A INTERPRETAÇÃO GLOBAL FIGURAL COMO RECURSO PARA O ESBOÇO DE CURVAS DE FUNÇÕES MODULARES LINEARES

Global figural interpretation as a resource to sketch curves of modular linear functions

Lucia Menoncini
Méricles Thadeu Moretti

Resumo

Neste trabalho, estudamos o esboço de curvas de funções modulares lineares, tendo como referencial o procedimento de interpretação global figural proposto por Raymond Duval em sua Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Diferentemente da visão pontual e local oriunda da abordagem ponto a ponto, comumente utilizada no ensino para efetuar o esboço de curvas de funções, tal procedimento busca um olhar mais amplo acerca das referidas curvas, uma vez que o traçado é compreendido como representação de um objeto descrito por uma expressão algébrica. Dessa forma, é possível estabelecer correspondências entre os registros algébrico e gráfico, de modo que se perceba como eles estão articulados entre si e que ambos representam o mesmo objeto matemático, possibilitando, assim, uma melhor compreensão do conceito de função modular linear.

Palavras-chave: Função modular linear. Registros de representação semiótica. Abordagem ponto a ponto.

Abstract

In this work it has been studied the sketch of curves of linear modular functions, having as its referential the global figural interpretation procedure pressuposed by Raymond Duval, in his Theory of Semiotic Representation Records. Differently from the punctual and local view originated from the approach point to point, commonly used in teaching in order to sketch function curves, such procedure seeks for a wider view concerning the curves, once the stroke is understood as representing an object described by an algebraic expression. Thus, it is possible to establish correspondence between algebraic and graph registers, in a way it is realized how they are articulated to each other and that both represent the same mathematical object, which makes a better comprehension of the concept of modular linear function possible.

Keywords: Linear modular function. Records of semiotic representation. Point-to-point approach.

Introdução

A história da Matemática (BOYER, 2012; EVES, 2011) mostra o longo percurso do desenvolvimento da geometria e da álgebra: dos babilônios e egípcios, que criaram e utilizaram uma álgebra e uma geometria para atender a suas necessidades práticas, passando pelos gregos, que elevaram a matemática ao *status* de ciência, até chegar aos conhecimentos sistematizados que encontramos nos dias atuais. Durante a maior parte desse percurso, essas duas áreas desenvolveram-se separadamente, sem visíveis conexões. Somente no século XVII, com os trabalhos de René Descartes e Pierre de Fermat, foi possível estabelecer interligações entre essas áreas, as quais impulsionaram o surgimento de uma nova geometria, mais tarde conhecida como Geometria Analítica.

Entre os trabalhos de Descartes e Fermat, há os estudos sobre lugares geométricos (curvas). Apesar do tema em comum, os autores desenvolveram estudos em sentidos distintos. Descartes partiu do estudo de lugares geométricos e buscou a sua escrita algébrica. Já Fermat partiu da equação e buscou correlacioná-la com um lugar geométrico. Ao utilizarem métodos algébricos para resolver problemas de geometria, eles estabeleceram relações entre a álgebra e a geometria que, aparentemente, eram pouco prováveis ou desconhecidas para a época. Mais especificamente, ao criar o Sistema de Coordenadas Cartesianas, Descartes mostrou que os pontos de um plano cartesiano poderiam ser escritos como pares ordenados e que o esboço de curvas poderia ser descrito por equações algébricas. Isso possibilitou analisar as propriedades de curvas a partir do estudo das propriedades algébricas das equações correspondentes. Com os estudos de Descartes e Fermat, a álgebra passou a ser não apenas uma ferramenta útil para a resolução de questões ligadas à geometria, mas uma ferramenta que oferecia múltiplas e potenciais maneiras para resolver um mesmo problema.

Com o surgimento da Geometria Analítica, os métodos algébricos tornaram-se importantes instrumentos para explorar propriedades geométricas de curvas. O esboço de curvas que até então era objeto de estudo predominante da geometria, ao ser traduzido para a linguagem algébrica, ganhou uma nova forma de representação, e estas diferentes representações (algébrica e gráfica) abriram espaço à exploração de informações sob olhares distintos e complementares, permitindo, assim, maior articulação entre as áreas.

