SOFTWARE GRAFEQ E OS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA NA APRENDIZAGEM DE INEQUAÇÕES

Grafeq software and registers of semiotic representation in learning inequalities

Juliana Paim Rocha

Márcia Rodrigues Notare

Resumo

O presente artigo traz um recorte da pesquisa do trabalho de conclusão de curso da primeira autora, que foi orientada pela segunda autora. A pesquisa teve sustentação teórica na teoria de Raymond Duval sobre os Registros de Representação Semiótica e em outros autores que discursam sobre o potencial tecnológico na aprendizagem de Matemática. Buscou-se analisar as contribuições do GrafEq na aprendizagem de inequações, elaborando atividades que foram aplicadas a uma turma de estudantes do 3º ano do Ensino Médio em uma escola estadual de Porto Alegre. O objetivo da investigação, que tem metodologia qualitativa, foi verificar como os estudantes transitam entre os registros algébrico e gráfico no processo de compreensão de inequações. Os resultados apontam que o *software* GrafEq apresenta bom potencial para os alunos compreenderem diferentes objetos matemáticos e suas múltiplas representações, visualizarem as representações de inequações no plano cartesiano e construírem a aprendizagem matemática por meio da versatilidade do *software*.

Palavras-chave: Inequações. GrafEq. Registros de Representação Semiótica. Duval. Tecnologias Digitais.

Abstract

This article presents a report on the research of the first author's course completion work, which was guided by the second author. A research had theoretical support in Raymond Duval's theory on Registers of Semiotic Representation and other authors who discuss the technological potential in learning mathematics. We sought to analyze how GrafEq's contributions in the learning of inequalities, elaborating activities that were applied to a group of 3rd year high school students in a state school in Porto Alegre. The objective of the investigation, which has a qualitative methodology, was to verify how students move between algebraic and graphic records in the process of understanding inactions. The results pointed to the software GrafEq presents a good potential for students who understand different mathematical objects and their multiple representations, visualize as representations of inactions in the Cartesian plane and build a mathematical learning for the software's versatility

Keywords: Inequalities. GrafEq. Registers of Semiotic Representation. Duval. Digital Technologies.

Introdução

O curso de Licenciatura em Matemática da UFRGS oferece aos alunos, desde seu início, a proximidade com a tecnologia para pensar Matemática. Ao cursar a disciplina Educação Matemática e Tecnologia[1] no segundo semestre de 2018, entrei em contato com o *software* GrafEq[2] e identifiquei nele um bom meio para, como docente, trabalhar diferentes conteúdos em sala de aula. Em particular, um bom recurso para trabalhar com o conteúdo de inequações, que muito me inquietou enquanto estudante no Ensino Médio. Um ponto significante desse *software* consiste na manipulação simultânea de representações algébricas e gráficas, o que, de acordo com a Teoria dos Registros de Representações Semióticas de Duval (2012) (2013), sinaliza um bom potencial semiótico para compreender conceitos matemáticos.

Dados o meu incômodo pela incompreensão que carreguei por muito tempo em relação ao conteúdo de

[1] Disciplina ofertada para o Curso de Licenciatura em Matemática da UFRGS.

[2] *Software* que gera gráficos de funções e relações matemáticas. Disponível para download em http://www.peda.com/download/.

inequações e o ímpeto pelas possibilidades do *software*, esse artigo traz o recorte de um trabalho que visou responder à questão: *Como estudantes do Ensino Médio mobilizam diferentes registros de representação semiótica no estudo de inequações em atividades com o software GrafEq?* A pesquisa teve por objetivo, a partir de uma sequência de atividades, verificar como estudantes transitam entre os registros algébrico e gráfico no processo de compreensão de inequações, em concordância com a Teoria de Raymond Duval[3].

Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval

A respeito das dificuldades dos alunos em compreender a matemática, entre elas a aprendizagem de inequações, Duval (2013) escreve sobre os registros de representações semióticas. Segundo o autor, para entender esses bloqueios de compreensão, é necessária uma abordagem cognitiva capaz de descrever o funcionamento mental que auxilie a um aluno entender e comandar os recursos matemáticos exigidos no processo de aprendizagem.

