

ENSINO DE NÚMEROS FELIZES COM ELEMENTOS DA TEORIA DA APRENDIZAGEM MULTIMÍDIA

Teaching of Happy Numbers using some features of Multimedia Learning

Marieli Vanessa Rediske de Almeida
Paulo Henrique Correia Araújo da Cruz
Neichelli Fabricio Langona
Samuel Rocha de Oliveira
Evandro Tortora
Tatiane Xavier

Resumo

Apresentamos um estudo de caso de duas atividades de ensino de Números Felizes incorporando alguns princípios da teoria da aprendizagem multimídia. Com base no envolvimento dos aprendizes e nas questões levantadas por eles, percebemos indícios de aprendizagem efetiva dos conceitos que foram apresentados de forma multimídia, interdisciplinar e com tarefas ao longo das atividades.

Palavras-chave: Números Felizes. Ensino. Aprendizagem Multimídia. Aprendizagem Efetiva.

Abstract

We present a case study of two activities of teaching Happy Numbers using some principles of the multimedia learning theory. Relying on the learners engagement and on their questionings, we found some indicatives of effective learning of the concepts which were presented in a multimedia, interdisciplinary and with tasks along the activities.

Keywords: Happy Numbers. Teaching. Multimedia Learning. Effective Learning.

Introdução

Neste artigo, vamos abordar o tema dos Números Felizes como uma possível atividade para o Ensino Fundamental II. Trataremos de números e suas operações básicas, assim como de uma possível exposição para a Licenciatura em Matemática, em que alguns fundamentos da Matemática podem ser explorados. O tema, utilizado para aplicação de sugestões teóricas de estratégias para aprendizagem multimídia efetiva, pode oferecer mais ferramentas para sequências didáticas de docentes em sua prática pedagógica. Assim, desenvolvemos uma apresentação visual com exposição narrada pela professora ou pelo seminarista com questões e pequenas tarefas para serem respondidas e feitas ao longo da atividade escolar ou do seminário. A atividade desenvolvida no contexto escolar teve alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, e os seminários para cursos de Licenciatura em Matemática contou com acadêmicos de todos os anos da graduação. O relato dessas experiências visa discutir as possibilidades do uso de tecnologias multimídia no ensino de conteúdos matemáticos usando como suporte teórico a teoria da aprendizagem multimídia (CLARK; MAYER, 2008).

Quando o aluno já compreendeu as propriedades da multiplicação e adição no Ensino Fundamental I, é possível avançar para propostas mais complexas e ampliar o conhecimento e o nível de abstração das atividades. Por exemplo, no início do Ensino Fundamental II, a abordagem já pode trocar a multiplicação de um número por ele mesmo para a operação de potenciação de expoente dois (e elevar ao quadrado). Já no final do Ensino Fundamental e no Ensino Médio, pode-se abordar uma linguagem mais algébrica para generalização da transformação, bem como análise de proposições e confecção de teoremas. No Ensino Superior, a temática dos Números Felizes pode ser trabalhada, por exemplo, em uma disciplina de Teoria dos Números para a Licenciatura em Matemática. Nesse caso, o trabalho com os Números Felizes oferece, entre outras possibilidades, a realização de demonstrações formais de propriedades, tais como as apresentadas nas proposições 1, 2 e 3 deste artigo.

Aprendizagem multimídia

Essa atividade foi concebida para ser aplicada em tempo relativamente curto, em uma escola formal, com crianças e adolescentes (6º ao 9º ano). Por esse motivo, consideramos apropriado o uso do conceito de aprendizagem multimídia (*multimedia learning*), que é definido por Clark e Mayer (2008) como o uso de conteúdo instrucional por meios variados, incluindo informações visuais e auditivas, para a construção do conhecimento específico do conteúdo de forma que o aprendiz consiga não apenas reter a instrução como extrapolar e transferir os conceitos aprendidos em outros contextos próximos em acordo com seus níveis cognitivos e suas experiências prévias. Conforme esses autores, os indivíduos possuem dois tipos de memória: de trabalho e de longo prazo. A memória de longo prazo desempenha papel central no processamento de informações, pois armazena o conhecimento acumulado. Esse conhecimento acumulado é organizado em forma de esquemas, os quais permitem a organização das informações, bem como a integração de novas informações. Por sua vez, a memória de trabalho recebe e processa as informações que serão integradas à memória de longo prazo. No entanto, a memória de trabalho é limitada e lida com poucas informações de cada

vez, sendo que informações não integradas aos esquemas existentes ou integradas a esquemas novos são perdidas. Conforme Baddeley (1992), essa memória de trabalho é acessada por um canal visual (processa o que é visto) e um canal auditivo (processa o que é ouvido). A memória de trabalho consegue lidar com mais informações quando a informação é apresentada por meio dos dois canais que se complementam (MILER, 2005).

