OBMEP E TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS: UMA PROPOSTA PARA O PROFESSOR DE MATEMÁTICA

OBMEP and Theory of Didactic Situations: A proposal for the mathematics teacher

Italândia Ferreira de Azevedo

Francisco Régis Vieira Alves

Joyce Carneiro de Oliveiro

Resumo

Neste artigo, pretende-se apresentar uma proposta didática que faz parte de um recorte de uma pesquisa de mestrado, que se encontra em fase inicial, acerca do uso de problemas oriundos de olimpíadas de matemática, especificamente da OBMEP, para fomento do ensino de matemática e formação de professores. O objetivo desse trabalho foi analisar um exemplo de aplicação de uma Situação Didática Olímpica - SDO com contributo da Teoria das Situações Didáticas – TSD de Guy Brousseau, com uma visão voltada para os docentes que ensinam matemática no Ensino Médio, especificamente quando realizam uma abordagem voltada para resolução de problemas olímpicos, apresentando as conjecturas e hipóteses didáticas contidas no problema. A SDO foi descrita e estruturada seguindo as quatro dialéticas da TSD (ação, formulação, validação e institucionalização) com amparo do software GeoGebra. Esse software foi usado como forma de proporcionar uma modelagem matemática, melhorando assim, a visualização e compreensão dos alunos, considerado por vários autores, um excelente recurso digital para o ensino de Matemática. A SDO apresentada foi retirada da prova da primeira fase da OBMEP aplicada em 2015/nível 3. Por fim, existe uma necessidade de promover situações didáticas voltadas para resolução de problemas olímpicos aplicadas na formação do professor, podendo esse, incluir na sua prática de ensino de forma a despertar um ensino e aprendizagem para os problemas de olimpíadas, contribuindo com o seu aperfeiçoamento e melhorando o ensino de matemática da sua escola e até mesmo do país.

Palavras-chave: OBMEP. Teoria das Situações Didáticas. Situação Didática Olímpica.

Abstract

In this article, we intend to present a didactic proposal that is part of a cut of a master's research, which is in the initial phase, about the use of problems from mathematics Olympiads, specifically the OBMEP, for the promotion of mathematics teaching and teacher training. The objective of this work was to analyze an example of the application of an Olympic Teaching Situation - SDO with the contribution of Guy Brousseau's Theory of Educational Situations (TSD), with a view aimed at teachers who teach mathematics in High School, specifically when carrying out an approach to solve Olympic problems, presenting the conjectures and didactic hypotheses contained in the problem. SDO was described and structured following the four dialects of TSD (action, formulation, validation and institutionalization) supported by GeoGebra software. This software was used as a way to provide a mathematical modeling, thus improving, the visualization and understanding of the students, considered by several authors, an excellent digital resource for the teaching of Mathematics. The SDO presented was taken from the first phase of OBMEP applied in 2015 / level 3. Finally, there is a need to promote didactic situations aimed at solving Olympic problems applied in teacher training, which may include in their teaching practice in order to awaken a teaching and learning to the problems of the Olympics, contributing to its improvement and improving the teaching of mathematics of its school and even the country.

Keywords: OBMEP. Theory of Didactic Situations. Olympic Didactic Situation.

Introdução

As olimpíadas de Matemática no Brasil estão repercutindo excelentes resultados a cada ano e atraindo um número maior de participação dos alunos (OBMEP, 2017), consequentemente um maior envolvimento de escolas e professores em suas preparações. A crescente participação dos estudantes nas competições nacionais, regionais e internacionais a cada ano, ocorre porque essas competições exigem competências mais criativas e desafiadoras, por tratarem de problemas que requerem do estudante imaginação e raciocínio (SANTOS; ALVES, 2017).

Tais problemas são apresentados de forma instigante para os alunos, abordando múltiplos aspectos matemáticos, sociais e culturais. Pereira (2016) acrescenta que questões de olimpíadas são desafiantes e separadas por níveis de dificuldade.

Assim, este trabalho tem como motivação inicial a discussão de problemas olímpicos de matemática, que chamaremos de Situação Didática Olímpica (SDO), definida por Oliveira (2016), como situações de ensino para resolução de problemas olímpicos segundo as fases dialéticas de Brousseau (2008), que serão apresentadas no decorrer desse trabalho.

Com intenção de realizar uma melhor preparação dos alunos com questões de olimpíadas de matemática para a OBMEP, existe a necessidade de um aprofundamento na discussão dos problemas propostos em olimpíadas, mesmo sabendo que os conteúdos cobrados são intrínsecos ao currículo do ensino fundamental e ensino médio. Mas existem as dificuldades dos alunos, e até de professores, quando se deparam com essas provas, principalmente nas fases finais da competição. Como é apresentado por Victor (2016, p. 1):

> [...] a abordagem das questões tem um formato que muitas vezes difere do que estamos acostumados a encontrar nos livros textos, o que talvez atrapalhe a compreensão ou o desenvolvimento de tais problemas. As questões propostas nas Olimpíadas de Matemática são, em geral, desafiadoras, instigantes, renovadoras e, como a competição tem um caráter intelectual, as resoluções exigem do candidato a capacidade de abstração, criatividade e um raciocínio.

A partir da citação acima, percebemos a necessidade de uma melhoria no ensino de matemática voltada à preparação de resolução de problemas olímpicos ou mesmo da sua inclusão na sala de aula, no qual o professor, seguindo uma sequência de ensino, possa usá-los como materiais didáticos que contemplem problemas desafiadores, estimulem a criatividade, procurando motivar o ensino da Matemática e a participação em olimpíadas. Tal ideia corrobora com Alves (2010, p. 13), ao afirmar que: “o estudo sobre a Olimpíada de Matemática (...) almeja a melhoria na qualidade de Ensino da Matemática e serve como um instrumento de estímulo à busca de novos conhecimentos”.

