

EXPLORANDO O TEMA CRIPTOGRAFIA UTILIZANDO PLANILHAS ELETRÔNICAS

Exploring encryption theme whit the using electronic spreadsheets

Clarissa de Assis Olgin

Resumo

Este artigo apresenta o tema Criptografia como um instrumento gerador de situações didáticas que permitem revisar, exercitar e aprofundar os conteúdos matemáticos, tendo por base as teorias curriculares contemporâneas de Doll Jr. (1997) e Silva (2009). O objetivo foi investigar o tema Criptografia e suas aplicações para o desenvolvimento de atividades didáticas aplicáveis no currículo de Matemática do Ensino Médio, com a utilização de planilhas eletrônicas. A metodologia adotada está fundamentada nos pressupostos de uma pesquisa qualitativa, desenvolvida em duas etapas, a primeira com estudos sobre o tema em questão e a segunda foi a elaboração de atividades didáticas. Como resultado da investigação apresentam-se as atividades envolvendo o tema Criptografia e os conteúdos matemáticos de função exponencial e função logarítmica. O material elaborado pode ser utilizado pelos professores de Matemática como uma estratégia metodológica no processo de ensino e aprendizagem dessa disciplina.

Palavras-chave: Educação Matemática. Currículo de Matemática. Criptografia. Atividades didáticas.

Abstract

This paper presents the theme Cryptography as a vector generator of didactic images that allow the revision, exercise and deepening of mathematical programs, based on the contemporary curricular theories of Doll Jr. (1997) and Silva (2009). The objective was to investigate the theme Cryptography and its applications for the development of ongoing teaching activities of High School Mathematics, using spreadsheets. The methodology adopted is based on the assumptions of a qualitative research, in two stages, a first part of studies on the subject in question and a second part was an elaboration of didactic activities. As the result of the investigation presents itself as a task

that involves the theme Cryptography and the mathematical data of exponential function and logarithmic function. The elaborated material can be used by mathematics teachers as a methodological strategy in the process of formation and integration.

Keywords: Mathematical Education. Mathematics curriculum. Encryption Didactic activities.

Introdução

Ao longo da história da educação brasileira percebe-se nos documentos curriculares a necessidade de uma abordagem contextualizada dos conteúdos escolares, visando relacionar os aspectos teóricos de cada área do conhecimento, em especial da Matemática, a assuntos importantes para a vida em sociedade.

Documentos como os Parâmetros Curriculares Nacionais (1997) e a Base Nacional Comum Curricular (2018) ressaltam a importância de se trabalhar de forma transversal no currículo escolar, permeando as diversas disciplinas escolares da Educação Básica com temas transversais e integradores, como: ética, trabalho e consumo, meio ambiente, saúde, sexualidade, pluralidade cultural, educação fiscal, educação financeira, entre outros.

Pensando no Currículo de Matemática a pesquisadora Olgin (2015) coloca que a escolha de tais temáticas precisa possibilitar o desenvolvimento dos conteúdos matemáticos, de forma que o aluno aprofunde, revise e/ou exercite conceitos já trabalhados em anos anteriores, crie estratégias de resolução de problemas, tenha autonomia na resolução das atividades didáticas, aprimorando a sua formação acadêmica e social, para que aos final da Educação Básica esteja preparado para lidar com diferentes situações que possam ocorrer na vida em sociedade, buscando se utilizar de seus conhecimentos matemáticos para a tomada de decisão consciente.

Olgin (2015) buscou nas pesquisas de Doll Jr. (1997) referente a critérios para avaliar um currículo pós-moderno e Silva (2009) sobre critérios para a seleção e organização dos conteúdos matemáticos para o Ensino Médio, critérios para a escolha de temáticas a serem desenvolvidas no Currículo de Matemática. Um exemplo de temática é a Criptografia, pois permite o desenvolvimento de atividades envolvendo códigos e senhas.

Contudo, o objetivo deste trabalho é apresentar o tema Criptografia e suas aplicações para o desenvolvimento de atividades didáticas aplicáveis no currículo de Matemática do Ensino Médio envolvendo funções exponenciais e logarítmicas, explorando como recurso didático as planilhas eletrônicas.