Dessa forma, a aprendizagem multimídia deve levar em conta que:

- a memória de trabalho tem capacidade limitada para o processamento de informações;
- a utilização de múltiplos canais aumenta a quantidade de informações que o cérebro pode processar ao mesmo tempo;
- por envolver ambos os canais, auditivo e visual, o texto ouvido e/ou lido pode ser particularmente difícil de ser processado de forma simultânea;
- as informações devem ser apresentadas de forma a utilizar os esquemas prévios dos indivíduos ou a propiciar o desenvolvimento de novos esquemas.

Baseando-se nos quatro fundamentos acima, Clark e Mayer (2008) elaboraram alguns princípios que tornam o aprendizado multimídia mais efetivo no sentido do aprendiz ter mais chances de reter o conhecimento e transferir para outros contextos que listamos, resumidamente, abaixo:

- Utilizar palavras (narradas) e imagens é mais efetivo do que utilizar apenas palavras, já que dessa forma são utilizados os canais auditivo e visual da memória de trabalho.
- A aprendizagem multimídia é mais efetiva quando a atenção dos estudantes é focada (não dividida). Por exemplo, se em uma apresentação uma imagem for associada a uma palavra ou frase, ambas devem estar próximas e aparecer simultaneamente.
- A apresentação de conteúdo multimídia deve evitar conteúdos redundantes ou irrelevantes, valorizando as informações importantes para os objetivos da aula.
- A aprendizagem multimídia é mais efetiva se for interativa, ou seja, se os es-

tudantes puderem controlar o ritmo da apresentação por meio de pausas, diminuição do ritmo, reinicialização, etc.

- A aprendizagem é mais efetiva quando as estruturas de conhecimento do estudante são ativadas antes da exposição a conteúdos multimídia, por exemplo, por meio de revisões que permitam recorrer aos conhecimentos prévios e ativar esquemas já formados.
- A inclusão de animações pode melhorar a aprendizagem, principalmente quando essas animações fornecem a oportunidade de visualização de processos que não são inerentemente visuais.
- Apresentações que envolvem os alunos tornam-se mais interessantes; em particular, as narrativas contextualizadas podem ajudar na organização e processamento de informações.
- A aprendizagem multimídia é mais efetiva quando o estudante tem oportunidade de aplicar os conhecimentos recém-adquiridos e recebe *feedback* imediato.
- A aprendizagem multimídia funciona de formas distintas para sujeitos distintos.

A aprendizagem multimídia considera como o cérebro processa informações, constituindo-se assim em uma ferramenta interessante para o ensino e aprendizagem, tanto na prática docente escolar quanto para plataformas de Ensino a Distância.

Entendemos que a aprendizagem acontece quando as informações passam da memória de trabalho para a memória de longo prazo, sendo integradas em esquemas previamente estabelecidos, e a aprendizagem multimídia indica algumas formas efetivas para que um aprendizado aconteça. Essas ideias não são novas e são defendidas, por exemplo, por Ausubel, no contexto da aprendizagem significativa que é um processo por meio do qual novas informações ou novos conhecimentos se relacionam com a estrutura cognitiva prévia do aprendiz. Ausubel caracteriza a aprendizagem significativa como um mecanismo humano que adquire e armazena grande quantidade de ideias e informações representadas em qualquer campo de conhecimento. E, na visão de Gowin (1981), aprendizagem significativa depende da captação de significados, sendo essa captação no contexto escolar um

processo que envolve uma negociação de significados entre discente e docente.

Consideramos também que a interdisciplinaridade pode dar ao aluno e aprendiz maiores elos entre os novos conhecimentos e as estruturas prévias ou vai permitir posteriormente fazer novos elos e outros esquemas e aprendizados. A interdisciplinaridade pode ser compreendida (FAZENDA, 2001) como sendo um ato de troca, de reciprocidade entre as disciplinas ou ciências ou, melhor, de áreas do conhecimento. De acordo com Japiassu (1976), é importante que no diálogo interdisciplinar a autonomia de cada disciplina seja assegurada como condição fundamental, proporcionando harmonia em sua relação com as demais. Para Klein (1990), a interdisciplinaridade pode ser definida como um ponto de cruzamento entre atividades, e sua relação não é apenas com um trabalho de equipe, mas também individual.

Na próxima seção, apresentamos o conceito matemático dos Números Felizes.