Em suma, o objetivo do trabalho foi analisar um exemplo de aplicação de uma Situação Didática Olímpica - SDO fazendo uso das contribuições da Teoria das Situações Didáticas – TSD de Guy Brousseau, com uma visão voltada para os professores que ensinam Matemática do Ensino Médio, especificamente, quando realizam uma abordagem voltada para resolução de problemas olímpicos. Segundo esse autor, a resolução de problemas envolve a tomada de decisões dos alunos e a possibilidade de conhecer diretamente as consequências de suas decisões, por isso, “A natureza específica do trabalho com resolução de problemas evidencia a caracterização de uma situação didática” (TEIXEIRA; PASSOS, 2013, p. 165).

Foi utilizado o software GeoGebra como recurso digital para possibilitar uma modelagem matemática e tornar mais atrativo a visualização e compreensão da nossa aplicação. Segundo Pereira (2016, p.3) esse software permite ao aluno: “Explorar um objeto matemático visualizando simultaneamente as representações algébrica e geométrica, esboçando figuras, manipulando-as, explorando-as, e assim, possibilita que o aluno desenvolva habilidades, usando estratégias próprias”.

Com isso, percebemos a importância de um recurso digital que o aluno possa manusear, despertando sua criatividade e estratégias em resolver uma situação-problema.

Esse problema de investigação surgiu diante da necessidade de promover situações didáticas que se apliquem nas situações de olimpíadas de matemática, buscando desenvolver inteligência lógico-matemática, ampliar o repertório de situações problemas e contemplar habilidades que não estão presentes nos livros didáticos, contribuindo assim, na melhoria da educação básica como consta em um dos objetivos da OBMEP.

As seções a seguir, apresentam o percurso desse trabalho, desde seus fundamentos até à sua aplicação.

Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas – OBMEP

A Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas - OBMEP é um projeto nacional que foi criado em 2005 para estimular o estudo da matemática e identificar talentos. Inicialmente era dirigido somente às escolas públicas brasileiras, mas em 2017 foram incluídas as escolas privadas. A OBMEP é realizada pelo Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada - IMPA, com o apoio da Sociedade Brasileira de Matemática – SBM, e promovida com recursos do Ministério da Educação e do Ministério da Ciência, Tecnologia, Inovações e Comunicações – MCTIC.

A prova da OBMEP é direcionada aos alunos do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental e aos alunos do Ensino Médio das escolas públicas e privadas na esfera municipal, estadual e federal, sendo realizada em três níveis: nível 1 (alunos do 6º e 7º anos do Ensino Fundamental), nível 2 (alunos do 8º e 9º ano do Ensino Fundamental) e nível 3 (alunos da 1ª, 2ª e 3ª séries do Ensino Médio). As provas dos três níveis são constituídas de duas fases. Na primeira fase contém 20 questões objetivas e na segunda, 6 questões subjetivas.

De acordo com o regulamento da OBMEP (2018), esse projeto nacional tem os seguintes objetivos: Estimular e promover o estudo da Matemática no Brasil; Contribuir para a melhoria da qualidade da educação básica, possibilitando que o maior número de alunos brasileiros possa ter acesso a material didático de qualidade; Promover a difusão da cultura matemática; Identificar jovens talentos e incentivar seu ingresso em universidades nas áreas científicas e tecnológicas; Incentivar o aperfeiçoamento dos professores das escolas públicas, contribuindo para a sua valorização profissional; Contribuir para a integração das escolas brasileiras com as universidades públicas, com os institutos de pesquisa e com as sociedades científicas; Promover a inclusão social por meio da difusão do conhecimento.

Nesse sentido, a OBMEP tem como intenção a contribuição na melhoria da qualidade do ensino de Matemática tanto para os discentes, como também para os docentes. São disponibilizados, gratuitamente, vários materiais na internet que os professores podem utilizar com seus alunos, como: banco de questões, provas de edições anteriores, videoaulas e simulados. Mas entendemos que todos esses materiais precisam de uma metodologia de ensino mais específica para resolução de problemas, a qual os professores possam utilizá-la para obterem um melhor resultado e atrair um maior público de alunos.

Na seção subsequente, mostraremos uma teoria de ensino que pode auxiliar o professor em suas aulas voltadas para preparação de olimpíadas de matemática.

Teoria das Situações Didáticas – TSD

Guy Brousseau, pesquisador Francês, é considerado o pioneiro da Didática Matemática, sendo um dos pesquisadores que contribuiu com o desenvolvimento da Teoria das Situações Didáticas (TSD), conhecida como modelo teórico e servindo como fundamentação teórica para novos trabalhos em didática e para a prática de professores de matemática.

Para Brousseau (1986) *apud* Teixeira e Passos (2013), a Didática da Matemática:

> estuda atividades didáticas que têm como objetivo o ensino da parte específica dos saberes matemáticos, propiciando explicações, conceitos e teorias, assim como meios de previsão e análise; incorporando resultados relativos aos comportamentos cognitivos dos alunos, além dos tipos de situações utilizadas e os fenômenos de comunicação do saber. (BROUSSEAU, 1986 apud TEIXEIRA; PASSOS, 2013, p. 157).

Segundo Alves (2016), a Didática da Matemática é um corpus teórico cuja principal preocupação reside nas interações entre aluno e professor. Enquanto, Almouloud (2007) nos apresenta que o objetivo primordial da Didática da Matemática é a caracterização de um processo de aprendizagem por meio de uma série de situações reprodutíveis, denominadas de situações didáticas.

