

## OBJETO DE APRENDIZAGEM PARA O ENSINO MÉDIO E EDUCAÇÃO PROFISSIONAL - SISTEMAS DE EQUAÇÕES ALGÉBRICAS LINEARES APLICADOS EM CIRCUITOS

**Learning object for high school and professional education – linear algebraic equations systems applied in circuits**

Fábio Mendes Ramos

João Bosco Laudares

### Resumo

Este artigo resultou de uma pesquisa realizada num Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, no Grupo de Pesquisa em Informática e Metodologia para o Ensino de Matemática – GRUPIMEM e no interior do Projeto aprovado pela FAPEMIG: “Objetos de Aprendizagem para o Ensino de Matemática na Educação Profissional Técnica de Nível Médio”. Trata-se da criação de um Objeto de Aprendizagem para o ensino médio e educação profissional técnica, desenvolvido como método dinâmico e interativo para o ensino-aprendizagem de sistemas equações lineares com aplicação no estudo de circuitos elétricos. Para dar suporte teórico e conceitual à investigação, foram considerados parâmetros de informática educativa, ensino de sistemas de equações lineares e Objetos de Aprendizagem (OA). A metodologia empregada buscou instrumentação da informática, sendo desenvolvido um OA com atividades organizadas numa sequência didática. O OA foi aplicado a estudantes dos cursos técnicos em Eletrotécnica de um Instituto Federal. Os resultados da aplicação foram analisados quantitativamente, por recursos da estatística descritiva e, qualitativamente, usando parâmetros da análise de erros. A contribuição dos resultados da investigação, criação e experimentação do OA, está inserida no contexto da interdisciplinaridade: matemática da educação básica e educação profissional técnica, especificamente na resolução de sistemas de equações lineares e na resolução de problemas de correntes de malhas elétricas, estes equacionados por sistemas de equações lineares.

**Palavras-chave:** Objeto de Aprendizagem. Ensino Técnico. Sistemas de Equações Lineares. Circuitos.

### Abstract

This article was the result of a survey conducted in a Master's Degree in Teaching Science and Mathematics in the research group on Informatics and Methodology for Teaching of Mathematics - GRUPIMEM and inside of the Project approved by FAPEMIG: "Learning Objects for the Teaching of Mathematics in Professional Technical Education of Middle Level ". It is the creation of a Learning Object for high school and professional, technical education developed as dynamic and interactive method for teaching linear equations systems learning with application in the study of electric circuits. To give theoretic conceptual support to the investigation considered parameters of Educational Informatics, systems of linear equations teaching and Learning Objects (OA). The methodology employed, was sought informatics instrumentation developing an OA with activities organized in a sequence. It was applied The Learning Objects to students of the Electro-technical course in a Federal Institute. It was analyzed the results of the application quantitatively by descriptive statistics and resources, qualitatively, using parameters of error analysis. The contribution of the results of research, creation and experimentation of the OA, is inserted in the context of interdisciplinarity: mathematics of basic education and technical professional education, specifically on solving systems of linear equations and in solving problems of power currents, these balanced by systems of linear equations.

**Keywords:** Learning Object. Technical education. Systems of Linear Equations. Circuits.

## Introdução

Na prática docente, é possível verificar que muitos estudantes do ensino médio e da educação profissional apresentam dificuldades de aprendizagem em relação a determinados conteúdos das ciências exatas, dentre esses, o conteúdo de sistemas de equações algébricas lineares. Este artigo apresenta um estudo sobre um Objeto de Aprendizagem, desenvolvido para os sistemas de equações algébricas lineares no ensino médio e na educação profissional, com aplicação em circuitos.

Atualmente, o uso dos recursos tecnológicos está presente no cotidiano da sociedade, especialmente pelos jovens. Estes utilizam a tecnologia de diversas maneiras e para variados fins, seja na aquisição de informação ou como lazer. Assim sendo, trazer a tecnologia informática para o interior da escola pode ser um instrumento motivador para o processo ensino-aprendizagem do educando. Sobre a habilidade dos alunos em relação aos recursos tecnológicos, Almeida (2000, p. 108) considera que

os alunos por crescerem em uma sociedade permeada de recursos tecnológicos, são hábeis manipuladores da tecnologia e a dominam com maior rapidez e desenvoltura que seus professores. Mesmo os alunos pertencentes a camadas menos favorecidas têm contato com recursos tecnológicos na rua, na televisão, etc., e sua percepção sobre tais recursos é diferente da percepção de uma pessoa que cresceu numa época em que o convívio com a tecnologia era muito restrito.

As políticas públicas na área da educação têm trazido a ampliação das escolas técnicas de nível médio e permitindo um aumento quantitativo de profissionais atuantes nessa modalidade de ensino, entre eles, o professor de matemática. Um dos propósitos dos cursos técnicos é que o discente tenha acesso imediato ao mercado de trabalho, estando capacitado com conhecimentos teóricos e práticos em diversas atividades do setor produtivo. Entretanto, muitos docentes de matemática encontram dificuldade em relacionar os conteúdos dessa disciplina à área técnica.

Assim, com a ampliação dos programas da educação técnica e tecnológica pelos Institutos Federais, verifica-se a necessidade de produção de materiais didáticos específicos para esse tipo de formação. Também se observa uma

maior demanda no que diz respeito à estruturação física e laboratorial nas referidas instituições, a fim de que se obtenha melhor qualidade do ensino na formação de técnicos e tecnólogos demandados pelo setor produtivo.

Considerando que a aprendizagem se torna potencialmente mais efetiva, quando a transmissão de informações ocorre por canais verbais e visuais, foi proposto o desenvolvimento de um Objeto de Aprendizagem (OA) para o ensino médio e para a educação profissional, como método de ensino dinâmico e interativo no ensino-aprendizagem de matemática, com atividades sequenciais, que utilizam interpretações gráficas para o ensino de sistemas de equações lineares com aplicações em circuito.

O Objeto proposto utiliza circuitos elétricos de malhas baseados nas 1ª e 2ª Leis de Kirchhoff. A primeira, a Lei de Kirchhoff das Correntes (LKC), estabelece que é nulo o somatório algébrico das correntes incidentes em qualquer nó de um circuito eletrônico. Já a segunda, a Lei de Kirchhoff das Tensões (LKT), ou lei de malha, institui que é nulo o somatório das quedas e elevações de tensão ao longo de um caminho fechado em um circuito elétrico. Tais leis são matematizadas por sistemas de equações lineares, conteúdo de matemática da educação básica.