Números Felizes: definição e proposições

Diz-se que um número natural é feliz se, após uma sequência de transformações específicas obtém-se como resultado o número UM. Assim, considere um número natural n , com d dígitos, expresso por $n = a_1 a_2 a_3 \dots a_d$, onde a_1 representa o primeiro dígito, a_2 representa o segundo dígito e, sucessivamente, até o último dígito, a_d . A transformação específica consiste em elevar ao quadrado cada um de seus algarismos e, em seguida, somá-los. O que, em termos algébricos, pode ser expresso por:

$$T(n) = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \dots + a_d^2$$

Por exemplo:

- $n = 5 \Rightarrow T(5) = 5^2 = 25$
- $n = 13 \Rightarrow T(13) = 1^2 + 3^2 = 1 + 9 = 10$
- $n = 274 \Rightarrow T(274) = 2^2 + 7^2 + 4^2 = 4 + 49 + 16 = 69$

Com essa transformação específica, diz-se que um dado número natural n , com d dígitos ($n = a_1 a_2 a_3 \dots a_d$) é **feliz** se existir uma sequência de r repetições da transformação $T(n)$ onde se obtém o número um, ou ainda, usando a notação

de potência para representar a sequência obtida pelas repetidas transformações aplicadas:

$$T^r(n) = 1,$$

para algum número r .

Alguns exemplos da transformação repetida são:

- $T^2(5) = T(25) = 2^2 + 5^2 = 29$
- $T^2(13) = T(10) = 1^2 + 0^2 = 1$
- $T^3(274) = T^2(69) = T(6^2 + 9^2) = T(127) = 1^2 + 2^2 + 7^2 = 54$

Proposição 1 – Considere dois números naturais n e b e o seguinte número $m = 10^b \cdot n$ (que é uma potência de 10 multiplicando o número n). Então $T(m) = T(n)$.

Proposição 2 – A transformação T sobre todos os números naturais que possuem os mesmos algarismos, independente da ordem, tem o mesmo valor.

Definição – Um número natural n não é feliz se, após uma de transformações T^r , o resultado é um dos seguintes números: 4, 16, 37, 58, 59, 145, 42, 20, 4. Esses números formam um ciclo pela transformação T .

Relatamos a seguir uma atividade feita com esse tema matemático dos Números Felizes usando os referenciais teóricos resumidos acima.

Algumas possibilidades do ensino de matemática a partir dos Números Felizes

Um dos objetivos do ensino da matemática é colocar o aluno em contato com os números proporcionando vivências significativas. Nesse sentido, o trabalho com os Números Felizes configura-se como uma alternativa metodológica para o professor, já que, dentro desse contexto, ele pode trabalhar o conceito de números, as suas relações numéricas, transformações, e até o modo de pensar e fazer matemática.

Nos anos iniciais do Ensino Fundamental, os alunos estabelecem os primeiros contatos com os conceitos matemáticos formais de sistema de numeração decimal e posicional, adição,

subtração, multiplicação e divisão que serão utilizados ao longo de toda a trajetória escolar e aprofundados nos anos posteriores.

A consolidação desses conceitos torna-se possível por meio do estudo sobre Números Felizes, já que os alunos utilizarão valor atribuído a cada algarismo (não posicional), a multiplicação de um número por ele mesmo e a adição nas etapas de transformações sucessivas dos números para descobrir se são felizes, ou seja, se chegam ao número UM como resultado ao final do processo de transformação ou a outros números.

Além disso, transformações matemáticas podem ser observadas e estudadas pelos estudantes. Por exemplo, nos anos iniciais os alunos podem ser instigados a observar que acontecem transformações semelhantes com números compostos pelos mesmos algarismos (12 e 21, 23 e 32, etc.) – veja a Proposição 2 acima –, o que viabiliza o estudo da propriedade comutativa com as crianças.

Quando o aluno já compreendeu as propriedades da multiplicação e adição nos anos iniciais do Ensino Fundamental, é possível avançar para propostas mais complexas e ampliar o conhecimento a ser aprendido por essas atividades.

Os conceitos já abordados anteriormente podem ser abordados novamente a fim de recordar o que já foi aprendido e introduzir novos conhecimentos. Para os anos finais do Ensino Fundamental, os Números Felizes podem colaborar com o desenvolvimento do conceito de potenciação e resolução de problemas no contexto escolar. Novas investigações podem ser incluídas e novas conjecturas poderão ser estudadas. Questões como “Dado que um número é feliz, ao multiplicarmos esse número por 10, ele continuará sendo feliz? Por quê?”, exigem que o aluno faça experiências e, por meio de suas próprias conclusões, possa responder à questão.

Para além dessa ideia, os estudantes podem propor novas conjecturas. Entre os seus pares, os alunos propõem novas questões, resolvem exemplos, apresentam contraexemplos, realizam pesquisa ou discutem com os colegas a fim de responder a suas próprias proposições.

Relatamos a seguir uma experiência em sala de aula usando o suporte teórico resumido previamente em que essa dinâmica aparece.