Hoje, o esboço de curvas é objeto de estudo em diferentes níveis de ensino e frequentemente o encontramos associado ao conceito de funções. No ensino, é comum introduzir o conceito de funções partindo da representação algébrica, e não a partir da representação gráfica, dando a impressão de que este é o único e natural sentido a ser seguido e que o gráfico depende exclusivamente da expressão algébrica. Também é comum utilizar a abordagem ponto a ponto para construir a sua representação gráfica. Essa abordagem trata o esboço de curvas de modo pontual e parcial, e, por conta disso, a articulação entre as representações algébrica e gráfica pode acontecer superficialmente, dificultando o reconhecimento das relações existentes entre as duas formas que representam o mesmo objeto matemático (as funções).

A necessidade de realizar uma efetiva articulação entre as representações, em sentido duplo e para além de uma visão parcial, levou-nos a buscar a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, mais especificamente a abordagem de interpretação global figural proposta por Raymond Duval. Partindo dessa abordagem, vamos estudar o esboço de curvas de funções modulares lineares, valorizando a visualização gráfica de modo que sejam identificadas as variáveis visuais pertinentes e sejam estabelecidas associações dessas variáveis com as unidades algébricas. Queremos, assim, evidenciar e fortalecer a articulação entre os registros gráfico e algébrico, contribuindo para a compreensão do conceito de função modular linear.

Este estudo é fruto da experiência da doutoranda como docente numa universidade pública, que, ao ministrar disciplinas de matemática básica para cursos de graduação, constatou dificuldades dos alunos no processo de construção de gráficos via abordagem ponto a ponto, dificuldades de interpretação gráfica e dificuldades de reconhecimento das relações entre as diferentes representações. Apesar de ter-se originado no Ensino Superior, o referido estudo pode ser aplicado também na Educação Básica.

Abordagem de interpretação global de propriedades figurais

No ensino, é comum tratar o esboço de curvas a partir da abordagem ponto a ponto. Segundo Duval (2011), tal abordagem considera como referência os eixos graduados, e sobre eles são marcados pontos que correspondem a pares ordenados. Há, portanto, uma forte associação entre pontos e pares ordenados. Esse procedimento é frequentemente utilizado para realizar conversões entre registros de representação semiótica, em que o registro de partida é o algébrico, e o de chegada, o gráfico. Em sentido inverso, ele é praticamente inoperante, pois mesmo que haja "congruência semântica entre um par ordenado e a sua representação cartesiana, o mesmo não se pode dizer de um conjunto de pontos no plano cartesiano e uma regra matemática a ele equivalente" (CORRÊA; MORETTI, 2014, p.43). Dessa forma, a abordagem ponto a ponto dificulta a percepção da articulação entre os registros, especialmente quando a representação gráfica é o registro de partida.

Ainda nesse tipo de abordagem, a visualização do gráfico restringe-se à visualização de determinados pontos particulares, e o esboço da curva é entendido como uma simples junção de pontos, oriundos da aplicação de regras de codificação, o que impede uma leitura mais ampla e global acerca de suas propriedades. No entanto, ela é adequada ao estudo de funções (especialmente das funções do primeiro e segundo grau), no qual se faz necessária uma leitura pontual, como encontrar pontos de intersecções, pontos de máximos e mínimos, conforme destaca Duval (2011).

Em contraste com a abordagem ponto a ponto, Duval (2011) enuncia a abordagem de interpretação global de propriedades figurais, em que o conjunto traçado/eixos forma uma imagem que representa um objeto descrito pela expressão algébrica. Nela é possível compreender que o gráfico e a expressão algébrica estão articulados entre si, uma vez que as modificações feitas num registro podem ser visualizadas e reconhecidas no outro. O olhar pontual oriundo da abordagem ponto a ponto cede espaço para um olhar mais amplo e geral da curva. Nesse sentido, Duval (2011, p.99, destaque do autor) afirma que **"não estamos mais na presença da associação 'um ponto – um par de números', mas na presença da associação 'variável visual de representação – unidade significativa da expressão algébrica'"**. Isso implica que, para além da observação de pontos específicos numa curva, é preciso uma interpretação global, como o nome já sugere, em que as propriedades da curva sejam destacadas, analisadas e correlacionadas com a escrita algébrica. É preciso analisar a congruência entre os registros de representação, identificando alterações conjuntas do gráfico e da expressão algébrica e estabelecendo correspondências entre as variáveis visuais da representação gráfica e as unidades significativas da expressão algébrica.