Espera-se que o Objeto de Aprendizagem contribua para melhor compreensão pelos estudantes dos cursos técnicos e do ensino médio do conteúdo de sistemas lineares, possibilitando uma interdisciplinaridade da matemática com a educação técnica e tecnológica, no estudo de fenômenos físicos em correntes de malhas elétricas.

A investigação foi desenvolvida através de uma parceria entre um Mestrado e instituições da Educação Profissional Técnica. Os pesquisadores integram grupos de pesquisa com objetos da educação matemática básica e superior. Esses grupos têm como um dos objetivos realizar estudos e intervenções no ensino de matemática com foco na incorporação das tecnologias da informação e comunicação em sala de aula.

## A tecnologia no ensino

De acordo com Jucá (2006), devido à incompatibilidade de recursos físicos, as universidades e centros de formação profissional utilizam-se de ambiente didático de simulação de componentes físicos, para sanar a

falta do ambiente físico real. Em grande parte dos cursos profissionalizantes, evidencia-se a necessidade de que os conteúdos específicos ensinados sejam relacionados à matemática dentro de uma proposta menos tradicionalista. Para tanto, segundo Lopes (2008), o professor deve ser criativo, de espírito transformador e buscar inovar sua prática pedagógica, dinamizando as atividades desenvolvidas em sala de aula, o que demanda o uso da tecnologia informática integrada ao ensino dos conteúdos educativos.

Moran (2014) afirma que estamos caminhando para uma nova fase de convergência e integração das mídias. Conforme o autor, tudo começa a integrar-se e pode ser divulgado em alguma mídia e todos podem ser produtores e divulgadores de informações por meio dela. O mundo físico se reproduz em plataformas digitais e os serviços podem ser realizados tanto no meio físico, quanto virtualmente. Há um diálogo crescente entre o mundo físico e o digital, em que as informações são compartilhadas nas atividades de pesquisa, lazer, relacionamento e outras, os quais têm impactado a educação escolar e as formas de ensino e aprendizado a que estamos habituados.

Moran (2014, p.30) é um defensor do uso da tecnologia no ensino. Para o autor, “a tecnologia digital móvel desafia as instituições a sair do ensino tradicional, em que o professor é o centro, para uma aprendizagem mais participativa e integrada”. Assim, na perspectiva de se criar um material didático, que auxilie o ensino de matemática no conteúdo de sistemas de equações lineares, o OA desenvolvido é uma ferramenta didática na prática educativa, utilizando a tecnologia no processo ensino-aprendizagem.

Ainda, segundo Moran (2014), as tecnologias oferecem dados, imagens e resultados de forma rápida e atraente, e o educador, como mediador do conhecimento, deverá ser capaz de orientar seus alunos na interpretação desses dados, contextualizando-os e relacionando-os, bem como motivando o educando a buscar sempre mais informações.

Todavia, Valente (1995) adverte que o sucesso da transmissão da informação e a realização das atividades não significa que de fato ocorrerá a compreensão e fixação do conteúdo. Conforme o mesmo autor, o uso da informática na educação, muitas vezes, tem seguido o mesmo processo educacional tradicional de repasse do saber sem significado.

Dependendo do tipo de *software* utilizado, do envolvimento do professor e da interação aluno-computador, o aluno pode ou não compreender aquilo que realizou.

Ainda, segundo Valente (1995), na mediação da construção do conhecimento do aluno em interação com o computador, é importante que o docente compreenda a ideia do estudante de modo que possa contribuir na formação do conhecimento deste. Portanto, o professor tem um papel fundamental na mediação da aquisição do conhecimento pelo estudante por meio dessa ferramenta. Para isso, é importante que esteja preparado para utilizá-la de forma que favoreça satisfatoriamente o processo ensino-aprendizagem. Nesse sentido, Moran, Masetto e Behrens (2014, p. 77) corrobora que

num mundo globalizado, que derruba barreiras de tempo e espaço, o acesso à tecnologia exige atitude crítica e inovadora, possibilitando o relacionamento com a sociedade como um todo. O desafio passa por criar e permitir uma nova ação docente na qual professor e alunos participam de um processo conjunto para aprender de forma criativa, dinâmica, encorajadora e que tenha como essência o diálogo e a descoberta.

Conforme Lévy (1996), já na década de noventa do século passado, defendia a mudança na prática pedagógica, pois a educação não pode estagnar em práticas arcaicas e ultrapassadas, que não refletem o momento da sociedade contemporânea. Nessa perspectiva, o *ciberespaço*<sup>1</sup> pode oferecer múltiplas possibilidades para se trabalhar e aprimorar as capacidades cognitivas, propiciando aos alunos a formação de sua identidade, o desenvolvimento de sua capacidade crítica, de sua autoconfiança e de sua criatividade.

Há que se considerar que usar a tecnologia, como suporte para a utilização da informática em sala de aula no ensino de matemática, não é uma tarefa simples. Contudo, é possível fazê-lo de forma eficaz e proveitosa, visto que a inovação e disponibilidade para aprender novas técnicas de ensino são papéis fundamentais na didática de uma aula que se deseja ativa e produtiva. Nesse sentido, Kensky (1998, p.61) pondera que

o estilo digital engendra, obrigatoriamente, não apenas uso dos

<sup>1</sup> É um ambiente virtual constituído por informações que circulam na rede de computadores e telecomunicação.

novos equipamentos para a produção e apreensão do conhecimento, mas também novos comportamentos de aprendizagem, novas racionalidades, novos produtos e em novas áreas; obrigando-nos a não mais ignorar sua presença e importância.

Borba e Penteado (2012) asseveram que o uso da tecnologia no ensino pressupõe uma mudança na prática docente, não sendo uma exigência somente daquelas pessoas que a utilizam, mas de todo o corpo docente. Devido a complexidade do ensino, das propostas didáticas envolvidas e das normas que estruturam o funcionamento da escola, o professor está sujeito para mudanças em sua forma de ensinar. Daí a emergência de se criar um ambiente tecnológico para educação formal.

Segundo o grupo de estudos *Learning Objects Metadata – LOM* (2000 *apud* Wiley 2000, p.5) estabelecido pelo *Institute of Electrical and Electronics Engineers – IEEE*,

[...] exemplos de tecnologia de suporte de aprendizagem incluem sistemas de treinamento baseado em computador, ambiente de aprendizagem interativos, sistemas de instrução inteligentes auxiliados por computadores, sistemas de ensino a distância e ambientes de aprendizagem colaborativa. Exemplos de Objetos de Aprendizagem incluem conteúdo multimídia, conteúdos educacionais, objetos de aprendizagem, software instrucional e ferramentas de software e pessoas, organizações ou eventos referenciados durante a aprendizagem tecnológica suportada.

