

## ATIVIDADES INVESTIGATIVAS DE MATEMÁTICA: EXPLORANDO SEQUÊNCIAS E REGULARIDADES

### Investigative activities of Mathematics: Exploring sequences and regularities

*Carine Pedroso da Rosa*  
*Eleni Bisognim*

#### Resumo

O presente artigo tem como objetivo apresentar resultados parciais de uma pesquisa que teve como propósito analisar as contribuições da utilização de atividades investigativas para a aprendizagem dos conteúdos de sequências e regularidades por alunos de uma turma de oitavo ano do Ensino Fundamental. Os dados para a pesquisa, de cunho qualitativo, foram obtidos por meio da observação durante a realização das atividades e dos registros no diário de campo da professora, gravações em áudio, registros escritos elaborados pelos alunos em sala de aula. O referencial bibliográfico foi elaborado por meio de consulta a livros, artigos, documentos públicos oficiais e, também, dissertações e teses que tratam de aspectos teóricos e práticos da investigação matemática. Da análise dos resultados obtidos, pode-se inferir que o desenvolvimento das atividades investigativas em sala de aula apresentou dificuldades, mas também, despertou o interesse e a motivação dos alunos e criou um ambiente favorável à aprendizagem.

**Palavras-chave:** Atividades investigativas. Sequências e regularidades. Ensino de Matemática.

#### Abstract

This article aims to present partial results of a research that had the purpose of analyzing the contributions of the use of inves-

tigative activities for learning the sequence and regularities content by students from a group of the eighth grade of elementary school. The data for the research, from qualitative nature, were obtained through observation during the application of activities and the notes done in the teachers diary, audio recordings and the students records made in the classroom. The bibliographic reference was prepared by consulting books, articles, official public documents and also dissertations and theses dealing with theoretical and practical aspects of mathematical research. From the results analysis, it can be inferred that the development of the investigative activities in the classroom presented difficulties, but also aroused the interest and motivation of students and created a favorable learning environment.

**Keywords:** Investigative activities. Sequences and regularities. Teaching of Math.

#### 1 Introdução

A aula de Matemática é conceituada por muitos alunos como sendo difícil, repetitiva e, muitas vezes, sem sentido. Os estudantes costumam questionar os professores sobre a utilização de determinados conceitos com que entram em contato em sala de aula, sem entender sua utilização e sua aplicabilidade, pois a maioria dos professores tem o hábito de introduzir o conteúdo, apresentar exemplos e, por fim, disponibilizar uma lista de exercícios

semelhantes aos exemplos para os alunos praticarem. Assim, basta memorizar o método de resolver e sempre repetir o mesmo procedimento e, caso o estudante se depare com um modelo diferente de atividade, que exija leitura e interpretação, terá dificuldade em seguir em frente e resolver. “Essa aparente e mal analisada dificuldade dos alunos confunde os nobres objetivos do ensino e gera uma má fama para a Matemática, levando alguns professores a assumirem uma abordagem superficial e mecânica, cheia de regras e sem sentido prático” (SELBACH et al., 2010, p.40).

Para superar essa dificuldade, é necessário desenvolver, em sala de aula, um trabalho desafiador que propicie o envolvimento do aluno e desperte seu interesse. Nesse sentido acredita-se que o desenvolvimento de atividades investigativas nas aulas de Matemática pode propiciar um ambiente que favoreça a aprendizagem. Os autores Ponte, Brocardo e Oliveira (2013, p.109) afirmam que “As investigações matemáticas são uma atividade de aprendizagem [...]”, portanto, podem ser uma possível estratégia metodológica que auxilia a construção e o desenvolvimento de conceitos, vislumbrando a apropriação dos saberes por parte dos alunos.

Nesse sentido, este trabalho teve como propósito analisar as contribuições da utilização de atividades investigativas para a aprendizagem dos alunos de uma turma de oitavo ano sobre o conteúdo de sequências numéricas e regularidades. O propósito com a utilização das atividades investigativas foi, também, de proporcionar aos alunos a possibilidade de serem sujeitos ativos e participantes na construção de seus conhecimentos, motivando-os para o trabalho em grupo e incentivando-os a participar ativamente nas atividades desenvolvidas em sala de aula. Justifica-se, desse modo, o interesse em investigar a utilização dessa metodologia como uma alternativa ao uso meramente de aulas expositivas, centradas na figura do professor para o ensino de Matemática.

## 2 Atividades investigativas

Os autores Fiorentini, Fernandes e Cristóvão (2005) colocam que “A utilização da investigação nas aulas de Matemática é uma perspectiva de trabalho pedagógico de que o professor pode

lançar mão para a realização de um ensino significativo da Matemática” (p.02). De acordo com os autores, o trabalho com atividades investigativas pode favorecer o aluno no processo de atribuição de significados a teoremas e conceitos, facilitando o entendimento do conteúdo.

