

QUANTAS VIAGENS FAZ A Balsa? RESOLVENDO UM PROBLEMA DE TRANSPORTAR CARROS.

How many trips does the ferry travel? A problem solving involving cars transportation.

José Carlos Pinto Leivas

Resumo

Neste artigo, apresentamos uma pesquisa de cunho qualitativo realizada com doze estudantes, em uma disciplina ministrada pelo autor, no segundo semestre letivo de 2018. A ação continuada consistiu em utilizar a Metodologia de Resolução de Problemas e alguns aspectos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica em um problema de divisão de números naturais com resto, com vistas à conceituação e preparação para o algoritmo da divisão. O problema de pesquisa foi analisar como os estudantes em formação continuada utilizam a resolução de problemas, aliando registros numéricos e figurais, em um problema de introdução de divisão de números naturais para os Anos Iniciais. A partir da questão de pesquisa, foram analisados os registros dos estudantes quanto à realização da atividade explorando os passos da metodologia: compreender o problema, estabelecer um plano e executá-lo. Buscamos, também, verificar como os participantes mobilizavam os registros numéricos e figurais nas soluções e, por fim, avaliar criticamente a atividade. Concluímos que a população envolvida explora mais, em sua prática profissional, a resolução de problemas por métodos algorítmicos e que há necessidade de realizar práticas como as experienciadas, as quais são essenciais para o ensino e aprendizagem da operação divisão nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, o que pode proporcionar às crianças um envolvimento mais lúdico com a disciplina Matemática.

Palavras-chave: Resolução de Problemas. Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Registros figurais e numéricos. Divisão.

Abstract

In this article, we present a qualitative research conducted with twelve students, in a discipline offered by the author, in the second semester of 2018. The continuous action consisted of using the Problem Solving Methodology and some aspects of the Theory of Semiotic Representation

Registers in a problem of division of natural numbers with rests, with a view to the conceptualization and preparation for the division algorithm. The research problem was to analyze how students in continuing teacher education use problem solving, combining numerical and figurative registers, in a problem of introducing natural number division for the early years. From the research question, the students' records in the activity were analyzed, exploring the steps of the methodology: understanding the problem, establishing a plan and executing it. We also looked at how participants mobilized numerical and figurative registers in the solutions, and finally we evaluate the activity. We conclude that the population involved explores the problem solving in their professional practice by algorithmic methods and that there is a need to practice such practices as are essential for teaching and learning the division operation in the early years of Elementary School. This can give children a more playful involvement with the Mathematics.

Keywords: Solving Problems. Elementary School. Figural and numerical registers. Division.

Introdução e justificativa

O processo de ensino de Matemática, na formação de professores dos Anos Iniciais e Educação Infantil, às vezes, apresenta dificuldades aos formadores, por carecerem de aprofundar metodologias e conteúdos nos cursos de Pedagogia. Por outro lado, na formação inicial dos professores em cursos de Licenciatura em Matemática, não há atenção a tal segmento, por vezes, ocorrendo críticas aos professores do primeiro caso. Entretanto, para os últimos, torna-se impossível prestar alguma assessoria ou contribuição para os primeiros pois, em geral, sabem resolver problemas, porém não sabem utilizar metodologias adequadas para o ensino, como é possível constatar em nossa experiência profissional em cursos de Pedagogia, mestrado profissional e elaboração de material didático para essa área.

No que diz respeito à aprendizagem de Matemática nos Anos Iniciais, as crianças chegam à escola com noções intuitivas próprias e alguns conhecimentos básicos, por exemplo, sobre contagem, muito embora isso tenha sido feito de forma informal, sem aquela formação necessária para a elaboração de conceitos. Não são raras as vezes em que nos deparamos com pais exibindo o ‘conhecimento’ de seus filhos sobre o ‘saber’ contar até determinado número, inclusive constringendo a criança ao repreendê-la quando salta a ordem natural. Em nosso entender, ela está apenas recitando o que foi memorizado, sem compreensão do real significado do que recita. Para Ribeiro (2001, p. 23), “[...] o ser humano é sempre um tempo agente e produto de sua ação, portanto, da atividade propriamente dita”. Assim, proporcionar a construção da aprendizagem das crianças, particularmente, a respeito de operações fundamentais com números naturais parece ser papel preponderante do professor que deseja realizar uma Educação Matemática sem tirar o gosto pela matéria, isto é, barrar a aprendizagem.

Entendemos por barrar a aprendizagem como um processo de má alfabetização, pois ninguém pode gostar daquilo que não compreende. Quando o aluno é alfabetizado para tal, ocorre o que alguns autores chamam de ‘letramento’. No caso matemático, isso ocorre quando há compreensão conceitual de operações matemáticas e seus algoritmos. Conforme Mortatti (2004, p. 34, “é preciso, hoje, também saber utilizar a leitura escrita de acordo com as contínuas exigências sociais”. Na Educação Matemática, é fundamental que o indivíduo, desde o início da escolarização, compreenda um problema, por exemplo, de divisão, para obter sua solução de forma racional, interpretativa e não apenas usando um algoritmo pronto e acabado, como o ‘pedir emprestado’, o que é normalmente observado em indivíduos ao final do Ensino Fundamental, quando já está desempenhando funções na sociedade.

Destacamos, na Base Nacional Comum Curricular – BNCC, as competências e habilidades para a Educação Básica, apresentadas a seguir.

Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas. (BRASIL, 2017, s.n.)

De acordo com tal habilidade, na Educação Matemática, a investigação seguida de

reflexão e análise crítica pode ser desencadeada a partir da Metodologia de Resolução de Problemas que pode conduzir ao desenvolvimento e exploração da imaginação e da criatividade (LEIVAS, 2009).