Uma atividade multimídia sobre Números Felizes para alunos de sexto ano

Uma atividade com Números Felizes foi desenvolvida na Escola Municipal Vista Alegre, que contempla estudantes de 6º ao 9º ano e está localizada na região central da cidade de Monte Mor/SP. A escola atende tanto alunos residentes na área central quanto na área rural, os quais são filhos de políticos, agricultores e metalúrgicos.

Para apresentar o conceito de Números Felizes aos 24 estudantes de uma turma de 6º ano, optou-se por uma abordagem interdisciplinar, unindo os conhecimentos matemáticos aos conhecimentos previamente trabalhados nos conteúdos de astronomia pelo professor de Geografia da referida escola, em acordo com Fazenda (2001) e Japiassu (1976).

A atividade foi realizada no Horário de Atividade de Planejamento Escolar (HAPE) dos professores de Matemática e Geografia. Essa integração entre os conteúdos e o trabalho em conjunto realizado pelos professores facilita a compreensão e assimilação dos conteúdos, atribuindo maior sentido e significado à aprendizagem, no sentido apontado por Ausubel (2000).

A realização de atividades interdisciplinares faz parte do Projeto Político Pedagógico da Unidade Escolar (PPP), e esse trabalho é favorecido pela estrutura da escola, que conta com sala multimídia, salas de aula com lousa digital, retroprojetor, *wi-fi*, caixa de som em bom estado de conservação e manutenção que estão disponíveis para utilização pelos docentes.

Figura 1 – Tela inicial da apresentação multimídia.



Fonte: produção dos autores baseada no modelo de apresentação disponibilizada gratuitamente no site www.prezi.com.

O trabalho dos professores foi desenvolvido em duas etapas. O primeiro momento da atividade foi realizado em uma sala de aula organizada para favorecer a troca de informações entre os alunos (duplas) e equipada com *data show* e caixas de som.

A aula teve início com uma apresentação em tela da Missão ao Planeta dos Números

Felizes (Figura 1). Alguns princípios de aprendizagem multimídia foram empregados: a apresentação continha imagens e poucas palavras escritas, sendo que as palavras faladas eram narradas em complemento e concomitante às imagens. Uma ficção foi criada para reter a atenção dos alunos, e as informações nas telas de apresentação foram objetivas para evitar processamento cognitivo estranho.

Antes de começar a apresentação, os docentes perguntaram quem já conhecia os Números Felizes: 19 estudantes nunca tinham ouvido falar de Números Felizes, e 5 estudantes afirmaram conhecer ou já terem ouvido falar do assunto. Os docentes de Matemática e Geografia perguntaram aos cinco estudantes onde conheceram os Números Felizes; e eles afirmaram que conheceram na TV/notícias. Os docentes, surpresos, então perguntaram: “O que são Números Felizes?”. E eles responderam que Números Felizes são números pares, isto é, a resposta foi apenas uma confusão conceitual, que revela falta de familiaridade dos alunos com o assunto ou associação com um adjetivo dado aos números que eles já conheciam.

A escola onde a atividade foi aplicada vem participando da Olimpíada Brasileira de Astronomia (OBA), e em 2016 os alunos do 6º ano conquistaram 21 medalhas. Esse mesmo grupo de alunos publicou recentemente um livro sobre os conhecimentos adquiridos através das atividades de astronomia realizadas pelo professor de Geografia, ou seja, desenvolveram conhecimentos sólidos que podem ser as estruturas prévias dos alunos para contextualizar a aprendizagem dos novos conhecimentos possibilitados pelas atividades dos Números Felizes.

A experiência multimídia inicia-se com uma ficção na base de lançamento de foguetes em Alcântara, realçando aos estudantes a importância da localização estratégica desse Centro de Lançamento situada na rodovia MA-106, km 7, Maranhão – Brasil. O roteiro proposto na atividade problematiza a ida de uma nave espacial ao exoplaneta Próxima b partindo da base de Alcântara. Tal planeta orbita a zona habitável da estrela mais próxima do Sol, a estrela anã vermelha Próxima Centauri. Os docentes nomearam o destino final da saga interplanetária de “Planeta dos Números Felizes”, pois, para chegar até ele, os alunos deveriam encontrar a rota correta a partir da latitude astronômica que foi perdida por uma pane elétrica na nave espacial. Sabendo que a latitude a ser encontrada é um número feliz, os estudantes deveriam calcular os Números Felizes que poderiam ser utilizados como latitude astronômica para completar a missão que, segundo o roteiro da história, já havia falhado 67 vezes.

A docente de Matemática explicou, com o apoio da apresentação em tela (Figura 2), narrativa e atenção ao acompanhamento de explicação por parte dos alunos, o que são Números Felizes e como realizar os cálculos para determinar se são felizes ou não.