O termo investigar está relacionado com os verbos indagar, pesquisar, inquirir, descobrir, e, segundo o dicionário a palavra significa “seguir os vestígios de; pesquisar; examinar com atenção” (FERREIRA, 2000, p.400.). Já Ponte et al. (2013, p.13) afirmam que “para os matemáticos profissionais, investigar é descobrir relações entre objetos matemáticos conhecidos ou desconhecidos, procurando identificar as respectivas propriedades”. De acordo com os mesmos autores, “uma investigação matemática desenvolve-se usualmente em torno de um ou mais problemas. Pode mesmo dizer-se que o primeiro grande passo de qualquer investigação é identificar claramente o problema a resolver” (PONTE et al., 2013, p.16).

A investigação nas aulas de Matemática proporciona ao aluno a possibilidade de experimentar estratégias de resolução, desvendar propriedades, errar diversas vezes até encontrar o resultado correto. Ela propicia ao aluno desempenhar o papel de pesquisador em sala de aula, contrapondo-se à aula tradicional em que o professor apresenta o conceito e fornece uma lista de exercícios para os alunos resolverem.

Ponte et al. (2013) defende que,

O conceito de investigação matemática, como atividade de ensino-aprendizagem, ajuda a trazer para a sala de aula o espírito da atividade matemática genuína, constituindo, por isso, uma poderosa metáfora educativa. O aluno é chamado a agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também, na apresentação de resultados e na discussão e argumentação com os seus colegas e o professor. (p.23)

Essa perspectiva metodológica presta-se a desenvolver um senso de busca pelo conhecimento e, posteriormente, de formulação ou reformulação de conceitos. Mais do que ler e

resolver problemas repetitivos, o aluno precisa compreender o processo de construção daquele conceito, fazer associações e então formular suas conclusões. Conforme afirmam Ponte et al. (2013),

O aluno aprende quando mobiliza seus recursos cognitivos e afetivos com vistas a atingir um objetivo. Esse é, precisamente, um dos aspectos fortes das investigações. Ao requerer a participação do aluno na formulação das questões a estudar, essa atividade tende a favorecer o seu envolvimento na aprendizagem. (PONTE et al. 2013, p.23)

Quando o aluno está inserido no processo de construção do conhecimento, participando ativamente, a aprendizagem é favorecida e torna-se agradável. Por isso, a investigação matemática aplicada como metodologia de ensino pode propiciar o desenvolvimento de habilidades fundamentais para a formação de um aluno crítico e participativo.

Da mesma forma que o papel do aluno é essencial, a atuação do professor é fator determinante para o sucesso do trabalho. De acordo com Ponte et al. (2013), uma atividade investigativa é, em geral, desenvolvida em três fases:

Uma atividade de investigação desenvolve-se habitualmente em três fases (numa aula ou conjunto de aulas): (i) introdução da tarefa, em que o professor faz a proposta à turma, oralmente ou por escrito, (ii) realização da investigação, individualmente, aos pares, em pequenos grupos ou com toda a turma, e (iii) discussão dos resultados, em que os alunos relatam aos colegas o trabalho realizado. (PONTE et al., 2013, p.25)

Ponte (2005), destaca que o momento da discussão e socialização dos resultados é valioso, pois os alunos apresentam o seu trabalho, colocam

[...] suas conjeturas e conclusões, apresentam as suas justificações e questionam-se uns aos outros e que o professor aproveita para procurar

que se clarifiquem os conceitos e procedimentos, se avalie o valor dos argumentos e se estabeleçam conexões dentro e fora da Matemática. (p.24)

Ponte, Matos e Branco (2009) também destacam a importância da discussão dos resultados: “é refletindo sobre o trabalho feito – o seu e o dos colegas –, confrontando as suas ideias com a dos outros, argumentando e analisando argumentos que os alunos aprofundam e consolidam a sua aprendizagem” (p.6).

Ao verificar essas fases, é possível perceber que, mesmo tendo um cunho autônomo por parte dos alunos, em que esses devem ser os principais responsáveis pela construção da aprendizagem, o papel do docente também está imbricado em cada uma delas.

Além de incentivar a pesquisa, auxiliar na construção de conjecturas e mediar as discussões, o professor tem a função de elaborar atividades que apresentem um cunho investigativo, que estimulem o aluno a pensar e desenvolver estratégias para resolver as propostas e não sejam apenas repetição de um exercício para memorização. Em suma, que desafie os alunos.

Numa aula de investigação matemática, tal como em qualquer outra, tudo o que acontece depende em boa medida do professor e dos alunos. O professor precisa conhecer bem os seus alunos e estabelecer com eles um bom ambiente de aprendizagem para que as investigações possam ser realizadas com sucesso. A exploração antecipada da tarefa e a planificação de como o trabalho irá decorrer na sala de aula são aspectos a que o professor deve dar devida atenção. No entanto, como referimos, essas aulas caracterizam-se por uma grande margem de imprevisibilidade, exigindo dele uma grande flexibilidade para lidar com as situações novas que, com grande probabilidade, irão surgir. (PONTE et al., 2013, p.53)

O professor, por fim, deve desempenhar a tarefa de mediador, que esteja sempre atento aos acontecimentos da sala e disposto a resolver e

responder às diversas dúvidas que podem ocorrer, fazendo perguntas e indagando hipóteses, pois é dele o papel de desafiar o aluno, avaliar seu desempenho, recordar conteúdos e conduzir as tarefas em sala de aula.