Duval (2012) considera dois grupos de representação: mentais e semióticas. As representações mentais “recobrem o conjunto de imagens e, mais globalmente, as conceitualizações que um indivíduo pode ter sobre um objeto, sobre uma situação e sobre o que lhe é associado” (DUVAL, 2012, p. 270). Essas representações estão relacionadas àquilo que pensamos e imaginamos sobre um objeto. Já as representações semióticas são criações constituídas de signos com características de significação e funcionamento próprios.

As representações semióticas são fundamentais, pois a atividade matemática depende do sistema de representação escolhido e muitos objetos não são facilmente observáveis ou não estão ao alcance intuitivo. Ou seja, “o acesso aos objetos matemáticos passa necessariamente por representações semióticas” (DUVAL, 2013, p. 21). Em contrapartida, os objetos matemáticos jamais podem ser confundidos com sua representação. Por exemplo, um traçado representa um segmento, mas não é o objeto matemático. Há, assim, um paradoxo cognitivo do pensamento matemático: “Como os sujeitos em aprendizagem poderiam não confundir os objetos matemáticos com as suas representações semióticas, se eles podem tratar apenas com as representações semióticas?” (DUVAL, 2012, p. 268).

Conforme Duval (2013), a matemática serve-se de várias representações semióticas (sistema numeral, gráficos, figuras geométricas, forma algébrica, língua natural, tabelas, etc.), que o autor chama de *registros de representação*. Esses registros podem ser de diferentes tipos: os registros multifuncionais, nos quais os tratamentos não são algoritmizáveis, como a língua natural, e os registros monofuncionais, nos quais os tratamentos são algoritmizáveis, como o cálculo e o sistema de escrita algébrica. Esse segundo tipo de registro é o mais utilizado em Matemática e, em particular, nessa pesquisa, os alunos puderam transitar entre dois registros monofuncionais (algébrico e gráfico).

O autor também discorre sobre tipos de transformações de uma representação semiótica à outra: *tratamentos*, que sucedem dentro de um mesmo registro, e *conversões*, onde há mudança de registros, considerando totalmente ou uma parte da representação inicial. Na Tabela 1 apresentamos um exemplo de tratamento, em que se opera uma inequação dentro do registro algébrico a fim de encontrar seu conjunto-solução. Na Tabela 2, exibimos um exemplo onde ocorre a mudança do registro dado inicialmente, tanto pelo sentido A (registro algébrico que pode ser convertido para registro gráfico) quanto pelo sentido B (registro gráfico que pode ser convertido para registro algébrico). Se o sujeito é capaz de percorrer esses sentidos, ocorre o processo chamado de conversão.

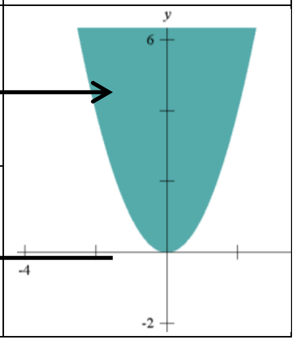
[3] Professor emérito da Université du Littoral Côte d'Opale, na França.

Tabela 1 – Exemplo de tratamento

$$x + 5 > 8$$
$$x + 5 - 5 > 8 - 5$$
$$x > 3$$

Fonte: acervo pessoal

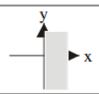
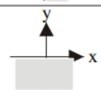
Tabela 2 – Exemplo de conversão

Representação Algébrica	Sentido	Representação Gráfica
$f(x) > x^2$	A B	

Fonte: acervo pessoal

A dificuldade da maior parte dos estudantes encontra-se nas conversões que, justamente, "[...] aparecem como a atividade de transformação representacional fundamental, aquela que conduz aos mecanismos subjacentes à compreensão" (DUVAL, 2013, p.16). A conversão não consiste num processo de codificação, ou seja, não consiste em associar as informações e reduzi-las a um código. Por isso, Duval (2013) afirma que a conversão é irredutível a um tratamento; caso contrário, a conversão seria uma forma simples de tratamento. Conforme o autor, a conversão trata de uma apreensão global e qualitativa e não constitui, para boa parte dos alunos, uma transformação trivial. Algumas situações foram estudadas por Duval (2012), que levantou os resultados observados entre 105 alunos do *premier*[4], mostrados na Tabela 3.