Figura 2 – Animação visual para mostrar algumas operações com os números para determinar, a partir da definição, se o número é feliz ou não.



Fonte: produção dos autores baseada no modelo de apresentação disponibilizada gratuitamente no site www.prezi.com.

Usando a estratégia de perguntas para promover a participação e a atenção à narrativa, a professora perguntou: “Todos os números são felizes? Ou é como par ou ímpar?”. A partir dessa questão, escolhemos os números 37 e 12 para verificar se eles são felizes ou não. O número 37, o qual faz parte do ciclo listado acima, retorna a si mesmo após certo número de transformações. Esse exemplo gerou entre os alunos uma conclusão precipitada e não verdadeira – a de que um número seria infeliz se no processo repetido ele voltasse a ele mesmo. Ou seja, a partir do caso particular, concluíram que os números não felizes sempre voltariam a eles mesmos. Ainda que precipitada, a afirmação dos alunos mostrou que havia engajamento na atividade e permitiu à professora enfatizar um aspecto lógico da matemática: casos especiais não podem ser generalizados. Logo, apresentamos o número 12 para evidenciar que nem sempre um número infeliz retorna a ele mesmo.

Após a explicação, os alunos foram desafiados a identificar os Números Felizes e Infelizes presentes em uma tabela através dos procedimentos de transformação e pintá-los de cores diferentes. Durante essa atividade, os estudantes que diariamente apresentam mais dificuldades na resolução de exercícios iniciaram uma busca por maneiras, recursos e estratégias para facilitar o preenchimento da tabela que contemplava números de 1 até 100, utilizando algumas propriedades que descobriram nos procedimentos e cálculos. Os estudantes que cotidianamente apresentam facilidade na compreensão dos conteúdos resolveram até mesmo os Números Felizes que já haviam sido solucionados pelos docentes, executando passo a passo os procedimentos demonstrados pelo professor, sem perceber algumas propriedades que facilitariam a execução da atividade.

Somente três estudantes conseguiram fazer a relação entre o roteiro da história e o número da missão. Ao encontrar a latitude astronômica do planeta, que, por se tratar do Planeta dos Números Felizes, deveria ter como latitude também um número feliz, conseguiram

identificar que o número da missão era também o número da localização desse planeta, ou seja 68. O fato de apenas três alunos terem acertado revela que a apresentação multimídia não foi eficiente para a instrução dessa informação. No entanto, a absoluta maioria dos estudantes ficou muito focada na resolução da atividade, a ponto de não perceber o contexto da história. Isto é, o objetivo de engajamento na atividade matemática foi atingido.

A atividade com Números Felizes serviu como processo de retomada e revisão de conteúdos tanto para a professora de Matemática – por exemplo, por meio da retomada do conceito de potência – como para o professor de Geografia – por meio da retomada de diversos conceitos relacionados à localização geográfica e astronômica. No início da atividade, alguns alunos apresentaram erros muito comuns, como 3 ao quadrado ser confundido com 3 multiplicado por 2, ao que a professora de Matemática reforçou a definição de potência quadrada em contraste à multiplicação por 2.

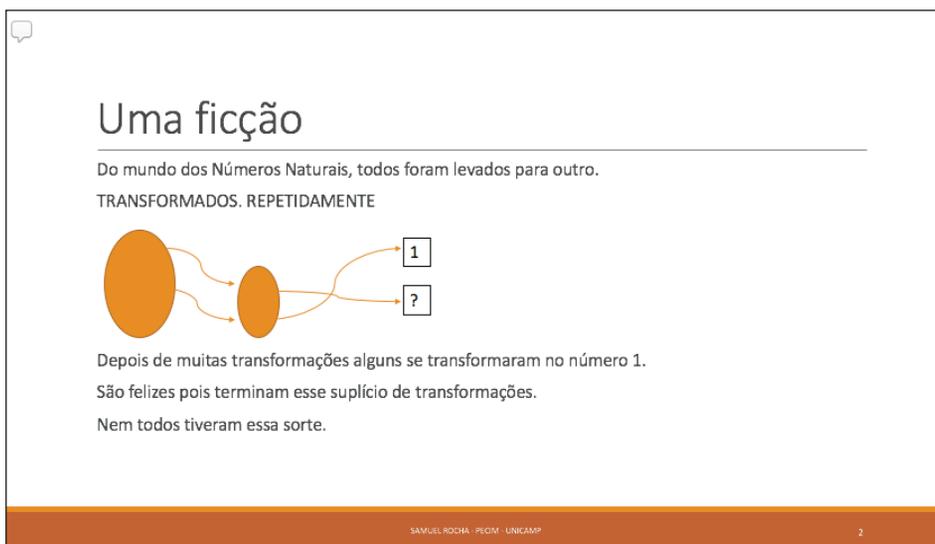
Essa experiência aponta um ganho no engajamento dos alunos, e os professores também tiveram a percepção de ganho na aprendizagem. Observamos que a atividade contou tanto com aspectos de interdisciplinaridade, com auxílio de dois professores de disciplinas distintas, quanto com elementos da aprendizagem multimídia, seguida por um desafio de cálculos. Com isso, o aprendiz é envolvido em uma aprendizagem ativa, podendo estabelecer conexões e atribuir significado aos conceitos abordados.