Por sua vez, na componente curricular Matemática da BNCC, a literacia matemática aparece já para os primeiros anos da escolaridade do Ensino Fundamental. Particularmente, no 3º ano, encontra-se a unidade temática número, com o seguinte objeto de conhecimento: problemas envolvendo diferentes significados da multiplicação e da divisão, adição de parcelas iguais, configuração retangular, repartição em partes iguais e medida. A partir desse objeto, a base indica a seguinte habilidade a ser desenvolvida nesse ano escolar: “(EF03MA08) Resolver e elaborar problemas de divisão de um número natural por outro (até 10), com resto zero e com resto diferente de zero, com os significados de repartição equitativa e de medida, por meio de estratégias e registros pessoais”. (Idem, s.n.)

Ainda na mesma unidade temática, porém para o 4º ano, o objeto de conhecimento preconizado são as propriedades das operações para o desenvolvimento de diferentes estratégias de cálculo com números naturais, tendo por habilidade esperada “(EF04MA04) Utilizar as relações entre adição e subtração, bem como entre multiplicação e divisão, para ampliar as estratégias de cálculo”. Além dessa, no mesmo ano, encontramos problemas envolvendo diferentes significados da multiplicação e da divisão - adição de parcelas iguais, configuração retangular, proporcionalidade, repartição equitativa e medida e, por habilidade: “(EF04MA07) Resolver e elaborar problemas de divisão cujo divisor tenha, no máximo, dois algarismos, envolvendo os significados de repartição equitativa e de medida, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos”. (Ibidem, s.n.)

Destacamos, ainda, sobre a mesma temática número, para o 5º ano, problema de multiplicação e divisão de números racionais cuja representação decimal é finita por números naturais, com a habilidade “(EF05MA08): Resolver e elaborar problemas de multiplicação e divisão com números naturais e com números racionais cuja representação decimal é finita (com multiplicador natural e divisor natural e diferente de zero), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos”. (Ibidem, s.n.)

A partir dessas considerações emanadas com base no que preconiza a BNCC e no programa de uma disciplina voltada aos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, ministrada pelo autor do artigo em um Programa de Pós-

Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, justificamos a presente pesquisa, que teve como questão norteadora: como os estudantes em formação continuada, com formação em Pedagogia, utilizam a resolução de problemas aliando registros numéricos e figurais em um problema de introdução de divisão de números naturais para os Anos Iniciais?

Há de ser considerado que os estudantes foram colocados na situação de professores daquele nível de escolaridade, explorando procedimentos de ensino, aprendizagem e avaliação, uma vez que a metodologia, segundo Onuchic e Allevato (2014), utiliza a resolução de problemas, também, como processo avaliativo, o que foi considerado para a disciplina. Obviamente, por se tratar de uma atividade de pesquisa, realizada em uma aula rotineira do próprio pesquisador, antecipadamente, todos foram devidamente esclarecidos e não caberia aqui citar o discurso proferido.

A partir do problema de pesquisa, foi definido o objetivo geral: investigar como estudantes em formação continuada utilizam a resolução de problemas aliando registros numéricos e figurais em um problema de introdução de divisão de números naturais para os Anos Iniciais.

Para cumprir com tal objetivo, foram definidos os seguintes objetivos específicos:

- realizar uma atividade sobre divisão de números naturais por meio da Metodologia de Resolução de Problemas;
- investigar como os participantes da pesquisa compreendem o problema, estabelecem um plano e o executam;
- mobilizar registros numéricos e figurais nas soluções obtidas;
- analisar as avaliações realizadas pelos participantes da atividade proposta.

Na sequência, buscamos fundamentos teóricos para amparar a pesquisa e seus resultados.

Fundamentação teórica

A Resolução de Problemas é uma metodologia de ensino, cada vez mais explorada por pesquisadores envolvidos com a Educação Matemática, tendo como um de seus precursores Polya (2006). Para ele, um dos deveres do professor, em sua sala de aula, é proporcionar aos seus alunos uma aprendizagem eficiente na aquisição de experiência com a ciência matemática. Nesse sentido, afirma: “O professor deve auxiliar, nem demais nem de menos, mas de tal modo que ao estudante caiba uma parcela razoável do trabalho” (p. 1). A afirmação procede ao refletirmos sobre processos de ensino em que

o professor expõe o conteúdo e indica um número considerável de exercícios repetitivos de aplicação de fórmulas, não propiciando a construção do próprio conhecimento como agente central do processo.

Polya (2006), no que diz respeito a questões, recomendações e operações mentais, recomenda que o professor, em inúmeros problemas, questione qual é a incógnita do problema, a fim de concentrar a atenção do aluno no que ele está buscando na resolução daquele problema, o que provocará a mesma operação mental. Além disso, deve proporcionar indagações sobre quais são as condicionantes sobre a incógnita, quais são os dados fornecidos pelo problema, sem especificar de qual assunto ele trata, o que pode permitir uma variedade de soluções, muitas vezes, inesperadas pelo professor. O autor organiza a metodologia em quatro fases, como segue.

Primeiro, temos de *compreender* o problema, perceber claramente o que é necessário. Segundo, temos de ver como os diversos itens estão inter-relacionados, como a incógnita está ligada aos dados, para termos a ideia de resolução para *estabelecemos um plano*. Terceiro, *executamos* o nosso plano. Quarto, fazemos uma *retrospectiva* da resolução completa, revendo-a e discutindo-a. (POLYA, 2006, p. 4-5)

Van de Walle (2009, p. 59) apresenta razões que justificam a utilização da Resolução de Problemas:

- concentra a atenção dos alunos sobre as ideias e como dar sentido às mesmas;
- desenvolve nos alunos a convicção de que eles são capazes de fazer matemática e de que a matemática faz sentido;
- fornece dados contínuos para avaliação, que podem ser usados para tomar decisões educacionais, ajudar os alunos a ter bom desempenho e manter os pais informados;
- possibilita um ponto de partida para uma ampla gama de alunos;
- envolve os estudantes de modo que ocorrem menos problemas de disciplina;
- desenvolve o “potencial matemático”;
- é muito divertida.