Tabela 3 - Recorte da tabela em Duval (2012)

I	II	III	I → III Hachurar	III → II escolher a expressão
1......o conjunto de pontos que tem uma abscissa positiva	$x > 0$		67%	51%
2......que tem uma ordenada negativa	$y < 0$		67%	61%

Fonte: Duval (2012)

No processo I→III é possível pensar em uma regra de codificação, a saber, um ponto codifica uma dupla de números e vice-versa. Mas essa regra, embora ajude, não é o bastante na mudança de registros. Ou seja, o processo de codificação não garante a conversão. Além disso, os dados da Tabela 3 mostram que o processo III→II não é tão recorrente quanto o processo I→III, pois:

> [...] é preciso identificar bem as variáveis visuais pertinentes com seus diferentes valores no registro gráfico, e na expressão algébrica da relação as diferentes oposições paradigmáticas que dão uma significação, e não somente um objeto aos símbolos utilizados. (DUVAL, 2012, p. 275)

Segundo Duval (2013), para estudar representações gráficas é fundamental destacar as variáveis visuais nas expressões algébricas. Essas variáveis visuais constituem símbolos (>, <, =, +, -, etc.) significativos. Assim:

> [...] a conversão entre gráficos e equações supõe que se consiga levar em conta, de um lado, as variáveis visuais próprias dos

[4] No sistema educacional francês, *seconde*, *premier* e *terminale* correspondem à, aproximadamente, o Ensino Médio brasileiro.

> gráficos (inclinação, interseção com os eixos etc.) e, de outro, os valores escalares das equações (coeficientes positivos ou negativos, maior, menor ou igual a 1 etc.). (DUVAL, 2013, p. 17)

Portanto, um maior conhecimento e identificação dessas variáveis visuais favorece a conversão de registros. Nesse trabalho, fizemos um estudo sobre funções e inequações, ressaltando, com os participantes da pesquisa, o maior número de variáveis visuais que os auxiliassem nas transformações de registros.

Duval (2013) assegura que, do ponto de vista cognitivo, é na atividade de conversão que se verifica se houve ou não a compreensão de um objeto matemático. Sendo assim, se o sujeito é capaz de transitar nos sentidos A e B no exemplo da Tabela 2, podemos supor que houve a aprendizagem do objeto em estudo. Nas atividades realizadas com o *software* GrafEq, os participantes dessa pesquisa puderam transitar em dois sentidos diferentes de conversão, a saber, gráfico ⟶ algébrico e algébrico ⟶ gráfico, de acordo com seus objetivos e estratégias.

Finalmente, a respeito do paradoxo cognitivo mencionado, entendemos que Duval (2013) conclui que a compreensão matemática está associada à disposição de, pelo menos, dois registros de representação semióticas diferentes. Quando o sujeito consegue transitar entre tais registros sem confundir objeto representado com o conteúdo da representação que o faz acessível, houve a compreensão matemática.