A seguir, resumimos um seminário para alunos do Ensino Superior, que abordou os Números Felizes.

Uma apresentação multimídia sobre Números Felizes para alunos de Licenciatura em Matemática

Um dos autores (SRO) apresentou o seminário intitulado “Como aprender, ensinar e fazer Matemática: o caso dos Números Felizes”.

Figura 3 – Tela da apresentação multimídia para alunos de Licenciatura em Matemática.

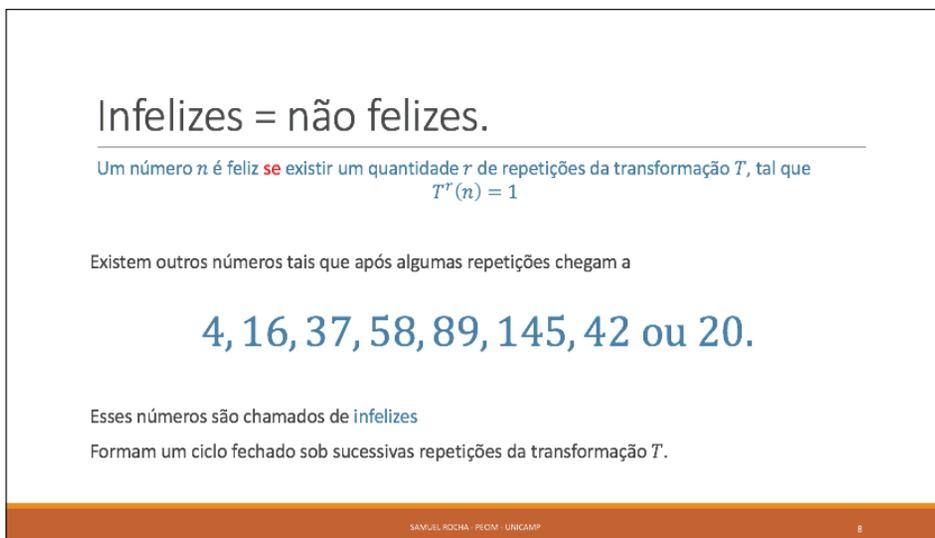


Fonte: produção dos autores baseada no modelo de apresentação disponibilizada pelo Power Point.

O seminário usou uma apresentação visual (Figura 3) com a narrativa do palestrante em acordo com alguns princípios de aprendizagem multimídia e a interação da audiência no cálculo mental durante as contas. A audiência, cerca de 50 pessoas, continha alunos de todos os anos da

Licenciatura em Matemática e alguns estudantes e professores de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP de Rio Claro. Seminários similares foram apresentados em outras instituições com respostas similares da audiência.

Figura 4 – Elementos da apresentação multimídia – uma tela com texto, fórmula e números. A narração foi feita em sincronia com as linhas que se apresentam na tela, em acordo com a Teoria de Aprendizagem Multimídia.



Fonte: produção dos autores baseada no modelo de apresentação disponibilizada pelo Power Point.

Um dos aspectos que podem corresponder ao conceito de Números Felizes e de números infelizes, dependendo do nível dos alunos do Ensino Básico, é a formulação rigorosa da matemática na forma de afirmação e demonstração ou prova. Esse ponto foi defendido nessa palestra. Assim, a afirmação de que todos os números naturais, de acordo estritamente com as definições, são felizes ou são infelizes – não havendo números

que não sejam uma dessas definições, deve e pode ser provada lógica e matematicamente. A palestra apresentou os principais argumentos para a demonstração e a necessidade de verificar explicitamente se os números de 1 a 243 são sempre felizes ou infelizes, de acordo com a definição de feliz e infeliz. E isso pode ser feito à mão, com o auxílio de calculadora ou com um aplicativo ou programa de computador.

Figura 5 – Uma tela com fórmulas, frases sintéticas e narração sincronizada, em acordo com a Teoria da Aprendizagem Multimídia.

Teorema: Todo Natural é feliz ou infeliz.

Demonstração.