Wiley (2000) considera que um Objeto de Aprendizagem é qualquer recurso digital que pode ser reutilizado para apoiar a aprendizagem. Por sua vez, Silva (2011), Munhoz (2013) e Braga (2014) definem o Objeto de Aprendizagem como um recurso digital que possui conteúdos educacionais, os quais são reutilizados em contextos diversos.

Sendo o Objeto de Aprendizagem uma tecnologia recente, não existe um consenso universal a respeito de sua definição. Para Galafassi, Gluz e Galafassi (2013), um Objeto de Aprendizagem demanda características técnicas a serem aplicadas na educação. Dessa forma, os OAs podem ser analisados em duas perspectivas: pedagógica e técnica.

Galafassi, Gluz e Galafassi (2013) ponderam que alguns aspectos pedagógicos são

importantes e devem ser considerados na elaboração de um OA, tais como:

Interatividade: indica se há suporte às concretizações e ações mentais, requerendo que o estudante interaja com o conteúdo de alguma forma, podendo ver, ouvir ou responder algo;  
Autonomia: indica se os recursos de aprendizagem apoiam a iniciativa e tomada de decisão;  
Cooperação: indica se há suporte para os usuários trocarem ideias e trabalharem coletivamente sobre o conceito apresentado;  
Cognição: refere-se às sobrecargas cognitivas colocadas na memória do aprendiz durante o processo de ensino-aprendizagem;  
Efetividade: está relacionado com sentimentos e motivações do aluno com sua aprendizagem e com seus professores e colegas (GALAFASSI; GLUZ; GALAFASSI, 2013, p. 43).

Portanto, considerando os aspectos pedagógicos e características técnicas dos OAs, buscou-se embasamento teórico nas proposições de Jucá (2006), Moran (2014), Lévy (1996), entre outros autores, que discutem sobre o uso da tecnologia informática como meio de melhorar a prática pedagógica docente, com a criação e experimentação de um objeto de aprendizagem.

## O conteúdo das atividades

### Equações algébricas e sistema de equações algébricas

Nesta investigação, trabalha-se a resolução e aplicação de sistemas lineares de  $2 \times 2$  e  $3 \times 3$ .

Lima *et al.* (2006, p. 97) definem sistemas lineares de duas incógnitas da seguinte forma: “Ao escrever uma equação  $ax + by = c$ , estaremos admitindo tacitamente que  $a^2 + b^2 \neq 0$ , isto é, que os coeficientes  $a$  e  $b$  se anulam simultaneamente.”

Uma solução do sistema linear

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases} \quad (1)$$

é um par  $(x,y) \in \mathbb{R}^2$  cujas coordenadas  $x$ ,  $y$  satisfazem a ambas as equações. O sistema (1) é indeterminado, impossível ou determinado

quando admite, respectivamente, mais de uma, nenhuma ou uma única solução.

Ainda, segundo Lima *et al.* (2006), sistema de três equações com três incógnitas é representado e analisado, geometricamente, através da interseção de planos. Foi privilegiado a representação geométrica como instrumentação de compreensão conceitual da solução de sistemas de equações. Considerando agora o sistema (2):

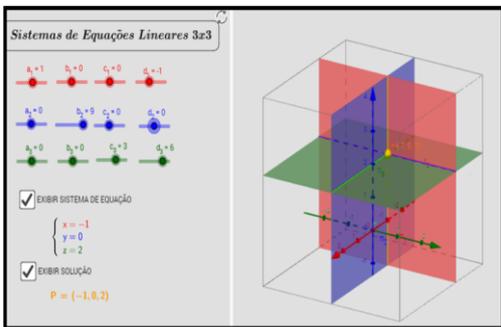
$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \end{cases} \quad (2)$$

de três equações com três incógnitas, estas representadas como planos em termos de  $(x,y,z) \in \mathbb{R}^3$ , sendo a solução do sistema quando o ponto  $P=(x,y,z)$  pertence à interseção dos três planos.

Uma das atividades propõe relacionar sistemas de equações lineares 3x3, com a geometria plana. Ao estudar sistemas de equações lineares com aplicação à geometria plana, os alunos analisam as oito posições relativas ao plano no espaço, refletindo as possíveis soluções dos sistemas – sistema possível e determinado, sistema possível e indeterminado e sistema impossível.

Pretende-se, nesta atividade, que o estudante exercite a visualização pela análise das imagens, desenvolvendo um raciocínio geométrico na resolução de sistemas de equações lineares 3x3.

Figura 1 - Tela de manipulação de sistemas de equações lineares 3x3, solução possível e determinada



Fonte: A pesquisa.

Observa-se, na figura 1, que os parâmetros estão dispostos de acordo com as cores dos planos, e no sistema os planos também são dispostos com as mesmas cores do plano, possibilitando ao estudante uma análise

algébrica e geométrica do sistema, ao movimentar os parâmetros, alterando seus valores. Observa-se ainda, que na figura 1 pelos posicionamentos dos planos, o sistema de equação linear é possível e determinado e as coordenadas do ponto P é a solução do sistema. Assim, as primeiras atividades do OA desenvolvido podem ser realizadas por estudantes dos cursos médios pois não possuem aplicações técnicas

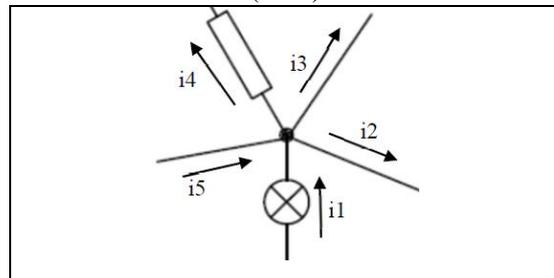
**Relação de sistemas de equações lineares com as leis de kirchhoff**

A Lei de Kirchhoff das Correntes (LKC) estabelece que é nulo o somatório das correntes incidentes em qualquer nó de um circuito elétrico, pois devido ao nó armazenar corrente, a quantidade de corrente que chega em um nó é igual à quantidade de corrente que dele sai, ou seja, a soma algébrica das correntes é sempre igual a 0.

$$\sum_{i=1}^n I_i = 0 \quad (3)$$

Para melhor compreensão, apresenta-se um exemplo, pela Figura 2, a seguir:

Figura 2 - Nó da Lei de Kirchhoff para corrente (LKC)



Fonte: A pesquisa.

Nota-se que as correntes  $i_1$  e  $i_5$  chegam ao nó, e as correntes  $i_2, i_3$  e  $i_4$  saem do nó, logo,  $i_1 + i_5 = i_2 + i_3 + i_4$  ou a soma algébrica de  $i_1 + i_2 + i_3 + i_4 + i_5 = 0$ .