Metodologia da investigação

Essa investigação seguiu os pressupostos da pesquisa qualitativa, na qual primeiramente, a partir de uma pesquisa bibliográfica foi investigado o Currículo de Matemática e buscaram-se critérios para escolha de temas para o desenvolvimento dos conteúdos matemáticos.

Em seguida, desenvolveram-se atividades didáticas utilizando o tema Criptografia, levando-se em consideração tais critérios a partir das pesquisas de Doll Jr. (1997) e Silva (2009). As atividades buscaram verificar as potencialidades da utilização do tema Criptografia no Currículo de Matemática do Ensino Médio, visando exemplificar possibilidades de caminhos didáticos para a sala de aula.

O Currículo de Matemática do Ensino Médio

Segundo D'Ambrósio (2006, p. 64) o currículo busca planificar as estratégias que serão utilizadas para a prática educativa, de forma a refletir “aquilo que se deseja, aquilo que é necessário, de acordo com o que é possível, respondendo as características locais”. Complementa a Lei de Diretrizes e Bases da Educação (BRASIL, 1996) que o currículo precisa ser organizado de tal forma que tenha uma parte comum e outra diversificada, visando atender as necessidades de cada região do País, considerando as especificidades de cada localidade. Essa lei destaca que o Currículo do Ensino Médio precisa salientar a importância da Educação Tecnológica, do processo histórico da sociedade e de sua cultura, buscando metodologias de ensino que permitam maior autonomia aos alunos (BRASIL, 1996).

De acordo com Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (2000) o currículo

escolar irá estabelecer os conteúdos e as estratégias de ensino para que os estudantes construam capacidades para enfrentar os problemas que podem advir da vida em sociedade, do trabalho, estudos superiores, etc. Complementa esse documento que uma proposta curricular precisa considerar as quatro premissas, indicadas pela UNESCO, sendo elas: *aprender a conhecer* que se caracteriza pela importância de propor aos alunos uma base educacional ampla, para que possa seguir aprendendo; *aprender a fazer* refere-se ao desenvolvimento de habilidades que lhe permitam enfrentar novos problemas com base no conhecimento escolar; *aprender a viver*, está relacionado aos aspectos que envolvem o aprender a viver coletivamente, resolvendo conflitos, planejando e realizando projetos em prol do bem comum; *aprender a ser*, referente à formação do aluno, como cidadão autônomo, participativo e crítico. Nesse sentido, precisa-se desenvolver os conteúdos de forma contextualizada, conectada e interdisciplinar, pois pode possibilitar aos mesmos perceber que os conteúdos escolares são importantes para a vida cotidiana e para o mundo do trabalho.

Dessa forma, entende-se que os conteúdos matemáticos farão sentido, aos estudantes se forem abordados a partir de temas importantes para a sua formação, reforça a autora Azcárate (1997) que será com base em uma perspectiva integradora, na qual o currículo de Matemática é organizado por uma rede de problemas potenciais que permitam uma melhor compreensão e interação com a realidade social, cultural, política e natural, que se conseguirá atingir as finalidades da educação.

Portanto para que se consiga mudanças na forma da organização curricular é preciso que o currículo seja flexível, permitindo que ocorra mudanças, pois a vida em sociedade está em constante transformação, além de possibilitar a utilização de diferentes metodologias e temáticas. Um Currículo com tais características precisa considerar os aspectos levantados pelos pesquisadores Doll Jr. (1997) e Silva (2009).

Refletindo sobre as pesquisas de Doll Jr. e Silva para escolha de temas para o Ensino Médio

A seleção de temas para o Currículo de Matemática será a partir das pesquisas de Doll Jr (1997) sobre os quatro “Rs” para avaliar um Currículo Pós-Moderno, pois ao indicar temas que podem ser desenvolvidos em sala de aula, pretende-se que o currículo seja construtivo no qual professor e alunos conversam sobre os encaminhamentos e decisões, havendo a participação ativa do estudante nas atividades

propostas e que se construam conceitos matemáticos.