Estabelecer correspondências entre registros e perceber como eles estão articulados depende da operação cognitiva denominada conversão. A conversão possibilita o trânsito entre os registros gráfico e algébrico de modo que a sua rapidez e espontaneidade implicarão a coordenação dos registros, que, por sua vez, conduzirá à compreensão integral do conceito de função modular, de acordo com Duval (2012).

No ensino, as conversões acontecem com maior intensidade num único sentido: partindo da expressão algébrica para chegar ao gráfico, dando a impressão de haver certa relação de dependência entre as representações, como se a segunda estivesse subordinada à primeira. As razões que levam a priorizar esse sentido de conversão estão atreladas à dificuldade da análise simultânea das propriedades visuais e algébricas das funções, visto que a maioria das funções possui alto grau de complexidade. Para realizar a conversão em sentido inverso, tendo como ponto de partida o registro gráfico, é necessária a abordagem de interpretação global de propriedades figurais. Mais do que identificar as variáveis visuais gráficas e as unidades algébricas significativas, a interpretação global permite que as correspondências entre os registros gráfico e algébrico sejam estabelecidas e coordenadas.

Correspondências entre as propriedades da curva e sua expressão algébrica

Não é novidade que as funções são objetos matemáticos importantes e que são focos de estudos ao longo dos tempos. Nos últimos anos, pesquisas têm dado maior atenção ao tratamento de esboços de curvas de funções, especialmente a partir dos estudos de Duval sobre o procedimento de interpretação global de propriedades figurais. Trabalhos nessa perspectiva estão cada vez mais frequentes, como os propostos por Corrêa e Moretti (2014), Moretti e Luiz (2010), Luiz (2010), Silva (2008), Moretti, Ferraz e Ferreira (2008) e Moretti (2003).

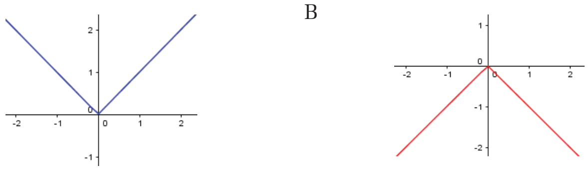
Em particular, Silva (2008) e Corrêa e Moretti (2014) nos chamam atenção. Os autores apresentam uma nova forma de traçar o esboço de curvas de funções trigonométricas, exponenciais e logarítmicas, e conseguem correlacionar as variáveis visuais gráficas (amplitude e período) com as unidades significativas algébricas (coeficientes e termos constantes). É um tratamento diferenciado daquele comumente tratado no ensino, via abordagem ponto a ponto. Com base no trabalho desses autores, e amparados pela proposta de Duval (2011) acerca da abordagem de interpretação global figural, vamos desenvolver estudos sobre o esboço de curvas de funções modulares lineares.

Nossa proposta é explicitar as articulações entre as representações gráfica e algébrica, partindo da visualização do traçado da curva, para então apresentar a expressão algébrica (no ensino, geralmente segue-se o sentido inverso). Para tal, propomos a realização de três etapas: I – visualização de esboços de curva de funções modulares lineares e identificação das variáveis visuais e de seus valores; II – associação das variáveis visuais às unidades algébricas significativas; III – descrição geral das características da curva e estabelecimento de correspondências entre as unidades significativas algébricas e as unidades visuais gráficas.

A etapa I consiste em visualizar esboços de curvas de funções modulares lineares e identificar as variáveis visuais e seus respectivos valores, sem a preocupação com a representação algébrica. Vejamos a Figura 1.

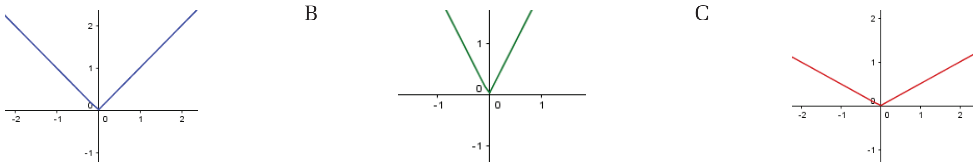
Figura 1 – Esboços de curva representativos da função modular linear. Identificação dos valores e variáveis visuais para o traçado da função no plano cartesiano.

