

## A Formação do Professor de Matemática de Ensino Superior

Frederico da Silva Reis

### Resumo

Neste trabalho, pretendemos discutir alguns aspectos historicamente relacionados à formação do professor de Matemática de Ensino Superior que, em nosso entendimento, influenciam diretamente a formação de seus alunos, destacadamente, os futuros professores de Matemática dos Ensinos Fundamental e Médio.

Cabe destacar que em nossa Tese de Doutorado ( REIS, 2001 ) já havíamos discutido como a relação entre rigor e intuição afeta / influencia tanto o formador de professores de Matemática, quanto o futuro professor de Matemática. Aqui, tentaremos aprofundar o estudo das repercussões dessa relação na formação do professor de Matemática.

Sob esta perspectiva, analisaremos algumas categorias de conhecimento profissional do professor. A partir desta análise, discutiremos três tópicos, cuja interação julgamos fundamentais na formação do professor de Matemática: a prova rigorosa, o pensamento flexível e os conhecimentos procedimental e conceptual.

**Palavras-chave:** formação do professor; Ensino Superior de Matemática; conhecimento profissional do professor; prova rigorosa; pensamento flexível.

### A QUESTÃO DA FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

*"Para Tales ... a questão primordial não era o que sabemos, mas como o sabemos."*

Aristóteles

O professor de Matemática, tanto do Ensino Fundamental como do Médio, é formado pela universidade no curso de Licenciatura em Matemática. Seus formadores também são professores de Matemática, só que do Ensino Superior, obviamente. Formados por quem? Por outros professores de Matemática de Ensino Superior.

Num número considerável de casos ou talvez, na

grande maioria dos casos, os professores universitários que ministram aulas para os cursos de Licenciatura em Matemática são Bacharéis, Mestres e Doutores em Matemática, especialmente nas universidades públicas. Reflitamos, então, sobre o questionamento feito por VASCONCELOS ( 1996 ) ao observar que, para o exercício de qualquer profissão, inclusive a de professor, é necessário um aprendizado não apenas informal, mas também formal ou específico da profissão:

A grande questão está em determinarmos até que ponto ( e até quando ) se pode permitir que o "professor" universitário, aquele sem qualquer formação pedagógica, aprenda a ministrar aulas por ensaio e erro, desconsiderando o caráter nobre do sujeito com o qual trabalha: o aluno. Além de desconsiderar também que ministrar aulas envolve o domínio de técnicas específicas e um tipo de competência profissional, a pedagógica, que deve ser aprendida e desenvolvida como qualquer outra competência e não simplesmente ser considerada como um "dom". ( VASCONCELOS, 1996, p. 1 )

Finalizando sua dura crítica ao que podemos denominar "sistema acadêmico-universitário", a autora dispara: *Muitos dos problemas da educação universitária brasileira não residirão na falta do "saber pedagógico" por parte de seus docentes?* ( *Ibidem*, p. 1 )

O "saber pedagógico" destacado por VASCONCELOS ( 1996 ) compreende uma das categorias de conhecimento do professor definidas por SCHULMAN ( 1986 ), as quais são fundamentais à formação de professores e podem ser descritas da seguinte forma:

*1) Conhecimento do Conteúdo Específico: não se refere apenas aos conceitos, mas às ligações entre eles; refere-se à acumulação e à organização do conhecimento na mente do professor; pensar sobre o conteúdo do conhecimento é ir muito além dos fatos ou conceitos de um domínio, sendo*

\*Mestre em Matemática pela Universidade Federal do Rio de Janeiro, na área de Análise Funcional;

Doutor em Educação Matemática pela Universidade Estadual de Campinas, na área de Ensino Superior;

Professor Adjunto do Departamento de Ciências Exatas e da Terra do Centro Universitário de Belo Horizonte – Pesquisador do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática – GEPEM / UNIBH;

Professor Adjunto do Departamento de Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto – Coordenador do Curso de Especialização em Educação Matemática.