Com base nas pesquisas do autor, o primeiro critério “riqueza” permitirá que professores e alunos transformem e sejam transformados, através de temas que possibilitem desenvolver diversas atividades, construir conceitos, revisar ou ampliar os conteúdos matemáticos. O critério “recursão” refere-se à possibilidade de escolha de temas que permitam ao aluno refletir-sobre-o-fazer, buscando pensar e repensar sobre os caminhos adotados para resolução das atividades. O critério “relações” é importante na escolha de temas, pois este evidencia as possíveis conexões entre os temas e os conteúdos matemáticos num processo recursivo de fazer, refletindo sobre este fazer. O critério “rigor” está relacionado à escolha de temas que permitam desenvolver os conteúdos matemáticos, buscando conforme as indicações de Silva (2009) verificar as possibilidades metodológicas e organizacionais de aplicação do tema.

Ainda, Doll Jr. (1997) menciona que os problemas decorrentes do processo de ensino e aprendizagem necessitam de uma abordagem prática e não só teórica. A intenção do autor não é dar ênfase à prática, colocando-a acima da teoria, mas fundamentar a teoria através da prática, buscando desenvolvê-la com base na mesma. Segundo Doll Jr. (1997), o conceito chave em um currículo é o de transformação, pois professores e alunos têm a necessidade de elaborar o seu currículo num processo de interação entre eles, partindo de uma organização ampla, que pode ser proveniente de livros didáticos, orientações curriculares, Secretarias de Educação, tradições anteriores, entre outros, uma vez que a determinância resultará do processo de construção do currículo, ou seja, através das reflexões recursivas, ponderando os resultados das atitudes tomadas no passado como ponto de partida para as próximas ações.

Também, entendeu-se, que era importante investigar os critérios propostos por Silva (2009), pois o mesmo utilizou-se das pesquisas de Doll Jr e ampliou a construção dos critérios, visando selecionar e organizar os conteúdos matemáticos do Ensino Médio. Segundo Silva (2009), o primeiro critério “riqueza” vislumbra a possibilidade de trabalhar elementos da própria Matemática, buscando mostrar sua diversidade, certezas e incertezas. Um exemplo proposto pelo autor, para mostrar a riqueza de um conteúdo, seria trabalhar as funções exponencial e logarítmica, que são funções inversas, e sua representação gráfica.

O segundo critério, “reflexão”, apontado por Silva (2009), discute a questão do papel social da Matemática, como uma forma de

transformar a sociedade. Para o autor, está relacionado ao saber conversar sobre conflitos locais que, por meio dos conteúdos matemáticos, podem sugerir respostas ou encaminhamentos que solucionem o problema.

Para Silva (2009), o critério “realidade” refere-se a uma prática que propicie trabalhar com os diversos contextos, sejam eles culturais, políticos, sociais ou econômicos, buscando que os mesmos permeiem a comunidade, visto que os problemas advindos de uma comunidade representam a realidade do grupo social ali inserido e os conteúdos matemáticos poderiam auxiliar na resolução dos mesmos, buscando caminhos ou possibilidades que possam contribuir para que a comunidade encontre uma solução.

Segundo Silva (2009), o critério “responsabilidade” refere-se a como são utilizados os conteúdos matemáticos, ou seja, está relacionado à forma de seleção dos conteúdos, mais propriamente na escolha daqueles que possam ser desenvolvidos totalmente, oportunizando o estabelecimento de associações entre eles ou com outros conteúdos matemáticos, envolvendo distintos graus de complexidade.

Segundo Silva (2009), o critério “ressignificação” refere-se à recontextualização de um conteúdo em outro tema, pois quando se promovem diferentes contextos para compreensão dos conteúdos matemáticos, podem-se enriquecer os mesmos.

Os autores Doll Jr. (1997) e Silva (2009) fazem com que se reflita sobre temáticas que possibilitem a construção de atividades didáticas que permitam trabalhar os conteúdos matemáticos do Ensino Médio, utilizando diferentes estratégias de ensino na construção e aplicação de conceitos matemáticos. A seguir apresenta-se o tema Criptografia como uma possibilidade de temática a ser desenvolvida no Currículo de Matemática do Ensino Médio.