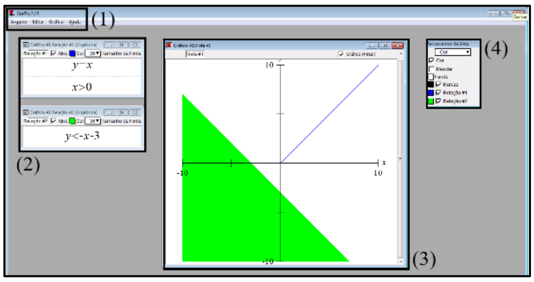
O *software* Grafeq

Os recursos tecnológicos e o advento da internet têm cooperado no desenvolvimento e aperfeiçoamento de diversas áreas, bem como têm sido o foco de diversas pesquisas no campo da Educação. Nesse sentido, em sala de aula a tecnologia pode ser um suporte para a construção do conhecimento e um ganho na compreensão de conceitos matemáticos. Assim, na área da Matemática, a tecnologia pode servir "[...] como uma ferramenta que leve o aluno a compreender que pode se tornar um sujeito capaz de criar e pensar em Matemática" (BASSO e NOTARE, 2015, p.4). Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM), que norteiam o trabalho dos professores em sala de aula, sugerem a utilização adequada dos recursos tecnológicos como uma habilidade a ser desenvolvida na Matemática (BRASIL, 2002).

Considerando que crianças e adolescentes têm contato com as tecnologias digitais cada vez mais cedo, tais recursos proporcionam um ambiente familiar à realidade dos estudantes em sala de aula, em especial na disciplina de Matemática. Utilizar, hoje, dessa aproximação com a tecnologia que os estudantes têm é um desafio interessante ao professor de Matemática. Nesse sentido, Basso e Notare (2015) defendem que a tecnologia também pode, quando bem utilizada, desencadear o pensamento matemático, trazendo aos alunos um cenário de manipulação e representação de objetos matemáticos antes imprecisos.

Conforme o documento do MEC (2006), *Orientações Curriculares para o Ensino Médio*, há uma grande variedade de programas de expressão para o estudo de funções, equações e desigualdades, de maneira que "Os recursos neles disponibilizados facilitam a exploração algébrica e gráfica, de forma simultânea, e isso ajuda o aluno a entender o conceito de função, e o significado geométrico do conjunto-solução de uma equação – inequação" (p. 89). Tais particularidades são identificadas no *software* GrafEq. Esse *software*, produzido pela *Pedagoguery Software Inc*, é gratuito e caracteriza-se por uma linguagem acessível. Além disso, o mesmo permite a construção de equações e inequações matemáticas de forma versátil, intuitiva e flexível. A interface, ilustrada na Figura 1, é composta pela Barra de Ferramentas (1), Janela Algébrica (2), onde explicitamos as relações matemáticas; Janela Gráfica (3), onde a relação matemática é convertida para o registro gráfico e Ferramentas da Vista (4), onde é possível configurar a cor de uma relação, o zoom, os eixos, entre outras características visuais.

Figura 1 – Interface do GrafEq



Fonte: acervo pessoal

Na Figura 1, a relação em azul representa a intersecção das relações matemáticas $y = x$ e $x > 0$. O GrafEq, além de possibilitar a construção de inúmeras relações, permite operar simultaneamente a expressão algébrica e a representação gráfica. Assim o *software* possibilita a visualização do mesmo objeto matemático em duas de suas representações, o que pode desprender o sujeito do “enclausuramento” de registro, que Duval (2013) aponta ser um grande obstáculo dos alunos em diferentes níveis de ensino.

Metodologia e cenário de pesquisa

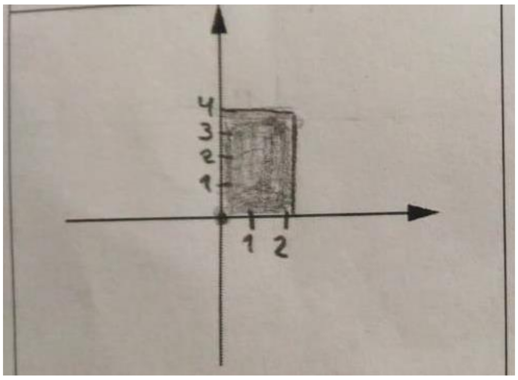
Essa pesquisa caracteriza-se em qualitativa, na qual Bogdan e Biklen (1994) afirmam que os dados recolhidos pelo investigador são ricos de detalhes relativos às pessoas, ao local e às conversas. Para Goldenberg (2004), a pesquisa qualitativa é útil para explorar dados que se tornam obscuros e passam despercebidos em uma coleta somente estatística. Visamos acompanhar de perto o processo de pensamento e construção de conceitos dos estudantes no entendimento de inequações, sem preocupar-nos com generalizações. Nesse sentido, consideramos que a investigação qualitativa adequa-se para verificar as considerações que buscamos.

