

# UMA PROPOSTA DE INTEGRAÇÃO DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E PROFISSIONAL: OBJETO DE APRENDIZAGEM DE SISTEMAS DE EQUAÇÕES ALGÉBRICAS LINEARES PARA DIMENSIONAMENTO DE CIRCUITOS

## A Proposal for Mathematics Education and Professional Integration: learning object systems of linear algebraic equations for circuit sizing

Vânia Maria.Fazito Rezende Teixeira  
João Bosco Laudares

### Resumo

Este artigo apresenta uma experiência de integração da educação matemática e educação profissional com a criação de um Objeto de Aprendizagem - OA, presente no repositório ROAMEP. O objeto de investigação interdisciplinar foi o estudo de sistemas lineares com aplicação de circuitos, que tem fundamentos teóricos e práticos para a formação tecnológica e atuação no mundo do trabalho do técnico da área de Eletroeletrônica. Este produto foi financiado pela FAPEMIG. Os sujeitos da pesquisa foram estudantes de curso técnico de Eletrônica de uma escola profissionalizante. A metodologia da investigação teve, como aporte teórico, a resolução de problemas, com análise de categorias inerentes à mesma. O sistema linear é associado ao dimensionamento dos circuitos, e os resultados da pesquisa mostraram que essa integração trouxe parâmetros que facilitaram a análise das informações tecnológicas e identificação das equações, bem como a montagem e resolução dos sistemas de equações lineares, como modelo matemático para a tecnologia.

**Palavras-chave:** Educação matemática e Educação profissional. Objetos de aprendizagem. Sistemas lineares. Área eletroeletrônica. Resolução de problemas.

### Abstract

This article presents an experience of integrating mathematics education and professional education with the creation of a Learning Object - OA, present in the repository ROAMEP. The object of interdisciplinary research was the study of linear systems with application of circuits, which has theoretical and practical foundations for technological training and performance in the world of work of the technician in the area of Electronics. This product was sponsored by

FAPEMIG. The research subjects were students of technical course of Electronics of a professional school. The methodology of the investigation had, as theoretical contribution, the resolution of problems, with analysis of categories inherent to it. The linear system is associated with the sizing of the circuits, and the results of the research showed that this integration brought parameters that facilitated the analysis of technological information and identification of equations, as well as the assembly and resolution of linear equation systems, as a mathematical model for technology.

**Keywords:** Mathematics education and Professional education. Learning objects. Linear systems. Electronics area. Solving problems.

### Introdução

Uma integração, a ser realizada entre as áreas de Educação e Trabalho com a Educação Profissional e Educação Matemática, pode se efetivar com estudos e investigações que enriquecerão os objetos de pesquisa dos docentes, ao adentrarem às questões da didática e do ensino da matemática na educação profissional.

A criação de propostas e projetos para a formação de técnicos e tecnólogos certamente demanda reflexão teórica, mas com finalidade de intervenções nas ações de qualificação e desenvolvimento de competências dos profissionais, seja no processo de formação, no interior das escolas técnicas e institutos federais, seja no mundo do trabalho, através da educação continuada.

Assim, é um desafio teórico e metodológico buscar referenciais constituintes da possível integração dessas áreas da educação, do trabalho e das profissões para a transição dos produtos a serem criados nos grupos de estudo e pesquisa, para o chão da sala de aula e para a prática profissional; produções provenientes,

especialmente, das pós-graduações em ensino, já em crescimento efetivo no Brasil.

Visando contribuir para a concretude dessas proposições, buscando parâmetros na integração da educação matemática e profissional, este artigo apresenta resultado de pesquisa de Mestrado realizada no âmbito de um Projeto de Pesquisa “financiado pela FAPEMIG, e desenvolvido em parceria por grupos de pesquisa do CEFET MG e de Institutos Federais”.

A Matemática como disciplina básica tem parâmetros para a construção dos conceitos científicos e tecnológicos, especialmente para a educação profissional. Dessa maneira, constitui instrumental para edificação dos conteúdos necessários aos técnicos, não só na sua formação tecnológica, mas também para sua atuação profissional, pois hoje o mundo do trabalho está com exigências cada vez mais técnico-científicas. Os processos industriais estão com inovações requerendo formação e atuação profissionais menos mecanizadas e repetitivas e mais reflexiva, exigindo habilidades intelectuais.

A pesquisa realizada é uma contribuição para a efetivar a integração da Educação Matemática e Educação Profissional, partindo do binômio educação e trabalho, articulando os conteúdos da disciplina básica de Matemática do Ensino Médio com as disciplinas específicas e profissionalizantes de cursos técnicos. Os sistemas de equações lineares com aplicações em circuitos elétricos, objeto da pesquisa realizada, são base para a compreensão de conceitos e proposições da área técnica e tecnológica de eletroeletrônica e mecatrônica, entre outras, necessárias para o desempenho na vida profissional do técnico desta modalidade tecnológica. Daí, para atender os objetivos da investigação proposta, foi criado um Objeto de Aprendizagem – OA cujo conteúdo foi estudo de sistemas de equações algébricas lineares e aplicações em circuitos, buscando aplicações em cursos da área de eletroeletrônica.

Há uma demanda crescente para estreitar o diálogo entre os professores das disciplinas de “formação geral” e das “disciplinas técnicas”, que ocorrem nas escolas de Educação Profissional. A pesquisa realizada é uma contribuição para esse diálogo.