Explorando o tema Criptografia aliado ao conteúdo de funções exponenciais e logarítmicas

Entende-se que o tema Criptografia pode ser explorado no Currículo de Matemática, pois reflete os critérios elencados por Doll Jr. (1997) e Silva (2009), visto que é um tema atual que possibilita o desenvolvimento de atividades didáticas, as quais podem ser desenvolvidas no Ensino Básico, permitindo que os alunos aprimorem seus conhecimentos (TAMAROZZI, 2001).

Neste tema, o critério *riqueza* pode ser observado nas atividades envolvendo codificação e decodificação com os conteúdos

que são trabalhados no Ensino Médio, podendo contribuir para enriquecer as aulas de Matemática. Outro critério é a *recursão* que por sua vez, pode contribuir para que o aluno reflita sobre os conteúdos desenvolvidos a partir de atividades didáticas envolvendo esse tema. A *recursão* pode ocorrer, durante o processo da ação do aluno frente à situação, na qual ele pode fazer o levantamento das informações relevantes, elaboração de hipóteses, verificação e validação das mesmas.

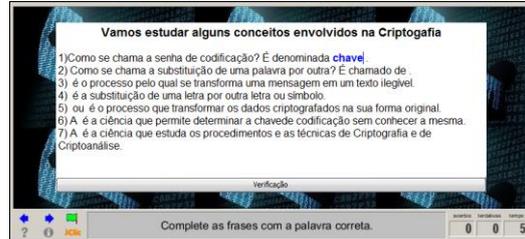
Também, percebe-se o critério *ressignificação* por explorar os conteúdos matemáticos através do tema. Nesse sentido, esse tema auxilia os alunos no desenvolvimento de competências e habilidades em resolver problemas e criar estratégias de resolução (GROENWALD; FRANKE, 2007; GROENWALD; FRANKE; OLGIN, 2009; OLGIN; GROENWALD, 2013; OLGIN 2011; OLGIN, 2015).

A seguir apresentam-se as atividades desenvolvidas com o tema Criptografia aliado aos conteúdos de funções exponenciais e logarítmicas, utilizando planilhas eletrônicas.

As atividades iniciam-se por explorar o significado da palavra Criptografia e alguns

termos que são utilizados, quando se trabalha com esse assunto (Figura 1). Para a elaboração dessa atividade foi utilizado o *software* Jclíc.

Figura 1- Atividade no software Jclíc com o tema Criptografia.



Fonte: Adaptado de Olgin (2015).

Após, apresentam-se as atividades envolvendo códigos com as funções exponenciais e logarítmicas como chaves codificadoras e decodificadoras nas atividades propostas.

Primeiramente, relaciona-se para cada letra do alfabeto um número, que corresponderá aos valores de x na função, conforme a Figura 2.

Figura 2 - Quadro apresentando o valor numérico de cada letra do alfabeto.

A	B	C/Ç	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	.
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26

Fonte: a autora.

Posteriormente, escolhe-se uma função cifradora, por exemplo, a função: $f(x) = 3^x$, cujo domínio será o conjunto $\{0, 1, 2, \dots, 26\}$.

Também, escolhe-se um texto a ser criptografado, por exemplo, a palavra "VIDA".

Para resolver a atividade, pode-se utilizar uma planilha eletrônica da seguinte forma: inicialmente, cria-se uma planilha com os dados necessários para resolução da questão, conforme a Figura 3. A planilha construída permite que o estudante explore conceitos relativos ao conteúdo, tais como: base e expoente de uma função exponencial.

Figura 3 - Exemplo de planilha para codificação da atividade proposta.

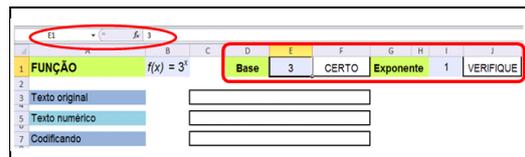
The spreadsheet shows the following structure:

- Row 1: "FUNÇÃO" with formula $f(x) = 3^x$. Cells C1, E1, G1, and I1 are labeled "Base", "VERIFIQUE", "Expoente", and "VERIFIQUE" respectively.
- Row 2: "Texto original" with input fields.
- Row 3: "Texto numérico" with input fields.
- Row 4: "Codificando" with input fields.
- Row 5: "Função Inversa" with a "VERIFIQUE" label.
- Row 6: "Decodificando" with input fields.
- Row 7: "Retorno do texto original" with input fields.