A Lei de Kirchhoff das Tensões (LKT), ou lei das malhas, estabelece que é nulo o somatório das quedas e elevações de tensão ao longo de um caminho fechado de um circuito elétrico, ou seja, a soma algébrica das tensões, as quedas e a elevação de tensão ao longo de uma malha elétrica são iguais a zero.

$$\sum_{i=1}^n V_i = 0 \quad (4)$$

Tem-se que a tensão aplicada é igual à soma das quedas de tensão, seja  $V_a$  a tensão aplicada e  $V_1, V_2$  e  $V_3$  as quedas de tensão; logo,  $V_a = V_1 + V_2 + V_3$ , ou seja, a soma algébrica de

$V_a + V_1 + V_2 + V_3 = 0$ . Como exemplo, apresenta-se o cálculo da corrente  $i$  na figura 3 seguinte:

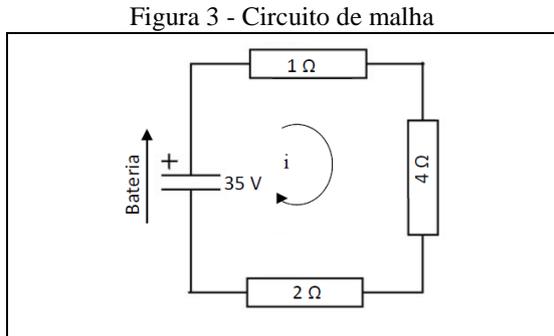


Figura 3 - Circuito de malha

Fonte: A pesquisa.

**Resposta** - Como tensão pode ser calculada pela Lei de Ohm, onde  $V=R.I$ , e utilizando a Lei de Kirchhoff das Tensões (LKT), tem-se que:

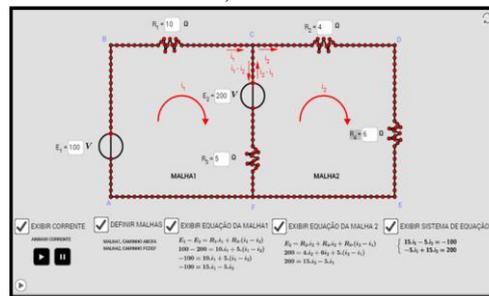
Quadro 1 - Resposta da questão proposta

| PASSOS  | RESOLUÇÃO  |
|---|--|
| Pela lei de Kirchhoff, substituindo os valores na equação, somando os valores da resistência, tem-se, assim, o valor da corrente. | $V_a = 35V, V_1 = 1 \Omega.i, V_2 = 4\Omega.i$ e $V_3 = 2\Omega.i$<br>$V_a = V_1 + V_2 + V_3$<br>$35V = 1\Omega.i + 4\Omega.i + 2\Omega.i$<br>$35V = 7\Omega i$<br>$i = 35V/7\Omega$<br>$i = 5A$ |

Para Moran (2014), o papel do professor é conduzir o aluno na interpretação de dados, imagens e informações contidas no cotidiano e contextualizá-las, além de mobilizar o discente, despertando o desejo de aprender. Nesta seção, é mostrada a aplicação de sistemas de equações lineares a partir dessa concepção.

Como exemplo, as aplicações de sistemas de equações lineares são encontradas nas atividades 6 e 7, do OA desenvolvido, que buscam priorizar as interpretações das Leis de Kirchhoff para que os alunos interpretem conteúdos de matemática aplicada nos cursos de ensino técnico.

Figura 4 - Tela de manipulação de sistemas lineares 2x2, leis de Kirchhoff



Fonte: A pesquisa.

Na tela de manipulação de sistemas lineares 2x2 das Leis de Kirchhoff (FIGURA 4), são exploradas as equações de cada malha, isoladamente. Na forma de sistemas de equações, com os conceitos adquiridos sobre nós e correntes, é explorada a resolução de sistemas lineares. As correntes  $i_1$  e  $i_2$  são as soluções do sistema das equações.

### Atividades do objeto de aprendizagem desenvolvido

Ao desenvolver o Objeto de Aprendizagem, foram estabelecidas as metas propostas por Flanders (1995) de que o *software* de matemática satisfaça os seguintes requisitos:

- fazer da matemática uma ciência de laboratório, utilizar-se da tecnologia para a otimização do processo – com o computador, o tempo gasto para construir gráficos e equações é mais rápido e mais preciso;
- eliminar a enfadonha monotonia dos cálculos rotineiros, fazendo com que o professor ganhe tempo ao ensinar as ideias matemáticas, aprofundando nos problemas propostos da álgebra;
- ser usado como instrumento que testa, de maneira mais rápida e precisa, os cálculos e gráficos feitos, manualmente.

Propõe-se, ainda, que o Objeto de Aprendizagem seja um produto educativo, que contribua nas concepções didáticas e pedagógicas e coopere, de forma coletiva, no relacionamento social entre o professor e aluno. Baseando-se nas ideias de Munhoz (2013, p.44):

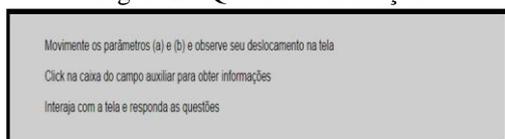
Os OAs serão apresentados não apenas como elementos tecnológicos, mas como elementos desenvolvidos com finalidades didáticas e pedagógicas específicas, capazes de

oferecer conteúdo de alta qualidade aos usuários, de forma flexível e com o uso de múltiplos meios.

O Objeto de Aprendizagem foi estruturado por uma sequência didática, utilizando-se da técnica de laboratório de informática para relacionar teoria e prática do conteúdo de sistemas de equações lineares, e também observados parâmetros definidores de Veiga (2008, p.136): “[...] teoria sem ser mera contemplação, mas guia da ação. A prática sem ser mera aplicação da teoria, mas a prática vista como a própria ação guiada e medida pela teoria”.

O Objeto de Aprendizagem é composto de teoria, quadro de instrução, tela de manipulação e questionário de fixação do conhecimento. Em cada atividade, o usuário realiza uma leitura prévia do conteúdo a ser manipulado. Após essa leitura, é redirecionado a um *link*, no qual encontrará um quadro de instrução, por exemplo, (FIGURA 5), a tela de manipulação (FIGURA 6), e o questionário (FIGURA 7).

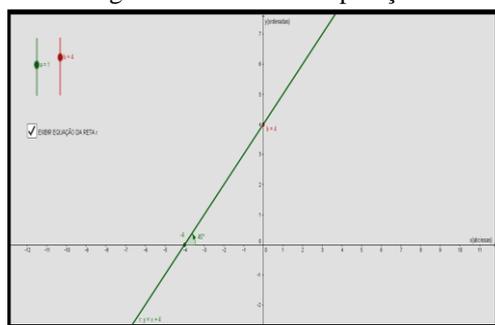
Figura 5 - Quadro de instrução



Fonte: A pesquisa.