A TSD tem como escopo de estudo a situação didática e não o sujeito cognitivo, fazendo uma relação entre três elementos fundamentais: professor, aluno e saber. De acordo com Teixeira e Passos (2013), os docentes e discentes são personagens indispensáveis na relação de ensino e aprendizagem, bem como o meio (*milieu*) em que a situação didática se faz presente. Segundo esses mesmos autores, “A teoria de Brousseau esclarece a integração das dimensões epistemológicas, cognitivas e sociais no campo da Educação Matemática" (TEIXEIRA; PASSOS, 2013, p. 157), assim permitindo a compreensão social que ocorrem em sala de aula entre os alunos e professores e das condições que o conhecimento matemático pode ser apropriado e aprendido.

Silva, Ferreira e Tozetti (2015) afirmam ainda que a TSD:

> Tem como ponto central o meio em que se dará o aprendizado, denominado milieu, que deve ser sempre antagônico, ou seja, a situação didática elaborada, seja pela via da resolução de problemas, seja por jogos, tem uma intencionalidade não revelada pelo professor. (SILVA; FERREIRA; TOZETTI, 2015, p.19960)

Desse modo, as situações propostas devem provocar o aparecimento dos conhecimentos prévios dos alunos em suas respostas, sendo corretas ou não, porém sem declarar para o aluno a intenção didática, pois "o aluno traz para sala de aula certos conhecimentos que ele utiliza para construir o saber" (TEIXEIRA; PASSOS, 2013, p. 162), conhecimentos esses que podem vir com obstáculos, que pela herança barchelariana[1] chamamos de obstáculos epistemológicos.

Alves e Cavalcante (2017), indicam o caráter de imprescindibilidade da noção de obstáculos como sendo:

> elemento que pode retardar, e mesmo impedir um processo de entendimento do estudante submetido a uma ação intencional de ensino. O caráter visível de sua ação pode ser registrado, de uma forma extrema, por intermédio da manifestação do erro, fruto de uma incompreensão. (ALVES, CAVALCANTE, 2017, p. 259).

A partir da citação acima, percebemos a importância da função do professor, seu papel na identificação e atenção constante no manifesto do erro de seus alunos. Com isso, cabe o professor elaborar situações didáticas que provoquem esse manifesto, aprofundando a compreensão intuitiva dos alunos acerca de vários conceitos.

> [...] o aluno se defronta com situações intencionalmente elaboradas pelo professor (não arbitrárias), a fim de promover uma ação do aluno em busca do conhecimento, porém os alunos inicialmente não devem perceber os pressupostos didáticos envolvidos no objeto de estudo (o que está sendo ensinado, o que deve ser conhecido ou sabido), a não ser pelo êxito de uma tarefa complexa. (BROUSSEAU,1996a apud POMMER, 2008, p.5).

Assim, partindo das respostas dos alunos, identificamos seu sentido e validade, sendo reconhecimento um conhecimento, mas não necessariamente um saber matemático, pois esse saber vai sendo construído durante todo o desenvolvimento da situação (TEIXEIRA; PASSOS, 2013, p. 162), a esse processo de desenvolvimento de situações dá-se o nome de sequência didática.

Teixeira e Passos (2013) definem que sequência didática:

> é uma série de situações que se estruturam ao longo de uma quantidade prefixada de aulas. Devidamente estruturadas, essas situações têm como objetivo tornar possível a aquisição de saberes bastante claros, sem esgotar o assunto trabalhado. Desse modo, uma sequência didática não pode, a priori, ter seu tempo de duração estipulado de acordo com o programado, pois o seu cumprimento leva em conta as necessidades e as dificuldades dos alunos durante o processo. (TEIXEIRA; PASSOS, 2013, p. 162).

Sendo assim, uma sequência didática precisa ser bem planejada, pois aborda conteúdos matemáticos que serão adquiridos e investigados pelos alunos, observando seus conhecimentos prévios e os obstáculos epistemológicos[2]. Partindo desse plano, surge o contrato didático, ou seja, uma série de acordos entre o professor e a turma, alguns explícitos e outros não, que determinam a relação didática entre eles, permitindo, não necessariamente, condições favoráveis para que aconteça a aprendizagem.

---

[1] Termo usado em homenagem as ideias de Gaston Barchelard.

[2] Para Brousseau (2008, p. 49), "um obstáculo se manifesta pelos erros, os quais, em que um sujeito, estão unidos por uma fonte comum: uma maneira de conhecer; uma concepção característica, coerente, embora incorreta; um conhecimento anterior bem-sucedido na totalidade de um domínio de ações".

Então, nesse momento inicial "cabe ao professor a responsabilidade de apresentar um 'bom problema', que seria o desencadeador para a busca de um novo saber; e, ao aluno, aceitar o desafio da resolução do problema, dando início ao processo de aprendizagem" (TEIXEIRA; PASSOS, 2013, p. 164). É justamente nesse momento que acontece a situação de devolução, que para Brousseau (2008, p. 91), "é o ato pelo qual o professor faz com que o aluno aceite a responsabilidade de uma situação de aprendizagem (adidática) ou de um problema e assume ele mesmo as consequências dessa transferência".

Brousseau (1996) *apud* Pommer (2008) apresenta que a situação didática tem como ideia tornar o aluno um pesquisador, testando conjecturas, formando hipóteses, provando, construindo modelos, conceitos, teorias e socializando os resultados, cabendo uma grande responsabilidade do professor em promover situações favoráveis, para que o aluno transforme essa sabedoria em conhecimento.

Um aspecto das situações didáticas é sua classificação em quatro fases: ação, formulação, validação e institucionalização. No quadro abaixo, segue a descrição das fases da TDS segundo as ideias de Brousseau.

Quadro 1: Descrição em cada fase da TSD.