O autor fundamenta-se nos Princípios e Padrões do *National Council of Teachers of Mathematics*¹ – NCTM, indicando o pensamento atual, segundo ele, de um amplo segmento de pesquisadores em Educação Matemática. “A maioria, senão todos, dos conceitos e procedimentos matemáticos podem ser

¹ Conselho Nacional de Professores de Matemática

ensinados melhor através da Resolução de Problemas” (VAN DE WALLE, 2009, p. 57).

Os Princípios e Normas para a Educação Escolar (PRINCÍPIOS, 2008) indicam: “A resolução de problemas constitui uma parte integrante de toda a aprendizagem matemática e, como tal, não deverá ser apresentada como uma unidade isolada do programa de matemática” (p.57). O documento, ainda, aponta normas para a resolução de problemas.

- Os programas de ensino do pré-escolar ao 12º ano deverão habilitar todos aos alunos para:
- construir novos conhecimentos matemáticos através da resolução de problemas;
- resolver problemas que surgem em matemática e em outros contextos;
- aplicar e adaptar uma diversidade de estratégias adequadas para resolver problemas;
- analisar e refletir sobre o processo de resolução matemática de problemas. (PRINCÍPIOS, 2008, p.57)

Para Onuchic e Allevato (2014), muito embora a Resolução de Problemas possa ser considerada como o “coração” da atividade matemática e mola propulsora para a construção de novos conhecimentos, ela ainda não está clara para os professores de Matemática, com o que nos coadunamos, uma vez que a metodologia é confundida, às vezes, com tarefas de resolver muitos e muitos problemas de um determinado assunto, repetitivos, como fixação de um algoritmo. Para as autoras,

a busca por renovadas formas de realizar o ensino, a aprendizagem e a avaliação em Matemática, e a necessidade de desenvolver estudos nesses âmbitos indicam que as pesquisas devem ser orientadas de modo que problemas relacionados à complexidade do ensino e à aprendizagem de Matemática para uma sociedade em mudança sejam atacados. (p. 41).

O enfoque dado pelas duas autoras evolui, em nossa opinião, dos clássicos anteriormente citados, pelo fato de envolver a avaliação no processo, o que acreditamos ser parte desta pesquisa, por estar relacionada à formação de professores de Matemática, cuja metodologia envolve avaliação. Nesse sentido, a atividade realizada e que será analisada absorve tal etapa.

Não nos ateremos a pesquisas que utilizam a Metodologia de Resolução de Problemas, mas citamos os trabalhos de Lara e Borges (2012) que abordam resultados de pesquisa com 50 alunos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, envolvendo a estrutura

multiplicativa por meio de estratégias desenvolvidas pelos alunos na resolução de um problema de divisão. As autoras apresentam, a partir da investigação, a suspeita sobre a prática existente de somente resolver problemas.

Allevato (2014) justifica a adoção da Metodologia de Ensino-aprendizagem-avaliação através da Resolução de Problemas, fazendo uma contextualização para justificar o uso da denominação a partir das demandas atuais em educação e orientações curriculares. Justifica-a como metodologia de ensino e indica experiências realizadas no contexto da EJA e da formação inicial de professores.

Teixeira e Santos (2017) analisam ações envolvendo o ensino de Matemática através da Resolução de Problemas em ação continuada com professores. A pesquisa, de cunho bibliográfico, buscou evidenciar contextos de formação onde as ações ocorreram em grupos de estudos, destacando possibilidade de estudar, discutir a respeito do tema, vivenciar, na posição de alunos, o ensino de Matemática através da Resolução de Problemas, planejar e ministrar aulas nessa perspectiva de ensino.

Ao trazermos esse rápido levantamento de três pesquisas, divulgadas em um único periódico, em três períodos distintos, podemos acentuar a relevância do tema e nossa convicção de que o trabalho realizado em uma disciplina de formação continuada de professores possibilita que a metodologia chegue até a sala de aula desses participantes da pesquisa, alguns já atuando e outros não, o que poderá propiciar uma formação mais global, uma vez que, ao se colocarem na posição de docentes daquele segmento na Escola Básica, poderão contribuir com outros professores que não tiveram, ainda, possibilidades de um contato e exercitá-la.

Considerando, ainda, a necessidade de representações em Matemática, com aprimoramento da literacia, como dito na introdução, nos reportamos à Teoria dos Registros de Representação Semióticos. Não iremos aqui nos aprofundar em seus fundamentos, mas explorar os tipos de registros indicados por Duval (2004).

Ao falarmos em aprendizagem matemática, não podemos perder de vista a questão das representações, as quais desempenham papel preponderante para a construção/comunicação do conhecimento adquirido pelos estudantes. Não são raras as vezes em que encontramos alunos, os quais afirmam ao professor saberem fazer determinados cálculos ou raciocínios, mas que não sabem explicar ou registrar como o fizeram. Piaget e Inhelder (1993), no que diz respeito à construção do espaço, indicam que ela começa no plano perceptivo indo, posteriormente, ao

representativo. Essa sequência, na maioria das vezes, é ‘queimada’ no ambiente escolar, percorrendo caminho inverso. Dessa forma, a representação não apresenta significado para muitos estudantes.

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval (2004), nas palavras do autor, indica: “não é possível estudar os fenômenos relativos ao conhecimento sem recorrer à noção de representação” (p. 25). Para ele, as representações semióticas são, por sua vez, representações conscientes e externas, havendo uma grande variedade possível delas como figuras, símbolos, expressões e outras. No que diz respeito às atividades cognitivas fundamentais da representação ligadas à semiótica, ele afirma haver três próprias:

a primeira é, evidentemente, a formação de representações em um registro semiótico particular, ou seja, ‘expressar’ uma representação mental, ou para ‘evocar’ um objeto real [...]. As outras duas atividades estão diretamente ligadas à propriedade fundamental das representações semióticas: sua transformação em outras representações que conservam ou todo o conteúdo da representação inicial, ou somente uma parte desse conteúdo. (p. 42)

Aqui, o autor recorre a um tipo de transformação que ocorre dentro de um mesmo registro [tratamento] ou entre registros distintos [conversão]. No presente artigo, não desenvolveremos tratamentos e conversões entre os registros semióticos envolvendo a divisão, apenas exploraremos os registros numéricos, em linguagem natural ou verbal e figurais envolvidos no processo de resolução de um problema de divisão voltado à iniciação conceitual dessa operação para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, especialmente, sem evocá-la como operação inversa da multiplicação. Estaremos preocupados com o envolvimento conceitual na preparação para o algoritmo da divisão.