### **Uma contribuição dos fundamentos da área Educação e Trabalho para pensar Educação Matemática e Educação Profissional**

A Educação é uma área transdisciplinar congregando vários outros conteúdos correlatos, como Sociologia, Filosofia, Educação Financeira, Informática, Antropologia entre muitas outras.

Na composição disciplinar da área de educação, há uma perspectiva multi - inter- e trans - em estreito e contínuo diálogo conceitual e metodológico com o trabalho. Essa discussão pode ser encontrada na trilogia produzida: (1) Trabalho – diálogos multidisciplinares de Cunha e Laudares (2009, p. 9), que ressaltam “dialogar com o trabalho na pesquisa em Educação tem significado situar-se entre dois mundos que guardam relações entre si: escola e o trabalho”; (2) Diálogos sobre o trabalho – perspectivas multidisciplinares de Aranha, Cunha e Laudares (2005, p. 8) que reafirmam”. Desafios político-epistemológicos renovados são colocados aos produtores de saberes fazendo a história sociocultural de seu tempo”; (3) Diálogos conceituais sobre trabalho e educação de Laudares e Souza Júnior (2011, p. 7) apresentam “algumas questões conceituais e metodológicas que envolvem a centralidade da categoria trabalho na vida em sociedade”.

Essas obras são coletâneas que reúnem resultados de estudos e investigações de pesquisadores cujo objeto de estudo é a centralidade do trabalho na vida social e profissional do homem contemporâneo para uma educação mais emancipadora.

Para entender os aspectos estruturantes das questões educacionais e, de modo mais abrangente, a formação humana na situação de trabalho e no espaço da escola, há que se fazer uma análise das transformações da educação profissional e seus vínculos com os espaços laborais.

Os estudos e os resultados das pesquisas presentes, nas obras citadas, trazem uma reflexão para a contínua mutação do trabalho cada vez mais multidisciplinar em contínua transformação, com forte embasamento tecnológico. As contínuas mutações e sua velocidade podem corromper o poder de explicação de muitos dos referenciais tanto teóricos, quanto metodológicos. Isto traz barreiras epistemológicas na definição de estratégias orientadas à emancipação humana quanto à ciência e tecnologia que acarretam uma ação política na prática social.

Nessa situação, dialogar com o trabalho e a educação profissional na pesquisa e nos estudos nas várias acepções das profissões, da formação no trabalho, da qualificação profissional e dos programas e políticas educacionais requer compreender os impactos das transformações societárias e culturais por investigações, seja na academia, seja na concretude laboral: mundo do trabalho e mundo da educação e da escola.

As transformações em curso dos processos produtivos refletem na educação técnica e tecnológica com contínuas reformulações da qualificação profissional e demandas renovadas das competências para o trabalho que vão além da

formação escolarizada, como o aprender em novas situações reais laborais.

A tarefa urgente da Sociologia do Trabalho e da Educação Tecnológica é desvendar as contradições do capital no percurso histórico e social para refletir sobre os espaços de trânsito e mobilização do trabalhador em qualquer nível de atuação, no bojo das transformações societárias em curso.

Assim, a partir da pluralidade dos processos formativos, a integração da Educação Matemática e Profissional acarreta a necessidade de uma base sociológica das profissões, dos programas e políticas públicas para o engajamento dos estudos na escola e da prática profissional, num espaço multidimensional de compreensão da formação para o trabalho e da vida social.

As categorias de estudos e pesquisa da área de Trabalho e Educação podem dar suporte epistemológico e metodológico para favorecer a integração da Educação Matemática e Educação Profissional.

### **A educação e o ensino no contexto da formação e atuação profissional**

O Ensino Médio, no Brasil, tem passado por constantes reformulações à procura de qualidade e consolidação, como última etapa da educação básica. A última reforma (BRASIL, 2017) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2018) traçam, para esta modalidade de ensino, percursos diferenciados de formação com base comum. A definição programática preserva a Matemática como disciplina básica, mas em contínua necessidade de estreitar o domínio entre as disciplinas da cultura geral e a realidade social além da atuação profissional, principalmente no que se refere aos cursos técnicos.

A Educação Técnica tem sua origem no início do século passado, com a criação de uma rede de instituições da educação básica, cujo objetivo foi responder a uma demanda de formação de profissionais para o mercado de trabalho, isto é, um trabalhador com capacitação técnica para o desenvolvimento da economia. Nas últimas décadas, há significativa expansão institucional da educação profissional técnica e tecnológica no Brasil.

A qualificação dessas instituições permite a oferta de cursos técnicos, de graduação e de pós-graduação *lato-sensu e stricto-sensu*. No conjunto de instituições tem-se: o Centro Federal de Educação Tecnológica- CEFET, os Institutos Federais e a Universidade Tecnológica do Paraná - UFTPR, além dos Sistemas “S”: Serviço Nacional de Aprendizagem Industrial – SENAI, Serviço

Nacional de Aprendizagem Comercial SENAC, entre outros. Há também um número significativo de Escolas Técnicas profissionais convivendo com escolas, especialmente estaduais, que ofertam exclusivamente curso médio de educação geral.

O ensino de Matemática tem dois grandes objetivos na educação básica: no ensino médio regular, contempla a formação integral do cidadão para sua convivência social e cultural com as disciplinas de cunho mais geral; no ensino profissionalizante, seu conteúdo, além de objetivar a formação integral, é também de base profissionalizante, como instrumento às disciplinas técnicas.