FASE	DESCRIÇÃO
Ação	O primeiro contato dos alunos com a situação proposta pelo professor. Neste momento, o professor deve estimular tentativas de solução experimentais, sem preocupação com formalizações ou coerência em escrita. A comunicação entre pares deve ocorrer em linguagem coloquial, diária. Espera-se o aparecimento de tentativas de soluções de natureza puramente intuitiva e empírica.
Formulação	Nesta etapa, o professor deve estimular uma maior troca de informações e colaboração entre os alunos, permitindo a comparação das soluções parciais e oportunizando a percepção de padrões. É natural que surja a necessidade de uma comunicação um pouco mais sistemática para permitir a troca de informações e comparações bem-sucedidas, mas sem exacerbada preocupação com linguagem matemática formal.
Validação	Neste momento, se faz necessário o uso de uma linguagem matemática mais cuidadosa, pois é aqui que os alunos devem apresentar, individualmente ou em grupo, suas soluções. Deve existir cuidado na comunicação, para que ela seja suficientemente clara para o restante da turma, já que são eles, seus pares, que irão julgar a certeza/pertinência/precisão das afirmações feitas.
Institucionalização	Etapa final para a realização da situação didática. Aqui o professor volta a ser o ator principal da aula. Ele deve agora fazer uma análise e síntese das respostas e soluções dos alunos, apresentando a formalização matemática esperado para o assunto escolhido, levando em conta as soluções e concepções apresentadas pelos alunos, situando-as dentro da teoria matemática que se deseja abordar, discutindo os conceitos convergentes e aproveitando os erros para explorar o assunto.

Fonte: Construção nossa

As três primeiras fases caracterizam a situação adidática, que segundo Brousseau (1986) *apud* Teixeira e Passos (2013), a situação adidática é representada pelo esforço independente do aluno, em certos momentos de aprendizagem, já para o professor, cabe a função somente de mediador. Porém, quando o aluno apresenta dificuldade na resolução da situação adidática, "o professor deve expressar intenção de orientá-lo no encaminhamento da resolução, caracterizando, assim, uma situação didática. Portanto, toda situação adidática pode tornar-se um tipo de situação didática" (TEIXEIRA; PASSOS, 2013, p.164).

Na última fase, Brousseau (2008, p. 21) pondera que o papel da institucionalização é "prover sentido de um saber". Seguindo essas quatro fases, o professor não fornece a resposta ao aluno, fazendo que o mesmo participe efetivamente da construção do seu saber, com bases em suas experiências e sua interação com o meio.

A seção seguinte, apresenta uma definição de Situação Didática Olímpica, exposta por alguns autores da área da Educação Matemática.

Situação Didática Olímpica – SDO

A Situação Didática Olímpica (SDO) está fundamentada a partir da noção de situação didática de Brousseau (2008), originada da TSD, voltada especificamente para os fenômenos de ensino e aprendizagem da matemática envolvendo problemas apresentados em olimpíadas.

Segundo Oliveira e Alves (2017, p. 251) a situação didática olímpica "servirá de apoio às atividades olímpicas ministradas pelo professor", provocando os conhecimentos prévios dos alunos e estimulando o processo de aquisição do conhecimento matemático.

Santos e Alves (2017) nos apresentam uma definição para SDO, como sendo:

> Um conjunto de relações estabelecidas implicitamente ou explicitamente, entre um aluno ou grupo de alunos, um certo meio (compreendendo ainda o conhecimento matemático abordado por intermédio de problemas de competição e de olimpíadas) e um sistema educativo, com o objetivo de permitir a apropriação, por parte destes alunos de um conhecimento constituído ou em vias de constituição, oriundo de um ambiente de competição e problemas ou um conjunto de problemas característicos das olimpíadas. (SANTOS; ALVES, 2017, p. 285).

Assim, entendemos que SDO pode ser considerada uma proposta de uma sequência didática capaz de estabelecer relações de ensino-aprendizagem em matemática a partir de situações de ensino, com base na convivência com problemas que possuem características de olimpíadas, ou seja, problemas encontrados em provas de competição.

A SDO inicia com uma situação adidática, isto é, uma situação que a intenção de ensinar não é revelada para o aluno, "mas foi imaginada, planejada e construída pelo professor para proporcionar a este condições favoráveis para a apropriação do novo saber que deseja ensinar" (ALMOULOUD, 2007, p. 33). E se encerra com a reorganização, por parte do professor, do saber produzido pelos alunos.

O uso do Geogebra em SDO

Para Gladcheff, Zuffi e Silva (2001), o uso dos softwares podem ser um importante aliado no desenvolvimento cognitivo do aluno, permitindo um ensino que se adapte a diferentes ritmos de aprendizagens e a exploração potencial de erros cometidos pelos alunos como catalizador da construção do conhecimento. Pereira (2016) relata sobre as possibilidades oferecidas pelas as tecnologias digitais para trabalhar com a geometria dinâmica, de forma que propriedades matemáticas sejam mantidas em construções planas e espaciais que se movimentem conforme sua construção.

Nesse trabalho, usamos o software GeoGebra, pois o mesmo reúne recursos que abordam Geometria, Álgebra e Cálculo, podendo ser empregado no ensino da matemática em qualquer nível ou modalidade de ensino, como apoio à exploração de problemas olímpicos, seguindo os passos de Oliveira (2016), Pereira (2016) e Santos e Alves (2017), que relatam experiências exitosas no uso do Geogebra para a abordagem de situações de ensino.

Segundo Santos e Alves (2018), o GeoGebra busca realizar uma transposição didática através da modelização do problema, ou seja, o aluno relaciona os elementos matemáticos construindo conceitos. Assim, usado corretamente pelo professor, esse software tem o papel de realizar uma modelagem, permitindo por meio das construções e interatividade.