Um número n de $d \geq 3$ dígitos

$$\underline{n} = (a_1 a_2 a_3 \dots a_d)$$

tem:

$$T(n) \leq d \times 9^2 = 81 \times d$$

Assim, mais cedo ou mais tarde, um número é transformado a um novo número $\leq 81 \times 3 = 243$ que tem apenas 3 dígitos. Pense e verifique.

Basta então verificar por cálculo direto se todos os números até 243 são felizes ou infelizes.

Isto é, existiria outra possibilidade além de chegar ao número 1 ou ao ciclo com o número 4?

SAMUEL ROCHA - PEGIV - UNICAMP
9

Fonte: produção dos autores baseada no modelo de apresentação disponibilizada pelo Power Point.

Consideramos importante que um aluno veja e aprecie vários exemplos e contraexemplos de algum conceito matemático para aumentar as chances do aprendiz elaborar seus esquemas conceituais e cognitivos, como defendido por Vergnaud (2009) no contexto dos campos con-

ceituais e por Mason, Watson (2005) em relação à exemplificação na educação matemática.

Por exemplo, no referido seminário, após as definições, casos especiais e algumas propriedades dos Números Felizes e dos Infelizes, apresentamos a tabela a seguir com números de 1 a 250, com 10 números em cada linha.

Tabela 1 – Números de 1 a 250 realçando os números felizes.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110
111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130
131	132	133	134	135	136	137	138	139	140
141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
151	152	153	154	155	156	157	158	159	160
161	162	163	164	165	166	167	168	169	170
171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
181	182	183	184	185	186	187	188	189	190
191	192	193	194	195	196	197	198	199	200
201	202	203	204	205	206	207	208	209	210
211	212	213	214	215	216	217	218	219	220
221	222	223	224	225	226	227	228	229	230
231	232	233	234	235	236	237	238	239	240
241	242	243	244	245	246	247	248	249	250

Fonte: autores.

Os Números Felizes estão realçados. Todos os demais são infelizes. Em mais de uma ocasião de seminários com esse tema, alguém arriscou generalizar que todos os números que terminam com 5 são infelizes. Veja a coluna do cinco na tabela acima. Essa atitude, de generalizar a partir de um aparente padrão percebido em alguns exemplos, foi observada tanto em jovens no Ensino Superior quanto em alunos do sexto ano da atividade relatada acima. Tentamos averiguar

alguns casos mais e logo encontramos contraexemplos àquela afirmação: 1115, 1125, 5555 são Números Felizes. Isto é, nem todo número que termina com 5 é infeliz.

Assim, uma representação visual fortuita de exemplos permitiu que alguns aprendizes se aventurassem por novos caminhos matemáticos que não tinham sido mencionados. Esse resultado é um dos indícios de aprendizagem em acordo com a Teoria da Aprendizagem Multimídia e

também da aprendizagem significativa, a saber, a de que quando um estudante transpõe o que aprendeu para outro contexto além do que foi apresentado revela um nível de cognição além da simples retenção do conteúdo ou da informação.

Na próxima seção apresentamos um conteúdo de Matemática Financeira que tem algumas propriedades matemáticas em comum com os Números Felizes.

Variação e contextualização do conceito matemático

O tema de Números Felizes aborda propriedades básicas de números naturais e algumas operações, de forma abstrata, mas pode ser ponto de partida para conceitos de matemática financeira na medida em que há uma transformação aplicada repetidamente a um número – exatamente como fazemos para verificar se um número é ou não feliz.

Assim, dado um número que represente um montante inicial em dinheiro, o rendimento financeiro fixo de r por cento em um período de tempo (mês ou ano, por exemplo), por n períodos, teremos, como resultado final,

$$T_n(M) = (1 + r)^n \times M$$

Esse seria o rendimento final de um valor investido inicialmente M , por n períodos com uma taxa de juros efetiva r constante.

Por exemplo, você investe R\$ 1.000,00 (mil reais) a uma taxa de rendimento fixa e efetiva de 2% ao mês por 36 meses. Então $1+r=1,02$. No primeiro mês, rende R\$ 20,00. O mesmo fator $1+r$ vai ser multiplicado pelo novo montante R\$ 1.020,00 e assim por diante. Ao final de 36 meses, o resultado será de R\$ 2.039,89 – mais do que o dobro do valor investido.

É importante enfatizar a semelhança entre os procedimentos usados na atividade dos Números Felizes e os cálculos de rendimento financeiro, a saber, a repetição de uma transformação sobre o resultado anterior, uma fórmula de recorrência. É claro que as propriedades e os resultados finais são completamente distintos, mas a recorrência aparece em ambos os casos.

Se, ao invés de um único investimento inicial, houver investimentos periódicos de valor P para cada período, a transformação após n repetições do procedimento de depósito da quantia P com rendimento sobre o saldo em cada momento a uma taxa fixa de rendimento r é dada por:

$$T_n(P) = \frac{1 - (1 + r)^n}{i} \times P$$

Novamente, o procedimento repetido, isto é, a recorrência, também acontece.