Brandt, Moretti e Bassoi (2014) buscaram, em sua pesquisa, identificar as operações discursivas utilizadas por alunos na resolução de problemas matemáticos, segundo o grau de escolaridade dos mesmos, bem como a validade dos pontos de vista de argumentações matemáticas realizadas por eles. Concluíram que a Teoria de Duval se mostrou adequada para explicações sobre diferentes formas de resolução dos problemas propostos. A partir dessa consideração, julgamos pertinente indicar como os envolvidos em nossa pesquisa poderiam expressar os registros numéricos e figurais na resolução de um problema envolvendo a divisão com resto, com números naturais, como forma de

preparar o algoritmo da divisão para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Na sequência do artigo, discorreremos a respeito dos procedimentos metodológicos envolvendo a pesquisa realizada.

Procedimentos metodológicos

A investigação aqui descrita e analisada ocorreu em nossas últimas aulas da disciplina Matemática nos Anos iniciais: Fundamentos e Estratégias, ofertada em um programa de pós-graduação no sul do Rio Grande do Sul, ao término do semestre letivo de 2018. O objetivo foi: analisar o papel da Matemática na formação dos professores das séries iniciais; ter a Educação Matemática como campo de conhecimento capaz de selecionar e articular conteúdo desse nível de escolaridade com estratégias de ensino; organizar o trabalho pedagógico por meio de recursos didáticos pertinentes. A mesma foi desenvolvida com base em dois pressupostos teóricos: os registros de representação semiótica e a resolução de problemas. Assim, começou com unidades relativas à construção do número, dos sistemas de numeração, chegando às operações elementares com números naturais, sempre voltadas para o nível de escolaridade especificado.

Muito embora a disciplina seja direcionada aos professores da Educação Infantil e Anos Iniciais, muitos outros estudantes do programa se inscrevem com a justificativa de não terem cursado disciplina desse aporte na sua formação inicial. Desta feita, estiveram matriculados 13 estudantes, sendo que participaram da atividade avaliativa, ora investigada, 12, os quais serão identificados por letras maiúsculas A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L.

As aulas ocorreram durante uma manhã com cinco períodos, a fim de que pudesse ser iniciado e finalizado um tema específico, inclusive, com confecção de materiais didáticos a respeito. Na ocasião, o tema foi ‘divisão e seu algoritmo’. Iniciamos com resolução de problemas voltados aos primeiros anos escolares e até mesmo à Educação Infantil, considerando que dividir não necessariamente significa repartir em partes iguais, o que deve ser cuidado na introdução do estudo dessa operação com as crianças. Divisão pode, também, ser pensada como um processo de medir. Nesse sentido, é importante distinguir duas ideias de quantidades: discreta e contínua. No processo de contagem, utiliza-se o tipo de quantidade discreta, já no processo de divisão, devemos também pensar no tipo contínua. Por essa razão, no processo de contagem, com quantidades discretas, nem sempre é possível repartir, separar, dividir em quantias iguais.

Iniciamos o percurso propondo problemas em que o resto é zero e, como todos os participantes, de alguma forma, têm conhecimento do tema, foi proposto o terceiro problema da aula. Nele, o resto não mais era zero, de modo que esperávamos a compreensão do mesmo, a elaboração de um plano de resolução, a execução desse plano, os registros figurais e numéricos correspondentes às soluções encontradas. Posteriormente à essa etapa, entregar os registros escritos ao professor para que procedessem, em grande grupo, à retrospectiva e discussões sobre o que cada um deles havia feito. Também foi solicitada uma avaliação crítica da atividade, uma vez que, sendo professores ou futuros, entendemos necessitarem da Resolução de Problema com base na avaliação, como preconizado por Onuchic e Allevato (2014), Onuchic, Allevato, Noguti e Justilin (2014), Onuchic, Junior e Pironel (2017).

A partir desses pressupostos, entendemos a presente pesquisa como qualitativa, no sentido apontado por Moreira (2011, p. 47): “[...] o interesse central da pesquisa na questão dos significados que as pessoas atribuem a eventos e objetos, em suas ações e interações dentro de um contexto social e na elucidação e exposição desses significados pelo pesquisador”. Sendo o pesquisador o próprio professor da disciplina, torna-se fundamental sua leitura, ao final de um semestre letivo, sobre a formação dos estudantes sobre uma metodologia de ensino pertinente, não somente para os professores dos Anos Iniciais, senão para todo formador de indivíduos em Matemática.

A esse respeito, sobre pesquisa, Borba e Guimarães (2009, p. 59) questionam-se: “Como posso me certificar de que meus alunos estão compreendendo os conceitos trabalhados? Quais aspectos dos conceitos devo avaliar?” As autoras afirmam que, para as respostas a tais questionamentos, “é necessário haver um bom conhecimento do que constitui um conceito e de como esse se desenvolve, para que possamos melhor avaliar uma compreensão e oferecer um eficiente plano de ensino” (p.59). Portanto, a investigação em apreço parece ir no sentido apontado pelos autores supracitados no que diz respeito ao investigador analisar e interpretar os dados coletados à luz do seu conhecimento e avaliar o adquirido sobre a metodologia de ensino empregada na disciplina.