Metodologia e descrição da atividade

Este trabalho utilizou como metodologia de ensino as fases dialéticas da TSD (ação, formulação, validação e institucionalização) para vivenciarmos um exemplo de aplicação de uma Situação Didática Olímpica dentro de um problema da prova da OBMEP de 2015. O software GeoGebra foi usado como recurso didático para realizar uma modelagem matemática, proporcionando uma melhor visualização e interpretação do problema explorado e cativar o aluno usando recursos digitais no ensino de matemática.

A partir do embasamento matemático, apoiado pelos conhecimentos prévios e seguindo uma sequência didática, de acordo com as dialéticas de Brousseau, podemos conhecer os obstáculos epistemológico dos alunos e no decorrer do desenvolvimento da situação didática, eles podem ser superados aos poucos.

Neste trabalho, apresentamos uma ação descritiva das possíveis soluções e comportamentos dos alunos a partir de uma situação didática. Seguimos o mesmo procedimento que Santos e Alves (2017, p. 453) realizaram:

> Assim, na elaboração dessas situações realizamos uma ação descritiva e preditiva, no sentido de estabelecermos os possíveis comportamentos e resoluções dos alunos, de acordo com cada fase da TSD, além do levantamento de algumas hipóteses didáticas relativas às situações propostas, caracterizando uma análise preliminar da dimensão cognitiva dos alunos.

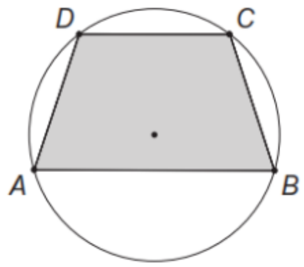
A seguir, expomos um problema olímpico da prova da OBMEP da primeira fase de 2015/Nível 3, abordando as fases previstas pela TSD, a fim de exemplificar uma SDO.

• Um exemplo de Situação Didática Olímpica

Conhecimentos prévios: circunferência, teorema de Pitágoras, produtos notáveis e sistema de equações.

Problema – (OBMEP 2015 – 1ª fase/ Nível 3 – questão 17)

Na figura, ABCD é um trapézio inscrito numa circunferência. A base maior do trapézio mede 16 cm, a base menor 10 cm e a altura 9 cm. Qual é a medida, em centímetros, do raio da circunferência?

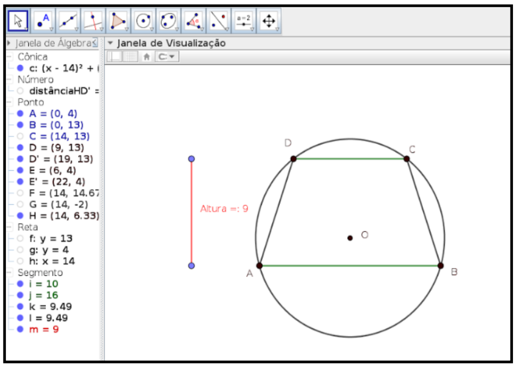


Dialética de ação – Essa etapa é marcada pela ação inicial que o discente tem ao se deparar com o enunciado e a figura apresentada no próprio problema. Inicialmente, o aluno poderá realizar esboços geométricos que possam auxiliá-lo em desenvolver alguma estratégia de resolução. Esperamos que seja percebido pelo aluno a definição da circunferência, que diz que toda distância do centro à extremidade da circunferência equivale ao raio, tendo sempre a mesma medida, isto é, sendo O centro da circunferência, temos: $\overline{AO} = \overline{OB} = \overline{OC} = \overline{OD} = r$. Em seguida, esperamos que sejam notados os triângulos isósceles presentes no problema e a possibilidade de aplicação do teorema de Pitágoras, ferramentas fundamentais na resolução. Se no decorrer do processo de resolução os alunos apresentarem dificuldades cabe ao professor apresentar algumas construções no GeoGebra que permitam visualizar e conjecturar ideias que servem de apoio para encontrar a solução, este procedimento será exporto na fase a seguir.

Possíveis dificuldades na construção epistêmica, por parte do aluno, residem na linguagem matemática própria ao problema, como por exemplo, conhecer as definições e conceitos evocados pelos termos “trapézio inscrito”, “circunferência”, “base maior do trapézio”, “a base menor do trapézio” e “raio da circunferência”. Sem o conhecimento das definições precisas, o aluno provavelmente ficará em uma situação de impasse diante do problema.

Dialética de formulação – Nesta etapa, o aluno troca informações (escritas ou orais) com os colegas de turma. Para Almouloud (2007, p. 38), “é o momento em que o aluno ou grupo de alunos explicita, por escrito ou oralmente, as ferramentas que utilizou e a solução encontrada”. Essa etapa é marcada também, pela modelagem matemática realizada pelos alunos usando o software GeoGebra (Figura 1). O professor pode auxiliar o aluno a ter uma melhor compreensão do problema ao visualizar sua construção no GeoGebra e realizar algumas modificações na figura, deixando-a mais clara e que o aluno perceba o caminho que dará até a resposta desejada, apresentando de forma algébrica o que veem em cada construção realizada no GeoGebra.

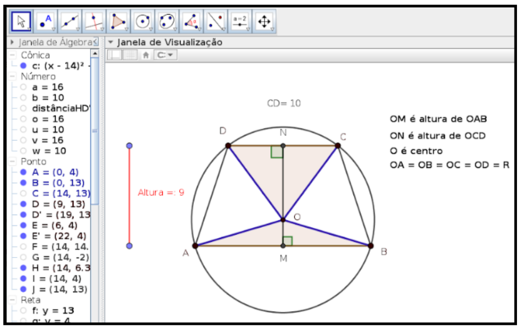
Figura 1 - Trapézio inscrito numa circunferência.



Fonte: Construção nossa.

Esperamos aqui que os alunos encontrem a estrutura essencial que resulta na solução do problema. Os mesmos devem observar que ao traçar a altura do trapézio e traçar segmentos dos vértices do trapézio para o centro da circunferência, seja possível visualizar os triângulos isósceles (AOB e DOC) e os ângulos retos (M e N), como nos mostra a figura 2.