Dessa forma, consideramos ser oportuna uma atividade como a dos Números Felizes para alguns conteúdos de matemática financeira, trazendo, assim, uma aplicação matemática de importância para o cotidiano de qualquer cidadão.

Conclusões

Esse artigo relatou duas atividades com o tema dos Números Felizes: uma atividade para o Ensino Fundamental II e um seminário para a Licenciatura em Matemática. Em ambas as atividades, algumas das estratégias para aprendizagem multimídia efetiva foram observadas. Podemos afirmar que tivemos a percepção de que o objetivo de aprendizado dos conceitos apresentados (novos ou de revisão) foi atingido, assim como algumas “aventuras matemáticas” partiram dos alunos, mostrando indícios de que tenha ocorrido um aprendizado eficaz, conforme Clark e Mayer (2008). Observamos que, além da apresentação multimídia, a abordagem de forma interdisciplinar, o uso de narrativa ficcional, exposição com provocações em forma de questionamentos e pequenas tarefas, para que todos os aprendizes participassem das atividades de forma ativa, compuseram ambas as atividades.

Consideramos, então, que as ideias da aprendizagem multimídia podem auxiliar o(a) docente em sua prática cotidiana para segmentos de conteúdos do currículo escolar.

Referências

AUSUBEL, D. P. *The acquisition and retention of knowledge*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2000.

- BADDELEY, A. Working memory. *Science*, v.255, p.556-559, 1992.
- CLARK, R. C.; MAYER, R. E. *e-Learning and the Science of Instruction – Proven Guidelines for Consumers and Designers of Multimedia Learning*. San Francisco: John Wiley & Sons, Inc., 2008.
- FAZENDA, I. C. A. Avancées théorico-méthodologiques de la recherche sur l'interdisciplinarité au Brésil. In: LENOIR, Y.; REY, B.; FAZENDA, I. (Org.). *Les fondements de l'interdisciplinarité dans la formation à l'enseignement*. Sherbrooke: Éditions du CRP, 2001.
- GOWIN, D. B. *Educating*. Ithaca: Cornell University Press, 1981.
- JAPIASSU, H. *Interdisciplinaridade e patologia do saber*. Rio de Janeiro: Imago, 1976.
- KLEIN, J. T. *Interdisciplinarity: History, theory, and practice*. Detroit: Wayne State University, 1990.
- MELLO, J. L. P.; FERREIRA, R. P. Q. Você conhece os Números Felizes e educados? *Revista do Professor de Matemática*, n.90, p.28-33, 2016.
- MILLER, G. A. The magical number seven, plus or minus two: Some limits on our capacity for processing information. *Psychological Review*, v.63, n.2, p.31-97, 1956.
- MOREIRA, A. M. Aprendizagem significativa: um conceito subjacente. *Meaningful Learning Review*, v.1, n.3, p.25-46, 2011.
- VERGNAUD, G. The Theory of Conceptual Fields. *Human Development*, 52, p.83-94, 2009.
- WATSON, A.; MASON, J. *Mathematics as a constructive activity: Learners generating examples*. Mahwah, NJ, USA: Erlbaum, 2005.

Marieli Vanessa Rediske de Almeida é Doutoranda do Programa de Pós-Graduação Multiunidades em Ensino de Ciências e Matemática (PECIM). Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP). Campinas, SP, Brasil.

E-mail: marieli.almeida@outlook.com

Paulo Henrique Correia Araújo da Cruz é Mestre em Ensino de Matemática pelo Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT). Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP). Campinas, SP, Brasil. Professor e coordenador do curso de Licenciatura Matemática do Instituto Federal de São Paulo – IFSP/Campus Itapetininga.

E-mail: paulocruz@ifsp.edu.br

Neichelli Fabricio Langona é Mestranda do Programa de Pós-Graduação em Educação (PPGED) UFSCAR – Sorocaba.

E-mail: neichelli@yahoo.com.br

Samuel Rocha de Oliveira é Docente do Programa de Pós-Graduação Multiunidades em Ensino de Ciências e Matemática (PECIM), Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP). Campinas, SP, Brasil. E-mail: samuel@ime.unicamp.br

Evandro Tortora é Doutorando do Programa de Pós-Graduação em Educação para Ciência, Universidade Estadual “Julio de Mesquita Filho” (UNESP). Bauru, SP, Brasil. E-mail: evandro_tta@hotmail.com

Tatiane Xavier é Doutoranda do Programa de Pós-Graduação Multiunidades em Ensino de Ciências e Matemática (PECIM), Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP). Campinas, SP, Brasil. E-mail: tatianesxmat@gmail.com