necessário compreender as estruturas<sup>1</sup> dos assuntos;

2) Conhecimento Pedagógico do Conteúdo: formas de representação mais úteis das idéias mais ensinadas; melhores analogias, ilustrações, exemplos, explicações e demonstrações; compreensão do que faz com que a aprendizagem de um determinado tópico seja fácil ou difícil; conhecimento das concepções e preconceitos relacionados aos tópicos mais ensinados que alunos de diferentes idades trazem consigo e de estratégias provavelmente mais frutíferas para reorganizar a compreensão dos alunos;

3) Conhecimento Curricular: arsenal completo de programas desenvolvidos para o ensino de tópicos e matérias específicas num determinado nível; variedade de materiais instrucionais disponíveis em relação a estes programas; estabelecimento de um conjunto de características que servem tanto como indicação como contra-indicação para uso de materiais curriculares ou programáticos; familiaridade com materiais curriculares e programáticos de outras disciplinas (conhecimento curricular lateral); habilidade para relacionar o conteúdo de um curso ou de uma aula com tópicos ou assuntos que foram ou serão ensinados durante anos anteriores ou futuros (conhecimento curricular vertical).

Um estudo mais detalhado acerca da formação dos professores formadores de professores foi feito por GONÇALVES (2000).

Apesar do trabalho ter se caracterizado por um "estudo de caso", poderíamos nos perguntar: não seria esta a realidade de quase todos os "casos" relacionados à formação dos professores formadores de professores no Brasil?

Acreditamos que sim! Os professores universitários, formados sob uma perspectiva técnico-formal, enfatizam / priorizam o conhecimento específico do conteúdo em sua ação enquanto formadores de professores e estes, os últimos na "hierarquia docente" encabeçada por seus formadores, tendem a reproduzir em sala de aula no ensino fundamental e médio uma adaptação do "show" de conhecimentos específicos dado por seus formadores, mestres e doutores de inquestionável conhecimento matemático.

Também SCHEIBE (1987) faz uma análise sobre a "subestimação do pedagógico" no trabalho docente universitário e, mais, afirma que esta postura não é exclusiva do professor mas ganha apoio institucional. De fato, para os grandes centros de pesquisa, por exemplo, vale mais um bom pesquisador "na mão" do que dois bons professores "voando", parodiando o ditado popular!

Destacaremos, agora, três aspectos que julgamos fundamentais nesta ligação entre a formação do professor de Matemática de Ensino Superior e a formação do professor de Matemática dos Ensinos Fundamental e Médio, tomando como "hipótese de trabalho" o fato de que, em nossa opinião, alguns aspectos importantes na formação deste último são reflexos, direta ou indiretamente, da formação daquele primeiro.

### 1) A prova rigorosa na formação do professor de Matemática

A questão do papel e da importância da prova rigorosa para a formação do futuro professor de Matemática foi amplamente discutida na tese *Fascínio da técnica, declínio da crítica: um estudo sobre a prova rigorosa na formação do professor de Matemática*, na qual GARNICA (1995), após uma completa revisão bibliográfica acerca da prova e da formação de professores, apresenta duas leituras distintas oriundas da análise de sua questão de investigação:

*No tocante à prova rigorosa, os que a trabalham norteados pela leitura técnica, por um lado, com toda a atmosfera de arte que isso possa requerer, debruçam-se sobre o viés sintático da demonstração, descontextualizando-a de outra região que não seja a produção de conhecimento matemático feita profissionalmente. Partem do pressuposto de que a função de uma prova é a de meramente validar o conhecimento que ela gera, assegurando-o, e vêem sua garantia no rigor empregado, garantia essa que cobra uma sujeição aos critérios ditados pela Lógica, desconsiderando parâmetros outros... Assim, certas ferramentas, como o são os esquemas geométricos, podem servir de guia, nunca de consolidação ou via de referência para a certeza das afirmações feitas. (GARNICA, 1995, pp. 193-194, grifo do autor).*

<sup>1</sup> Segundo Schwab, as estruturas podem ser substantivas, que são os modos nos quais os conceitos e princípios são organizados para incorporar seus fatos ou sintáticas, que são os modos nos quais a verdade ou falsidade ou validade ou invalidade são estabelecidas.