Fonte: a autora.

No estudo do conceito de base e expoente de uma função exponencial utilizando a planilha elaborada, tem-se que ao digitar na célula E1 a base da função em estudo, verifica-se na célula F1 se a resposta está certa ou se é necessário verificá-la e o mesmo ocorre para base da função (Figura 4).

Figura 4 - Exemplo de planilha para codificação da atividade proposta.



Fonte: a autora.

Em seguida, relaciona-se cada letra do alfabeto a um número, ou seja, a sequência numérica da palavra "VIDA" é: 21 – 8 – 3 – 0.

Na planilha, à medida que se digita as letras nas células correspondentes ao texto original vão aparecendo os números relativos ao texto numérico, ou seja, na célula "C3" está

digitada a letra “V” e na célula “C5” tem-se o número “21” conforme se observa na Figura 5.

Figura 5 - Exemplo de texto original transformado em texto numérico.

FUNÇÃO	$f(x) = 3^x$	Base	3	CERTO	Exponente	x	CERTO
Texto original		V	I	D	A		
Texto numérico		21	8	3	0		
Codificando							

Fonte: a autora.

Para criptografar a palavra a ser transmitida, calcula-se a imagem da função determinada para cada número da sequência numérica do texto (Figura 6).

Figura 6 - Cálculo da imagem da função.

$f(21) = 3^{21} = 104603532$	$f(8) = 3^8 = 6561$
$f(3) = 3^3 = 27$	$f(0) = 3^0 = 1$

Fonte: a autora.

Na planilha, espera-se que na célula “C7” correspondente ao codificando, seja digitada a fórmula da imagem da função para x igual a 21. Assim, espera-se que nessa célula seja digitada a fórmula “=E1^C5”¹(Figura 7).

Figura 7 – Inserindo dados na célula C7.

FUNÇÃO	$f(x) = 3^x$	Base	3	CERTO	Exponente	x	CERTO
Texto original		V	I	D	A		
Texto numérico		21	8	3	0		
Codificando							

Fonte: a autora.

O objetivo dessa atividade utilizando a planilha eletrônica é explorar o procedimento para realização do cálculo da imagem de uma função exponencial, possibilitando que o aluno explore como inserir fórmulas de potência em uma célula, para obter o resultado. Além disso, permite que o foco seja explorar o conceito de imagem de uma função, ao invés de ficar realizando cálculos com lápis e papel.

Para decodificar o texto, o receptor deverá calcular a imagem dos elementos, utilizando a função inversa da $f(x)$ escolhida. A função exponencial tem como inversa a função logarítmica, dessa forma, pode-se definir por: $f(x) = a^x$ se e somente se $f^{-1}(x) = \log_a x$.

Logo, para decifrar o texto, o receptor sabe que a função codificadora é $f(x) = 3^x$ e tem que calcular a inversa dessa função que é

$f^{-1}(x) = \log_3 x$, considerando domínio e contra-domínio adequados à situação. Após, calcula-se a imagem da inversa para cada número da palavra codificada, conforme se observa na Figura 8.

Figura 8 - Cálculo da imagem da função inversa.

Sequência Numérica Recebida	Imagem da inversa da função codificadora $f^{-1}(x) = \log_3 x$	Letra encontrada no alfabeto inicial
10460353203	$y = \log_3 10460353203$ $3^y = 10460353203$ $y = 21$	V
6561	$y = \log_3 6561$ $3^y = 6561$ $y = 8$	I
27	$y = \log_3 27$ $3^y = 27$ $y = 3$	D
1	$y = \log_3 1$ $3^y = 1$ $y = 0$	A

Fonte: a autora.

Na planilha eletrônica, espera-se que o aluno insira na célula “C11” a função inversa da função codificadora, sendo que na célula “D11” se pode verificar se a resposta está certa ou se é necessário rever os cálculos (Figura 9). Esse recurso foi colocado na planilha, com o objetivo de auxiliar o aluno na identificação de problemas, no cálculo da função inversa, pois caso tenha ocorrido algum procedimento incorreto, ele pode buscar novas estratégias para solucionar o mesmo.