### 3 A pesquisa

A pesquisa, de cunho qualitativo, decorreu no 2º semestre de 2015 com uma turma do oitavo ano do Ensino Fundamental. Esses alunos não tinham experiências de um trabalho em grupo em sala de aula nem da utilização dessa estratégia metodológica.

Os alunos receberam as atividades investigativas com diferentes enfoques, elaboradas pela professora, que deveriam ser interpretadas, analisadas, discutidas para que eles elaborassem conjecturas, discutissem com os colegas os dados encontrados e concluíssem a resposta. As tarefas foram elaboradas considerando-se os conteúdos da disciplina, o desenvolvimento do raciocínio matemático e as conexões entre os diferentes conceitos.

O desenvolvimento das atividades envolveu três fases em sala de aula: a apresentação da atividade, a exploração e por último a apresentação das conclusões dos alunos.

Na apresentação da atividade, a professora chamou a atenção dos alunos sobre a importância de seus registros para elaboração e apresentação de suas conclusões.

Inicialmente, os alunos apresentaram dificuldade na resolução das atividades propostas, uma vez que estavam habituados com o método tradicional de repetição de exercícios, e aguardavam um exemplo para seguirem a resolução. Para tanto, eles foram questionados a cada passo do desenvolvimento e estimulados a criar estratégias de resolução.

A partir disso, os alunos encontraram possíveis soluções para as atividades propostas, e, principalmente, estabeleceram generalizações, que era um dos focos da pesquisa, desenvolveram também habilidade com as operações de multiplicação, divisão e potenciação.

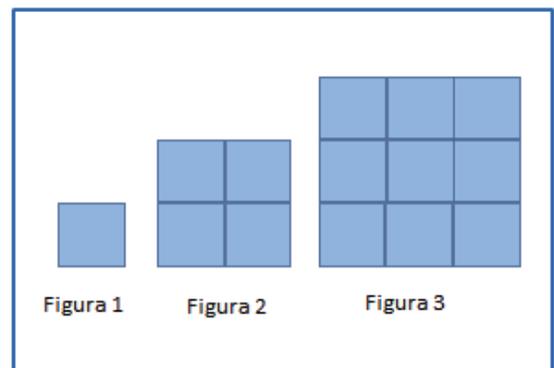
Os dados da pesquisa foram obtidos por meio dos registros da professora, das gravações em áudio feitas durante o desenvolvimento das atividades e dos registros escritos dos alunos.

### 4 Análise dos resultados

Foi desenvolvida com os alunos uma sequência de onze atividades, porém, neste trabalho, serão apresentadas somente as análises de algumas delas.

Inicialmente foi explicado aos alunos no que consistia e como se iria desenvolver o trabalho em sala de aula, pois era a primeira vez que os alunos trabalhavam dessa forma.

O trabalho foi iniciado com a distribuição do material para cada um dos alunos, consistindo de quadradinhos confeccionados em EVA e uma folha impressa contendo o seguinte desenho:



Foi solicitado que eles se organizassem em duplas, designadas por dupla A, dupla B e assim por diante, e em seguida foi realizada a leitura do material para o grande grupo, para viabilizar a familiarização, por parte dos alunos, para com a tarefa investigativa:

Essa fase, embora curta, é absolutamente crítica, dela dependendo todo o resto. O professor tem de garantir que todos os alunos entendam o sentido da tarefa proposta e aquilo que deles se espera no decurso da atividade. O cuidado posto nesses momentos iniciais tem especial relevância quando os alunos têm pouca ou nenhuma experiência com as investigações. (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2013, p.26)

Solicitou-se aos alunos construir, com os quadradinhos recebidos, o mesmo desenho dado e indagou-se:

- a) Quantos quadradinhos tem a figura 2? Quantos quadradinhos foram colocados a mais em relação à primeira figura?
- b) Quantos quadradinhos tem a figura 3? Quantos quadradinhos foram colocados a mais em relação à segunda figura?
- c) Como seria a figura 4? Registre na folha sua representação.
- d) Você consegue montar a figura 20? E a figura 100? Quantos quadradinhos terá cada uma delas?
- e) É possível encontrar uma lei para descobrir quantos quadradinhos serão necessários para montar a *n*ésima figura?

A primeira alternativa questionava-os sobre a quantidade de quadradinhos e a quantidade de quadradinhos a mais que foram colocados na segunda figura em relação à primeira. A resposta foi unânime, e, ao serem questionados sobre o porquê de tal resposta, eles disseram que bastava contar na figura. O mesmo aconteceu em relação à segunda pergunta. A maioria das duplas respondeu que foram adicionados 3 quadradinhos na figura 2 em relação à primeira, totalizando 4 quadradinhos, e foram adicionados 5 quadradinhos na figura 3 em relação à figura 2, totalizando 9 quadradinhos.