Os currículos integrados dos cursos técnicos profissionalizantes são estruturados em dois núcleos: um de formação básica e outro de formação profissionalizante. Essa estruturação favorece ao professor de Matemática, pois há uma contínua convivência com os docentes da área de formação técnica no desenvolvimento curricular, em projetos interdisciplinares, seminários, entre outras atividades colaborativas.

### **Experiências didáticas dos professores de Matemática da rede de instituições de educação profissional no Brasil**

Segundo Antônio Henrique Pinto e Marina Gomes Santos (2011), a matemática do currículo da educação técnica e tecnológica guarda, permanentemente, uma relação com o desenvolvimento da técnica e da tecnologia, ambas de base científica, mas lançando vínculos para a formação do trabalho na interseção do mundo laboral e da escola.

A tecnologia de fundamentos científicos está a exigir uma formação básica para o domínio dos conceitos a partir da compreensão das proposições da matemática, disciplina que garante a fundamentação para a técnica e a tecnologia, esta como epistemologia da técnica (PINTO, 2005).

Dessa forma, começaram, na década de oitenta do século passado, encontros de professores de Matemática para troca de experiências didáticas, promoção de programas de intercâmbios e elaboração de projetos. Foram instituídos os “Encontros Nacionais de professores de Matemática do Ensino Técnico” ENCONAMs de todo o Brasil, eventos científicos que se constituíram numa primeira experiência de um trabalho integrado, nacionalmente, para discussão de conteúdo, aplicações e criação de metodologias para a matemática no ensino médio e técnico.

Antônio Henrique Pinto e Marina Gomes Santos (2011) fizeram um resgate histórico dessas experiências. O I ENCONAM ocorreu em Curitiba em 1980, no Centro Federal de Educação

Tecnológica do Paraná. Esse encontro inaugurou uma série de outros ENCONAMs realizados, anualmente, em cada uma das escolas técnicas ou CEFETs, com o objetivo de discutir o conteúdo e a didática, trocar experiências, perceber a identidade do trabalho docente nessas instituições e constituir parcerias da educação profissional.

### **A abordagem da resolução de problemas - Um referencial metodológico**

A partir deste item, é apresentada uma experiência que aborda um problema técnico-tecnológico da área de eletricidade e correlatas, para contribuição da integração da educação matemática e profissional. Trabalhar com dimensões em circuitos é uma situação de rotina do técnico das áreas de eletricidade, eletromecânica, mecatrônica entre outras. Foi adotada a metodologia de resolução de problemas, que se constitui numa atividade real da vida acadêmica e profissional do técnico.

Os modelos de ensino para uma aprendizagem significativa consistem em trazer o estudante para uma mobilização no processo do aprender, atuando com atividades, especialmente pela resolução de problemas, isto é, propor metodologias ativas.

Para que o aluno tenha uma boa compreensão do conteúdo matemático, visando aplicações das disciplinas técnicas, é necessário utilizar metodologias nas situações práticas do aprendizado. Uma das metodologias utilizadas para esse aprendizado é a resolução de problemas. A atividade de resolver problemas está presente na vida das pessoas, exigindo soluções que, muitas vezes, requerem estratégias de enfrentamento de novas atividades. O aprendizado de estratégias auxilia o aluno a enfrentar novas situações em outras áreas do conhecimento.

A resolução de problemas é uma estratégia eficiente no aprendizado escolar e na vida profissional. Compreende leitura atenta e analítica do enunciado para identificação de dados e questões, bem como escolha de metodologia adequada a cada tipo de problema.

Para que se tenha compreensão e desenvolvimento do processo de resolução de problemas, Laudares (1987), Pozo (1998), Polya (2006) e Dante (2007) mostram, em seus estudos, a importância de se seguirem etapas. Polya (2006) defende que, para se obter a eficácia na resolução de problemas matemáticos, é necessário seguir quatro etapas: (1) Compreensão do problema; (2) Estabelecimento de um plano; (3) Execução do plano; (4) Retrospectiva (compatibilizar a solução encontrada com os dados identificados na proposta do problema).

Pozo (1998) afirma que a solução de problemas matemáticos é resumida em dois processos de aprendizagem: tradução e solução do problema. Para esse autor, é necessário que um estudante compreenda o problema e o traduza para uma série de expressões e símbolos matemáticos. Nas situações profissionais, resolver problemas é buscar estratégias de intervenção.

A partir daí, programa-se uma série de tarefas que estabelecem as submetas que se pretende alcançar para chegar à solução final e à aplicação de técnicas que permitam atingir cada uma dessas submetas. Pozo (1998) apresenta algumas etapas que ajudam a compreender melhor os problemas matemáticos, tais como: expressar o problema com outras palavras; representar o problema com outro formato; separar os dados relevantes dos não relevantes; buscar dados não presentes no enunciado.

Conforme Dante (2007), o trabalho com resolução de problemas matemáticos em sala de aula é fazer com que o aluno pense produtivamente. Para isso, é necessário formar cidadãos com habilidades matemáticas, que saibam como resolver, de modo inteligente, seus problemas na vida cotidiana, não apenas em sala de aula.

Já Laudares (1987) valoriza as etapas de leitura reflexiva do enunciado e análise da solução para verificar sua interação com os dados e as informações dadas, numa perspectiva semelhante à de Polya (2006).