A respeito da amostragem de uma investigação, Bauer e Gaskell (2015) se referem a ela como um conjunto de técnicas para que possamos ter representatividade. Para os autores, “[...] a lista de estudantes que estão prestando

exame em uma universidade é um referencial de amostragem para a população estudantil deste ano específico” (p. 41). Assim, acreditamos que analisar doze indivíduos de uma turma, em ação continuada, constitui uma amostragem para a realidade populacional nesse ano letivo, no programa especificado. Por tais razões, analisaremos, na sequência, os registros realizados pelos indivíduos na atividade que foi distribuída por escrito, sendo solicitado seu desenvolvimento de forma individual, considerando que um problema, para Van de Walle (2009, p. 57), é definido como “qualquer tarefa ou atividade na qual os estudantes não tenham nenhum método ou regra já recebidos ou memorizados e nem haja uma percepção dos estudantes de haver um método “correto” específico de solução (HIEBERT et al. apud VAN DE WALLE, 2009, p. 57). A tarefa proposta, realizada em em dois períodos de 50 minutos, inicia, como previsto na metodologia, a compreensão do problema, o que faz com que seja realizada individualmente e, nas etapas posteriores, em grupo e finaliza com a socialização envolvendo todos. Segue o problema.

A balsa pode transportar 8 carros de cada vez. Quantas viagens ela terá de fazer para atravessar 25 carros pelo rio?²

a) Utilize os passos da Metodologia de Resolução de Problemas para o resolver.

- a.1- Compreenda o problema.
- a.2- Estabeleça um plano.
- a.3- Execute o plano.

b) Faça os registros numéricos e figurais correspondentes às soluções obtidas.

c) Avalie a atividade criteriosamente.

No que segue, faremos a análise dos dados coletados.

Análise dos dados

Como indicado anteriormente, a análise dos dados coletados será feita a partir dos registros escritos dos participantes da pesquisa e à luz dos fundamentos teóricos apresentados. De imediato, precisaremos anotar a grande dificuldade dos indivíduos que se colocam na condição de aprendizes de ensino para os Anos Iniciais, ressaltando a exceção dos quatro que atuam no primeiro segmento dos Anos Iniciais e Educação Infantil.

O primeiro passo da Resolução de Problemas, de acordo com Polya (2006), corresponde à compreensão do problema, o que, para estudantes já graduados, é bastante complexo por estarem em um nível de ‘quase automação’, na percepção clara do que é necessário para resolver problemas básicos como

² Problema originado de Van de Walle (2009).

os de divisão, sem atentarem para detalhes que julgamos pertinentes no início da escolarização (POLYA, 2006).

A metodologia conduz à concentração dos estudantes nas ideias que darão sentido para a resolução, de acordo com Van de Walle (2009), o que proporcionará ponto de partida para grande parte dos alunos daquele nível. Optamos por trazer todas os registros iniciais dos indivíduos, para que possamos analisar a diversidade de formas de pensar sobre um determinado problema, por mais simples que ele possa parecer, pois, segundo Polya (2006), é recomendado ao professor questionar sobre qual é a incógnita do problema, a fim de concentrar a atenção do aluno e provocar a operação mental a ser efetivada. Assim, foram coletadas respostas como:

A: *Quantas viagens devo fazer para levar 25 carros?*³

B: *8 carros de cada vez, se querem atravessar 25.* Esta estudante faz o seguinte registro gráfico para ilustrar sua solução.



C: *Sabendo que uma balsa transporta uma quantidade determinada de carros por vez, é necessário encontrar quantas viagens são necessárias para transportar um número definido de veículos.*

D: *Compreender quantos carros vão de cada vez; quantas viagens seriam necessárias?*

E: *Pensar na quantidade de viagens; encontrar um número igual de parcelas; pensar no total de carros.*

F: *Usando a ideia de subtrações sucessivas, ou seja, quantas vezes a balsa vai transportar os carros nesse rio.*

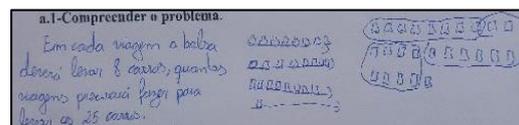
G: *É um problema que utiliza a distribuição. Uma balsa, oito carros por vez, 25 carros no total.*

H: *Retirar os dados, a balsa transporta cada vez 8 carros. Mas o problema necessita que atravessem 25 carros.*

I: *Quantas viagens a balsa terá que fazer?*

J: *Ler e interpretar a ideia que o problema traz, fazer o levantamento de dados e criar as hipóteses de compreensão para o entendimento.*

K: *A estudante faz o seguinte registro figura:*



L: *Determinar o n. de viagens p/ atravessar 25 carros por um rio através de uma balsa a qual transporta no máximo 8 carros por vez.*

Destacamos as respostas dos indivíduos B e K, por utilizarem outros registros, além da linguagem natural ou verbal, como as indicadas por Duval (2004). Também apresentaram uma representação figural, inclusive, em mais de uma dessas formas, como foi o caso de K. Os demais usaram apenas o registro em linguagem natural ou verbal.

Por se tratar de uma pesquisa qualitativa, julgamos pertinente para a sequência da análise dos dados apresentar a variedade de pensamentos julgados adequados ao iniciar uma atividade de Resolução de Problemas com vistas a introduzir divisão de números naturais com resto. Isso parece ir ao encontro do indicado nos Princípios (2008), quanto aos programas da Escola Básica habilitarem os alunos [em formação continuada] para construir novos conhecimentos, sendo que, nesse caso, o professor investigador não desejava introduzir divisão como operação inversa da multiplicação.

Para Van de Walle (2006, p. 177), “Os problemas em que o tamanho do conjunto é desconhecido são chamados de problemas de partição ou de compartilhar”. O problema em apreço ilustra o caso do zero na divisão, o qual pode apresentar três efeitos sobre as respostas, segundo o autor: “o resto é descartado, deixando uma resposta de número inteiro menor; o resto pode ‘forçar’ a resposta para o maior número inteiro mais próximo; a resposta é arredondada para o número inteiro mais próximo para um resultado aproximado” (p. 179).