Figura 1 – Resposta da dupla H.

a) três quadradinhos foram adicionados a mais na figura 2  
 b) cinco quadradinhos foram adicionados a mais na figura 3

Fonte: dados da pesquisa.

A professora indagou:

Professora: Como seria a figura 4?

Dupla A: Teriam sete quadradinhos.

Dupla G: Não, professora. Teriam 16 quadradinhos.

Dupla L: É mesmo. Têm 16 quadradinhos.

Dupla A: Mas eu achei que a pergunta fosse quantos quadradinhos a mais...

Professora: Está bem. Quantos quadradinhos a mais você achou?

Dupla A: Nós contamos 7 a mais.

Professora: Mas, quantos quadradinhos têm no total no desenho de vocês?

Dupla A: Têm dezesseis quadradinhos.

A dupla I fez o desenho e enumerou os quadradinhos.

Figura 2 – Resposta da dupla I.

c)	1	2	3	4	Eu iria colorir 7 quadradinhos a mais e iria ficar com 16 quadradinhos.
	5	6	7	8	
	9	10	11	12	
	13	14	15	16	

Fonte: dados da pesquisa.

Para desenhar a figura 20 e a figura 100, muitos alunos demonstraram dificuldade. Entretanto, os alunos que já haviam percebido a regularidade conseguiram descrever como seria a figura 20:

Dupla H: Vai ter quatrocentos quadradinhos.

Professora: Por que vai ter quatrocentos quadradinhos?

Dupla F: Porque 20 vezes 20 é quatrocentos.

Professora: Como assim?

Dupla F: É que vai ter 20 de um lado e 20 de outro, são quatrocentos quadradinhos.

Dupla G: É base vezes altura, professora. Ou lado vezes lado.

Dupla H: É a área do quadrado.

Professora: Por que vai ser a área do quadrado? Por que vocês estão multiplicando e não somando? Podem me explicar?

Dupla F: É porque estamos contando todos os quadradinhos que formam o quadrado maior, e não só os que estão por fora.

Professora: E a figura 100? Quantos quadradinhos terá?

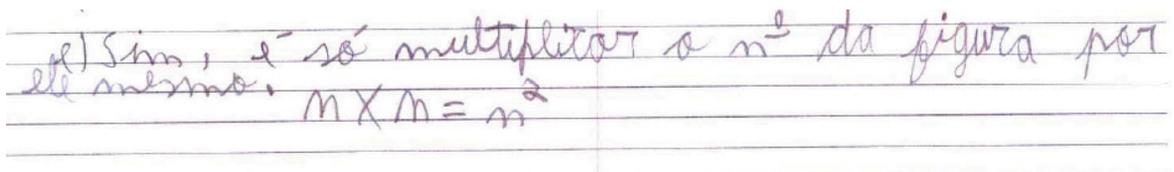
Dupla G: Vai ter 10.000 quadradinhos. Porque é o mesmo esquema do anterior, que tinha 20 quadradinhos. Multiplica 100 por 100.

Professora: Está certo. É possível encontrar uma lei para descobrir quantos quadradinhos serão necessários para desenhar qualquer figura?

Dupla L: Professora, eu acho que é só multiplicar o número da figura por ele mesmo. Tipo a figura 3, se a gente multiplicar por ela mesma, vamos encontrar nove, que é o número de quadradinhos... acho que é assim...

Em suas anotações, a dupla L escreveu uma generalização.

Figura 3 – Resposta da dupla L.



Fonte: dados da pesquisa.

Observou-se que os alunos conseguiram generalizar usando como recurso inicialmente a estratégia da representação para, posteriormente, descobrirem uma regularidade.

Muitos alunos concluíram que a quantidade de quadradinhos estava relacionada com o número de quadradinhos da base, daí responderam que bastava multiplicar pelo mesmo número, pois era um quadrado.

Professora: Muito bem. Agora será que vocês conseguem determinar quantos quadradinhos a mais foram colocados em cada figura?

Novamente se observou que os alunos recorreram ao desenho e à contagem dos quadradinhos em cada figura.

Dupla G: Professora, vai de dois em dois... na primeira tem 1 quadradinho... depois 4... então aumentou 3...

Dupla B: Nós também achamos que vai aumentando de 2 em 2...

Professora: Que sequência vocês acharam?

Dupla A: Nós achamos que é 1, 3, 5, 7, acho que vai de 2 em 2... não desenhamos a outra...

Dupla D: É, na figura 1 tem 1 quadradinho, mas na figura 2 aumentam 3... não é como na anterior...

Professora: Tem razão, o número de quadradinhos que aumenta não corresponde ao número da figura... Como podemos descobrir quantos quadradinhos aumentam na sétima figura?