Figura 9 – Inserindo dados na célula C11.

FUNÇÃO	$f(x) = 3^x$	Base	3	CERTO	Exponente	x	CERTO
Texto original		V	I	D	A		
Texto numérico		21	8	3	0		
Codificando		E1^C5	E1^D5	E1^E5	E1^F5		
Texto Codificado		10460353203	6561	27	1		
Função Inversa		$f^{-1}(x) = \log_3 x$	CERTO				
Decodificando							

Fonte: a autora.

Ainda, nessa atividade, pode-se observar que a base do logaritmo é 3. Para revolver em uma calculadora científica é necessário mudar a base do logaritmo, pois esse instrumento só apresenta logaritmo na base 10 e o logaritmo natural. Assim, de acordo com Dante (2004) $\log_a y = \frac{\log_c y}{\log_c a}$, no qual $y > 0$, $0 < a \neq 1$ e $0 < c \neq 1$. Para decodificar o número “10460353203”, a imagem do número pela função $f^{-1}(x) = \log_3 10460353203$, aplicando

¹ Na planilha eletrônica para utilizar a operação de potência, utiliza-se o símbolo “^”.

logaritmo mudança de base tem-se $f^{-1}(x) = \frac{\log 10460353203}{\log 3}$ sendo $f^{-1}(x) = 21$.

A planilha eletrônica, somente apresentará o texto decifrado se for inserida a fórmula de decodificação nas células referente ao “Decodificando”. Para isso, precisa-se utilizar a base que está na célula “E1”, as células do codificando “C7, D7, E7 e F7” e a função logarítmica da planilha, sendo digitada na célula “C11”. Para utilizar a função logarítmica na planilha é necessário colocar o sinal de igualdade e a abreviatura da função, ou seja, deve-se utilizar a fórmula “=LOG(C7;E1)”. Na fórmula, pode-se chamar a atenção do aluno para o fato de que para calcular o logaritmo é preciso informar entre parênteses o logaritmando e a base, sendo separados por ponto e vírgula. Assim, para decodificar o texto numérico “10460353203”, utiliza-se a fórmula “=LOG(C7;E1)” (Figura 10).

Figura 10 - Exemplo de texto codificado.

FUNÇÃO	$f(x) = 3^x$	Base	3	CERTO	Exponente	x	CERTO
Texto original	V	I	D	A			
Texto numérico	21	8	3	0			
Codificando	10460353203	6561	27	1			
Função Inversa	LOG;Y=X	CERTO					
Decodificando	21						
Retorno do texto original	V						

Fonte: a autora.

A planilha foi elaborada para mostrar a letra original, se for digitada a fórmula correta na célula “C11, D11, E11 e F11”, podendo ser ajustada para mensagens que possuem maior número de letras.

Outra atividade explorando as funções exponenciais e logarítmicas trabalhando as propriedades da função exponencial é apresentada na Figura xx, na qual a função cifradora é $f(x) = 2^x \cdot 2^2$. Utilize a propriedade $(a^x \cdot a^y = a^{x+y})$ na função dada e codifique a palavra “SONHO”.

Resolução da atividade: Primeiramente, utiliza-se a propriedade indicada, obtendo a função da seguinte forma: $f(x) = 2^{x+2}$. Em seguida, associa-se cada letra da palavra “SONHO” a um número, ou seja, a sequência numérica do texto é: 18 – 14 – 13 – 7 – 14.

Para criptografar a palavra, calcula-se a imagem da função para cada número da sequência, na função determinada (Figura 11).

Figura 11 - Cálculo da imagem da função.

$f(18) = 2^{18+2} = 2^{20} = 1048576$	$f(14) = 2^{14+2} = 2^{16} = 65536$
$f(13) = 2^{13+2} = 2^{15} = 32768$	$f(7) = 2^{7+2} = 2^9 = 512$

Fonte: a autora.

Sendo o texto codificado, a imagem de cada algarismo encontrado. Para decodificar a palavra o receptor deverá calcular a imagem dos elementos, utilizando a função inversa, que é $x + 2 = \log_2 y$ (Figura 12).

Figura 12 - Cálculo da imagem da função inversa.