O quadro de instrução possui a finalidade de orientar o aluno na manipulação das atividades. É nele que se encontram as informações prévias para auxiliá-lo com as telas de manipulação mostradas na figura 6.

Figura 6 - Tela de manipulação

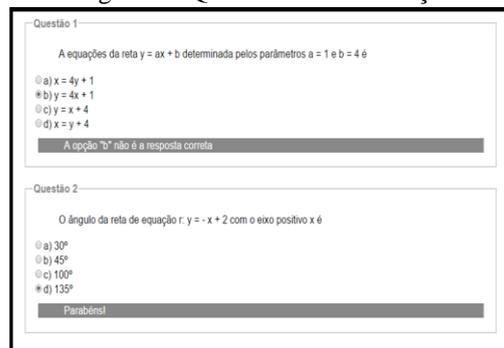


Fonte: A pesquisa.

A tela de manipulação (FIGURA 6), desenvolvida no GeoGebra, permite a interatividade do usuário com o *software*, fixando e desenvolvendo os conceitos geométricos e algébricos necessários para

responder aos questionários de fixação, mostrados na figura 7.

Figura 7 - Questionários de fixação



Fonte: A pesquisa.

O questionário de fixação é composto de questões de múltipla escolha, que direcionam o estudante à fixação e à aquisição de novos conceitos matemáticos. As questões possuem *feedback* para que o usuário possa avaliar sua aprendizagem. Ao selecionar uma opção, aparece uma mensagem indicando o erro ou acerto, o que possibilita ao aluno rever os conceitos, caso necessário, e avaliar a aprendizagem gradativamente.

### Sequências didáticas: as atividades desenvolvidas

O produto desse trabalho encontra-se disponibilizado no site [www.fabioramos.mat.br](http://www.fabioramos.mat.br). Ele auxilia no ensino da matemática, no conteúdo de sistemas de equações lineares, bem como na disciplina de Física ou na área técnica que estudam as leis de Kirchhoff e circuitos.

As ferramentas analisadas e estudadas com o objetivo de desenvolver esse produto educativo, com as características de interação com o estudante foram: GeoGebra, Notpad++, HTML5, CSS3, JavaScript e MathJax. Elas contribuíram na construção do Objeto de Aprendizagem para o ensino de Sistemas de Equações Lineares aplicadas a circuitos. Tendo como base principal o GeoGebra e o Notpad++.

Para ensinar sistemas lineares com duas equações e duas incógnitas e sistemas lineares com três equações e três incógnitas, aplicadas a circuitos, seria preciso utilizar-se de um *software* de matemática dinâmico que, em sua interface gráfica, combinasse as formas algébricas e geométricas.

Decidiu-se pela utilização do GeoGebra (aglutinação do prefixo de geometria e do sufixo de álgebra), que é um *software* livre criado para auxiliar no processo de ensino-aprendizagem da

matemática de forma dinâmica. Esse *software* reúne ferramentas que propiciam o ensino da geometria, álgebra, cálculo e estatística.

O GeoGebra, idealizado e desenvolvido por Markus Hohenwarter, na Universidade de Salzburg, é um dos *softwares* educativos matemáticos mais utilizados. Desenvolvido na linguagem Java, o GeoGebra tem fácil compatibilidade, o que permite sua disponibilidade em diversas plataformas. Suas principais características são:

- a) gráficos, álgebra e tabelas estão interconectados e possuem características dinâmicas;
- b) interface amigável, com vários recursos sofisticados;
- c) ferramenta de produção de aplicativos interativos em páginas WEB;
- d) disponível em vários idiomas para milhões de usuários em torno do mundo;
- e) *software* gratuito e de código aberto.

Essas características contribuíram na escolha do *software* para o desenvolvimento das telas do Objeto de Aprendizagem. O Notepad ++ é um editor de texto e de código fonte, com código aberto e livre, e suporta várias linguagens de programação, tais como C, C++, Java, XML, HTML, PHP, JavaScript, Python, SQL. Além disso, o usuário pode desenvolver seus próprios códigos de programação. O *software* roda em diversos sistemas operacionais, é escrito em C++ e é considerado, pelos programadores, de “código leve”, o que garante uma maior velocidade de execução.

O Notepad++ contribuiu com a plataforma de desenvolvimento do Objeto de Aprendizagem, com a função da escrita, compilação dos códigos e simulação do ambiente de aprendizagem. É nesse ambiente, combinado com o GeoGebra, HTML5, CSS3, JavaScript e MathJax, que se cria o ambiente amigável de interação com estudante.

Nas atividades desenvolvidas foi utilizado um método dinâmico de ensino para propiciar ao aluno prazer em aprender matemática e ser ativo na sua aprendizagem. O interesse do aluno é essencial para que haja sucesso no processo ensino-aprendizagem, de nada servirá um material, que aos olhos do professor seja excelente, se o mesmo não despertar interesse do aluno. É preciso criar condições favoráveis para que o aluno se sinta atraído em aprender matemática. Ponte, Brocardo e Oliveira (2013, p. 23), consideram que

como qualquer outra disciplina escolar, o envolvimento ativo do

aluno é uma condição fundamental da aprendizagem. O aluno aprende quando mobiliza os seus recursos cognitivos e afetivos com vista a atingir um objetivo. Esse é, precisamente, um dos aspectos fortes das investigações.

Para os citados autores, os alunos são chamados a agir como matemáticos, não apenas nas formulações de questões e conjecturas ou na realização de provas e refutações, mas também nas formulações de resultados e na discussão e argumentação com os seus pares e com o professor.

Nessa perspectiva, o principal foco desta pesquisa foi proporcionar ao aluno um ensino atrativo, aplicado e envolvente, motivando-o a solucionar problemas a partir de uma sequência didática. Zabala (1995, p.18) adverte que “uma sequência didática é um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelo professor como pelos alunos”.

Para Kobashigawa *et al.* (2008), a sequência didática implica em um conjunto de atividades, estratégias e intervenções planejadas, objetivando o entendimento dos conteúdos a serem ensinados. Assim, a sequência proposta foi composta de atividades encadeadas de indagações, atitudes, procedimentos e ações que o aluno realiza sob a orientação do professor.