1.1- A B



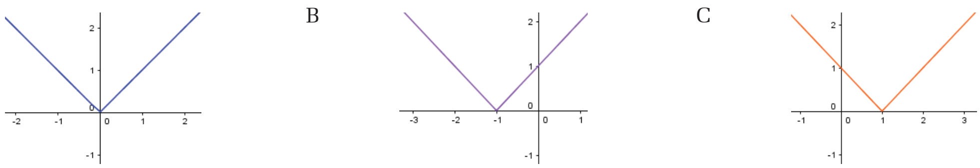
1.1 Variáveis visuais	Valores das variáveis visuais
Sentido do traçado	A- O traçado está voltado para **cima** B- O traçado está voltado para **baixo**

1.2- A B C



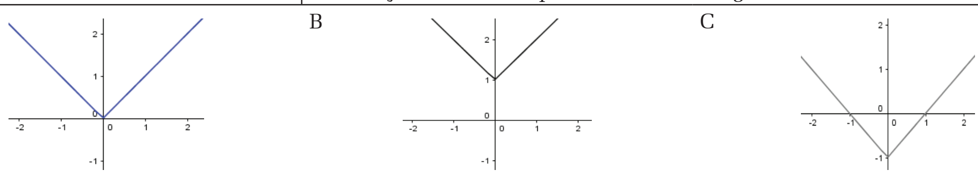
1.2 Variáveis visuais	Valores das variáveis visuais
Os **ângulos** do traçado com os eixos	A- **Repartição simétrica** dos quadrantes B- O ângulo com o eixo horizontal **é maior** que o ângulo com o eixo vertical C- O ângulo com o eixo horizontal **é menor** que o ângulo com o eixo vertical

1.3- A B C



1.3 Variáveis visuais	Valores das variáveis visuais
Posição do traçado em relação à origem do **eixo horizontal**	A- O traçado passa pela **origem** B- O traçado se desloca para a **esquerda da origem** C- O traçado se desloca para a **direita da origem**

1.4- A B C



1.4 Variáveis visuais	Valores das variáveis visuais
Posição do traçado em relação à origem do **eixo vertical**	A- O traçado passa pela **origem** B- O traçado se desloca para **cima da origem** C- O traçado se desloca para **baixo da origem**

Fonte: elaborada pelos autores.

Na etapa II, associamos as variáveis visuais às unidades algébricas. Antes, porém, vamos relembrar algumas informações sobre o conceito de função modular linear:

i) Sua expressão algébrica é dada por $f(x) = \pm a + b|kx - (\pm c)|$, e a forma canônica é $f(x) - (\pm a) = b|x - (\pm c)/k|$, com a, b, c, k constantes reais.

ii) A função real $f(x) = |x| = \begin{cases} x, & se\ x \geq 0 \\ -x, & se\ x < 0 \end{cases}$ definida de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}^+$ associa cada x real a um único $f(x)$ positivo que corresponde a $|x|$. Essa função é a base das funções modulares, ou seja, nela são aplicadas as translações que originarão as demais funções modulares.

iii) É uma função par e, portanto, vale a expressão $f(-x) = |-x| - |x|$ para qualquer valor real de x.

iv) A função modular também é conhecida como função mista ou definida por sentenças, onde cada sentença determina graficamente uma semirreta a partir da origem. As duas semirretas são simétricas em relação ao eixo Y.

v) Para esboçar a curva de $f(x) = |x|$, uma maneira é construir as semirretas (Figura 2, Figura 3) via atribuição de valores à variável x e, em seguida, uni-las, formando o traçado conforme Figura 4.