### **Design das atividades**

Nesta pesquisa, apresentou-se um Caderno de sete atividades, sendo que a primeira tratava de uma revisão dos conceitos e dos procedimentos de resolução do sistema de equações lineares. As atividades dois, três, quatro, cinco e seis enfatizavam problemas físicos relacionados a malhas em diferentes circuitos. A última referia-se a uma atividade prática de montagem de um Circuito Puramente Resistivo de duas malhas, com o propósito da aplicação da Lei de Kirchhoff, com resolução de sistema de equações algébricas lineares e a comprovação dos valores encontrados, compatibilizando-os com os dados.

A proposição dos problemas teve um mesmo *design*. Preocupou-se em apresentar o mesmo formato para facilitar a interpretação dos estudantes. Cada problema foi colocado dentro de um quadro, de forma que a visualização facilitasse o seu entendimento e que se pudesse fazer uma análise interpretativa de cada etapa do desenvolvimento da situação a problematizar.

O quadro 1 descreve as atividades propostas que se encontram na Dissertação de

Teixeira (2014), escrita após a pesquisa realizada, com os respectivos objetivos e metodologia.

Quadro 1 – Descrição das Atividades com seus Objetivos e Metodologia

ATIVIDADES	OBJETIVO	METODOLOGIA
<i>Primeira - Introdutória</i> <i>Resolução de um problema que envolve sistema linear, não homogêneo, possível e determinado na aquisição de equipamentos elétricos.</i>	Resolver um problema que exija um sistema de 3 equações e 3 incógnitas, revisando o processo de resolução deste sistema.	Dado o problema do sistema linear que envolve 3 equações e 3 incógnitas, será elaborado um plano que facilitará a resolução do problema, a análise dos passos efetuados e a compatibilização da solução com os dados.
<i>Segunda</i> <i>Aplicação de um sistema linear, não homogêneo, possível e determinado de duas equações e duas incógnitas em circuito analógico de duas malhas.</i>	Efetuar um problema de circuito com duas malhas, com sistema linear de equações não homogêneas aplicado nos cursos de Eletrônica.	Dado o problema de circuito de duas malhas que envolve um sistema de 2 equações e 2 incógnitas, será elaborado um plano que facilitará a resolução do problema, a análise dos passos efetuados e a compatibilização da solução com os dados.
<i>Terceira</i> <i>Aplicação de sistema linear, não homogêneo, possível e determinado de três equações e três incógnitas em circuito analógico de três malhas.</i>	Resolver um problema de circuito com três malhas, com sistema linear de equações não homogêneas, aplicado nos cursos de Eletrônica.	Dado o problema de circuito de três malhas que envolve um sistema de 3 equações e 3 incógnitas, será elaborado um plano que facilitará a resolução do problema, a análise dos passos efetuados e a compatibilização da solução com os dados.
<i>Quarta</i> <i>Aplicação de sistema linear, não homogêneo, possível e determinado de duas equações e duas incógnitas em circuito de corrente contínua em malha (LKC)</i>	Efetuar um problema de circuito com duas malhas, com sistema linear de equações não homogêneas aplicado nos cursos de Eletrônica.	Dado o problema de circuito de corrente contínua que envolve sistema de 2 equações e 2 incógnitas, será elaborado um plano que facilitará a resolução do problema, a análise dos passos efetuados e a compatibilização da solução com os dados.
<i>Quinta</i> <i>Aplicação de sistema linear homogêneo, possível e determinado de duas equações e duas incógnitas em circuito analógico de duas malhas.</i>	Resolver um problema de circuito com duas malhas, com sistema linear de equações homogêneas aplicado nos cursos de Eletrônica.	Dado o problema de circuito de duas malhas que envolve um sistema de 2 equações e 2 incógnitas, será elaborado um plano que facilitará a solução do problema, a análise dos passos efetuados e a compatibilização da solução com os dados.
<i>Sexta</i> <i>Aplicação de sistema linear homogêneo, possível e determinado, de três equações e três incógnitas, em circuito analógico de três malhas.</i>	Efetuar um problema de circuito com três malhas, com sistema linear de equações homogêneas aplicado nos cursos de Eletrônica.	Dado o problema de circuito de três malhas que envolve um sistema de 3 equações e 3 incógnitas, será elaborado um plano que facilitará a solução do problema, a análise dos passos efetuados e a compatibilização da solução com os dados.
<i>Sétima</i> <i>Atividade prática aplicada no laboratório de Eletrônica da Utramig: Informações técnicas necessárias de circuito puramente resistivo (LKT e LKC)</i>	Montar um Circuito Puramente Resistivo de duas malhas, aplicar a Lei de Kirchhoff, resolver o sistema linear e comprovar os valores encontrados por meio de cálculos matemáticos.	A metodologia é a aplicação dos processos de solução de um problema de circuito Puramente Resistivo de duas malhas, que possibilita a montagem desse circuito; aplicação da Lei de Kirchhoff e a resolução do sistema de 2 equações a 2 incógnitas, comprovando os valores encontrados.

Fonte: Elaborado pelos autores.

Neste artigo, são apresentados resultados de duas atividades realizadas, a **segunda** e a sexta do Caderno de Atividades. Uma é aplicação em

circuitos de um sistema de duas equações algébricas lineares não homogêneas e a outra, de três equações homogêneas.

Pode-se verificar pelo Quadro 1 que as 7 (sete) atividades foram aplicações de diferentes tipos de sistemas de equações algébricas lineares quanto ao número de equações e se homogêneas ou não. Desta forma, foram pesquisados vários tipos de circuito que exigissem diferentes sistemas lineares para sua resolução.

