes de realizar o experimento, alguns

elementos precisavam ser conhecidos, entre os quais destacaram o volume de água do balde e as dimensões desse recipiente.

Em seguida, dispendo de um copo com marcas milimétricas, retiraram uma quantidade que corresponderia a um centímetro do nível da água. Chegaram a um consenso para determinar uma relação entre mililitros de água retirada e o nível no balde. Observamos características de discussões reflexivas a partir do cenário de investigação com a “finalidade de fomentar a reflexão em torno da aplicação da matemática e de seus efeitos no contexto em que é aplicado” (SKOVSMOSE, 2008, p.65). Os alunos tiveram a oportunidade de refletir sobre os procedimentos matemáticos de um ponto diferente do propiciado pelos exercícios comumente utilizados. Concluíram que cada centímetro de água corresponderia a 800 mililitros.

Os alunos definiram o tamanho do reservatório a partir da precipitação média de chuva. Para isso, levaram em consideração a menor precipitação de chuva e a segunda maior – a primeira foi considerada um fenômeno atípico e, por isso, foi descartada pelos alunos. Além disso, discutiram a relação da precipitação com o volume gasto mensalmente para irrigar o jardim.

Finalizando o estudo, apresentaram o método de coleta da água por meio de maquete (Figura 3). Na figura, podemos observar que o método pensado pelos alunos seria a utilização de calhas que levaria a água até um reservatório abaixo do nível do telhado incluindo o sistema de medição do nível da água do reservatório proposto pelas alunas.

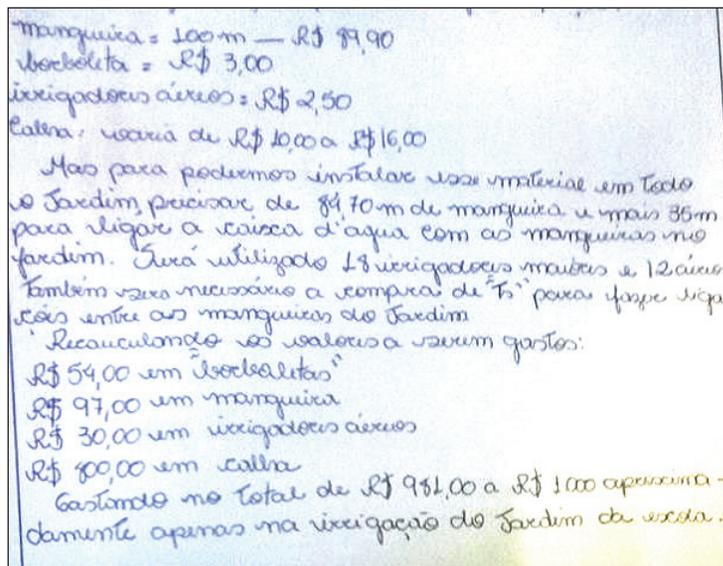
Apresentaram o método de irrigação, que consistia na disposição de irrigadores circulares com raio de alcance entre 1,5m e 3m, com base na planta baixa do jardim, na área calculada e nas discussões sobre a irregularidade do jardim. E apresentaram três orçamentos dos materiais necessários para implantação do sistema na escola (a Figura 4 apresenta um orçamento). O objetivo dos orçamentos era a implantação do sistema de captação e irrigação na escola. Os alunos se preocuparam em buscar três para atender os preceitos legais da concorrência.

Figura 3 – Método de captação da água com o sistema de medição de quantidade da água do reservatório.



Fonte: arquivo do pesquisador.

Figura 4 – Os gastos financeiros com o sistema de irrigação.



Fonte: arquivo do pesquisador.

Os alunos tiveram a ajuda do pai de um deles, que trabalha com agricultura e também faz alguns trabalhos como pedreiro, para especificar os materiais necessários para a montagem do sistema de irrigação. Esse pai ainda fez o levantamento dos materiais necessários para a

construção da base do reservatório e colocou-se à disposição, como voluntário, para ajudar na construção.

Os alunos buscaram essa parceria, pois tinham a intenção de construir o sistema de captação da água da chuva e irrigação do jardim.

Identificamos claramente o propósito dos alunos em intervir na situação investigada por meio da matemática e dos estudos realizados.

Observamos elementos que caracterizam o conhecimento reflexivo a partir da interferência na realidade por meio da matemática. Skovsmose (2013) discorre sobre a importância de os estudantes aprenderem sobre problemas reais de construção de modelos para a motivação e o desenvolvimento da matemática, o que também lhes propicia oportunidades de investigar detalhes diversos em uma situação que tem implicações sociais importantes. O autor ressalta que situações reais, com as quais os alunos se identifiquem e se sintam instigados, contribuem para o seu envolvimento no processo de investigação, além de lhes dar condições para um engajamento político social posterior (SKOVSMOSE, 2013), conforme observaremos na seqüência.