Na concepção de Lutz (2012, p. 37), a sequência didática,

[...] é uma forma de organizar os conteúdos a serem trabalhados e é através desta sequência que planejamos ações com o objetivo de promover essa aprendizagem. Todas as ações são planejadas de forma sequencial, oferecendo desafios com grau de complexidade crescente, fazendo com que os alunos desenvolvam suas habilidades e competências, superando e atingindo novos níveis de aprendizagem.

Portanto, no Objeto de Aprendizagem proposto foram empregados o método de sequência didática, visando proporcionar ao estudante do ensino médio e educação profissional uma nova prática no aprendizado da matemática, tornando-o sujeito do conhecimento, e os professores, por sua vez, mediadores das discussões.

Para o desenvolvimento do Objeto de Aprendizagem foram contempladas as metas

propostas por Flanders (1995), o qual estabelece que o *software* de matemática satisfaça os seguintes requisitos:

- a) fazer da matemática uma ciência de laboratório, utilizar-se da tecnologia para a otimização do processo – com o computador o tempo gasto para construir gráficos e equações é mais rápido e mais preciso;
- b) eliminar a enfadonha monotonia dos cálculos rotineiros, fazendo com que o professor ganhe tempo ao ensinar as ideias matemáticas, aprofundando nos problemas propostos;
- c) ser usado como instrumento que testa de maneira mais rápida e precisa os cálculos e gráficos feitos manualmente.

Considerando tais requisitos, o Objeto de Aprendizagem é um produto educativo, que dá suporte às concepções didáticas e pedagógicas do processo de ensino e aprendizagem, trazendo formas de cooperação entre professor e alunos e, entre os alunos. Baseando-se nas ideias de Munhoz (2013, p.44),

os OAs serão apresentados não apenas como elementos tecnológicos, mas como elementos desenvolvidos com finalidades didáticas e pedagógicas específicas, capazes de oferecer conteúdos de alta qualidade aos usuários, de forma flexível e com o uso de múltiplos meios.

Como percurso metodológico, buscou-se na elaboração do Objeto de Aprendizagem explorar de forma dinâmica a geometria e a álgebra, para se obter a compreensão dos conteúdos de sistemas de equações lineares e das leis de Kirchhoff., estas na área técnica.

Os estudantes, antes de realizarem suas atividades, fazem uma leitura prévia do conteúdo em um *link* de teoria. Após a leitura, utilizam telas de manipulação para formulações das conjecturas e consolidação dos conceitos, completando um questionário de fixação e avaliação do conteúdo estudado.

As sequências didáticas são compostas de 7(sete) atividades, sendo que as 3(três) primeiras são para trabalhar o conteúdo de sistemas de equações lineares para o ensino médio sem aplicações de circuitos, e as outras 4(quatro) são atividades aplicadas, direcionadas ao ensino técnico. A seguir, as descrições das atividades.

A **atividade 1** – “Estudo gráfico de equação linear, variação linear e posição de retas no plano” – é composta de oito telas de manipulação e vinte e seis questões, distribuídas entre as telas. É a única atividade que possui questões dissertativas, que avaliam apenas o conhecimento.

A **atividade 2** – “Identificar, classificar e resolver, geometricamente, os sistemas de equações lineares  $2 \times 2$ ” – é composta de seis telas de manipulação de retas e doze questões, todas no formato de múltipla escolha, distribuídas entre as telas de manipulação.

A **atividade 3** – “Sistemas de equações lineares  $3 \times 3$ ” – é composta de quatro telas de manipulação de planos e dez questões no formato de questionários de fixação de múltipla escolha, distribuídos entre as telas.

A **atividade 4** – “Leis de Kirchhoff” – é composta de quatro telas de manipulação, que envolvem circuitos, abrangendo representação gráfica de tensões, resistência e correntes, além dos conceitos da lei dos nós e da lei das malhas. Há doze questões de múltipla escolha distribuídas entre as telas.

A **atividade 5** – “Operação conjunta entre receptor e gerador – é composta de quatro telas de manipulação, envolvendo gráficos de tensões e resistência, de receptores e geradores, e suas operações conjuntas relacionadas a sistemas de equações lineares. Há dezoito questionários de fixação distribuídos entre as telas.

A **atividade 6** – “Circuito de correntes com duas malhas” – é composta de quatro telas de manipulação de circuitos de duas malhas e calculadora de resolução de sistemas de equações lineares. É proposta a resolução de sistemas de equações lineares de duas equações e duas incógnitas e sistemas de equações lineares de três equações e três incógnitas. Há seis questionários de fixação distribuídos entre as telas.

A **atividade 7** – “Circuito de correntes com três malhas” – é composta de duas telas de manipulação de circuito de três malhas e calculadora de sistemas lineares. É proposto o trabalho com sistemas de equações lineares de três equações e três incógnitas. Há nove questionários de fixação distribuídos entre as telas.

## Aplicação das atividades e análise dos dados da pesquisa

### Aplicação das atividades

As atividades foram aplicadas no Instituto Federal do Norte de Minas Gerais (IFNMG) – *campus* Montes Claros, no Curso Técnico em Eletrotécnica, modalidade subsequente, que funciona no período noturno. O “Objeto de Aprendizagem para o Ensino Médio e Educação Profissional - Sistemas de Equações Algébricas Lineares Aplicados em Circuitos” foi desenvolvido no laboratório de informática,

Como procedimentos de coleta de dados, foram utilizadas as aplicações do produto resultado dessa pesquisa, composto do Objeto de Aprendizagem e de um Caderno de Atividades.

Utilizou-se, como forma de obtenção de dados, um questionário para o levantamento do perfil do estudante e a observação direta pelo pesquisador nos momentos de aplicação. Foi utilizada a técnica da observação de fatos, de comportamentos e de cenários, com o objetivo de relatar os acontecimentos. A observação oportuniza descrever e buscar compreender o que está acontecendo em uma dada situação. Para Alves-Mazzotti e Gewandszajder (2004), as seguintes vantagens podem ser atribuídas à observação:

- a) Independe do nível de conhecimento ou da capacidade verbal dos sujeitos;
- b) Permite “checar”, na prática, a sinceridade de certas respostas que, às vezes, são dadas só para “causar boa impressão”;
- c) Permite identificar comportamentos não-intencionais ou inconscientes e explorar tópicos que os informantes não se sentem à vontade para discutir;
- d) Permite o registro do comportamento em seu contexto temporal-espacial. (ALVES-MAZZOTTI; GEWANDSZAJDER, 2004, p.164).

Ressalta-se que as intercorrências foram registradas em um Caderno de Bordo, para a análise da pesquisa.

### Análise dos acertos

A análise de acertos busca verificar, através da estatística, se as atividades desenvolvidas neste trabalho foram satisfatórias

na aprendizagem dos alunos. Por meio da coleta dos questionários, foi verificada a média de acertos, considerando as questões que os estudantes acertaram de primeira, ao realizarem suas atividades.