A última atividade foi resolvida no laboratório com a montagem de um circuito a ser dimensionado, tendo sido a experiência de montagem efetivada pela pesquisadora e uma professora de prática profissional. Esta experimentação constituiu um trabalho cooperativo: professora de matemática e professora de disciplina profissionalizante.

A segunda atividade trata de sistema linear, não homogêneo, possível e determinado de duas equações e duas incógnitas em Circuito analógico de duas malhas (Quadro 2).

Quadro 2 – Representação da Segunda Atividade

**ENUNCIADO**

Dado um circuito (ver figura abaixo) com duas malhas chamadas de malha 1 e malha 2. A malha 1 é formada pelo percurso *abcd*, e a malha 2 é formada pelo trajeto *adefa*. Conhecidas as resistências:  $R_1 = 4\Omega$ ,  $R_2 = 3\Omega$ ,  $R_3 = 2\Omega$  e as tensões:  $V_A = 58\text{ V}$  e  $V_B = 10\text{ V}$ , determine as correntes  $I_1$  e  $I_2$  desse circuito.

Diagrama

Fonte: Adaptado de GUSSOW (1997).

Os tópicos abordados envolvem conceitos básicos de um circuito analógico que permitem ao estudante as seguintes habilidades: verbalizar a descrição do circuito elétrico proposto; identificar as incógnitas (correntes) e os dados do problema, que são os resistores e as voltagens; montar as equações desse circuito e resolvê-las, para, em seguida, confrontar os resultados obtidos do problema de acordo com as correntes calculadas do circuito.

Para a resolução, é necessário que os estudantes tenham conhecimento de correntes de malhas, com destaque para os resistores, as tensões, para que identifiquem as incógnitas do problema, que são as correntes do circuito. É utilizada também a Lei de Kirchhoff: “a soma de um determinado sentido das tensões de uma malha é igual a zero”.

Na interpretação do enunciado, foi proposto aos estudantes que trocassem informações entre si, para a compreensão do problema e sua descrição verbal.

Quanto à resolução do Modelo Matemático, são apresentadas questões para que os alunos possam identificar as incógnitas (correntes  $I_1$  e  $I_2$  do circuito); identificar os dados  $V_A = 58$  V e  $V_B = 10$  V e os três resistores  $R_1 = 4\Omega$ ,  $R_2 = 3\Omega$  e  $R_3 = 2\Omega$ ; e analisar o diagrama de acordo com os dados do problema e montar as equações do sistema:

$$\begin{cases} V_A - R_1 I_1 - R_2 (I_1 - I_2) = 0 \\ R_2 (I_1 - I_2) - R_3 I_2 - V_B = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Pretende-se que os estudantes manifestem conhecimento específico de Correntes de Malhas ensinado nos cursos da área de Eletroeletrônica, enfatizando a aplicação de sistema de equações lineares, seu conceito e sua resolução.

Quanto à Resolução de Problemas, foi solicitado aos estudantes que elaborassem a resolução do sistema de duas equações e duas incógnitas, retiradas do circuito, cujo propósito era encontrar os valores das correntes  $I_1$  e  $I_2$ , com um dos métodos de resolução: adição, substituição ou comparação. E, finalmente, nas questões contidas dentro da categoria Compatibilização (a última etapa da resolução de problema de Polya (2006)), procurou-se explorar a percepção dos estudantes quanto à comprovação dos resultados obtidos.

A sexta atividade tratou de sistema linear, homogêneo, possível e determinado de três equações e três incógnitas em Circuito analógico de três malhas (Quadro 3)

Quadro 3 - Representação da Sexta Atividade

ENUNCIADO
<p>Dado um circuito (ver figura abaixo) com três malhas chamadas de malha 1, malha 2 e malha 3; dados <math>V_1 = 20</math> V, <math>V_2 = 20</math> V, <math>V_3 = 10</math> V, <math>V_4 = 10</math> V, <math>V_5 = 10</math> V e <math>R_1 = 1\Omega</math>, <math>R_2 = 2\Omega</math>, <math>R_3 = 3\Omega</math>, <math>R_4 = 4\Omega</math> e <math>R_5 = 5\Omega</math>, calcule todas as correntes do circuito.</p> <p style="text-align: center;">Diagrama</p>

Fonte: Elaborado pelos autores.

Procurou-se saber se os estudantes identificavam as partes de um problema e se eles sabiam descrevê-lo verbalmente, valorizando a interpretação do texto.

Quanto à resolução do Modelo Matemático, foram feitas questões para que os alunos pudessem identificar as incógnitas ( $I_A$ ,  $I_B$  e  $I_C$ ), os dados (Resistências:  $R_1$ ,  $R_2$  e  $R_3$ ,  $R_4$  e  $R_5$  e força eletromotriz (f.e.m)  $V_1$ ,  $V_2$ ,  $V_3$ ,  $V_4$  e  $V_5$ ) e analisar o diagrama de acordo com os dados do problema.

Quanto à categoria Resolução de Problemas, foi solicitada aos estudantes a resolução do sistema de três equações e três incógnitas retiradas do circuito, cujo propósito era encontrar os valores das correntes  $I_A$  e  $I_B$   $I_C$  por meio de um dos métodos de resolução: escalonamento, regra de Cramer ou substituição.

$$\begin{cases} V_1 - R_1 I_A - R_2 (I_A - I_B) - V_2 = 0 \\ V_2 + R_2 I_A - R_2 I_B - R_3 I_B - R_4 I_B + R_4 I_C - V_3 - V_4 = 0 \\ V_4 + R_4 I_B - R_4 I_C - R_5 I_C - 10 = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Nas questões contidas dentro da categoria Compatibilização, procurou-se explorar a percepção dos estudantes quanto à comprovação dos resultados obtidos, e coerência dos resultados frente a dimensão dos dados e informações presentes no enunciado.

