

METODOLOGIA PEER INSTRUCTION NO ENSINO DE MATRIZES: UM RELATO DE EXPERIÊNCIA NA DISCIPLINA DE ÁLGEBRA LINEAR

On the Peer Instruction methodology for teaching matrices: An experience report in Linear Algebra course

Katiuscia Costa Barros Teixeira

Francisca Cláudia Fernandes Fontenele

Resumo

Neste trabalho, relatamos uma experiência didática vivenciada na disciplina Álgebra Linear, em que abordamos, especificamente, o conteúdo de matrizes. A estratégia de ensino utilizada foi inspirada na metodologia Peer Instruction, a qual se baseia na construção de questões conceituais com o objetivo de concentrar a atenção do estudante nos conceitos fundamentais, visando ao desenvolvimento de seu raciocínio, assim como incentivar sua participação e colaboração na sala de aula. Descrevemos como essa estratégia foi implementada junto à turma e como os alunos responderam a ela. Os resultados revelaram que os alunos participaram ativamente da aula promovendo amplos debates com seus pares e mostraram-se mais empenhados no aprendizado do conteúdo.

Palavras-chave: Metodologia de ensino. Peer Instruction. Matrizes. Álgebra Linear.

Abstract

In the present study, we report a didactic experience in the Linear Algebra course, specifically the content of matrices, held in the course of Chemical Engineering at the Federal University of Ceará (UFC). The teaching strategy was inspired by the methodology Peer Instruction, which is based on conceptual questions in order to focus student's attention on the fundamental concepts,

aiming to develop their reasoning thinking, as well as, to promote student interaction and cooperation in class. We describe how this strategy was implemented in the classroom and how students responded to it. The results show that students actively participated in the classroom with extensive discussions with their peers and more motivated in the learning content.

Keywords: Teaching methodology. Peer Instruction. Matrices. Linear Algebra.

1 Introdução

A Álgebra Linear (AL) é uma das disciplinas-chave do ciclo básico dos cursos das ciências exatas. Com alto índice de reprovação, tem sido alvo constante de preocupação por parte de professores e educadores matemáticos, tais como: Dorier (2008), Dorier et al. (2000) e Rogalski (1994), cujos estudos retratam os problemas e as dificuldades vivenciados no ensino e aprendizagem dessa disciplina no cenário francês, e o grupo americano Linear Algebra Curriculum Study Group (LACSG), que também se dedica a investigar possíveis caminhos.

Esses pesquisadores sinalizam a necessidade de mudanças na maneira de ensinar, de modo a proporcionar um ensino mais centrado na ação reflexiva do aluno em sala de aula e não apenas na exposição sucessiva de conteúdo, por parte do professor. Pensando nisso, trazemos um relato

de experiência no qual abordamos a aplicação da metodologia Peer Instruction em aulas sobre matrizes, que é um conteúdo essencial na disciplina de Álgebra Linear. Antes, porém, de apresentar mais detalhes dessa aplicação, é pertinente uma breve discussão sobre o ensino da AL.

Dorier (2008) aponta que os problemas no ensino e na aprendizagem estão associados ao caráter complexo e abstrato dos conceitos e definições da AL, bem como a fatores históricos, didáticos e epistemológicos. Rogalski (1994) identificou que as dificuldades vivenciadas pelos estudantes devem-se ao excesso de formalismo presente nos exercícios, pois, ao entrar num curso universitário, o aluno depara com uma matemática bem mais complexa e formal, com teoremas e demonstrações rigorosas que causam estranheza e dificuldades de compreensão de seus significados.

Sobre isso Dorier et al. (2000) ressalta que

[...] as dificuldades com o aspecto formal da teoria dos espaços vetoriais não é apenas um problema geral com o uso do formalismo, mas principalmente uma dificuldade de compreensão do uso específico do formalismo na teoria dos espaços vetoriais, e a interpretação dos conceitos formais em relação aos contextos mais intuitivos, como geometria ou sistemas de equações lineares em que historicamente eles surgiram. (p.86)

Essa dificuldade de compreensão do uso específico do formalismo e da interpretação dos conceitos formais caracteriza-se como um obstáculo epistemológico que precisa ser superado, pois a não superação resulta na *perda du sens*, ou seja, perda de sentido diante da não compreensão de significados, que é apontada em Rogalski (1994, p.1) como um dos problemas mais preocupantes do ensino da AL.