Figura 2 - Visualização dos triângulos isósceles e ângulos retos.

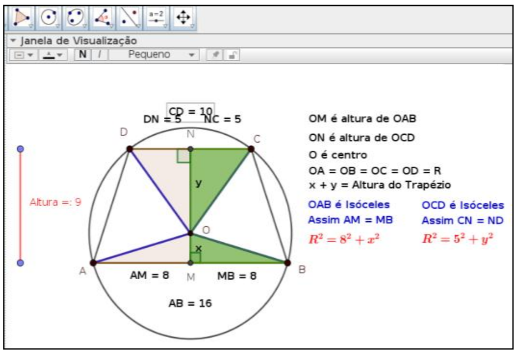


Fonte: Construção nossa.

Esperamos que o aluno perceba as simetrias e recorde algumas propriedades dos triângulos isósceles. Uma propriedade em particular, em que a altura do triângulo isósceles divide o lado oposto em duas partes iguais, é particularmente importante para a solução do problema. Observe que NB = 8 e NA = 8, de forma equivalente, MC = 5 e MD = 5. É possível visualizar esses fatos na figura 2.

Por fim, os alunos devem identificar que os triângulos $O\hat{N}B$ e $O\hat{M}C$ são retângulos (Figura 3), cabendo agora a aplicação do teorema de Pitágoras nos dois triângulos.

Figura 3 - Visualização dos triângulos retângulos no GeoGebra.



Fonte: Construção nossa.

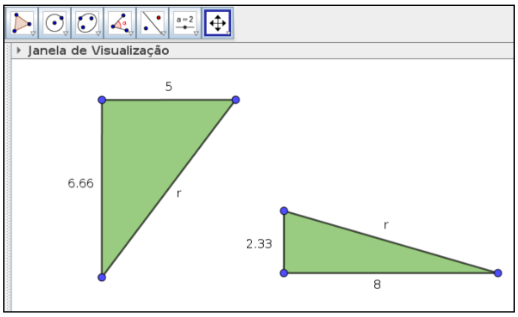
Esperamos que as escritas dos alunos tenham se formulado nessa etapa, contudo pode acontecer de haver erros de cálculo aritmético. Também pode ocorrer que os alunos não possuam domínio das propriedades associadas ao triângulo isósceles ou que tenham dificuldades na percepção que os lados dos triângulos coincidem com os raios da circunferência circunscrita.

Dialética de validação – Essa etapa é marcada pelo momento de verificação de tudo que foi construído pela modelização e procedimentos matemáticos. Para Almouloud (2007, p. 39) nessa etapa "o aprendiz deve mostrar a validade do modelo por ele criado, submetendo a mensagem matemática ao julgamento de um interlocutor". Então, prevemos que com a utilização do GeoGebra o aluno seja capaz de elaborar conjecturas para fornecer um conjunto ampliado de informações para solucionar o problema. Cabe nessa etapa, o momento de exposição das construções feitas no GeoGebra para fornecer dados expressivos como prova da validação do conhecimento.

Durante o processo de validação, é esperado que os alunos consigam encadear a sequência de argumentos usados para chegar na etapa indicada na figura 4, justificando assim a coerência de sua solução. Na validação são avaliados em especial o processo de argumentação com o uso de linguagem matemática apropriada. Nesse caso, a própria linguagem matemática pode ser um obstáculo epistemológico, pois o aluno precisa remodelar sua dedução na terminologia formal exigida por tal linguagem.

A seguir, na figura 4, esperamos que o aluno aplique o Teorema de Pitágoras em qualquer um dos triângulos retângulos encontrados na etapa anterior, encontrando assim a solução do problema.

Figura 4 - Visualização dos triângulos retângulos e suas medidas no GeoGebra.



Fonte: Construção nossa.

Dialética de institucionalização – Nessa etapa, o professor retorna a sua posição como mediador, formalizando os procedimentos encontrados pelos alunos nas etapas anteriores (ação, formulação e validação), procurando destacar as soluções manifestadas pelos alunos, contrapondo-as com a estrutura matemática corroborada pela academia. A situação da institucionalização é definida por Almouloud (2007, p. 40) como sendo, "aquelas em que o professor fixa convencionalmente e explicitamente o estatuto cognitivo do saber. Uma vez construído e validado, o novo conhecimento vai fazer parte do patrimônio matemático da classe".

Dessa forma, os conhecimentos encontrados pelos alunos nessa situação de ensino devem contribuir para a descoberta, da estruturação formal e da compreensão, além da construção de um saber científico referente ao teorema.

A seguir apresentamos o trecho final da solução oferecida pelo gabarito oficial do material de origem do problema selecionado. O professor, nessa situação em particular, deve apresentá-la, sempre retornando e comparando suas etapas com o conjunto de conhecimentos manifestados pelos alunos nas fases dialéticas anteriores. O teorema chave para finalizar a questão é o conhecido Teorema de Pitágoras, que enuncia a famosa relação entre catetos e hipotenusa de um triângulo retângulo, como enunciado abaixo:

Teorema 1 (Pitágoras): “Em todo triângulo retângulo o quadrado do comprimento da hipotenusa é igual a soma dos quadrados dos comprimentos dos catetos. Em termo da notação, temos: $a^2 = b^2 + c^2$ ” (BARBOSA, p. 114).