*Dupla D: É só contar: na primeira tem 1, na segunda aumenta 3, depois 5, depois 7, depois 9 depois 11 (concluíram após rascunharem o desenho). Só deu número ímpar...*

Obter uma generalização para saber quantos quadradinhos aumentaram na figura 100 foi mais difícil. Os alunos tentaram fazer uma correspondência entre a figura e o número de quadradinhos, mas não conseguiram expressar, em linguagem matemática, uma lei geral válida para qualquer figura.

A aplicação da atividade investigativa foi um incentivo para todos os alunos, pois teve um começo prático, baseado em experiências concretas em que os alunos tiveram a oportunidade de explorar ideias e colocar questões. No desenvolvimento da atividade, a professora desempenhou diferentes tipos de papéis. Ela questionou, explicou e fez exposições no quadro quando necessário. Nesse sentido, o papel da professora foi importante ao formular perguntas para que os alunos conseguissem relacionar os conteúdos com outros já trabalhados, refletissem e obtivessem novas informações.

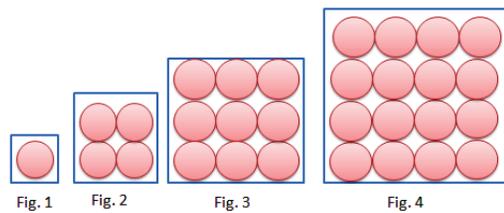
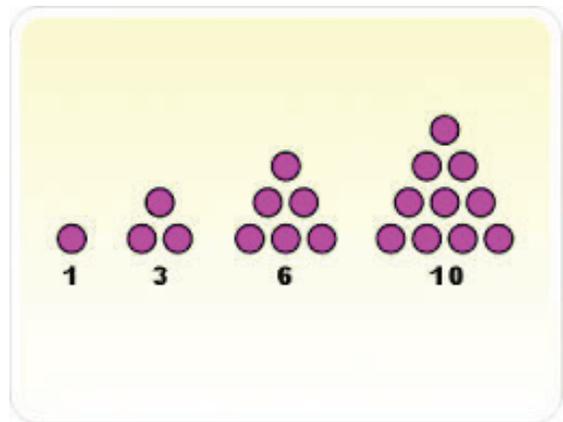
A preocupação principal era de não fornecer respostas prontas aos estudantes, proporcionando-lhes espaço para explorarem a proposta de trabalho, analisarem e criarem uma maneira de responder ao problema. Ponte, Brocardo e Oliveira (2013, p.29) afirmam que ao professor cabe “procurar compreender como o trabalho dos alunos vai se processando e prestar o apoio que for sendo necessário”. O cuidado era em acompanhar as discussões dos grupos e auxiliar apenas quando fosse requisitado pelos alunos ou quando a direção que estavam seguindo era por demais equivocada.

A descrição das discussões e das ideias dos alunos, bem como o registro escrito das atividades realizadas, corroboram as informações contidas no diário de campo, elucidando qual o caminho adotado por eles para as respostas:

Sem o registro do pensamento do aluno, seja este um pensamento que levaria à resposta correta ou um que levaria a um engano, não seria possível a reflexão sobre o pensamento. Não seria possível um repensar do aluno sobre o seu próprio pensamento. Não seria possível o repensar do professor sobre o

pensamento do aluno para intervir e fazê-lo reconstruir a resolução. (FIORENTINI et al, 2010, p.57)

As próximas atividades envolviam o conceito de números figurados triangulares e números quadrangulares. Foram distribuídas folhas aos alunos com os desenhos representativos desses números.



Distribuído o material, a professora indagou:

*Professora: Vocês conseguem representar as próximas figuras?*

*Dupla B: Sim, professora, a figura cinco (dos números triangulares) terá quinze botões...*

*Professora: E como você chegou a essa conclusão?*

*Dupla B: É que as “pirâmides” têm na base o número de botões igual ao número da figura. Assim, a primeira “pirâmide” tem um círculo na base; a segunda tem dois, a terceira tem três, e a quarta tem quatro. Então a quinta, deve ter cinco...*

*Professora: Mas como você chegou ao número quinze de botões?*

Dupla B: *É só pegar a figura e aumentar cinco botões na base. Depois contar...*

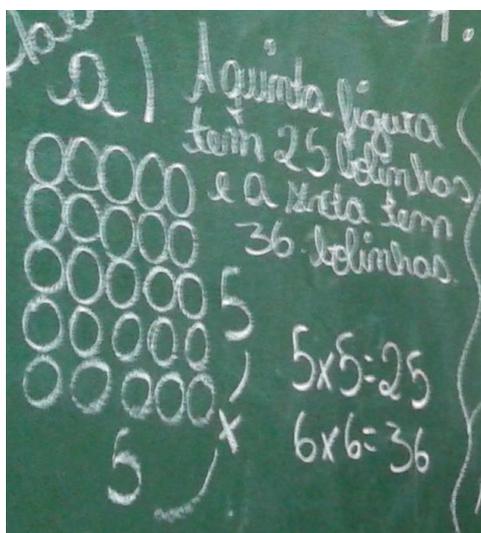
Professora: *Você consegue estabelecer uma regra que determine a quantidade de botões a ser aumentada?*

Dupla B: *Professora, eu acho que vai aumentando assim, aumentou dois, depois aumentou três, depois quatro e assim por diante... é sempre o que se tinha mais o número da figura... vai dar 1,3,6,10,15,21...*

Observou-se que essa dupla conseguiu expressar uma generalização. Eles perceberam a forma como a sequência ia aumentando e estabeleceram uma lei geral, mesmo que tenham expressado essa lei oralmente.