Outro obstáculo epistemológico que merece atenção do professor refere-se ao caráter unificador, simplificador e generalizador da AL, que não é facilmente identificado pelos estudantes, pois, para o aluno, não é tão simples perceber que a AL unifica, numa estrutura mais geral, conteúdos vistos no ensino médio, tais como: polinômios, números complexos, matrizes, funções.

Além dos obstáculos epistemológicos, também aparecem os obstáculos didáticos, que são uma consequência da forma como os professores lidam com essas dificuldades. Ou seja, determinados obstáculos podem constituir-se num obstáculo de ordem didática se o entrave para sua superação encontrar resistência por conta de escolhas equivocadas feitas pelo docente. Por exemplo, ante as dificuldades epistemológicas, a atitude, em geral, tomada pelos professores é a de dar menos atenção à parte conceitual do ensino e maior ênfase às tarefas algorítmicas. Desse modo,

A algoritmização é, então, um meio de negociar a redução do conflito, permitindo diminuir o aspecto de novidade (e evitar, ao mesmo tempo, a dificuldade conceitual). Os professores se ligam, via algoritmo, a um quadro conhecido: a resolução de sistemas de equações lineares, no caso dos espaços vetoriais. (DORIER, 2008, p.33)

No entanto, tal atitude não supera o obstáculo, apenas o omite, pois, como possível consequência desse ensino focado nas manipulações algorítmicas, tem-se a seguinte contradição identificada pelo autor:

[...] muitos estudantes revelam poder encontrar a forma reduzida de um operador linear, mas guardam incompreensões profundas sobre as noções, tais como a soma (direta) de subespaços, ou a noção de geradores ou mesmo de independência linear, apesar de serem conceitos chave nos fundamentos teóricos das técnicas de redução de endomorfismos. (DORIER, 2008, p.33)

Segundo o autor, esse fato constitui uma contradição que não consegue aceitar, uma vez que é preciso compreender as noções citadas para poder encontrar a forma reduzida de um operador. Nesse caso, há indícios de que esses alunos conseguem encontrar a solução de modo meramente mecânico, via algoritmo, sem necessariamente compreender seu sentido e significado.

O ensino da matemática, quando associado à mera repetição de técnicas que limitam a exploração conceitual, tende a estimular a

ocorrência do que D'Amore (2007) chamou de *fraude epistemológica*, quando o aluno encontra a solução correta para um problema simplesmente por reproduzir algo já feito pelo professor, mas não necessariamente por “ter entendido a sua necessidade matemática ou lógica a partir do enunciado, não porque tenha ‘compreendido e resolvido o problema’, não porque tenha aprendido um objeto matemático” (p.10).

Além disso, segundo Rogalski (1994), muitos professores propõem atividades sem justificá-las, e o aluno realiza essas atividades por realizar, sem compreender o seu propósito. Isso contribui para gerar as perdas de significado decorrentes das incompreensões do que estão a realizar. Segundo a análise do autor, as práticas pedagógicas não favorecem o acesso ao significado da AL, o que reforça nossa premissa de que parte dos problemas está atrelada a aspectos metodológicos que perpassam pela mediação docente.

Matrizes é um exemplo de conteúdo da AL trabalhado em sala de aula com ênfase no enfoque algorítmico, no qual os estudantes aprendem regras de manipulação, porém a abordagem conceitual deixa a desejar no que se refere a uma reflexão mais aprofundada sobre as relações entre definições, propriedades e manipulações. Assim, compreendendo a importância dos conceitos para a aprendizagem e desenvolvimento do raciocínio matemático discente, consideramos essencial que seu tratamento em sala de aula se dê de forma significativa.

Cientes, portanto, da necessidade de se buscar caminhos que possam melhorar a aprendizagem discente em sala de aula, principalmente, no que se refere à compreensão conceitual, realizamos uma experiência com a metodologia Peer Instruction (PI), com o objetivo de verificar sua aplicabilidade em aulas sobre matrizes numa disciplina de Álgebra Linear, na qual pudemos observar seus reflexos na participação dos alunos durante a aula, na cooperação com os colegas e na assimilação dos conceitos trabalhados.