Figura 2 – $f(x) = -x,\ x < 0$

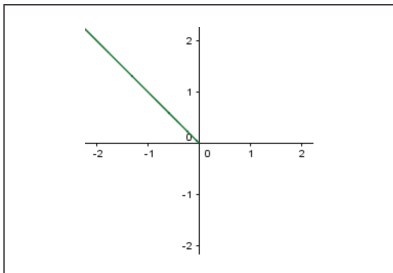


Figura 3 – $f(x) = x,\ x > 0$

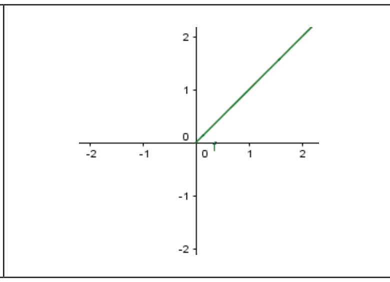
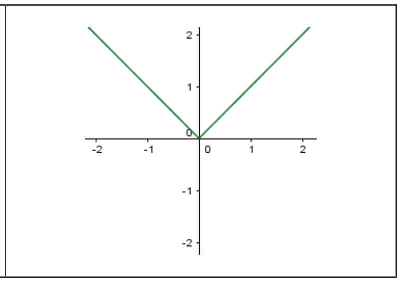


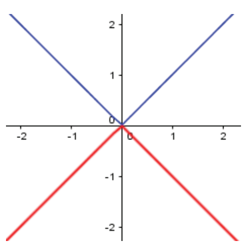
Figura 4 – $f(x) = |x|$

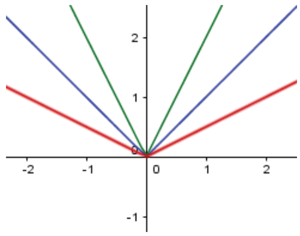


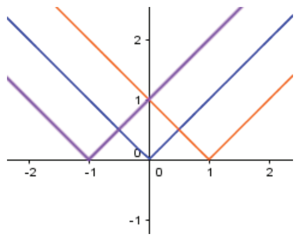
Fonte: elaborada pelos autores.

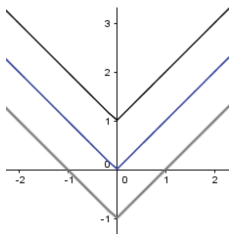
Agora que conhecemos a representação gráfica da função base e a representação algébrica das funções modulares lineares, precisamos estabelecer as associações entre essas duas formas de representação, conforme propõe Duval. Vejamos a Figura 5.

Figura 5 – Associação das variáveis visuais às unidades algébricas significativas para $f(x) - (\pm a) = b|x - (\pm c)/k|$

<table>
<tr><td colspan="2">5.1 – Representação gráfica
</td><td>Representação algébrica
A- $f(x) = |x|$
B- $f(x) = -|x|$</td></tr>
<tr><td>5.1 Variáveis visuais</td><td>Valores das variáveis visuais</td><td>Unidade algébrica significativa</td></tr>
<tr><td>Sentido do traçado</td><td>A- O traçado está voltado para cima
B- O traçado está voltado para baixo</td><td>A- Valor de $b > 0$
B- Valor de $b < 0$</td></tr>
</table>

5.2 – Representação gráfica 		Representação algébrica A- $f(x) = \lvert x \rvert$ B- $f(x) = \lvert 2x \rvert$ C- $f(x) = \left\lvert \frac{1}{2}x \right\rvert$
5.2 Variáveis visuais	**Valores das variáveis visuais**	**Unidade algébrica significativa**
Os **ângulos** do traçado com os eixos	A- Repartição **simétrica** dos quadrantes B- O ângulo com o eixo horizontal é **maior** que o ângulo com o eixo vertical C- O ângulo com o eixo horizontal é **menor** que o ângulo com o eixo vertical	A- Coeficiente angular $k = 1$ B- Coeficiente angular $k > 1$ C- Coeficiente angular $k < 1$