Sequência Numérica Recebida	Imagem da inversa da função codificadora $x + 2 = \log_2 y$	Letra encontrada no alfabeto inicial
1048576	$x + 2 = \log_2 1048576$ $x = 18$	S
65536	$x + 2 = \log_2 65536$ $x = 14$	O
32768	$x + 2 = \log_2 32768$ $x = 13$	N
512	$x + 2 = \log_2 512$ $x = 7$	H

Fonte: a autora.

Nessa atividade, a planilha pode oportunizar que o professor explore as propriedades da função exponencial, chamando a atenção dos alunos para o estudo da base e do expoente da função, conforme a Figura 13. Nessa figura, observa-se que a base e o expoente foram determinados após aplicação da propriedade indicada na atividade.

Figura 13 - Exemplo de planilha para codificação da atividade proposta.

FUNÇÃO	$f(x) = 2^x \cdot 2^2$	Base	2	CERTO	Exponente	$x+2$	CERTO
Texto original							
Texto numérico							
Codificando							
Função Inversa	VERIFIQUE						
Decodificando							
Retorno do texto original							

Fonte: a autora.

Para as atividades seguintes, pode-se trabalhar com as planilhas eletrônicas da mesma forma que foi proposto nas atividades apresentadas anteriormente.

Codifique a palavra “LIVRE”, sabendo que a função cifradora é $f(x) = 2^x \cdot 2^3$, para tanto utilize a propriedade $(a^x \cdot a^y = a^{x+y})$.

Resolução da atividade: Primeiramente, utiliza-se a propriedade indicada, obtendo a função da seguinte forma $f(x) = 2^{x+3}$. Em seguida, relaciona-se cada letra da palavra a um número, ou seja, a sequência numérica da palavra é: 11 – 8 – 21 – 17 – 4.

Para criptografar a palavra, calcula-se a imagem da função para cada número da sequência, na função determinada (Figura 14).

Figura 14 - Cálculo da imagem da função.

$f(11) = 2^{11-3} = 2^8 = 256$
$f(8) = 2^{8-3} = 2^5 = 32$
$f(21) = 2^{21-3} = 2^{18} = 262144$
$f(17) = 2^{17-3} = 2^{14} = 16384$
$f(4) = 2^{4-3} = 2^1 = 2$

Fonte: a autora.

Sendo o texto codificado, a imagem de cada algarismo encontrado. Para decodificar a palavra o receptor deverá calcular a imagem dos elementos, utilizando a função inversa, que é $x - 3 = \log_2 y$ (Figura 15).

Figura 15 - Cálculo da imagem da função inversa.

Sequência Numérica Recebida	Imagem da inversa da função codificadora $x - 3 = \log_2 y$	Letra encontrada no alfabeto inicial
256	$x - 3 = \log_2 256$ $x = 11$	L
32	$x - 3 = \log_2 32$ $x = 8$	I
262144	$x - 3 = \log_2 262144$ $x = 21$	V
16384	$x - 3 = \log_2 16384$ $x = 17$	R
2	$x - 3 = \log_2 2$ $x = 4$	E

Fonte: a autora.

Atividade: Codifique a palavra “AMOR”, sabendo que a função cifradora é $f(x) = (5^x)^{\frac{1}{3}}$, para tanto utilize a propriedade $((a^x)^y = a^{xy})$.

Resolução da atividade: Primeiramente, utiliza-se a propriedade indicada, obtendo a função da seguinte forma $f(x) = 5^{\frac{x}{3}}$. Em seguida, relaciona-se cada letra do alfabeto a um número, ou seja, a sequência numérica do texto é: 0 – 12 – 14 – 17.

Para criptografar a palavra, calcula-se a imagem da função para cada número da sequência, na função determinada (Figura 16).

Figura 16 - Cálculo da imagem da função.

$f(0) = 5^{\frac{0}{3}} = 1$	$f(14) = 5^{\frac{14}{3}} = 1827,511086$
$f(12) = 5^{\frac{12}{3}} = 625$	$f(17) = 5^{\frac{17}{3}} = 9137,555432$

Fonte: a pesquisa.