2 Peer Instruction

No início de 1990, Eric Mazur, professor de Física da Universidade de Harvard, EUA, de-

envolveu a metodologia Peer Instruction com o objetivo de ajudar seus estudantes em uma melhor compreensão da disciplina de Introdução à Física. Com o passar do tempo, o método foi tendo adeptos, e hoje se encontra difundido por diversos países, em diferentes contextos, como se pode ver na dissertação de mestrado de Oliveira (2012), nos artigos de Beites e Nicolás (2013), Suppapittayaporn et al. (2008), Porter et al. (2011), entre outros.

Nesses trabalhos, Oliveira (2012) elaborou uma unidade didática em nível de Ensino Médio sobre os conceitos fundamentais de Eletromagnetismo, que foi aplicada no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Sul-Rio-Grandense, na cidade de Pelotas/RS. Beites e Nicolás (2013) apresentam um material didático para o ensino da disciplina Álgebra, na Universidade da Beira Interior, Portugal. Suppapittayaporn et al. (2008) aplica a PI na Tailândia, com alunos da décima série, para trabalhar os conceitos de força e movimento. Porter et al. (2011), por sua vez, reportam a experiência vivenciada no curso de Ciências da Computação, em uma instituição nos Estados Unidos.

Além disso, a efetividade da PI tem sido demonstrada em diversos trabalhos dos quais se podem destacar Crouch and Mazur (2001), Fagen, Crouch e Mazur (2002) e Lasry, Mazur e Watkins (2008), uma vez que o objetivo central dessa metodologia é explorar a interação e a colaboração dos estudantes nas aulas, como também enfatizar os conceitos. Possui como ideal que o aluno perceba a importância das teorias, das definições e dos teoremas apresentados no decorrer da disciplina, para que, assim, o discente consiga apreender tais conceitos, visando ao desenvolvimento de seu raciocínio abstrato.

É baseada na construção de questões conceituais de múltipla escolha, que são lançadas durante as aulas pelo professor para que os alunos analisem e apontem suas respostas por meio de sistema de votação. A votação pode ser feita através de braços erguidos, cartões respostas (*flashcards*) ou *clickers* que são dispositivos eletrônicos conectados diretamente ao computador do instrutor. A Figura 1 ilustra um momento de votação em sala de aula.

Figura 1 – Momento de votação em sala de aula através dos *flashcards*.

Fonte: pesquisa direta.

Uma aula via PI é dividida em tópicos fundamentais do conteúdo. Para cada tópico, é dada uma breve explicação seguida de uma questão conceitual do assunto que foi exposto. Os estudantes são encorajados a refletir individualmente sobre a solução, e, após um determinado tempo, acontece a primeira votação. Nesse momento, o instrutor analisa as respostas e as registra, para que possa fazer uma comparação. Caso não seja pelo método dos *clickers*, o registro pode ser feito através de contagem ou mesmo por fotografia. Caso a percentagem de acertos ultrapasse 70%, o professor pode fazer uma breve discussão sem necessidade de segunda votação. Se a percentagem for menos de 30%, sugere que o aluno não compreendeu o conceito. O professor, então, pode explicar novamente com uma nova abordagem e lançar outro teste conceitual.

O ideal de acertos é que estejam na margem de 30% a 70%, indicando que a questão é desafiante, porém não tão difícil. Nesse caso, pede-se que os alunos discutam suas respostas com os colegas e tentem convencê-los. Após alguns minutos, é tempo para uma segunda votação. Se a maioria dos estudantes escolheu a resposta correta, digamos mais de 90%, o professor pode passar para o próximo tópico; caso contrário, o professor discute a questão analisando item a item. Para cobrir um conceito-chave da aula, gasta-se um mínimo de 15 minutos.

Para Mazur (1997), cada ponto principal da aula deve seguir os passos abaixo:

1. Exposição do conteúdo pelo instrutor (7-10 minutos);
2. Apresentar a questão aos alunos (~1 minuto);
3. Os alunos pensam sobre o assunto (~1 minuto);

4. Gravar as respostas individuais dos alunos (opcional);
5. Os alunos discutem sobre os conceitos (1-3 minutos);
6. Gravar as respostas revisadas dos alunos (opcional);
7. O professor informa a resposta correta;
8. Explicar a resposta correta (~2 minutos).