Dessa forma, para um aluno dos Anos Iniciais, poderíamos esperar cada uma das respostas supra indicadas pelo autor o que, certamente, não parece ter sido compreendido pelos professores em formação continuada na presente pesquisa.

Como sequência da pesquisa, os indivíduos deveriam ‘estabelecer um plano’ para a resolução do problema, a partir do que haviam registrado como compreensão do mesmo. Os participantes A, B, C, D, F, I e K foram bem generalistas, sem elaborar um plano de resolução, limitando-se a indicar a distribuição dos 25 carros em grupos (de oito) ou sugerindo elaborar uma representação. Os demais foram

³ Todas as citações são literais obtidas dos participantes, sem interferência do pesquisador na escrita.

mais detalhistas, indicando terem compreendido como seria um plano de resolução, conforme descrevemos a seguir.

E: *dividindo 25 por 8 não temos como resposta um número inteiro. Logo, o número mais próximo do 8 que divide 25 é 5, então ele fará 5 viagens com 5 carros.*

Embora sua resposta não contemple a divisão por 8, que seria o esperado, ela procede, na medida em que há uma divisão em partição de conjuntos de mesmo tamanho, como sugerido por Van de Walle (2009) para a ideia de divisão. Sua solução é coerente com o que havia preconizado como compreender o problema [ao expressar a quantidade de viagens em um número igual de parcelas, em suas palavras]. O problema não especificava a necessidade de completar a capacidade da balsa.

G: *Completar a balsa até finalizar o número de carros, ou ir subtraindo sucessivamente.*

Notamos, no plano desse elemento, uma ideia importante no conceito de divisão - como subtração sucessiva. Há uma coerência com o que havia registrado na compreensão do problema.

H: *Podemos pensar na visualização desses 25 carros e 1 balsa com capacidade para 8 carros ou realizar a subtração dos 8 carros do total de 25 carros e observar quantas viagens podemos realizar.*

Ao indicar a visualização, parece que o investigado percebe a noção de registro figural (DUVAL, 2004) na resolução de problemas e, ao ir retirando 8 do total, explora a mesma ideia do anterior, a saber, divisão como subtração sucessiva. Notamos que não houve preocupação com o resto. Há coerência entre a compreensão do problema e o plano para executar a solução.

J: *Ideia de distribuição: capacidade limite de carros na balsa = 8. Total de carros = 25.*

Aqui, percebemos confusão em termos de registro figural e numérico, uma vez que usa a igualdade matemática como se fosse a palavra igual, portanto, não sendo nem um registro em linguagem natural e nem um simbólico. Além disso, o plano desse indivíduo não chega a se configurar como tal. Inclusive, na sua compreensão do problema, indica levantar hipóteses a partir dos dados coletados, o que não é indicado no seu planejamento.

L: *Agrupar o conjunto de carros (25) em conjuntos de 8, de modo que a última viagem deverá ter pelo menos um carro.*

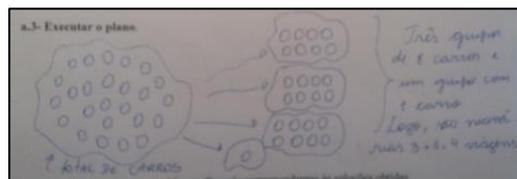
Observamos que o indivíduo planeja uma distribuição em grupos de mesma quantidade. Entretanto, equivoca-se ao expressar

que, na última viagem, transportará pelo menos um carro, contradizendo o fato de que existem exatamente 25 carros para serem transportados, o que foi caracterizado na sua compreensão do problema.

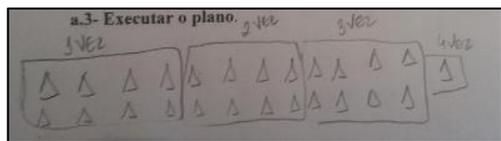
Percebemos que, nos planejamentos de resolução do problema proposto na investigação, em sua maioria, não atentaram para o fato indicado por Polya (2006) de que, nesse passo da metodologia, é necessário relacionar os diversos itens do problema, como, por exemplo, qual é a incógnita e como ela se conecta aos dados fornecidos. Somente dessa forma, o plano poderá ser coerente e promissor. Por sua vez, não podemos deixar de considerar que esse é um ponto de partida que se justifica para iniciar a resolução de um problema (VAN DE WALLE, 2009) e não sair aleatoriamente buscando soluções não planejadas ou com base em algum problema similar já resolvido anteriormente. Além desse ponto que justifica a metodologia, temos o fato de ela ser divertida, como indicou o autor, o que pode ser observado pelo pesquisador.

No que diz respeito ao terceiro item da pesquisa, executar o plano, em geral, os estudantes tiveram alguma dificuldade em colocar em prática o que haviam ensaiado ou planejado sobre a compreensão do problema, especialmente, em se tratando da perspectiva da metodologia para o ensino, o que é apontado por Onuchic e Allevato (2014), quanto a ela ainda não estar clara para os professores de Matemática. Assim como recomendado pelas autoras, julgamos que buscar formas renovadas de realizar o ensino, a aprendizagem e a avaliação em Matemática é premente na formação, quer inicial ou continuada, como aqui descrita e analisada.

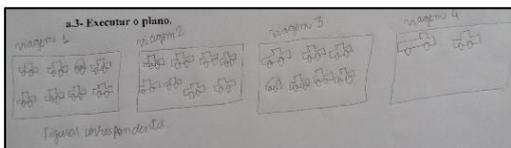
Vejamos a solução do problema feita por C, em dois registros, tendo partido, inicialmente, do figural com uma distribuição por agrupamentos, na qual representa cada carro por uma bolinha e, posteriormente, em registro natural ou verbal.