Sendo o texto codificado, a imagem de cada algarismo encontrado. Para decodificar a palavra o receptor deverá calcular a imagem dos

elementos, utilizando a função inversa, que é $\frac{x}{3} = \log_5 y$ (Figura 17).

Figura 17 - Cálculo da imagem da função inversa.

Sequência Numérica Recebida	Imagem da inversa da função codificadora $\frac{x}{3} = \log_5 y$	Letra encontrada no alfabeto inicial
1	$\frac{x}{3} = \log_5 1$ $x = 0$	A
625	$\frac{x}{3} = \log_5 625$ $x = 12$	M
1827,511086	$\frac{x}{3} = \log_5 1827,511086$ $x = 14$	O
9137,555432	$\frac{x}{3} = \log_5 9137,555432$ $x = 17$	R

Fonte: a pesquisa.

Segundo Tamarozzi (2001), o tema Criptografia permite o desenvolvimento de atividade didáticas que podem ser exploradas pelo professor de Matemática, fazendo uso de códigos e senhas. Os exemplos ilustram caminhos ao trabalhar os conteúdos de funções exponenciais e logarítmicas, através da utilização dessa temática com uso de planilhas eletrônicas.

Conclusão

Entende-se, que o desenvolvimento dos conteúdos matemáticos relacionados a temas, tendo por base as teorias curriculares contemporâneas, pode favorecer o processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos abordados, bem como enriquecer o currículo de Matemática, com a utilização de trabalhos envolvendo diferentes temas.

As atividades didáticas elaboradas buscaram mostrar como o professor pode explorar o conteúdo de funções exponenciais e logarítmicas, trabalhando com imagem da função para codificar, com o cálculo da função inversa para decodificar, na qual se pretende revisar as propriedades da potenciação, equações exponenciais, cálculo da imagem de uma função, logaritmo mudança de base, procurando revisar os conteúdos já trabalhados e ampliar os conhecimentos dos alunos referentes ao mesmo, alcançando o objetivo final da atividade que é compreender que as funções exponenciais e logarítmicas são funções inversas.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. 1997.

_____. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular** – Proposta preliminar. MEC. Brasília, DF, 2018.

_____. LEI 9394, de 20 de dezembro de 1996. **Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Disponível em: <
<http://www2.camara.leg.br/legin/fed/lei/1996/lei-9394-20-dezembro-1996-362578-norma-pl.html>> Acesso em: 13 jan. 2019.

_____. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio**. Brasília: MEC, 2000.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação Matemática: da teoria à prática**. Ed. Papirus, 9ª edição. Campinas, 2006.

DOLL JR, W. E. **Currículo: uma perspectiva pós-moderna**. Trad. Maria Adriana Veríssimo Veronese. Porto alegre: Artes Médicas, 1997.

GROENWALD, Claudia L.; FRANKE, Rosvita. **Currículo de Matemática e o tema Criptografia no Ensino Médio**. Educação Matemática em Revista – RS. 2007.

GROENWALD, Claudia Lisete Oliveira; FRANKE, Rosvita Fuelber; OLGIN, Clarissa de Assis. **Códigos e senhas no Ensino Básico**. Educação Matemática em Revista – RS. 2009, 41-50.

GROENWALD, Claudia Lisete O. **Plataforma de Ensino Siena: refletindo sobre a utilização das TIC no processo de ensino e aprendizagem**. In VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática. Uruguay, 2013.

GROENWALD, Claudia L. et al. **Perspectivas em Educação Matemática**. ACTA SCIENTIAE – RS. 2004.

OLGIN, Clarissa de Assis. **Currículo no Ensino Médio: uma experiência com o tema Criptografia**. 2011. 136 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática), Universidade Luterana do Brasil. Canoas, 2011.

OLGIN, Clarissa de Assis. **Currículo no Ensino Médio: uma experiência com o tema Criptografia**. 2015. 265 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática), Universidade Luterana do Brasil. Canoas, 2015.

SILVA, Marcio Antonio da. **Currículo de Matemática no Ensino Médio: em busca de critérios para escolha e organização de conteúdos**. Tese de doutorado. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2009.

Clarissa de Assis Olgin: Doutora em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Luterana do Brasil (ULBRA). Professora do Curso de Licenciatura em Matemática e do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da ULBRA.