Ao final, os alunos produziram um texto coletivo com o objetivo de apresentar à escola o estudo realizado, justificando e apresentando os argumentos como a falta d'água, a necessidade de um volume significativo para irrigação do jardim e também o fato de o estudo condizer com a proposta do jardim sustentável, com o intuito de viabilizar a solução proposta por eles para o problema da irrigação do jardim. A seguir, um trecho:

Texto coletivo: Percebemos que é necessário utilizar os recursos naturais de forma consciente, não desperdiçando ou poluindo água e, como a escola enfrenta esse problema, e já que a partir da implantação desse jardim a escola precisa de muito mais água, pensamos que poderíamos contribuir com a exposição desse sistema. Outro ponto é que se trata de um jardim sustentável, aí, pensamos na sustentabilidade, ou seja, usar os recursos naturais para manter ele.

Os benefícios apontados por eles são a conscientização da comunidade escolar sobre o uso adequado da água e principalmente o contato dos alunos de diferentes níveis de ensino com essa proposta sustentável, o que pode influenciar suas vidas desde cedo.

Apesar de os alunos terem a intenção de implantar o sistema na escola, por falta de recursos financeiros, isso não foi possível. No ano seguinte ao desenvolvimento do estudo, o problema da falta de água perdurou, e a diretora retomou o trabalho dos alunos, viabilizou e o implantou (Figura 5).

Figura 5 – Sistema de captação da água da chuva implantado na escola.



Fonte: arquivo do pesquisador.

Na imagem, é possível observar o sistema de captação por meio de calhas, o sistema de armazenamento em um reservatório com as dimensões sugeridas pelos alunos e o sistema de irrigação também proposto por eles.

Em uma conversa informal, a diretora ressaltou a importância desse sistema para a manutenção do jardim. Reforçou que o sistema de coleta tem capacidade de coletar mais água do que a previsão inicial dos alunos. Assim, relatou que reativou um antigo reservatório com capacidade de 20 mil litros de água, de forma que pôde armazenar toda a água que sobra e usá-la quando necessário.

A implantação do estudo reforçou a capacidade dos indivíduos de interferirem na realidade por meio da matemática. Além disso, demonstrou fundamentação para a matemática por meio do entendimento e da participação nas transformações sociais pelo viés crítico (SKOVSMOSE, 2013).

Considerações finais

Nesta pesquisa, adotamos a modelagem matemática sob a perspectiva sociocrítica, que sugere a aprendizagem de matemática por meio da investigação de situações próximas da realidade. Nesse ambiente, o aluno tem a oportunidade de vivenciar a matemática no cotidiano e, mais do que isso, posicionar-se politicamente na sociedade a partir de discussões reflexivas amparadas na matemática.

A atividade desenvolvida com os alunos foi sugerida por eles e a partir de um desejo deles. Foi a partir da implantação do projeto da escola “Jardim Sustentável” que eles identificaram um problema relacionado à falta de recursos hídricos para a manutenção desse jardim.

Construímos um ambiente de aprendizagem subsidiado pelo cenário de investigação a fim de promover a investigação da situação proposta. Nessa investigação, analisamos as discussões que condicionaram o desenvolvimento do conhecimento reflexivo.

A atividade de modelagem sugere fazer escolhas, e os alunos se depararam com inúmeras facetas para resolver o problema ou mesmo possíveis caminhos para solucioná-lo. Nesse momento, ficou evidente a autonomia deles para guiar a aprendizagem no cenário de investigação.

A autonomia dos alunos no ambiente de aprendizagem foi desenvolvida por meio das discussões na atividade. Identificamos discussões pautadas nos conceitos matemáticos, nas técnicas (procedimento de descrever o problema por meio da matemática e ainda por meio de representar a situação) e discussões reflexivas. Observamos que essas discussões foram desenvolvidas de forma interligada, e cada uma teve papel fundamental nesse processo. As discussões reflexivas possibilitaram aos alunos extrapolar os limites dos muros da escola e exercerem a cidadania caracterizando o conhecimento reflexivo. Elas viabilizaram a interferência dos sujeitos na realidade por meio da investigação, reflexão e análise de modelos matemáticos e/ou da influência deles para a manutenção das estruturas sociais.