Tal estudo mostra que, no caso específico daquela pesquisa, a formação acadêmica dos professores de Matemática que ministram cursos na Licenciatura em Matemática, foi predominantemente técnico-formal com ênfase quase exclusiva na formação matemática, ou seja, no conhecimento específico do conteúdo. Acerca dos programas de pós-graduação pelos quais passaram os professores, o autor avalia que neles: ... os formadores não tiveram oportunidade para refletir epistemologicamente e historicamente sobre as idéias matemáticas e seu processo de produção e sistematização. A formação matemática nesse nível de ensino, tem priorizado mais os aspectos procedimentais ou sintáticos do conhecimento que seus aspectos conceituais e semânticos. (GONÇALVES, 2000, p. 197)

Após concluir que a importância das demonstrações para o professor, segundo tal leitura, reside no fato de que as demonstrações agem como "veículos das concepções dominantes no seio da produção científica em Matemática", o autor faz o contraponto:

*Por outro lado, a leitura crítica sobre a importância da prova rigorosa na formação do professor de Matemática, já o dissemos, não se desfaz do viés da técnica. Antes, pretende expô-lo a público, clareando seus métodos de ação. Às situações de ensino e de aprendizagem, a prova rigorosa deve ser integrada por meio de motivações que levantem abordagens históricas e filosóficas de modo a permitir um esclarecimento quanto ao modo de criação e divulgação das concepções que permeiam o fazer matemático. (Ibidem, pp. 194-195, grifo do autor)*

*E alerta / aconselha que cabe ao futuro professor:*

*... conhecer as dualidades e relativismos que marcam a inserção da prova no discurso matemático, onde a investigação – tomada numa acepção mais ampla que a simples procura de resultados novos e não só enfadonha repetição, mas re-produção, criação, trans-fazer – é uma das grandes responsáveis por essa procura consciente do saber sobre o que se fala. (Ibidem, p. 195, grifo do autor)*

### Um exemplo do Cálculo

Muitas "provas" em Cálculo podem ou não atingir um "nível de rigor" que as classifique em demonstrações ou tão somente em idéias da demonstração. Isto nos faz lembrar GRATTAN-GUINNESS (1997) quando sustenta que o rigor se dá em níveis. Por exemplo, consideremos um simples desenho de um gráfico de uma função contínua num intervalo  $[a, b]$ , com  $f(a) < 0$  e  $f(b) > 0$ , no qual fazemos notar que a curva, necessariamente, passará por um ponto  $c \in [a, b]$ , tal que  $f(c) = 0$ . Esta ilustração pode ser considerada uma "prova" de um dos principais corolários do Teorema do Valor Intermediário?

Uma leitura técnica jamais aceitaria este desenho como uma prova rigorosa, mesmo reconhecendo-se que a prova "formal", através de  $\epsilon$ - $\delta$ , por sup-inf ou com conjuntos abertos-fechados só possa ser rigorizada num curso de Análise.

Talvez uma leitura mais crítica reconheça que tal desenho carrega idéias intuitivas geométricas-espaciais importantes de serem exploradas por alunos em formação e que depois de formados, serão os responsáveis pela formação matemática dos alunos nos níveis pré-

universitários.