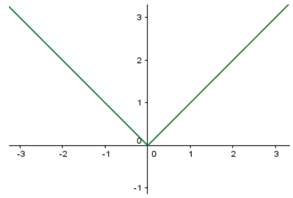
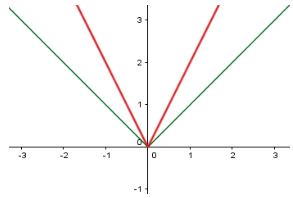
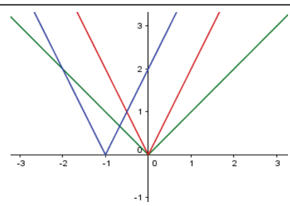
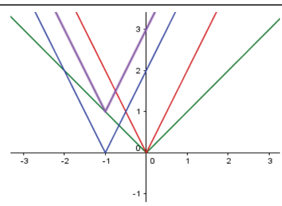
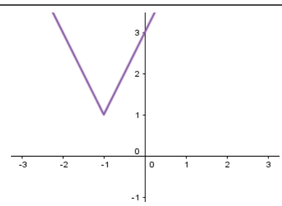
5.3 – Representação gráfica 		Representação algébrica A- $f(x) = \lvert x \rvert$ B- $f(x) = \lvert x - (-1) \rvert$ C- $f(x) = \lvert x - (1) \rvert$
5.3 Variáveis visuais	**Valores das variáveis visuais**	**Unidade algébrica significativa**
Posição do traçado em relação à origem do **eixo horizontal**	A- O traçado passa pela **origem** B- O traçado se desloca para a **esquerda** em relação à origem C- O traçado se desloca para a **direita** em relação à origem	A- **Ausência** da constante ***c*** B- Acrescenta-se a constante **negativa *c*** C- Acrescenta-se a constante **positiva *c***

5.4 – Representação gráfica 		Representação algébrica A- $f(x) = \lvert x \rvert$ B- $f(x) - (1) = \lvert x \rvert$ C- $f(x) - (-1) = \lvert x \rvert$
5.4 Variáveis visuais	**Valores das variáveis visuais**	**Unidade algébrica significativa**
Posição do traçado em relação à origem do **eixo vertical**	A- O traçado passa pela **origem** B- O traçado se desloca para **cima** C- O traçado se desloca para baixo	A- **Ausência** da constante ***a*** B- Acrescenta-se a constante **positiva *a*** C- Acrescenta-se a constante **negativa *a***

Fonte: elaborada pelos autores.

Com base no estudo desenvolvido na Figura 5, exemplificaremos a construção da curva cuja expressão algébrica é dada por $f(x) - 1 = 2|x - (-1)|$. Para isso, vamos partir da função base $f(x) = |x|$ que possui os termos algébricos $a = 0$, $b = 1$, $k = 1$ e $c = 0$ e alterar os valores desses termos para identificar o resultado dessas alterações no gráfico, de modo que se perceba a articulação entre os registros de representação. Vejamos a Figura 6.

Figura 6 – Construção do traçado da curva relativo à função $f(x) - 1 = 2|x - (-1)|$ (sequência iniciada em 6.1).

Tratamento algébrico na função $f(x) = \|x\|$ que origina as demais funções, até obter a expressão desejada $f(x) - 1 = 2\|x - (-1)\|$	Tratamento no esboço da curva base, conforme modificações nos termos algébricos da função base
6.1 – Função base $f(x) = \|x\|$	
6.2 – Atribuição do valor 2 para o coeficiente k $f(x) = \|2x\| = 2\|x\|$	
6.3 – Atribuição do valor negativo 2 para a constante c $f(x)\ \|2x - (-2) = \|2\left(x - \frac{-2}{2}\right)\|$ $f(x) = 2\|x - (-1)\|$	
6.4 – Atribuição do valor positivo 1 para a constante a $f(x) - (1) = 2\|x - (-1)\|$	
6.5 – Forma canônica $f(x) - (1) = 2\|x - (-1)\|$	

Fonte: elaborado pelos autores.

Analisando a sequência desenvolvida na Figura 6, percebemos as alterações que ocorrem na representação gráfica quando são modificados os valores na representação algébrica. Partindo da função base $f(x) = |x|$ em 6.1, ao alterar o valor de $k = 1$ para $k = 2$ em 6.2, o ângulo do traçado com o eixo horizontal torna-se maior do que o ângulo do traçado da função base. Em 6.3, ao atribuir o valor (-2) para a constantes *c, o* traçado da curva se desloca uma unidade para a esquerda, pois $\frac{c}{k} = -\frac{2}{2} = -1$. O sinal negativo da constante c é responsável por deslocar o traçado à esquerda da origem. No passo seguinte, há o deslocamento de uma unidade para cima, uma vez que o valor atribuído para a constante a é (+1). Em 6.5, há o esboço final da curva após as modificações nos termos algébricos.