Em especial, as discussões reflexivas conduziram os alunos a perceber as relações entre a matemática escolar e aquela vivenciada no dia a dia, as relações da matemática com o problema social, as causas e consequências dos modelos construídos na realidade e a sua análise de acordo com a compreensão do contexto social. As discussões reflexivas foram profícuas para o desenvolvimento do conhecimento reflexivo, tendo em vista que os alunos se depararam com uma situação nova, procuraram compreendê-la, dialogaram, discutiram meios de solução e, por fim, analisaram como aquele modelo poderia ser utilizado na situação investigada ou como ele poderia interferir na realidade, bem como se aquele seria o melhor método a ser empregado. Todas essas relações que provocaram discussões reflexivas propiciaram o desenvolvimento do conhecimento reflexivo.

O desenvolvimento desse conhecimento foi analisado a partir das possíveis formas de produção de discussões reflexivas que se fundamentam nos critérios utilizados para resolver o problema – por critérios, entendemos as variáveis, simplificações, hipótese e elementos matemáticos –, os resultados obtidos e a conexão que existe entre eles, ou seja, se os critérios conduziram a resultados suficientes para resolver a situação. Destacamos ainda, no desenvolvimento do conhecimento reflexivo, a aplicação da matemática na realidade e a sua interferência em situações sociais.

Referências

- ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, A. Por uma educação matemática crítica: a modelagem matemática como alternativa. *Educação Matemática e Pesquisa*, São Paulo, v.12, n.2, p.221-241, 2010. Disponível em: <http://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/2752/3304>. Acesso em: 24. maio 2015.
- ALRO, H.; SKOVSMOSE, O. *Diálogo e aprendizagem em educação matemática*. 2.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.
- ANDRÉ, M. E. D. A. *Etnografia da prática escolar*. Campinas: Papirus, 1995.
- BARBOSA, J. C. *Modelagem matemática: concepções e experiências de futuros professores*. 2001. 253 f. Tese (Doutorado em Geociências e Ciências Exatas) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2001.
- BARBOSA, J. C. Modelagem matemática e a perspectiva sociocrítica. In: Seminário Internacional de Pesquisas em Educação Matemática, 2., 2003b, Santos. *Anais eletrônicos...* Disponível em: <http://www.sbemrasil.org.br/files/sipemII.pdf>. Acesso em: 13 set. 2015.
- BARBOSA, J. C. Modelagem matemática na sala de aula. *Perspectiva*, Erechim, v.27, n.98, p.65-74, jun. 2003a.
- BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática: O que é? Por quê? Como? *Veritati*, Salvador, n.4, p.7-80, 2. Sem. 2004.
- JACOBINI, O. R.; WODEWOTZKI, M. L. L. Uma reflexão sobre a modelagem matemática no contexto da educação matemática crítica. *Bolema*, Rio Claro, v.19, n.25, p.1-16, out. 2006. Disponível em: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=291221859005>. Acesso em: 6 maio 2017.
- KAISER, G.; SRIRAMAN, B. A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, Alemanha, v.38, n.3, p.302-310, jun. 2006.
- OREY, D. C.; ROSA, M. *A dimensão crítica da modelagem matemática: ensinando para a eficiência sociocrítica*. Horizontes, Itatiba, v.25, n.2, p.197-206, 2. Sem. 2007.
- SANTANA, T. S.; BARBOSA, J. C. A Intervenção do professor em um ambiente de modelagem matemática e a regulação da produção discursiva dos alunos. *Bolema*, Rio Claro, v.26, n.43, p.991-1020, ago. 2012.
- SILVA, C.; KATO, L. A. Quais elementos caracterizam uma atividade de modelagem matemática na perspectiva sociocrítica? *Bolema*, Rio Claro, v.26, n.43, ago. 2012.
- SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. *Bolema*, Rio Claro, v.13, n.14, p.66-91, abr. 2000.
- SKOVSMOSE, O. *Desafios da reflexão em educação matemática crítica*. São Paulo: Papirus, 2008.
- SKOVSMOSE, O. *Educação matemática crítica: a questão da democracia*. São Paulo: Papirus, 2001.
- SKOVSMOSE, O. *Educação matemática crítica: a questão da democracia*. Tradução de Abigail Lins e Jussara de Loiola Araújo. 5.ed. Campinas: Papirus, 2010.
- SKOVSMOSE, O. *Educação matemática crítica: a questão da democracia*. 6.ed. Campinas: Papirus, 2013.
- VYGOTSKY, L. S. *Pensamento e linguagem*. São Paulo: Martins Fontes, 1998. 198p.

Jonisario Littig – Mestre em Educação em Ciência e Matemática pelo Instituto Federal do Espírito Santo. Atualmente é professor da rede estadual de ensino. E-mail: jonisariolittig2014@gmail.com

Luciano Lessa Lorenzoni – Doutor em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal do Espírito Santo. Atualmente é professor do Instituto Federal do Espírito Santo. E-mail: llorenzoni@ifes.edu.br