De fato, aplicando o Teorema de Pitágoras nos triângulos $O\hat{N}B$ e $O\hat{M}C$, respectivamente, temos:

$$r^2 = 8^2 + y^2 \quad \text{e} \quad r^2 = 5^2 + x^2$$

Por outro lado, o problema consiste em resolver o sistema de equações: $\begin{cases} r^2 = 8^2 + y^2 \\ r^2 = 5^2 + x^2 \end{cases}$, então, realizando os cálculos:

$$r^2 - r^2 = 8^2 - 5^2 + y^2 - x^2 \Rightarrow 0 = 64 - 25 + y^2 - x^2 \Rightarrow x^2 - y^2 = 39$$

Em seguida, aplica os produtos notáveis, devido o valor de (x + y) já ser conhecido, ou seja, (x + y) é a altura do trapézio, medindo 9 cm. Então,

$$x^2 - y^2 = 39 \Rightarrow (x-y)\cdot(x+y) = 39 \Rightarrow (x-y)\cdot 9 = 39 \Rightarrow$$

Simplifica $(x-y) = \frac{39}{9}$ sultado de forma equivalente, temos:

$(x-y) = \frac{13}{3}$, agora sendo possível observar outro sistema de equações:

$$\begin{cases} x + y = 9 \\ x - y = \frac{13}{3} \end{cases}$$

Resolvendo esse sistema pelo método da adição, temos:

$$2x - 0y = 9 + \frac{13}{3} \Rightarrow 2x = \frac{27+13}{3} \Rightarrow 2x = \frac{40}{3} \Rightarrow x = \frac{20}{3}$$

Por fim, encontrado o valor de x, substituiremos:

$$r^2 = 5^2 + x^2 \Rightarrow r^2 = 25 + \left(\frac{20}{3}\right)^2 \Rightarrow r^2 = 25 + \frac{400}{9} \Rightarrow r^2 = \frac{225+400}{9}$$

$$r^2 = \frac{625}{9} \Rightarrow r = \sqrt{\frac{625}{9}} = \frac{25}{3} = 8{,}33$$

Então, a medida do raio da circunferência é aproximadamente 8,33 cm.

Segundo Almouloud (2007, p. 40) após a institucionalização feita pelo professor, “o saber torna-se oficial e os alunos devem incorporá-lo a seus esquemas mentais, tornando-o assim disponível para utilização na resolução de problemas matemáticos”.

Como obstáculo epistemológico, a linguagem algébrica pode oferecer particular dificuldade em sua interpretação e acompanhamento das etapas da solução, devendo o professor monitorar cuidadosamente se os alunos são capazes de seguir junto com os cálculos efetuados pelo professor.

Na proposta apresentada nessa situação, além da sua forma algébrica, obtemos a modelização computacional explorada pela SDO e aplicada no software GeoGebra, na qual o aluno tem a oportunidade de resolver o problema de forma reflexiva, autônoma e explorando sua criatividade. A seguir, serão apresentadas as conclusões obtidas a partir do exposto no percurso desse trabalho.

Considerações finais

Neste trabalho buscamos apresentar uma proposta didática para os professores de Matemática do Ensino Médio de como trabalhar com problemas olímpicos, especificamente problemas da OBMEP do nível 3, a partir de uma sequência didática, pois entendemos que ela dá subsídios para uma conduta de planejamento mais seguro, dando ao professor informações sobre quais conteúdos precisam ser retomados ou avançados.

Adotamos como teoria de ensino a Teoria das Situações Didáticas (TSD) de Guy Brousseau para apresentar um exemplo de aplicação da TSD em uma Situação Didática Olímpica e contamos com o auxílio do software GeoGebra para realizar uma transposição didática do problema olímpico. Acreditamos que cada etapa da solução, seguindo as quatro dialéticas da TSD, pode ser construída pelo próprio estudante, implicando na evolução de seu aprendizado (OLIVEIRA; ALVES; SILVA, 2017). Já para o professor, as descobertas dos obstáculos epistemológicos que surgirão no decorrer da atividade servirão para mediar e superar esses desafios/dificuldades no momento da institucionalização, além de analisar a necessidade de uma aula de revisão ou se pode avançar com o conteúdo.

A Situação Didática Olímpica (SDO) apresentada teve como intenção despertar no professor de Matemática a importância de se trabalhar com uma sequência didática voltada na preparação dos alunos na resolução de problemas de olimpíadas. Para Santos e Alves (2018) há diversas estratégias que podem levar a resolver um problema, as quais com a mediação adequada do professor, os alunos têm a possibilidade de selecionar a melhor estratégia. Esperamos que o ensino e a preparação para a OBMEP, realizada de forma prática, possa atrair um número maior de alunos interessados pelo ambiente de competição, direcionando o ensino de olimpíadas não apenas para alunos reconhecidos como mais habilidosos no estudo da Matemática (SANTOS; ALVES, 2018). Com isso, desejamos ocasionar uma ponte para atrair a atenção dos alunos, aumentando sua participação nas olimpíadas e uma maior interação entre professor e aluno.

Por fim, existe uma necessidade de promover situações didáticas voltadas para resolução de problemas olímpicos aplicada na formação do professor, onde o mesmo se sinta mais preparado e possa incluir na sua prática de ensino questões da OBMEP ou de outras olimpíadas. Por isso, sugerimos uma proposta ao professor de matemática do ensino médio a realizar sua aula seguindo as dialéticas estabelecidas por Brousseau (ação, formulação, validação e institucionalização) com auxílio do software GeoGebra, de forma a despertar um ensino e aprendizagem para os problemas de olimpíadas, contribuindo com seu aperfeiçoamento e melhorando o ensino de matemática da sua escola e até mesmo do país.

Referências

ALMOULOUD, S. A. *Fundamentos da Didática da Matemática*. Paraná: UFPR, 2007.

ALVES, W. J. S**.** *O Impacto da Olimpíada de Matemática em Alunos da Escola Pública*. 2010. 30f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática - PROFMAT) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC, 2010.