Na etapa III, é preciso descrever as características gerais das curvas de funções modulares lineares de modo a estabelecer as correspondências entre as unidades algébricas e as variáveis visuais. Vejamos o Quadro 1.

Quadro 1 – Características das curvas da forma $f(x) - (\pm)a = b|kx - (\pm c)|$.

Coeficiente	Unidades significativas (expressão algébrica)	Variáveis visuais (curva)
a	Para $a = 0$: Ausência de valor numérico	Traçado corta o eixo Y na origem
	Para $a > 0$: Ausência do sinal (+); Presença de valor numérico (+)	Translação no eixo Y de a unidades para cima em comparação com a função base
	Para $a < 0$: Presença de valor numérico (-)	Translação no eixo Y de a unidades para baixo em comparação com a função base
b	Para $b > 0$: Ausência do sinal (+); Presença de valor numérico sempre que $b \pm 1$	Traçado voltado para cima
	Para $b < 0$: Presença do sinal (–); Presença de valor numérico sempre que $b \pm -1$	Traçado voltado para baixo
k	Para $k = 1$ ou $k = -1$: Presença de valor numérico sempre que $k \neq \pm 1$; Ausência do sinal (+) ou presença de sinal (-)	O traçado forma ângulos simétricos com os eixos X e Y (45º)
	Para $k > 1$ ou $k < -1$: Presença de valor numérico; Ausência do sinal (+) ou presença de sinal (-)	O ângulo formado com o eixo X é maior que o ângulo formado com o eixo Y
	Para $-1 < k < 1$: Presença de valor numérico; Ausência do sinal (+) ou presença de sinal (-)	O ângulo formado com o eixo X é menor que o ângulo formado com o eixo Y
c	Para $c = 0$: Ausência de valor para a constante c	Traçado corta o eixo Y na origem
	Para $c > 0$: Ausência do sinal (+); Presença de valor numérico (+)	Translação no eixo X de $\frac{c}{k}$ unidades para a direita em comparação com a função base
	Para $c < 0$: Presença de valor numérico (-)	Translação no eixo X de $\frac{c}{k}$ unidades para a esquerda em comparação com a função base

Fonte: elaborado pelos autores.

De acordo com o Quadro 1, a expressão algébrica escrita na forma canônica $f(x) - (\pm) a = b|x - (\pm c/k)|$ fornece informações relevantes acerca do comportamento da curva. Os coeficientes ***b*** e ***k*** estão relacionados, respectivamente, à concavidade e ao ângulo do traçado, enquanto que os termos constantes ***a*** e ***c*** indicam as direções e sentidos das translações. Os valores de ***c*** e ***k*** estão interligados de forma que o quociente entre eles determina a coordenada abscissa do vértice. Resumidamente, temos:

a) Coeficiente ***b*** (indica a concavidade do traçado): o traçado está voltado para cima (se $b > 0$) ou para baixo (se $b < 0$);
b) Coeficiente ***k*** (indica o ângulo de abertura do traçado): ângulo simétrico (se $k = 1$), ângulo com o eixo horizontal é maior (se $k > 1$), ângulo com o eixo horizontal é menor (se $k < 1$);
c) Termo constante ***a*** (indica a translação do traçado no eixo Y): o traçado se desloca ***a*** unidades para cima (se $a > 0$) ou para baixo (se $a < 0$);
d) Termo constante ***c*** (indica a translação no eixo X): o traçado se desloca $\frac{c}{k}$ unidades para a direita (se $\frac{c}{k} > 0$) ou para à esquerda (se $\frac{c}{k} < 0$);
e) O vértice do traçado $V = (x_v, y_v)$ possui coordenadas $x_v = \frac{c}{k}$ e $y_v = \pm a$.

O Quadro 1 explicita as correspondências possíveis, em duplo sentido, entre os registros gráfico e algébrico das funções modulares lineares. Ao mesmo tempo que é possível associar as alterações na expressão algébrica aos resultados gráficos, é também possível, a partir da visualização e das mudanças realizadas no gráfico, reconhecer as mudanças nos termos algébricos correspondentes. É essa correspondência biunívoca que fortalece a relação existente entre as duas formas de representação, explicitando que ambas se complementam e representam o mesmo objeto matemático, a saber, a função modular linear.