Outro ponto importante nessa metodologia é que os alunos venham preparados para a aula. Para isso, um material didático (resumo de autoria do professor, vídeo ou referência bibliográfica) é distribuído para os alunos contendo os principais tópicos que serão trabalhados na aula seguinte. Assim, como incentivo para a leitura, a metodologia PI passou a utilizar uma adaptação do método Just-in Time Teaching (JiTT), desenvolvido por Novak et al. (1999). Nesse método, os estudantes precisam estudar o material e responder a algumas questões relacionadas tanto ao conteúdo quanto à dificuldade de compreensão da leitura, que devem entregar ao professor num prazo estipulado. Por exemplo, “O que você achou difícil ou confuso na leitura? Caso negativo, o que você achou mais interessante?”. Dessa forma, além de os alunos virem preparados para a aula, o professor pode organizá-la com base nas principais dificuldades encontradas por eles.

Vale destacar, com base na experiência de Mazur, que o sucesso da implementação da Peer Instruction não depende do método de votação, mas está intimamente associado ao empenho do aluno em participar ativamente, desde o instante que recebe o material que será trabalhado em aula posterior até o momento que estará em sala de aula discutindo com seus colegas a

questão em votação. De fato, é um método de ensino centrado no aluno, que enfatiza conceitos e proporciona um ambiente adequado para discussão e colaboração entre pares. O professor faz o papel de mediador, auxiliando os alunos nas dificuldades encontradas.

Os enfoques teóricos que fundamentam essa metodologia são as teorias construtivistas de Lev Vygotsky (1999) e de David Ausubel (apud MOREIRA, 1999). Segundo Vygotsky, o desenvolvimento cognitivo do aluno ocorre por meio da interação social, ou seja, o conhecimento vai sendo adquirido a partir das trocas mediadas pela linguagem, facilitadas pela interação com outros indivíduos e com o meio. Desse modo, a sala de aula constitui lócus privilegiado da aprendizagem em que o professor precisa ser um fomentador de discussões e facilitador de trocas cognitivas, à medida que aborda um conteúdo do saber.

Essa teoria está muito relacionada com a metodologia Peer Instruction, pois o professor, que tem a função de mediador no processo de ensino aprendizagem, procura estimular o trabalho em grupos, permitindo ao aluno construir seu conhecimento, participar ativamente e cooperar com os colegas. Dessa forma, há uma interação professor-aluno, aluno-aluno e novo conhecimento-conhecimento prévio.

Segundo a teoria da aprendizagem significativa de Ausubel, o aluno precisa ter conhecimento prévio sobre um determinado conteúdo (*subsunçores*) para conseguir aprender significativamente um novo conhecimento. Quando um novo conceito se relaciona de maneira não arbitrária e não literal com informações previamente conhecidas, o aluno estará transformando esse conhecimento em significado.

Os textos de apoio e as questões preliminares propiciaram aos alunos os conhecimentos prévios necessários para a assimilação de um novo conceito. Dessa maneira, utilizar essa metodologia favorece uma aprendizagem em que o aluno conecta um novo conteúdo a conteúdos prévios, ou seja, pode possibilitar uma aprendizagem significativa.

Convém ressaltar que, segundo Moreira (1999, p.38), “aprendizagem significativa não é sinônimo de aprendizagem correta. Um aluno pode aprender de maneira significativa, porém, errada”. Desse modo, o papel do professor é essencial, pois

é ele que poderá guiar seus alunos a aprendizagens corretas do ponto de vista científico.

3 Aspectos metodológicos

Visando verificar a aplicabilidade da metodologia Peer Instruction em aulas sobre Matrizes, realizou-se uma atividade com uma turma do curso de Engenharia Química da Universidade Federal do Ceará, na disciplina Álgebra Linear. A aula durou 90 minutos e dela participaram 70 alunos. A coleta dos dados deu-se por meio de observação participante, na qual foi utilizado o diário de campo como instrumento de registro.

Assim, o conteúdo abordado foi o estudo de Matrizes, que desde 1858 teve sua importância destacada quando Cayley (1858) apresentou, em sua famosa obra *Memoir on the Theory of Matrices*, a demonstração de sua utilidade. Desde então, esses conceitos aparecem difundidos em inúmeras áreas de estudo, tais como na matemática, física, engenharia, computação, economia, entre outras. As matrizes são essenciais na ordenação e simplificação de sistemas de equações lineares e também fornecem novos métodos de resolução, sendo componente fundamental para a compreensão da Álgebra Linear.