### Diferentes leituras originam diferentes posturas

Um professor do ensino médio, por exemplo, ao apresentar o termo geral de uma P. A., pode induzir seus alunos à fórmula do termo geral através da sequência:

$$a_2 = a_1 + 1.r = a_1 + (2 - 1).r;$$

$$a_3 = a_2 + 1.r = a_1 + 1.r + 1.r = a_1 + 2.r = a_1 + (3 - 1).r; \dots$$

até os alunos concluírem / intuírem empiricamente que, de fato,  $a_n = a_1 + (n - 1).r$ ; ou, simplesmente, enunciar a fórmula do termo geral, convencido de que uma demonstração rigorosa adequada só é possível através do Princípio de Indução Matemática que, "infelizmente, foge ao nível dos alunos e certamente, escapa aos seus objetivos".

Definitivamente, a primeira conduta encontra respaldo em CARVALHO (1990) que dentre os princípios metodológicos baseados na aquisição de conhecimento através de um processo dialeticamente dinâmico, destaca que o rigor matemático é um efeito da atividade e não sua condição prévia: *O acesso ao significado das proposições matemáticas se constrói a partir de uma linguagem intermediária num trabalho em que é importante articular significações, ligar etapas do raciocínio. (CARVALHO, 1990, p. 107)*

### 2) O pensamento flexível em Matemática

Retomando os trabalhos da linha cognitivista de TALL (1991) acerca da construção do pensamento matemático avançado, dois aspectos são apontados como fundamentalmente complementares pelo autor na elaboração de conceitos e resultados: a criatividade ao se gerar novas idéias e conceitos e o convencimento da validade de um certo resultado através da prova matemática. Eis aqui mais uma visão da possibilidade de complementariedade entre a intuição presente na criação de novos resultados e o rigor no seu estabelecimento formal, quer seja através de uma prova ou de uma definição formal de um conceito.

Aliás, TALL & VINNER (1981) fazem uma separação inicial entre "conceitos matemáticos formalmente definidos" (referentes às *definições conceituais*, isto é, palavras utilizadas na especificação do conceito que, sendo repassadas ou construídas pelos próprios alunos, podem mudar com o passar do tempo diferindo, inclusive, de uma definição conceitual formal tida academicamente como a mais precisa) e "processos cognitivos que constituem os conceitos" (referentes às *imagens conceituais*, isto é, as estruturas cognitivas ligadas ao conceito, tais como processos,

propriedades e imagens mentais evocadas pelos alunos podendo, inclusive, criar alguns conflitos cognitivos quando contrastadas com as definições conceituais).

Em outro estudo, GRAY & TALL ( 1993 ) buscaram relacionar os processos como os alunos trabalham com os conceitos através da noção de *proceptos*, que são objetos mentais que combinam um procedimento e um conceito produzido por esse procedimento ou ainda um símbolo utilizado na representação de qualquer um dos dois.

### Um exemplo simples

O símbolo  $2 + 1$  que pode representar tanto o processo de se somar 2 com 1 como o *conceito* de adição de 2 e 1. É interessante destacar que, para os autores, a noção de *procepto* pode estar relacionada a conceitos de Análise que são inicialmente aprendidos através de um procedimento ( como é o caso de boa parte do cálculo de limites, especialmente aqueles envolvendo quociente de polinômios que geram, inicialmente, indeterminações do tipo  $[ 0 / 0 ]$  ou  $[ \infty / \infty ]$  ) mas não a conceitos que são aprendidos via definição ( como o conceito de reta tangente à uma curva, introduzido através de recursos geométrico-espaciais e tendo apresentada, posteriormente, sua definição através da equação envolvendo a derivada da função no ponto ).

O fato é que, conforme constataram DAVID & MACHADO ( 1996 ), a ênfase em procedimentos formais ( regras e algoritmos ) isolados dos conceitos subjacentes ao processo não contribuem para a formação de um fator que deve ser considerado fundamental por todos os professores de Matemática em todos os níveis: a flexibilidade do pensamento em Matemática. Segundo DAVID & LOPES ( 1998 ), as seguintes habilidades, disposições e atitudes podem ser consideradas como formas de manifestação do pensamento flexível:

- *pensar criativamente e autonomamente, como no caso de um aluno que é capaz de pensar num caso particular que não havia sido estudado ainda;*
- *generalizar e provar, como no caso de um aluno que espontaneamente tenta generalizar uma propriedade e depois apresenta uma prova para ela;*
- *dar sentido, como no caso dos alunos que preferem se apoiar na sua compreensão de um conceito em vez de buscar apoio numa regra ou algoritmo anteriormente memorizado;*
- *curiosidade, que está presente em todos os casos em que o aluno busca uma solução diferente. ( DAVID & LOPES, 1998, p. 3 )*

Por outro lado, ao tentar privilegiar o desenvolvimento do pensamento flexível em Matemática de seus alunos, torna-

se também fundamental que os professores de Matemática conheçam as limitações e aspectos relevantes das diferentes representações e a adequação do significado utilizado em certos conceitos e resultados, ou seja, também apresentem um conhecimento flexível em Matemática. Esta flexibilidade do conhecimento do professor é assim descrita por LLINARES & SÁNCHEZ ( 1996 ):

*A idéia da flexibilidade do conhecimento do professor deve ser entendida como a habilidade que devem possuir os estudantes para professor de modificar o significado associado aos conceitos matemáticos em relação às características das tarefas traçadas e/ou às características do sistema de representação empregado. Este é um aspecto do conhecimento do professor que determina sua capacidade para ajudar os alunos a construir sua compreensão das idéias matemáticas ( McDiarmid et al, 1989 ) e a caracterizar os processos de negociação dos significados associados ao diferentes modos de representação utilizados. ( LLINARES & SÁNCHEZ, 1996, p. 109, tradução nossa )*

Logo, uma questão ligada ao pensamento flexível dos alunos, privilegiado por professores que buscam um conhecimento flexível passa pela forma como é trabalhada pelo professor, em sala de aula, a relação processo – conceito, já anteriormente explorada através da noção de *procepto*. Na prática pedagógica, deparamo-nos com situações em que a relação entre procedimento e conceitualização acontece com as mais variadas facetas, muitas vezes não percebidas / entendidas pelo professor.

### Um exemplo central

A manipulação com  $\epsilon$ 's e  $\delta$ 's na definição de um limite é uma atividade que privilegia o conceito ( de limite ) ou o procedimento ( da relação entre dar um  $\epsilon$  e encontrar um  $\delta$  )? É possível caracterizar como conceitual uma atividade que, na essência, é procedimental? Então, uma demonstração é muito mais procedimental do que conceitual? Mas o que seria, por fim, uma atividade que privilegie mais o conceitual?

### 3) Os conhecimentos procedimental e conceptual

Inicialmente é necessário caracterizar o *conhecimento procedimental* como um conhecimento de regras, algoritmos e procedimentos padrões na aprendizagem, como por exemplo, as regras de cálculo de limites ou as regras de derivação e integração.

Já o *conhecimento conceptual* é exigido, por exemplo, na resolução de um problema na qual os alunos devem

identificar e relacionar os conceitos apropriados ao contexto/ conteúdo do problema.

### Um exemplo interessante

As aplicações das derivadas aparecem em diversos problemas sob o "título" de taxa de variação, devendo o aluno fazer a relação de que a taxa de variação é, no fundo, a derivada da função em questão. Isto é, antes do procedimento adequado ( no caso, o cálculo da taxa de variação da função em questão ) é necessário a identificação do conceito subjacente ao tópico em que está inserido o problema ( no caso, a identificação da derivada como taxa de variação ). Assim sendo, acreditamos que o conhecimento procedimental deve estar fundamentado num conhecimento conceptual e caso isto não aconteça "ele não passa de um conhecer de regras sem conhecer como elas realmente funcionam".

### CONSIDERAÇÕES FINAIS

Na prática de sala de aula, o professor de Matemática, especialmente o professor de Ensino Superior, formador de professores dos Ensinos Fundamental e Médio, deve procurar explorar todos os elementos da forma o mais dinâmica possível. Mas, isto só será possível caso ele, em sua formação inicial ou continuada, vivenciar as possibilidades desta interação dinâmica em sua experiência discente.

### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- CARVALHO, D.L. *Metodologia do Ensino da Matemática*. São Paulo: Cortez, 1990.
- DAVID, M.M.M.S.; LOPES, M.P. *O papel do professor no desenvolvimento do pensamento flexível de seus alunos em Matemática*. Encontro de Estudantes de Matemática – UFG – Goiânia, 1998.
- DAVID, M.M.M.S.; MACHADO, M.P. *Como alguns procedimentos de ensino estão contribuindo para o erro e o fracasso em Matemática*. Educação e Matemática, 40, 25-29, 1996.
- GARNICA, A.V.M. *Fascínio da Técnica, Declínio da Crítica: Um*

*estudo sobre a prova rigorosa na formação do professor de Matemática*. Tese de Doutorado. UNESP – Rio Claro, 1995.

- GONÇALVES, T.O. *Formação e Desenvolvimento Profissional de Formadores de Professores: O caso dos professores de Matemática da UFPa*. Tese de Doutorado. UNICAMP – Campinas, 2000.
- GRATTAN-GUINNESS, I. *O que foi e o que deveria ser o Cálculo?* Zetetiké, 5 ( 7 ) 69-94, 1997.
- GRAY, E.M.; TALL, D.O. *Success & Failure in Mathematics: The flexible meaning of symbols as process and concept*. Mathematics Teaching, 142, 6-10, 1993.
- HIEBERT, H. ( Ed. ) *Conceptual and procedural knowledge: the case of mathematics*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates Publishers, 1986.
- LLINARES, S.; SÁNCHEZ, V. *El proceso de llegar a ser un profesor de primaria: Cuestiones desde la educación matemática*. Capítulo 4, 95-118. Granada: Comares, 1996.
- REIS, F.S. (). *A Tensão entre Rigor e Intuição no Ensino de Cálculo e Análise: A visão de professores-pesquisadores e autores de livros didáticos*. Tese de Doutorado. Faculdade de Educação – UNICAMP – Campinas, 2001.
- SCHEIBE, L. *A Subestimação do Pedagógico no Trabalho do Docente Universitário*. Tese de Doutorado. PUC – São Paulo, 1987.
- SCHULMAN, L.S. *Those who understand: the knowledge growths in teaching*. Educational Researcher, February, 4-14, 1986.
- TALL, D.O. ( Ed. ) *Advanced Mathematical Thinking*. Londres: Kluwer Academic Publisher, 1991.
- TALL, D.O.; VINNER, S. *Concept Image and Concept Definition in Mathematics with particular reference to Limits and Continuity*. Educational Studies in Mathematics, 12, 151-169, 1981.
- VASCONCELOS, M.L.M.C. *A Formação do Professor de Terceiro Grau*. São Paulo: Pioneira, 1996.

<sup>2</sup> Procedural knowledge – Ver HIEBERT ( 1986 ).

<sup>3</sup> Conceptual Knowledge – Ver HIEBERT ( 1986 ).

Daí, nossa convicção de que o ciclo vicioso em que se encontra a atual formação inicial do professor de Matemática (a universidade forma inadequadamente licenciados que, por sua vez, formam inadequadamente vestibulandos que, por sua vez, ingressam na universidade com formação inadequada ! ) só pode ser interrompido por um redirecionamento da prática pedagógica de Matemática, começando pela universidade, formadora de professores que irão atuar nos Ensinos Fundamental e Médio e que, por sua vez, contribuirão fundamentalmente para a formação dos alunos que ingressarão naquela mesma universidade.

Outrossim, acreditamos que este direcionamento só será possível mediante a reflexão sobre a importância das diversas abordagens do ensino na formação de um professor de Matemática com pensamento flexível e multiplicidade de conhecimentos específicos, pedag