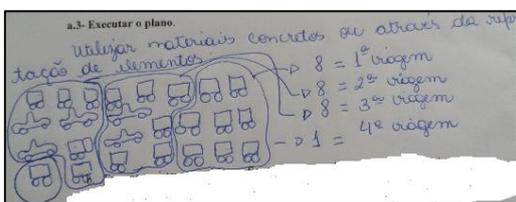
D utiliza apenas o registro figural para sua solução, coerentemente com o que havia planejado executar, considerando as representações dos carros e fazendo separação por grupos de oito. Vai indicando, na parte superior, cada viagem e, por fim, na quarta viagem, apenas um carro restante.



F faz algo similar, porém as representações são, de fato, de carros, o que não deixa de ser interessante em termos de registros figurais, como indicado por Duval (2004).



J também faz representações de carros e distribui corretamente, deixando para a última viagem apenas um carro. Destaca a importância do uso do material concreto, bastante utilizado durante as aulas transcorridas no semestre. Explora, além do registro figural com os agrupamentos de carrinhos, o registro numérico/verbal associados.



No que diz respeito à execução do plano, tudo indica que houve certa coerência daquilo que haviam previsto, mas, inevitavelmente, exploraram com maior intensidade os registros em linguagem natural ou verbal, explicando, de certa forma, o que estavam realizando e não se colocando como aprendizes iniciais do tema, como foi indicado nos esclarecimentos iniciais. Parece que essa é uma dificuldade na preparação de professores em ação continuada para o exercício profissional para quem dos níveis de ensino mais avançados em Matemática o que, em nossa opinião, é uma falha na formação do professor de Matemática nos cursos de Licenciatura da área, nos quais a ênfase é exclusiva para aqueles e não para os Anos Iniciais.

Na busca de identificar registros numéricos e figurais correspondentes ao problema em questão, foi solicitado que o fizessem no item b da investigação. Não houve maior problema quanto às representações figurais, sendo que muitos aludiram ao que haviam feito nos itens anteriores. No que diz respeito aos registros numéricos, alguns utilizaram o algoritmo da divisão com resto 1 e outros, uma distribuição $25 = 8 + 8 + 8 + 1$.

Destacamos o registro feito por F, uma vez que, aparentemente, a análise realizada

quanto ao registro figural constante na sua execução do plano pareceu errônea ao olhar do investigador. Assim registra:

8 7 6 1 → ideia de quantos carros cabem.

8 7 6 4 → possibilidades.

8 8 7 2 → possibilidade indicada no registro figural do item a.3.

7 8 4 6 → possibilidades.

Especifica, ainda mais, que *o objetivo da questão é saber quantas viagens poderão fazer, levando em consideração que o número máximo de carros é 8, ou seja, 4 grupos serão formados*. Percebemos que esse indivíduo usou várias estratégias em sua resolução, o que pode ser considerado correto na metodologia empregada, já que busca alternativas de solução sem uma regra própria préestabelecida, ou seja, o que os Princípios (2008) indicam como norma para resolver problemas que surgem em Matemática e em outros contextos, aplicando e adaptando uma diversidade de estratégias.

Para finalizar nossa análise, vamos ao último item, que solicitava avaliarem criticamente a atividade realizada, até para poder estabelecer uma conexão com o que Onuchic e Allevalo (2014) indicam quanto a explorar ensino-avaliação na metodologia em apreço. Houve unanimidade quanto à relevância da atividade para a formação desses professores, uma vez que, concretamente, puderam perceber como aplicar uma teoria metodológica em problemas concretos, isto é, realizar divisão de números naturais com resto. Destacamos dois registros, para não alongar em demasia o artigo.

G: *Para uma criança dos primeiros anos, a primeira ideia de distribuição seria essa, pois ela separaria e distribuiria de oito em oito e faria mais uma viagem com a balsa para levar o último carro (resto). Porém, há mais possibilidades de distribuição, se o professor quisesse estimular o raciocínio lógico, como por exemplo, fazer uma distribuição de cinco em cinco e ir completando as 4 balsas com os cinco que sobram. Mas, de qualquer forma, teria de ter uma balsa com um a mais. Ou seja, esse resto sempre ficaria.*

A conclusão que G apresenta parece, ao que tudo indica, resumir como a Metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação Através da Resolução de Problemas pode produzir resultados interessantes na formação tanto de professores para os Anos Iniciais quanto para os alunos desse nível (ONUCHIC e ALLEVATO, 2014).

Destacamos, também, o registro a seguir, que bem ilustra o indicado por Van de

Walle (2009) a respeito da metodologia desenvolver o potencial matemático, bem como o recomendado nos Princípios (2008) de aplicar e adaptar diversidade de estratégias adequadas na resolução de problemas. Além disso, permite mobilizar os registros numéricos e figurais, por meio das resoluções, corroborando o que indicou Duval (2004).

J: Atividade que poderá favorecer a resolução de problemas através da compreensão da distribuição, estimulando o pensamento crítico para a variação de estratégias.

Considerações finais

O presente artigo apresentou resultados de uma pesquisa qualitativa realizada em ação continuada com participantes de um programa de pós-graduação em ensino de Matemática, tendo como meta concluir uma disciplina voltada à Educação Infantil e Anos Iniciais em que a Metodologia de Resolução de Problemas e os Registros de Representação Semiótica permearam durante o semestre. O objetivo da pesquisa foi investigar como esses participantes utilizariam a metodologia aliada aos registros numéricos e figurais na resolução de um problema destinado a preparar para o algoritmo da divisão de números naturais com resto, voltando-se ao ensino dos Anos Iniciais.

Dessa forma, foi proposto um problema de divisão de 25 por agrupamentos de oito e os estudantes necessitaram registrar cada etapa da metodologia compreendendo o problema, elaborando um plano e executando-o. Posteriormente, foram solicitados a efetuarem pelo menos os registros figurais e numéricos das soluções e, por fim, avaliarem a atividade.