A estrutura da aula foi dividida nos seguintes subtópicos:

- Definição de Matrizes e suas propriedades;
- Operações de Matrizes: adição, subtração e multiplicação por um escalar;
- Multiplicação de Matrizes;
- Propriedades de Matrizes.

Para cada subtópico, foram selecionadas questões conceituais visando estimular o raciocínio dos estudantes. Como essas questões não tinham por objetivo enfatizar problemas numéricos, evitaram-se questões que envolvessem cálculos. Foram também adequadamente escolhidas as opções de múltipla escolha, com o intuito de que cada item abrangesse um conceito ou uma propriedade a ser discutido em sala de aula. As questões foram criteriosamente coletadas de livros e sites relacionados à disciplina. Ademais, foi confeccionado um resumo do conteúdo com o objetivo de os alunos virem preparados para a sala de aula. Esse material foi disponibilizado para os estudantes no primeiro dia de aula através do ambiente virtual da uni-

versidade, SIGAA (Sistema Integrado de Gestão de Atividades Acadêmicas).

4 Experiência em sala de aula: resultados e discussão

No primeiro dia de aula, foi apresentada aos alunos a metodologia que seria aplicada na sala de aula e a forma como seria desenvolvida. Enfatizou-se a importância da participação ativa dos alunos, assim como a necessidade de eles virem preparados para a aula. Os alunos pareciam entusiasmados e curiosos com relação à nova metodologia. Além disso, foi solicitado que respondessem a algumas questões, as quais deveriam ser entregues na aula subsequente.

No início da aula seguinte, foi entregue um conjunto de quatro cartões (A, B, C e D) para cada aluno (ver modelo em Figura 1) e foram recolhidas as tarefas solicitadas. Foi realizada uma breve discussão a respeito de tais questões e do texto enviado. Perguntou-se a opinião dos alunos a respeito do texto enviado, o que eles acharam e se foi útil. A maioria aprovou, comentando que estava bem claro, sucinto e de fácil compreensão. Com relação às questões, eles mencionaram que não sentiram dificuldades em resolver.

Ao finalizar essa primeira parte, foi apresentada a definição de matrizes utilizando *slides* e a lousa. O professor perguntou sobre os tipos de matrizes deixando que eles próprios exemplificassem. Nesse momento, foi lançada a primeira questão conceitual (Quadro 1).

Quadro 1 – Questão conceitual sobre tipos de matrizes.*

Teste conceitual 1: Qual da sentença abaixo não está correta?

- A transposta de uma matriz elementar é uma matriz elementar.
- A transposta de uma matriz triangular superior é uma matriz triangular superior.
- A transposta de uma matriz diagonal é uma matriz diagonal.
- A transposta de uma matriz simétrica é uma matriz simétrica.

*Resposta correta: b

Após pensar um pouco, a maioria dos alunos levantou a placa B, evidenciando que não sentiram dificuldades em responder a essa questão, de modo que o índice de acertos foi

de 90%. Com essa alta porcentagem, não havia necessidade de uma nova votação; contudo com o objetivo de promover a autoconfiança, foi solicitado que os discentes discutissem e votassem novamente. Assim, depois da segunda votação, todos foram unânimes na resposta correta.

Em seguida, a professora apresentou as operações com matrizes envolvendo adição, subtração e multiplicação por escalar, destacando que, para efetuar essas operações de adição e subtração entre matrizes, era preciso que as matrizes fossem de mesma ordem. Como essas operações são relativamente simples, a segunda questão conceitual foi lançada sem a exposição das alternativas (Quadro 2), com os alunos respondendo automaticamente.

Quadro 2 – Questão conceitual sobre operações de matrizes.*

Teste conceitual 2: Se A é uma matriz simétrica, então $A - A^T$ é: _____.

*Resposta: matriz nula.

Para a compreensão do próximo tópico, multiplicação de matrizes, explorou-se a importância da ordem das matrizes, ou seja, que nem todas as matrizes podem ser multiplicadas, através de contraexemplos. Foram realizados alguns exemplos numéricos para prática do algoritmo da multiplicação e, em seguida, foi lançada mais uma questão conceitual (Quadro 3).