### Aplicação das atividades e análise de resultados parciais da pesquisa, segundo o referencial metodológico da “Resolução de Problemas”

O contato direto com os estudantes propiciou aos autores perceber as dificuldades, os erros, os acertos e as discussões nas estratégias de resolução. Os alunos ficaram motivados, com grande interesse em responder às questões propostas, devido à interdisciplinaridade: uso dos sistemas lineares na dimensionamento de circuitos.

As informações relevantes durante a resolução das atividades foram registradas, catalogadas e gravadas. Também foram feitas entrevistas com alguns estudantes, para levantamento de suas percepções sobre as dificuldades e facilidades existentes nas questões propostas. Entretanto, devido a dimensão do artigo, os resultados destas entrevistas não são discutidos aqui, dando prioridade para apresentação e resultados da aplicação das atividades, objeto da pesquisa desenvolvida.

Na aplicação das atividades, foram realizados sete encontros com duração média de 1h e 30 minutos cada, realizados nas próprias aulas de Matemática. Os dados foram coletados em sala de aula e no laboratório de eletrônica. Os sujeitos da pesquisa foram estudantes do Curso Técnico de Eletrônica da Fundação de Educação para o Trabalho de Minas Gerais (UTRAMIG), uma instituição profissionalizante em Belo Horizonte.

Segue um quadro-síntese dos resultados obtidos na aplicação das atividades e a seguir análise das respostas. Os alunos se dispuseram em duplas, buscando favorecer um trabalho colaborativo, incentivando discussões entre os membros de cada grupo e melhores interações entre eles.

O quadro 4 apresenta os conceitos utilizados de cada categoria das atividades.

Quadro 4 - Critérios e significados das atividades

Etapas	Critérios	SIGNIFICADO
<b>Interpretação do Enunciado</b>	Acerto Completo	Os alunos conseguiram interpretar de forma correta o enunciado do problema- A.
	Acerto Incompleto	Os alunos não conseguiram interpretar de forma completa o enunciado do problema- I.
	Erro	Os alunos não conseguiram interpretar o enunciado da questão – E.
<b>Modelo Matemático</b>	Identificação das Incógnitas do problema	Incógnita é um valor desconhecido que é preciso determinar para a solução de um problema.
	Dados do Problema	Identificar os dados que o problema propõe.
	Análise do Diagrama Problema	Detalhar o diagrama do problema proposto.
	Lei Física	Que Lei Física deve se aplicar para a solução do problema.
	Montagem das equações do sistema do problema	Montar o sistema linear que o problema propõe.
<b>Resolução de Problemas</b>	Seleção de Métodos de Sistema Linear	Escolher um dos métodos existentes na resolução de sistema linear.
	Resolução de Sistema Linear	Resolver o sistema linear depois de escolher um dos métodos existentes.
<b>Interpretação/Compatibilização e Retrospecto de Resolução de Problemas</b>	Compatibilização, isto é, comparação da solução obtida com os dados do problema	Examinar a solução obtida, isto é, testar se o resultado encontrado está correto.
	Compatibilidade entre dados e solução do problema	Os resultados encontrados são compatíveis com os dados do problema?
	Sentidos das Correntes	Quais os sentidos das correntes que percorrem o circuito a partir dos valores encontrados? Dizer se as correntes encontradas no circuito estão circulando no sentido horário ou anti-horário.

Fonte Elaborado pelos autores.

Dificuldades dos alunos na Atividade 2: Falta de entendimento do enunciado da questão, esta é uma primeira dificuldade do estudante na resolução de um problema, pois o estudante precisa exercer uma habilidade de interpretação e análise

crítica para identificação das informações quanto aos dados e questões que estão presentes na situação problematizada; falta de conhecimento matemático de sistema linear quanto à sua resolução e desconhecimento da aplicação da Lei Física do circuito; na Atividade 6: Dificuldades ao extrair as equações do Diagrama do Circuito e erro de cálculo na resolução da questão.

O experimento do instrumento didático com atividades elaborado para a pesquisa empírica possibilitou encontrar algumas evidências. Tendo por base a metodologia de Resolução de Problemas, verificou-se que os estudantes tiveram dificuldades na interpretação de textos, na resolução de modelos matemáticos e no entendimento dos fenômenos físicos. Tais dificuldades podem ser consequência da falta de hábito de resolver questões que exigem a construção do conhecimento, distintas daquelas que levam os alunos a pensar de forma mecânica, resolvendo listas de exercícios sem a devida interpretação dos resultados. Os autores referenciados apresentam um modelo de Resolução de Problemas em que é fundamental que o aluno compreenda a estrutura do problema.

A análise das respostas foi feita buscando relacionar as categorias teóricas da Resolução de problemas segundo Polya (2006), Pozo (1998), Laudares (1987). Assim os resultados estão apresentados referenciados as categorias de resolução de problemas levantadas no referencial teórico metodológico.