Os resultados mostraram algumas dificuldades dos professores em ação continuada de expressarem os pensamentos iniciais a respeito do problema, o que não deveria ocorrer, pois têm uma formação mais elevada em Matemática, com dispositivos práticos de resolver problemas, sem se colocarem na posição de ensinantes para os Anos Iniciais, uma vez que já possuem os algoritmos e processos elaborados. Entretanto, constatamos a dificuldade de perceberem a necessidade de refletir sobre o processo de formação conceitual e não a utilização dos algoritmos prontos.

Nem todos os participantes conseguiram mobilizar os registros numéricos e figurais ao longo do processo, porém refletiram sobre os procedimentos realizados na retrospectiva das resoluções feitas em grande grupo, o que não está descrito no artigo, sendo apenas objeto de conclusão do pesquisador. Dessa etapa, podemos corroborar o que Teixeira e Santos (2017) concluíram em sua pesquisa,

evidenciando a importância dos grupos estudarem e discutirem possibilidades de ações envolvendo o ensino de Matemática por meio da Resolução de Problemas em ação continuada com professores.

Dessa forma, esta pesquisa com a população envolvida mostra que a prática de somente resolver problemas com métodos algorítmicos existe na formação, quer de professores dos Anos Iniciais, quer na Licenciatura em Matemática, uma vez que os últimos não são preparados para compreenderem a adequação de metodologias, em particular a Resolução de Problemas, voltados, como no caso, para a divisão. Isso reafirma a pesquisa de Lara e Borges (2012).

Para finalizar nossas considerações, evocamos o dito por Ribeiro (2001): “[...] o ser humano é sempre um tempo agente e produto de sua ação, portanto, da atividade propriamente dita” (p. 21). Ao promovermos, em ação continuada, possibilidades de preparação de professores que permitam refletir sobre a prática matemática nos Anos Iniciais, fortalecendo as crianças e abrindo possibilidades para que sejam mais felizes, envolvendo-os e reduzindo a indisciplina, tornando a atividade matemática mais divertida, como dito por Van de Walle (2009).

Referências

- ALLEVATO, N. S. G. Trabalhar através da resolução de problemas: possibilidades em dois diferentes contextos. *Vidya*, v. 34, n. 1, p. 209-232, jan./jun., 2014. Disponível em: <https://www.periodicos.unifra.br/index.php/VIDYA>. Acesso em: 18 dez. 2018.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Disponível em: <mec.gov.br/download-da-bncc>. Brasília: MEC. 2017. Acesso em: 17 dez. 2018.
- BAUER, M.W.; GASKELL, G. **Pesquisa Qualitativa com texto, imagem e som: um manual prático**. 13a. ed. Petrópolis : Vozes, 2015.
- BORBA, R.; GUIMARÃES, G. (org.) **A pesquisa em educação matemática: perspectivas na sala de aula**. São Paulo: Cortez, 2009.
- BRANDT, C. F.; MOTETTI, M. T.; BASSOI, T. S. Estudo das funções do discurso na resolução de problemas matemáticos. *Educ. Matem. Pesq.*, São Paulo, v.16, n.2, pp. 479-503, 2014. Disponível em: <<https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/19476/pdf>>. Acesso em: 18 dez. 2018.

DUVAL, R. **Semiosis y pensamiento humano:** registros semióticos y aprendizajes intelectuales. Santiago de Cali, Colômbia: Universidad del Valle, 2004.

LARA, I. C. M. de; BORGES, R.M.R. A resolução de problemas de divisão partitiva nos anos iniciais do Ensino Fundamental. **Vidya**, v. 32, n. 1, p.9-20, jan./jun., 2012 - Santa Maria, 2012. Disponível em: <https://www.periodicos.unifra.br/index.php/VIDYA>. Acesso em: 18 dez. 2018.

MOREIRA, M.A. **Metodologias de Pesquisa em Ensino**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2011.

MORTATTI, M. do R. L. **Educação e letramento**. São Paulo. UNESP, 2004.

ONUCHIC, L. de la R.; ALLEVATO, N.S.G. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que Através da Resolução de Problemas. In: ONUCHIC, L. de la R.; ALLEVATO, N.S.G.; NOGUTI, F.C.H.; JUSTULIN, A.M.(org.) **Resolução de Problemas: teoria e prática**. Jundiaí: Pacto Social, 2014.

ONUCHIC, L. de la R.; ALLEVATO, N.S.G.; NOGUTI, F.C.H.; JUSTULIN, A.M.(org.) **Resolução de Problemas: teoria e prática**. Jundiaí: Pacto Social, 2014.

ONUCHIC, de la R.; LEAL JUNIOR, L.C.; PIRONEL, M. (org.) **Perspectivas para Resolução de Problemas**. São Paulo: Livraria Editora da Física, 2017.

PIAGET, J. e INHELDER, B. **A representação do espaço na criança**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1993.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

PRINCÍPIOS. **Princípios e Normas para a Matemática escolar**. Edição Portuguesa, 2 ed. APM, Lisboa, 2008.

RIBEIRO, M.L.S. **Educação escolar: que prática é essa?** Campinas, SP: Autores Associados, 2001.

TEIXEIRA, B. R.; SANTOS, E. R. dos. Potencialidades de ações de formação continuada com foco no ensino de matemática através da resolução de problemas. **VIDYA**, v. 37, n. 1, p. 35-50, jan./jun., 2017 - Santa Maria, 2017. Disponível em: <https://www.periodicos.unifra.br/index.php/VIDYA>. Acesso em: 18 dez. 2018.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no Ensino Fundamental-** formação de professores e aplicações em sala de aula. 6 ed. Porto Alegre: ARTMED, 2009.

José Carlos Pinto Leivas: Doutor em Educação (Matemática) Professor do PPGEICMAT – UFN – leivasjc@ufn.edu.br