Quadro 3 – Questão conceitual sobre produto de matrizes.*

Teste conceitual 3: Qual da sentença abaixo está correta para quaisquer matrizes A , B e C de mesma ordem?

- Se a primeira linha de A for toda constituída de zeros, o mesmo ocorre com a primeira linha de qualquer produto AB .
- Se a primeira coluna de A for toda constituída de zeros, o mesmo ocorre com a primeira coluna de qualquer produto AB .
- Se $AB = C$ e C tem 2 colunas, então A tem 2 colunas.
- Se $AB = C$ e C tem 3 linhas, então B tem 3 linhas.

*Resposta correta: a.

Os alunos pediram mais tempo para pensar, e foi observado que eles utilizaram papel e caneta na tentativa de solucionar a questão. Passado o tempo, 80% dos alunos responde-

ram corretamente, e assim foi pedido que eles discutissem um pouco sobre a questão. Após a discussão, 100% dos alunos chegaram à resposta correta. Como a resposta da questão era logo a primeira alternativa, muitos alunos não chegaram a analisar as demais. O professor, portanto, junto com os alunos, discutiu as escolhas restantes.

Prosseguindo a aula, foram apresentadas as propriedades da multiplicação de matrizes, seguidas de exemplos. Destacou-se, através de contraexemplos, que a multiplicação de matrizes não é necessariamente comutativa. Logo após, mais uma questão conceitual foi exposta (Quadro 4).

Quadro 4 – Questão conceitual sobre propriedades do produto de matrizes.*

Teste conceitual 4: Se A é uma matriz 3×4 e B uma matriz $n \times m$, então:

- a) existe $A + B$ se, e somente se, $n = 4$ e $m = 3$;
- b) existe AB se, e somente se, $n = 4$ e $m = 3$;
- c) existem AB e BA se, e somente se, $n = 4$ e $m = 3$;
- d) existem, iguais, $A + B$ e $B + A$ se, e somente se, $A = B$.

*Resposta correta: c.

O índice de acertos foi aproximadamente de 70%. Assim, foi pedido que eles discutissem a questão, e uma segunda votação foi realizada, atingindo 95% de acertos. Mesmo com esse alto índice de acertos, o professor analisou com os estudantes as demais alternativas apontando e corrigindo os erros.

Mais uma questão conceitual foi exposta (Quadro 5), a qual envolvia as propriedades de multiplicação de matrizes. Essa questão gerou consideráveis dúvidas e discussão entre os alunos. Sua sondagem inicial gerou uma taxa de resposta correta de apenas 10%. Nesse caso, pelos princípios da metodologia, deveria ser revisitado o conceito e, depois, exposto outro teste conceitual; entretanto, foi solicitado que os alunos discutissem com seus pares, e após a segunda votação essa taxa aumentou para apenas 75%.

Durante as discussões entre pares, observamos que a maioria dos estudantes não fazia distinção entre as regras que regem a multiplicação de matrizes e aquelas aplicáveis à multiplicação aritmética dos números reais.

Vale ressaltar que esta é uma habilidade básica prevista pelos alunos ingressantes na disciplina. Por exemplo, o item (a) estava errado, porque, ao usar a lei da distributividade, não apareceria a matriz identidade, e sim o número 1. No caso do item (b), não é válida a lei do cancelamento e nem do produto por zero para matrizes. Já no item (c), não existe divisão de matrizes.

Por outro lado, notamos o empenho dos alunos que tinham convicção da sua resposta correta em convencer os demais colegas, fato esse comprovado pelo índice de acertos no segundo processo de votação. A questão provocou uma discussão particularmente estimulante entre a turma, intensificando a motivação e a participação ativa e colaborativa dos alunos na sala de aula.

Quadro 5 – Questão conceitual sobre propriedades de produto de matrizes.*

Teste conceitual 5: Se uma matriz quadrada A é tal que $A^2 - 4A^3 = 0$, então:

- a) $A^2(1 - 4A) = 0$
- b) $A = 0$ ou $A - 4A^2 = 0$
- c) $\frac{A^2}{A^3} = 4$
- d) nenhuma das anteriores.

*Resposta correta: d.