A pesquisa realizada mostra que, na categoria “Interpretação do Enunciado/Compreensão do Problema” segundo Polya (2006), os alunos apresentaram 41,4% de respostas incompletas e erradas. É um percentual que pode ser interpretado como bastante significativo no âmbito da Educação Profissional. Percebe-se que a dificuldade do aluno em entender o enunciado do problema pode ser resultante da dificuldade em interpretar o texto apresentado.

Seguindo ainda o modelo proposto por Polya (2006), na categoria “Modelo Matemático/Montagem do Sistema Linear”, as respostas incompletas ou erradas apresentaram, na pesquisa realizada, um percentual de 31,07%, evidenciando a dificuldade encontrada pelos alunos para fazer a transposição para a linguagem simbólica solicitada e o uso prático de fórmula. Isto é, a utilização do modelo matemático, na sua estruturação na situação técnica/tecnológica, exige do estudante uma análise dos parâmetros presentes para designar as variáveis e seus domínios para construção das equações constituintes do sistema linear que modela o problema em resolução.

Na categoria “Resolução de Problemas”, as respostas incompletas e erradas totalizaram

44,57%, consequência da falta de atenção, do desconhecimento de Sistema Linear e da dificuldade em resolver as quatro operações básicas da Matemática. Na perspectiva das técnicas de “Resolução de Problema” defendida por Pozo (1998), foi possível verificar que os alunos tiveram dificuldade em indicar qual é a meta do problema; em apontar onde reside a dificuldade da tarefa; em separar os dados relevantes dos não relevantes; em indicar os dados com os quais se pode contar para resolver a tarefa; em indicar quais os dados que não estão presentes, mas que são necessários para resolver a tarefa. Pozo (1988) na sua proposta metodológica da Resolução de Problemas propõe etapas que podem ser consideradas componentes de uma modelagem, ao exigir uma sequência de itens que conformam o processo de resolução.

Na categoria “Interpretação/Compatibilização”, segundo Polya (2006) esta é a fase final de fechamento da resolução e análise de um problema, pois se trata de relacionar o que foi proposto no problema e o que efetivamente se tem como solução, numa síntese reflexiva que compatibiliza a resposta com a pergunta ou a questão problematizadora. É a busca da coerência da solução, frente as dimensões presentes dos dados e informações fornecidas no enunciado. Isto é questionar a solução se é adequada ou compatível na situação problematizadora. Normalmente o estudante não realiza esta última etapa de Polya (2006), apenas confere na Lista de Respostas, se a encontrada pelo mesmo está lá, assim foi alto o percentual das respostas incompletas e erradas desta etapa no experimento realizado, totalizando 73,12%. Pelo alto percentual apresentado, percebe-se que o aluno participante do experimento elaborado pela pesquisa tem pouco hábito de verificar e analisar os resultados obtidos na resolução de problemas.

No mesmo sentido, na categoria “Modelo Matemático/Montagem do Sistema Linear”, se fossem seguidas as orientações de Pozo (1988) quando propõe que o aluno deveria relacionar os dados e o que é pedido e selecionar bem as fórmulas que deveriam ser aplicadas, a margem de acerto teria sido maior.

Provavelmente, haveria menores percentuais de respostas incompletas e erradas, na categoria “Resolução de Problemas”, se fossem seguidas as orientações de Laudares (1987) para não tentar resolver problemas mecanicamente, conferir as operações e avaliar se a solução é compatível com os dados, que diz respeito à quarta etapa de Polya (2006) - retrospecto: examinar a solução obtida. Laudares (1987) defende uma leitura atenta do enunciado do problema quanto a identificação do que é central e periférico, os dados e a questão, bem como design de uma trilha a ser

seguida, para a composição do processo de resolução.

### Considerações finais

O objetivo deste artigo foi apresentar conexão entre a educação matemática e a educação profissional, bem como resultados de uma pesquisa no contexto interdisciplinar: dimensionamento de circuitos e sistemas lineares. Decidiu-se discutir possibilidades dessa integração nos primeiros itens deste artigo.

Nos primeiros itens, foi realizada uma descrição crítica e reflexiva das possibilidades dessa conexão/integração a partir da área da educação, denominada educação e trabalho, cujos fundamentos podem servir de referencial teórico à educação profissional, em duas dimensões: da formação escolarizada do trabalhador e da formação continuada no mundo do trabalho, entendendo que a formação, para o trabalho e no trabalho, é permanente.

Então, a partir do item 6, buscou-se um diálogo efetivo e concreto desse encontro: espaço acadêmico e mundo do trabalho, criando um objeto de estudo e aprendizagem que congrega teoria e aplicação técnica: o estudo de sistemas de equações algébricas lineares, base científica da matemática e, um saber tecnológico da área elétrica, dimensionamento de circuitos. Foi definido este conteúdo por ser um suporte para a compreensão de conceitos e modelos técnicos estudados na escola e utilizados na vida profissional do técnico da área de eletricidade e correlatas

O referencial teórico metodológico da resolução de problemas foi adequado para o estudo, pois se trata de uma metodologia que é vivida na escola e no trabalho, uma vez que resolver problema, não se limitando somente à resolução de exercícios, é desafio do estudante, como acadêmico ou como trabalhador.

A resolução de problemas sempre traz dificuldades para o estudante, principalmente para aqueles que se habitam a fazer apenas exercícios na experimentação de algoritmos e fixação de processos com repetição e de forma mecânica. Na aplicação das atividades do produto constituído, verificou-se que os estudantes apresentaram resistência a partir já do enunciado do problema quanto à interpretação dos dados. Entretanto, com a contextualização dos sistemas lineares para o dimensionamento do circuito, ficaram motivados a enfrentar as dificuldades no desenvolvimento das etapas da resolução do problema: análise das informações tecnológicas e identificação das equações e montagem dos sistemas de equações lineares com as variáveis intervenientes na situação em estudo do circuito.