Os dados analisados foram divididos por grupos de questões que envolviam cada atividade; apenas as questões das atividades 6 e 7 foram unificadas, pois ambas trabalham análise de circuitos.

Para a análise de dados, foi usada a estatística descritiva. As atividades desenvolvidas buscaram promover o desempenho individual de cada aluno, permitindo que seguissem para as questões seguintes de acordo com o tempo que ele julgasse necessário.

As atividades foram realizadas com 32 (trinta e dois) alunos, no horário de aula disponibilizado pelo coordenador do curso, com duração de 8 (oito) horas. Os alunos utilizaram o Caderno de Atividades impresso e o Objeto de Aprendizagem, hospedado no *site* “www.fabioramos.mat.br”, no laboratório de informática da instituição. No final do horário de cada aula, o Caderno de Atividades era recolhido e devolvido ao aluno em outra aula, para que continuasse suas atividades no ponto em que havia parado.

Ao analisar os dados, foram descartados cinco questionários, três deles por não comparecimento do aluno no último dia da aplicação, e dois pelo preenchimento incorreto das atividades.

Para determinar a análise de acerto, atribuiu-se a frequência relativa que gera o resultado em percentual e facilita a realização das correções dos dados. Respeitando o tempo de aprendizagem individual de cada aluno e entendendo que as questões poderiam ser feitas em ordem aleatória, verificou-se, ao final de 8 horas, as seguintes amostragens: 27 (vinte e sete) alunos completaram as atividades 1 e 2; 26 (vinte e seis) alunos completaram a atividade 3; 23 (vinte e três) alunos completaram a atividade 4; 22 (vinte e dois) alunos completaram a atividade 5; e 21 (vinte e um) alunos completaram as atividades 6 e 7.

Devido a falhas técnicas, as questões 3, 4, 5 e 6 da atividade 6 foram excluídas da análise, pois não promoveram o *feedback*, impossibilitado analisar se o aluno acertou a questão na primeira opção marcada. Após essa verificação, o erro de programação foi corrigido e essas atividades poderão ser incluídas em estudos posteriores.

Para verificar a qualidade do Objeto de Aprendizagem, optou-se pelas seguintes análises dos dados:  $\bar{x}$  = média da frequência relativa;  $\sigma$  = desvio padrão; CV = coeficiente de variação; e IC 95% = intervalo de confiança de 95%, conforme indicado na tabela 1.

Tabela 1 - Análise de acerto das atividades na primeira tentativa

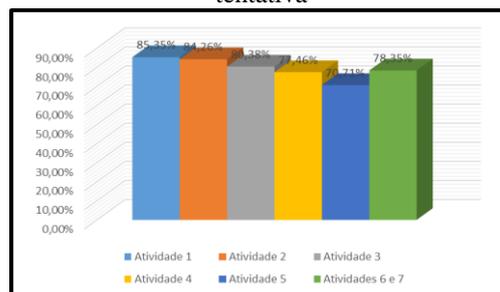
| ATIVIDADES              | $\bar{x}$      | $\sigma$    | CV            | IC 95 %      |              |
|-------------------------|----------------|-------------|---------------|--------------|--------------|
|                         |                |             |               | Inferior     | Superior     |
| Atividade 1             | 85,35 %        | 10,57       | 12,38 %       | 80,94        | 89,76        |
| Atividade 2             | 84,26 %        | 7,26        | 8,61 %        | 80,15        | 88,37        |
| Atividade 3             | 80,38 %        | 3,82        | 4,76 %        | 78,01        | 82,75        |
| Atividade 4             | 77,46 %        | 8,57        | 11,06 %       | 72,61        | 82,31        |
| Atividade 5             | 70,71 %        | 9,64        | 13,63 %       | 66,26        | 75,16        |
| <b>Atividades 6 e 7</b> | <b>78,35 %</b> | <b>6,52</b> | <b>8,32 %</b> | <b>74,50</b> | <b>82,20</b> |

Fonte: Dados da pesquisa.

O tratamento dos dados mostrou que as atividades aplicadas tiveram um efeito satisfatório. Observou-se que a média de acerto em todas as atividades foi superior a 70%; como em todas as atividades o coeficiente de variação é inferior a 25%, ressalta-se que os dados foram homogêneos e consistentes. Considerando o intervalo de confiança de 95%, observou-se que em todas as atividades ocorreu uma variação modesta nos intervalos.

Levando em consideração o desvio padrão e o coeficiente de variação, pode-se afirmar que na atividade 3 houve uma melhor homogeneidade dos resultados coletivos, e na atividade 5, uma maior dispersão dos resultados coletivos.

Figura 8 - Acerto das atividades na primeira tentativa



Fonte: A pesquisa.

O gráfico de colunas propicia uma visão geométrica dos resultados satisfatórios que o Objeto de Aprendizagem proporcionou na aprendizagem dos alunos do Curso Técnico em Eletrotécnica do Instituto Federal do Norte de Minas.

### Considerações finais

Constatou-se que os objetivos específicos da pesquisa foram cumpridos.

Assim, inicialmente, criou-se, na pesquisa e estudo realizados, um Objeto de Aprendizagem para o ensino médio e a educação profissional técnica, segundo os parâmetros de Moran (2014), favorecendo a interação entre os estudantes, e deste com os professores. O OA é um facilitador deste processo de interação.

Em segundo lugar, observou-se que o OA trouxe-se certa autonomia, cooperação e interatividade defendidas por Galafassi, Gluz e Galafassi (2013). Estas características da metodologia do Objeto de Aprendizagem, com suporte da informática, proporciona um trabalho com desenvolvimento individual do estudante, mas em colaboração com seus pares.

Desta forma, o pressuposto deste estudo é de que este Objeto de Aprendizagem propicie ao professor de Matemática uma reflexão crítica, favorecendo uma mudança didática em sua metodologia de ensino. Com o auxílio dessa tecnologia, o professor poderá desvincular o ensino da matemática da aula, estritamente expositiva.

Assim sendo, o estudo revela algumas possibilidades de interdisciplinaridade, qual seja de se ensinar sistemas de equações algébricas lineares com circuitos, de maneira diferenciada, despertando, no aluno, um maior interesse no aprender. Espera-se à medida que avancem nas atividades propostas, os estudantes conquistem sua independência nos estudos e os professores

façam as intervenções necessárias no momento oportuno.