Por fim, lançou-se a última questão conceitual da aula (Quadro 6) abordando também propriedades de matrizes. O índice de acertos na primeira rodada foi de 60%. Após o processo da segunda votação, esse índice aumentou para 90%. Notamos que as dúvidas dos alunos giraram em torno das alternativas (b) e (d); por conseguinte, dúvida sobre a comutatividade do produto de matrizes.

Quadro 6 – Questão conceitual sobre propriedades de matrizes.*

Teste conceitual 6: Para matrizes quadradas, então:

- I. $(A - A^T)^T = A^T - A$
- II. $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$
- III. $(A - B)^2 = (B - A)^2$

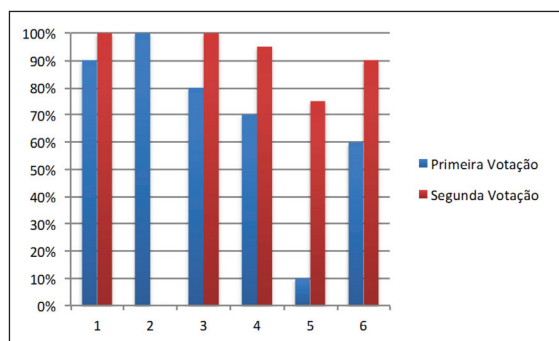
É verdade que:

- a) somente I é falsa;
- b) somente II é falsa;
- c) somente III é falsa;
- d) somente II e III são falsas.

*Resposta correta: b

Pode-se observar que 17% do total das questões conceituais corresponderam a menos de 30% de acertos na primeira votação e que 50% do total das questões ultrapassaram 70% de acertos. A margem de 30% a 70% de acertos foi atingida em 33% do total das questões na primeira votação, condição considerada ideal seguindo os princípios da metodologia PI (ver Figura 2).

Figura 2 – Porcentagem de respostas corretas nas votações das questões conceituais.



Fonte: pesquisa direta.

Os resultados mostram que o engajamento coletivo dos estudantes na resolução de problemas ficou evidente em todo o período estudado, apresentando uma integração crescente na abordagem de todas as questões propostas. Dentro do ambiente de sala de aula, era comum testemunhar os estudantes tentando convencer seus pares de que suas respostas estavam corretas. O aumento significativo de acertos após discussão fundamenta o aprendizado entre os pares conforme ilustrado na Figura 1.

Apesar da metodologia PI sugerir a criação de questões desafiadoras que estejam dentro da faixa de 30%-70% de acertos na primeira votação (CROUCH et al., 2007), pode-se observar que a questão abaixo de 30% de acerto foi considerada relevante e oportuna, pois demonstrou o potencial de levar os alunos a pensar, refletir sobre os conceitos e propriedades, de modo a favorecer a aprendizagem, proporcionada pela combinação da discussão entre pares e a explicação da professora. Diante de uma pergunta desafiadora, foi observado que os estudantes produziam discussões mais longas e aprofundadas e, assim, com

o apoio docente, estavam em uma condição de aprender e apreender ainda mais.

Para esse primeiro encontro, foram selecionadas questões conceituais mais simples com o intuito de promover a autoconfiança dos estudantes, assim como motivá-los a participar na sala de aula, isso justifica a elevada taxa de questões acima de 70% de acertos na primeira votação. Para aulas futuras, pretende-se aumentar o nível de dificuldade dessas questões e, assim, proporcionar ricos debates em sala de aula e contribuir com o desenvolvimento do raciocínio lógico e abstrato do discente.

5 Considerações finais

Diante do exposto, a metodologia Peer Instruction mostrou-se adequada para nosso propósito de abordar o conteúdo de matrizes com ênfase na exploração de conceitos. Observamos que durante a realização da atividade os alunos foram constantemente estimulados a participar durante as aulas, como também a compartilhar com os demais colegas as soluções obtidas das questões. Dessa forma, tanto foram observadas oportunidades de desenvolvimento do raciocínio abstrato quanto do trabalho colaborativo entre eles, em oposição às metodologias tradicionais que concebem os discentes como sujeitos passivos de aprendizagem.

Assim, os alunos puderam aprimorar seus conhecimentos e, à medida que estudaram o material entregue previamente, refletiram em sala de aula sobre o conteúdo abordado e interagiram com seus pares para discutir soluções para as questões apresentadas. A experiência vivenciada sugere que a utilização dessa estratégia de ensino pode proporcionar uma aprendizagem mais significativa.