Os parâmetros dos modelos dos autores Laudares (1987), Polya (2006), Dante (2007) e Pozo (1998) para resolução de problemas facilitaram o trabalho dos estudantes que seguiram as etapas desses modelos: elaboração de um plano para execução, desenvolvimento em fases e retrospecto para compatibilização da solução encontrada em relação com os dados.

Assim, apesar de percentualmente não ter alcançado altos valores, em média, o que se justifica, em parte, pela deficiência de conhecimentos prévios dos estudantes, sujeitos da pesquisa, que são provenientes de instituições do ensino fundamental, especialmente de escolas públicas e com deficiência de conteúdo, pode-se constatar, pela análise dos resultados, que resolver problemas ainda não é uma metodologia amplamente utilizada e que o estudante vivencie em todas as suas aulas.

É importante destacar que a aplicação das atividades se deu numa única instituição, aplicada uma única vez, e que os sujeitos não foram selecionados pelo seu desempenho. Todos os estudantes da turma fizeram as atividades.

O produto deste trabalho foi o Caderno de Atividades, que constou de sete atividades, apresentadas no Quadro (1), relacionadas ao conteúdo de sistemas de equações algébricas lineares aplicadas em Circuitos. Todas as atividades encontram-se no apêndice na Dissertação de Mestrado de Teixeira (2014) em Ensino de Ciências e Matemática da PUC Minas.

O Produto pode ser acessado pelo “Repositório de objetos de aprendizagem para o ensino médio e educação profissional-ROAMEP”, idealizado e estruturado com 20 (vinte) objetos de aprendizagem de matemática para o ensino médio e técnico, e também foi editado um livro com apresentação destes Objetos de Aprendizagem (MIRANDA *et al.*, 2019).

## Referências

ARANHA, Antônia Vitória; CUNHA, Daisy Moreira; LAUDARES, João Bosco. **Diálogos sobre o trabalho: perspectivas multidisciplinares**. Campinas (SP): Papyrus, 2005.

BRASIL. **Lei nº 13.415, de 16 de fevereiro de 2017**. Altera as Leis nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional [...]. Brasília, DF: Presidência da República, 2017. Disponível em:

[http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/\\_Ato2015-2018/2017/Lei/L13415.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2015-2018/2017/Lei/L13415.htm). Acesso em: 20 ago. 2019.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base nacional comum curricular**. Brasília: MEC, 2018. Disponível em:

[http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC\\_EI\\_EF\\_110518\\_versaofinal\\_site.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf). Acesso em: 20 ago. 2019.

CUNHA, Daisy Moreira; LAUDARES, João Bosco. **Trabalho: diálogos multidisciplinares**. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2009.

DANTE, Luiz Roberto. **Didática da resolução de problemas de matemática**. São Paulo: Ática, 2007.

GUSSOW, Milton. **Elettricidade básica**. São Paulo: Pearson Makron Books, 1997, p. 137-152.

LAUDARES, João Bosco. **Educação matemática**. Belo Horizonte: CEFET, 1987.

LAUDARES, João Bosco; SOUZA JÚNIOR, Hormindo Pereira. **Diálogos conceituais sobre trabalho e educação**. Belo Horizonte: Editora PUC Minas, 2011.

MIRANDA, Dimas Felipe *et al.* **Objetos de aprendizagem de matemática para o ensino médio e educação profissional**. Belo Horizonte: Editora PUC Minas, 2019.

PINTO, Antônio Henrique; SANTOS, Marina Gomes. A matemática nas escolas técnicas federais: um acessório seguro e importante no trabalho. *In: SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA*, 9., 2011, Aracaju. **Anais [...]**. São Paulo: USP, 2011. Disponível em: [http://www.each.usp.br/ixsnhm/Anaisixsnhm/Comunicacoes/1\\_Pinto\\_A\\_H\\_Matem%C3%A1tica\\_nas\\_Escolas\\_T%C3%A9cnicas\\_Federais.pdf](http://www.each.usp.br/ixsnhm/Anaisixsnhm/Comunicacoes/1_Pinto_A_H_Matem%C3%A1tica_nas_Escolas_T%C3%A9cnicas_Federais.pdf). Acesso em: 20 ago. 2019.

PINTO, Álvaro Vieira. **O conceito de tecnologia**. Rio de Janeiro: Contraponto, 2005.

POLYA, George. **Arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

POZO, Juan Ignacio. **A solução de problemas**. Porto Alegre: Artmed, 1998.

TEIXEIRA, Vânia Maria Fazito Rezende. **A Matemática nos cursos de formação profissional na área tecnológica de eletroeletrônica: resolução de problemas utilizando sistemas lineares em circuitos**. 2014. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2014.

**Vânia Maria.Fazito Rezende Teixeira**: PUC Minas, Departamento de Matemática, Belo Horizonte, MG, Brasil, [mestradoensino@pucminas.br](mailto:mestradoensino@pucminas.br)

**João Bosco Laudares**: PUC Minas, Departamento de Matemática, Belo Horizonte, MG, Brasil, [mestradoensino@pucminas.br](mailto:mestradoensino@pucminas.br)