Assim, o OA atinge os estudantes de ensino médio com as primeiras atividades, quando o estudante estuda equações e algébricas e seus sistemas, com interpretação gráfica. Proporciona aos estudantes do ensino médio técnico uma poderosa ferramenta da matematização de um fenômeno, no caso os circuitos e sua dimensão. Os resultados vêm garantir uma efetiva interdisciplinaridade.

Finalmente, ao se analisar a utilização, do OA verificou-se que o ensino do conteúdo de álgebra se desenvolveu de modo dinâmico e interativo, com aplicação de problemas concretos, o que despertou, nos estudantes participantes, um grande interesse em estudar o conteúdo matemático trabalhado.

Em suma, as atividades desenvolvidas no Objeto de Aprendizagem foram propostas à formação do estudante para a vida social e profissional. Com a inserção da tecnologia em todo o ambiente da sociedade, as escolas aos poucos vão se adequando a uma nova proposta de ensino, já que, segundo Laudares (1987, p.6), “a metodologia empregada pelo professor e o ministrado dos conteúdos devem acompanhar sempre a evolução do instrumental que a tecnologia nos coloca à disposição”.

As elaborações das atividades deste estudo foram conduzidas pelas ideias de Laudares (1987), de que o ensino deve orientar o discente a um pensamento crítico, que direciona ao raciocínio hipotético dedutivo, fazendo com que a matemática o estimule para a transformação social, proporcionada por seu modo de pensar e agir. Sendo crítico e questionador, o estudante é levado a ser um agente de mudança na sociedade.

## Referências

ALMEIDA, Maria Elisabeth Bianconcini de. *ProInfo: Informática e Formação de Professores*. vol. 2 Série de Estudos Educação a Distância Brasília: Ministério da Educação, Seed, 2000.

ALVES-MAZZOTTI, A.J.; GEWANDSZNAJDER, F. *O Método nas ciências naturais e sociais: pesquisa quantitativa e qualitativa*. 2. ed. São Paulo: Pioneira, 2004.

BRAGA, Juliana (Org.). *Objetos de Aprendizagem: Introdução e Fundamentos*. Santo André: Editora da UFABC, 2014. v.1.

BORBA, Marcelo de Carvalho; PENTEADO, Miriam Godoy. *Informática e Educação*

*Matemática*. 5.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2012.

FLANDERS, Harley. *Softwares para álgebra: o que devem ser?* In: COXFORD, Arthur F.; SHULTE, Alberto P. (Org.). *As ideias da álgebra*. São Paulo: Atual, 1995.

GALAFASSI, Fabiane Penteado; GLUZ, João Carlos; GALAFASSI, Cristiano. *Análise Crítica das Pesquisas Recentes sobre as Tecnologias de Objeto de Aprendizagem e Ambientes Virtuais de Aprendizagem*. Revista Brasileira de Informática na Educação – RBIE, Porto Alegre, v. 21, n. 3, p. 41-53, 2013.

JUCÁ, Sandro César Silveira. *A relevância dos softwares educativos na educação profissional*. Ciências & Cognição, Rio de Janeiro, v. 8, p. 22-28, 2006.

KENSKY, Vani Moreira. *Novas Tecnologias: o redimensionamento do espaço e do tempo e os impactos no trabalho docente*. Revista Brasileira de Educação, Associação Nacional de Pós-graduação e Pesquisa em Educação, Rio de Janeiro, n. 7, jan./abr. 1998.

KOBASHIGAWA, A. H. et al. *Estação ciência: formação de educadores para o ensino de ciências nas séries iniciais do ensino fundamental*. In: Seminário Nacional ABC na Educação Científica, 4, 2008, São Paulo, p. 212-217. Disponível em: <[http://www.cienciamao.usp.br/dados/smm/\\_estacaocienciaformacaodeeducadoresparaooensinodocienciasnasseriesiniciaisdoensinofundamental.trabalho.pdf](http://www.cienciamao.usp.br/dados/smm/_estacaocienciaformacaodeeducadoresparaooensinodocienciasnasseriesiniciaisdoensinofundamental.trabalho.pdf)>. Acesso em: 26 abr. 2016.

LAUDARES, João Bosco. *Educação Matemática*. Belo Horizonte: CEFET-MG, 1987.

LÉVY, Pierre. *O que é o virtual?* São Paulo: Editora 34, 1996.

LIMA, Elon Lages et al. *A Matemática do Ensino Médio*. 6. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006. v. 2.

LOPES, Antônia Osima. *Aula Expositiva: Superando o tradicional*. In: VEIGA, Ilma Passos Alencastro (Org.). *Técnicas de ensino: por que não?* 19. ed. Campinas: Papirus, 2008.

LUZT, Mauricio Ramos. *Uma sequência didática para o ensino de Estatística a alunos do ensino médio na modalidade PROEJA*. 2012. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

MORAN, José Manoel. *A Educação que desejamos: novos desafios e como chegar lá*. 5. ed. Campinas: Papirus, 2014.

MORAN, José Manoel; MASETTO, T. Marcos; BEHRENS, Marilda Aparecida. *Novas tecnologias e mediação pedagógica*. 21. ed. Campinas: Papirus, 2014.

MUNHOZ, Antônio Siemsen. *Objeto de Aprendizagem*. Curitiba: Intersaberes, 2013.

PONTE, J. P; BROCARD, J; OLIVEIRA, H. *Investigações matemáticas na sala de aula*. 3.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2013

ILVA, Robson Santos da. *Objeto de Aprendizagem para Educação a Distância: Recursos educacionais abertos para ambientes virtuais de aprendizagem*. São Paulo: Novatec, 2011.

VALENTE, José Armando. *Informática na Educação: conformar ou transformar a escola*. Perspectiva, Florianópolis, n. 24, ano 13, p. 41-49, jul./dez. 1995.

VEIGA, Ilma Passos Alencastro (Org.). *Técnicas de ensino: por que não?* 19. ed. Campinas: Papirus, 2008.

WILEY, D. *Connecting Learning Objects to Instructional Design Theory: A definition, a metaphor and a Taxonomy*. [S.l.: s.n.], 2000. Disponível em: <<http://reusability.org/read/chapters/wiley.doc>>. Acesso em: 19 jan. 2015. ZABALA, A. *Prática Educativa: como ensinar*. Porto Alegre: ARTMED, 1995.

---

**Fábio Mendes Ramos** - Mestre em Ensino de Ciências e Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais. Professor do Instituto Federal do Norte de Minas Gerais / Curso de Licenciatura em Matemática, [fabio.ramos@ifnmg.edu.br](mailto:fabio.ramos@ifnmg.edu.br)

**João Bosco Laudares** - Doutor em Educação: História e Filosofia da Educação pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Professor da Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais / Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, [jblaudares@terra.com.br](mailto:jblaudares@terra.com.br)