Salientamos que a pesquisa abrangendo a metodologia deve continuar a ser desenvolvida para sistematizar sua aplicação em sala de aula. A esse respeito, num próximo trabalho, será apresentada uma análise mais aprofundada dos resultados aqui observados e realizado um estudo de questões conceituais mais complexas. Além disso, será implementada uma avaliação da aplicação do PI ao longo de toda a disciplina, em que será analisada a perspectiva dos estudantes para essa metodologia instrucional.

Referências

- BEITES, P. D.; NICOLÁS, A. P. Peer Instruction in Linear Algebra. In: *Proc. of ICERI 2013 Conference*. Seville, Spain, 2013. p.6629-6639.
- CAYLEY, A. A Memoir on the Theory of Matrices. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, v.148, 1858, p.17-37.
- CROUCH, C. H.; MAZUR E. Peer Instruction: Ten years of experience and results. *American Journal of Physics*, 69, 970-977, 2001.
- CROUCH, C. H. et al. Peer Instruction: Engaging students one-on-one, all at once. In: REDISH, E. F.; COONEY, P. (Eds.). *Reviews in Physics Education Research*, v.1, n.1, 2007, p.1-55. Disponível em: <<http://mazor.harvard.edu/publications.php?function=display&rowid=537>>. Acesso em: 10 fev. 2014.
- D'AMORE, B. Epistemologia, didática da matemática e práticas de ensino. *Boletim de Educação Matemática*. Rio Claro, SP, v.20, n.28, 2007. Disponível em: <<http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=291221871010>>. Acesso em: 22 abr. 2013.
- DORIER, J. L. et al. The Meta Lever. In: DORIER, J. L. (Ed.). *On the teaching of Linear Algebra*. Grenoble, France: Kluwer Academic Publishers, 2000.
- DORIER, J. L. Recherche en Histoire et en Didactique des Mathématiques sur l'Algebre Linéaire – perspectives théorique sur leurs interations. *Les Cahiers Du Laboratoire Leibniz*, n.12. Grenoble, France, 2008. Disponível em: <<http://www-leibniz.imag.fr/LesCahiers>>. Acesso em: 10 mar. 2012.
- FAGEN, A.; CROUCH C. H.; MAZUR E. Peer Instruction: Results from a range of classrooms. *Physics Teacher*, 40, 206-209, 2002.
- LASRY N.; MAZUR E.; WATKINS J. Peer instruction: From Harvard to the two-year college. *American Journal of Physics*, 76, 1066-1069, 2008.
- MAZUR, E. *Peer Instruction: A User's Manual*. Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall, 1997.
- MOREIRA, M. A. *Aprendizagem significativa*. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 1999.
- NOVAK G. et al. *Just-in-Time Teaching: Blending active learning and web technology*. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 1999.
- OLIVEIRA, V. *Uma proposta de ensino de tópicos de eletromagnetismo via instrução pelos colegas e ensino sob medida para o Ensino Médio*. Dissertação de mestrado em Ensino de Física. Porto Alegre, Instituto de Física, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2012.
- PORTER L.; LEE C.; SIMON B.; CUTTS Q.; ZINGARO D. Experience report: A multi-classroom report on the value of Peer Instruction. In: *Proc. of the 16th Annual Conference on Innovation and Technology in Computer Science Education (ITiCSE)*. Darmstadt, Germany, June 27-29, 138-142, 2011.
- ROGALSKI, M. L'enseignement de l'algebre lineaire en premiere annee de DEUG A. *Gazette Des Mathématiciens*, n.60, p.1-18, abr. 1994.
- SUPPAPITTAYAPORN, D. et al. The effectiveness of peer instruction and structured inquiry on conceptual understanding of force and motion: A case study from Thailand. *Research in Science & Technology Education*, 2008.
- VYGOTSKY, L. *A formação social da mente*. São Paulo: Martins Fontes, 1999.

Katiuscia Costa Barros Teixeira é Doutora em Engenharia de Teleinformática – Universidade Federal do Ceará. Professora Assistente da Universidade Central da Flórida, EUA. E-mail: katiuscia.teixeira@ucf.edu

Francisca Cláudia Fernandes Fontenele é Doutoranda em Educação – Universidade Federal do Ceará. E-mail: claudia@multimeios.ufc.br