Considerações finais

Apesar de ser comumente adotada no ensino, a abordagem ponto a ponto pode ser considerada uma abordagem fragmentada, pois nela o olhar volta-se para um conjunto de pontos, e o esboço de curvas é visto como a simples junção desses pontos, transparecendo que o gráfico está subordinado à expressão algébrica. Essa abordagem acaba limitando o reconhecimento e a compreensão das relações entre essas duas formas de representação e impossibilitando a realização do processo em sentido inverso, que parte do gráfico em direção à escrita algébrica.

Buscando uma forma mais ampla de visualizar e tratar o esboço de curvas, Duval (2011) apresenta a abordagem de interpretação global figural que permite realizar as conversões em duplo sentido de modo a estabelecer correspondências entre as duas formas de representação. Para o autor, as múltiplas representações são igualmente importantes e necessárias para a compreensão do objeto matemático. Essa abordagem apresenta uma maneira diferente de visualizar o gráfico, que vai para além da identificação de pontos e pares ordenados. Ela recorre à interpretação das propriedades das curvas e considera a representação gráfica no mesmo patamar de importância das representações algébricas.

Com base nesta abordagem, foi possível mostrar que a função modular linear também pode ser tratada no ensino de modo mais geral e em duplo sentido, ressaltando assim a interligação existente entre duas formas de representação e desmitificando a relação de subordinação de uma para com a outra. Neste estudo, a variação dos coeficientes e dos termos constantes presentes na expressão algébrica $f(x) - (\pm)a = b|kx + c|$ permitiu identificar as respectivas alterações gráficas e, assim, apontar uma linha de raciocínio que possa servir de guia para a construção do esboço de curvas, de forma mais global e para além das curvas relativas à função modular linear.

Referências

BOYER, Carl B.; MERZBACH, Uta C. *História da Matemática.* São Paulo: E. Blücher, 2012.

CORRÊA, M. O. S.; MORETTI, M. T. Esboçando curvas de funções a partir de suas propriedades figurais: uma análise sob a perspectiva dos registros de representação semiótica. In: BRANDT, C. F.; MORETTI, M. T. (Orgs.). *As contribuições da teoria das representações semióticas para o ensino e a pesquisa na Educação Matemática*. Unijuí, 2014, p.39-65.

DUVAL, R. Gráficos e equações: a articulação de dois registros. Trad. Méricles Thadeu Moretti. *Revemat*, Florianópolis, v.6, n.2, p.96-112, 2011.

______. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. Trad. Méricles Thadeu Moretti. *Revemat.* Florianópolis, v.7, n.2, p.266-297, 2012.

EVES, Howard Whitley. *Introdução à história da Matemática.* 5.ed. Campinas: UNICAMP, 2011.

LUIZ, L. dos S. *Esboço de curvas no ensino superior:* uma proposta baseada na interpretação global das propriedades figurais e uso de tecnologias. 2010. Dissertação (Mestrado) – PPGECT, UFSC, Florianópolis, 2010.

MORETTI, M. T.; FERRAZ, A. G.; FERREIRA, G. G. Estudo da conversão entre registros simbólico e gráfico no ensino universitário. *Quadrante*. v.XVII, n.2. Lisboa: APM, 2008.

MORETTI, M. T.; LUIZ, L. dos S. O procedimento informático de interpretação global no esboço de curvas no ensino universitário. *Educ. Matem. Pesq.*, São Paulo, v.12, n.3, p.529-547, 2010.

MORETTI, M. T. A translação como recurso no esboço de curvas por meio da interpretação global de propriedades figurais. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). *Aprendizagem em Matemática:* registros de representação semiótica. Campinas: Papirus, 2003.

SILVA, M. O. *Esboço de curvas:* uma análise sob a perspectiva dos registros de representação semiótica. 2008. Dissertação (Mestrado) – PPGECT, UFSC, Florianópolis, 2008.

Lucia Menoncini é doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica – PPGECT/UFSC. Bolsista do Programa UNIEDU. Professora da UFFS. E-mail: lucia.menoncini@uffs.edu.br

Méricles Thadeu Moretti é Doutor em Didática da Matemática – ULP. Professor permanente do PPGECT/UFSC. E-mail: mthmoretti@gmail.com