Para determinar a quantidade de bolinhas da figura 5, dos números quadrangulares, os alunos recorreram ao desenho. Um aluno da dupla H foi ao quadro e fez o desenho:

Figura 4 – Resposta da dupla H.



Fonte: dados da pesquisa.

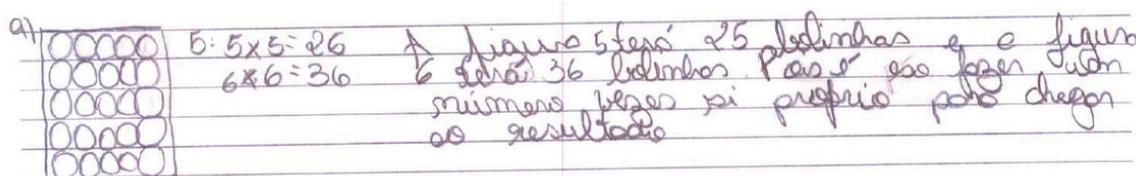
Professora: *Qual critério foi utilizado para desenhar a figura dessa forma?*

Aluno da dupla H: *Eu fiz como as outras figuras da sequência. E calculei lado vezes lado:*

*cinco bolinhas de um lado vezes cinco bolinhas de outro lado.*

Um aluno da dupla C encontrou o mesmo resultado, para uma explicação semelhante como é apresentado na figura 5, a seguir.

Figura 5 – Resposta da dupla C.



Fonte: dados da pesquisa.

Professora: Para uma figura qualquer, como vocês podem determinar o número de bolinhas?

Dupla G: Significa, professora, assim... a figura número um tem uma bolinha... a figura número dois tem quatro bolinhas, e assim por diante... é sempre o dobro...

Professora: Como foi que vocês concluíram que é o dobro?

Dupla G: É que 1 vez 1, dá 1, 2 vezes 2, dá 4, 3 vezes 3 dá nove...

Professora: Mas esses valores representam o dobro?

Dupla G: Sim.

Professora: Vocês concordam com a opinião das colegas?

Dupla L: Não é o dobro... é o quadrado... pega o número e eleva ao quadrado...

Dupla G: É, professora... se fosse o dobro, seria 1 vez 2, 2 vezes 2, 3 vezes 2... não funciona...

Professora: Isso mesmo. Essa sequência representa o valor da posição da figura elevado ao quadrado, que vai resultar na quantidade de bolinhas.

Professora: Isso vale para qualquer figura? A dupla A respondeu que sim e escreveu:

Figura 6 – Resposta da dupla A.

Fonte: dados da pesquisa.

Após a socialização dos resultados, foi construído um quadro com o número de bolinhas de cada figura.

Apesar de algumas duplas terem encontrado uma generalização, muitas outras esperaram o momento da socialização dos resultados,

pois não compreenderam a justificativa dada e recorreram à estratégia da adição e do desenho. Essa é uma das dificuldades observadas. Também foram percebidas outras dificuldades, como, por exemplo, comunicar e expor oralmente a regra de formação da sequência.

Quadro 1 – Generalização da atividade.

Nº bolinhas Fig.1	Nº bolinhas Fig. 2	Nº bolinhas Fig. 3	Nº bolinhas Fig. 4	Nº bolinhas Fig. n
1	4	9	16	...
	2 <sup>2</sup>	3 <sup>2</sup>	4 <sup>2</sup>	n <sup>2</sup>

Fonte: dados da pesquisa.

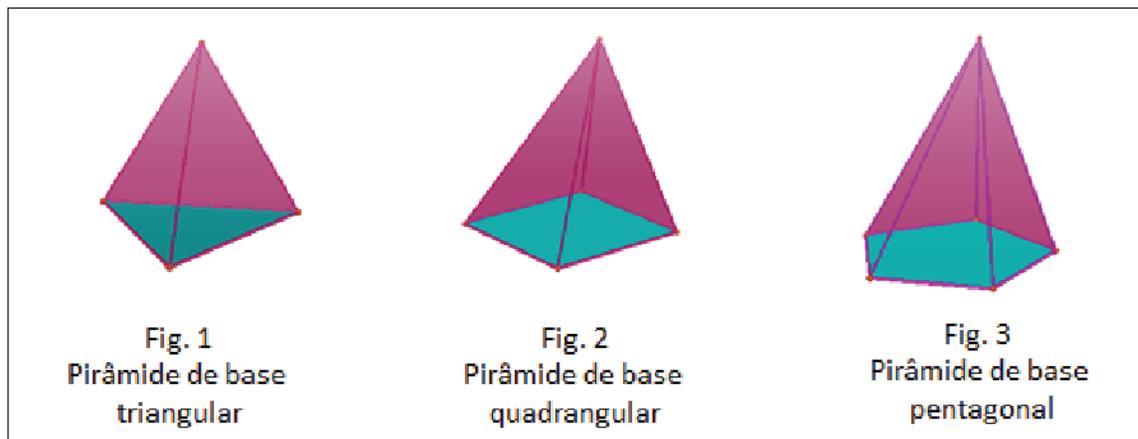
Esse método de discussão dos resultados serviu também como uma avaliação dos alunos para verificar o nível em que eles se encontravam. Ponte, Brocardo e Oliveira apostam nessa estratégia:

Outra forma de avaliação são as apresentações orais que se fazem no culminar de uma atividade de

investigação, quando os alunos dão a conhecer ao professor e aos seus colegas o trabalho por si previamente realizado. Uma apresentação oral constitui uma situação de avaliação e também de apresentação, favorecendo o desenvolvimento da capacidade de comunicação e de argumentação. (2013, p.125)

A atividade seguinte relacionava-se com a geometria espacial. Foram distribuídos palitos, massa de modelar e folhas com desenhos das

seguintes pirâmides para os alunos construírem com o material concreto.



A professora explicou inicialmente o significado de cada um dos elementos da pirâmide, tais como vértice, aresta, face e base, e solicitou

aos alunos construírem novas pirâmides modificando o polígono da base. Em seguida, forneceu uma folha com o seguinte quadro para cada dupla completar.

Nº de lados da base	3	4	5	6	10	20
Nº de vértices	4					
Nº de arestas	6					
Nº de faces	4					

Preenchido o quadro, a professora questionou a existência de um padrão entre o número de lados da base e o número de vértices.

*Professora: Vocês conseguem perceber alguma relação entre o número de lados da base e o número de vértices?*

*Dupla I: Que vai aumentar sempre mais um...*

*Dupla G: Professora, eu percebi que quando o número de lados da base é ímpar, o número de vértices é par, e vice-versa...*

*Professora: Além disso, nada mais?*

*Dupla L: Professora, nós descobrimos que o número de vértices é o mesmo número de lados da base, mas tem que somar um.*

A resposta da dupla L é mostrada na figura 7, a seguir:

Figura 7 – Conclusão obtida pela dupla L.

*b) O nº de vértices é o nº de base mais 1*

Fonte: dados da pesquisa.

*Professora: Mas, por que aumenta mais um?*

*Dupla I: Porque eu uso três massinhas para juntar os palitinhos da base, e uma massinha para fazer a pirâmide.*

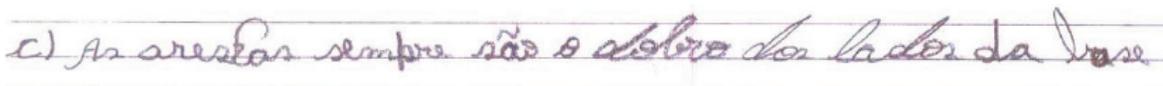
A questão solicitava que os alunos observassem o número de lados da base e o número de arestas, e descrevessem suas conclusões.

*Professora: E então, quais são as conclusões que vocês tiraram?*

*Dupla F: Achamos que o número de arestas é maior... parece que é sempre o dobro do número de lados...*

A figura 8 mostra a resposta do aluno F.

Figura 8 – Resposta da dupla F.



c) As arestas sempre são o dobro dos lados da base.

Fonte: dados da pesquisa.

A dupla I confirma a resposta dada.

*Dupla I: É o dobro do número de lados, o número de arestas...*

Uma das questões pedia que eles analisassem o número de vértices e o número de faces e estabelecessem uma relação entre esses valores.

*Professora: É possível estabelecer uma relação entre o número de vértices e o número de faces?*

*Dupla G: É sempre o mesmo.*

*Dupla L: É o mesmo número.*

*Professora: Será que podemos descobrir uma relação entre o número de vértices, o número de faces e o número de arestas de cada pirâmide desenhada?*

Com essa pergunta, a professora conduziu os alunos a refletirem e estabelecerem uma relação entre esses elementos. O propósito era que os alunos identificassem o resultado do Teorema de Euler para poliedros convexos, isto é, que o número de faces adicionado com o número de vértices, subtraído o número de arestas, resulta em dois. Essa relação só foi obtida com o auxílio da professora na sistematização dos resultados. Nesse caso, a visualização das pirâmides auxiliou os alunos na conclusão.

## 5 Considerações finais

Este trabalho teve como objetivo geral analisar quais as contribuições da utilização de

atividades investigativas para a aprendizagem dos conteúdos de sequências e regularidades por alunos de uma turma de oitavo ano do Ensino Fundamental.