ALVES, F. R. V; CAVALCANTE, M. R. Obstáculos (epistemológicos) e o Ensino de Ciências e Matemática. *Interfaces da Educação*, Paranaíba, v. 8, n. 23, p 253 – 272, 2017.

ALVES, F. R. V. Didática de Matemática: Seus pressupostos de ordem epistemológica, metodológica e cognitiva. *Interfaces da Educação*, Parnaíba, v. 7, n. 21, 2016.

BARBOSA, J. L. M. *Geometria Euclidiana Plana*. 3. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

BROUSSEAU, Guy. *Introdução ao estudo da teoria das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino*. Apresentação de Benedito Antônio da Silva. São Paulo: Ática. 2008.

GLADCHEFF, A. P.; ZUFFI, E. M.; SILVA, M. da. *Um Instrumento para Avaliação da Qualidade de Softwares Educacionais de Matemática para o Ensino Fundamental*. Anais do XXI Congresso da Sociedade Brasileira de Computação. Fortaleza, 2001. Disponível em:<http://www.pucrs.br/famat/viali/tic_literatura/artigos/pacotes/Avalia%C3%A7%C3%A3o%20de%20software%20educativo%20para%20o%20ensino%20da%20matem%C3%A1tica%20do%20fundamental.pdf>. Acesso em: 12 ago. 2017.

OBMEP: *OBMEP 12 anos*. Rio de Janeiro: IMPA, 2017. Disponível em:< http://www.obmep.org.br/images/Revista_OBMEP_12_anos.pdf>. Acesso em: 10 out. 2018.

OBMEP: *prova de 2015 nível 3***.** Rio de Janeiro: IMPA, 2015. Disponível em:< http://www.obmep.org.br/provas_static/pf1n3-2015.pdf>. Acesso em: 02 fev. 2018.

OBMEP: *Regulamento***.** Rio de Janeiro: IMPA, 2018. Disponível em:< http://www.obmep.org.br/regulamento.htm>. Acesso em: 02 fev. 2018.

OLIVEIRA, C. C. N. Olímpiadas de Matemática: Concepção e *descrição de "Situações Olímpicas" com recurso do software Geogebra*. 2016. 137f. Dissertação (mestrado profissional em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2016.

OLIVEIRA, C. C. N. ALVES, F. R. V. SILVA, R S. Concepção e descrição de situações olímpicas com auxílio do GeoGebra. *Revista Thema*, Pelotas, v. 14, n. 3, p. 250-263, 2017.

PEREIRA, L. A. *Geometria Dinâmica na resolução de questões da OBMEP***.** Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática, Curitiba – PR, 12 a 14 de novembro de 2016. Disponível em: <http://www.ebrapem2016.ufpr.br/wp-content/uploads/2016/04/gd6_lais_pereira.pdf>. Acesso em: 01 mai. 2018.

POMMER, W. M. *Brousseau e a ideia de Situação Didática*. Seminários de Ensino de Matemática/ FEUSP, 2008. Disponível em: <http://www.nilsonjosemachado.net/sema20080902.pdf>. Acesso em: 25 jun. 2017.

SANTOS, A. A. ALVES, F. R. V. A Engenharia Didática em articulação com a Teoria das Situações Didáticas como percurso metodológico ao estudo e ensino de

Matemática. Revista *Acta Scientiae*, Canoas, v.19, n. 3, p.447-465, maio/jun.2017.

SANTOS, A. P. R. A. ALVES, F. R. V. A teoria das situações didáticas no ensino das Olimpíadas de Matemática: Uma aplicação do Teorema de Pitot. Revista *Indagatio Didactica*, v.9, n.4, p. 279-296, 2017. Disponível em:< http://revistas.ua.pt/index.php/ID/article/view/6158/4739>. Acesso em: 02 abr. 2018.

SANTOS, A. P. R. A. ALVES, F. R. V. A Engenharia Didática para o ensino de Olimpíadas de Matemática: Situações Olímpicas com o amparo do software Geogebra. *Revista Góndola, Enseñanza y Aprendizaje de las Ciencias*, v.13, n.1, p. 141-154, 2018. SILVA, N. A; FERREIRA, M. V. V; TOZETTI, K. D. *Um estudo sobre a situação didática de Guy Brousseau.* XII Congresso Nacional de Educação, PUC-PR, 26 a 29/10/2015. Disponível em:<http://educere.bruc.com.br/arquivo/pdf2015/18159_8051.pdf>. Acesso em: 20 ago. 2017.

TEIXEIRA, P. J. M; PASSOS, C. C. M. *Um pouco da teoria das situações didáticas (tsd) de Guy Brousseau*. Revista *Zetetiké*, FE/Unicamp, v. 21, n. 39, p. 155-168, jan/jun 2013.

VICTOR, C. A. S. *Olimpíada de Matemática: que preciosidades matemáticas envolvem os problemas desta competição e qual o seu impacto para o professor de matemática sem experiência em olimpíadas e a sua importância para o estudante?* Dissertação (Mestrado em Rede Nacional – PROFMAT)- Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, RJ, 2013. Disponível em:<https://sca.profmat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=27919>. Acesso em: 12 dez. 2017.

Italândia Ferreira de Azevedo – Especialista em Ensino de Matemática, mestranda do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PGECM/IFCE), Brasil. E-mail: italandiag@gmail.com.

Francisco Régis Vieira Alves – Doutor em Educação, docente do programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PGECM/IFCE), docente do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (ENCIMA/UFC), docente do Mestrado Profissional em Educação Profissional e Tecnológica (PROEPT/IFCE), Brasil. E-mail: fregis@gmx.fr

Joyce Carneiro de Oliveira - Doutora em Educação, docente do IFCE/campus Maracanaú e do programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PGECM/IFCE), Brasil. E-mail: joyce.carneiro@ifce.edu.br.