Observou-se que essa estratégia de ensino diferiu das formas tradicionais de ensinar Matemática. Ao contrário da prática de memorização e repetição, procurou-se apresentar tarefas que desafiaram os alunos a interpretar, construir estratégias, argumentar e, dessa forma, realizar a construção do conhecimento. Isso ocorreu nos momentos de discussão em grupo, quando cada dupla apresentou a sua percepção dos problemas propostos explanando aos demais colegas os resultados encontrados, estando sujeitos à aprovação ou à reprovação da resposta pelo grande grupo.

Foi possível perceber, através da análise das atividades, que os alunos realizaram integralmente os passos acima descritos, sendo que a leitura e a apresentação da proposta foram feitas em conjunto, com a leitura inicial por um aluno. A partir da leitura, cada grupo de estudantes, e também individualmente, passaram a interpretar o problema e construir as estratégias próprias para resolução. Inicialmente, os alunos apresentaram certa dificuldade e apreensão, pois não estavam habituados com essa prática de ensino. Em determinadas atividades, foi possível perceber a falta de conhecimento de alguns conceitos matemáticos para poderem generalizar e concluir as atividades. Notou-se que a utilização dessa metodologia é uma aliada na sala de aula,

mesmo exigindo maior dedicação e empenho de alunos e do professor. O professor precisa elaborar atividades que instiguem o estudante a pesquisar e também orientar a turma para que a aula de Matemática inicie e se mantenha com características integralmente investigativas.

Quanto às estratégias utilizadas pelos alunos para generalizar, estas foram sempre construtivas, predominando a representação por meio do desenho e da contagem. Poucos alunos conseguiram explicar o raciocínio utilizado e o processo de generalização.

Em relação às dificuldades manifestadas pelos alunos, observou-se a dificuldade na leitura e interpretação do que era solicitado, e nas comunicações dos resultados não se utilizou uma linguagem apropriada. Outra dificuldade, observada logo no início das atividades, foi a realização do trabalho em duplas. Partilhar as ideias e conversar sobre as questões foi uma habilidade que foi sendo construída no decorrer das aulas.

Apesar das dificuldades, os resultados do trabalho investigativo foram muito positivos, pois os alunos participaram integralmente das tarefas propostas e, principalmente, demonstraram evolução a cada dia de trabalho, pois interagiram com os colegas e com a professora, tornando o ambiente de estudo um ambiente de compartilhamento e de trocas.

No início, os alunos apresentaram dificuldades para compreender as questões e ficaram aguardando um exemplo para conseguirem seguir com a resolução. Ao contrário de lhes mostrar como buscar uma generalização, foi proposta uma nova interpretação, de forma que pudessem explicar o objetivo de cada atividade. Mesmo após a leitura, alguns alunos seguiram com dúvidas. Eles foram questionados a cada passo de trabalho, a fim de conseguirem perceber a regularidade contida na proposta. O material concreto utilizado na maioria das tarefas e o

desenho auxiliaram na construção de conjecturas e na generalização. Pode-se concluir que a utilização de atividades investigativas auxiliou no desenvolvimento do interesse e da motivação por parte dos alunos e da pesquisadora, desenvolvendo um ambiente favorável e prazeroso à aprendizagem de Matemática.

## Referências

BRASIL. Ministério de Educação. Secretaria de Ensino Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática, Ensino de Quinta a Oitava séries*. Brasília, 1998. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>>. Acesso em 15 dez. 2014.

FERREIRA, A. B. H. *Miniaurélio século XXI: o minidicionário da língua portuguesa*. 4.ed. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 2000.

FIorentini, D.; FERNANDES, F. L. P.; CRISTÓVÃO, E. M. Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico. In: SEMINÁRIO LUSO-BRASILEIRO DE INVESTIGAÇÕES MATEMÁTICAS NO CURRÍCULO E NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES, 2005, Lisboa. *Comunicações...* Lisboa: 2005. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/...LB/Fiorentini-Fernandes-Cristovao2.doc>>. Acesso em: 10 jul. 2014.

PONTE, J. P. Álgebra no currículo escolar. *Educação e Matemática*, 2005, n.85, p.36-42.

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. *Investigações matemáticas na sala de aula*. 3.ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2013.

PONTE, J. P., BRANCO, N.; MATOS, A. *Álgebra no ensino básico*. Lisboa: ME-DGID, 2009.

SELBACH, S. et al. *Matemática e didática*. Petrópolis: Vozes, 2010.

VALE, I.; PIMENTEL, T. *Padrões e conexões matemáticas no ensino básico*. Educação Matemática, n.110, p.33-38, 2011. Disponível em: <[http://www.academia.edu/1425432/Padr%C3%B5es\\_um\\_tema\\_transversal\\_do\\_curr%C3%ADculo](http://www.academia.edu/1425432/Padr%C3%B5es_um_tema_transversal_do_curr%C3%ADculo)>. Acesso em: 19 abr. 2015.

---

**Carine Pedrosa da Rosa** – Mestre em Ensino de Física e Matemática – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Centro Universitário Franciscano, Santa Maria/RS.

**Eleni Bisognim** – Professora do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Centro Universitário Franciscano, Santa Maria/RS.