Tal pesquisa foi realizada em uma escola da rede estadual, localizada em Porto Alegre, entre alunos do terceiro ano do Ensino Médio. Participaram da pesquisa 26 estudantes. Alguns deles serão nomeados neste artigo pelas letras A, B, C, D, E e F. Para responder à pergunta diretriz dessa pesquisa, foi elaborada e aplicada uma sequência de atividades que abordam regiões no plano cartesiano representadas por inequações e que foram organizadas em duas partes: primeiramente foram realizadas em sala de aula e, após, no Laboratório de Informática, com o auxílio do *software* GrafEq.

Descrição e análise

Em sala de aula realizaram-se seis atividades que constituíram na construção de diferentes inequações, com o auxílio de papel e lápis. Cabe destacar que a professora-pesquisadora não deu uma explicação prévia sobre essas construções, pois o objetivo era verificar o que os alunos sabiam sobre o conteúdo estudado. Analisaremos aqui apenas uma dessas atividades, que solicitava a construção das regiões $y \leq 4$ e $x \leq 2$ no plano cartesiano. Os alunos A e B representaram, equivocadamente, essas regiões somente no primeiro quadrante do plano cartesiano (Figura 2). A professora-pesquisadora interferiu, como vemos no extrato de diálogo da Tabela 4.

Figura 2 – Processo da Construção 3 da Aluna A



Fonte: acervo pessoal

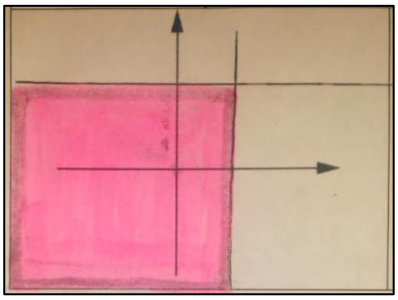
Tabela 4 – Diálogo sobre a Construção 3, alunos A e B

Aluno B: Mas então tá errado eu pintar só isso aqui? *Professora: Isso. O que vocês vão ter que mudar aí? O que faltou pintar?* *Aluna A: O resto?* *Professora: Aham. Onde fica o resto? Vocês querem a região que é menor que 4 e menor que 2?* *Aluno B: Tudo para baixo para cá, e tudo para o lado de cá.*

Fonte: acervo pessoal

Em seguida, a aluna A apresentou a construção conforme a Figura 3. Observamos que inicialmente (Figura 2) não houve a devida transformação entre os registros algébrico e gráfico, portanto, conforme Duval (2012) (2013), não houve a conversão de registros. Entretanto, nota-se pelo diálogo entre ela e o aluno B, que esses alunos estavam construindo e avançando em seu raciocínio.

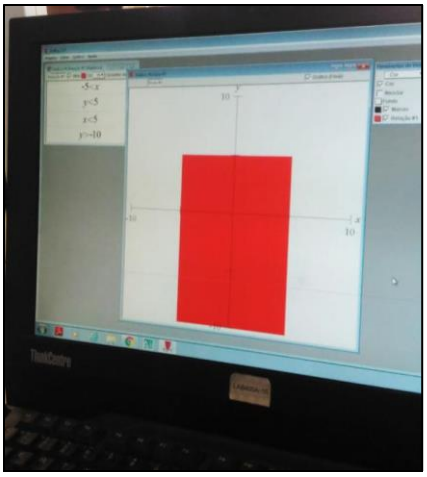
Figura 3 – Construção 3 da Aluna A



Fonte: acervo pessoal

Já no Laboratório de Informática, o objetivo foi a construção de diferentes objetos matemáticos, com o uso do GrafEq. Para promover a autonomia dos alunos, esses puderam consultar os passos da atividade no website[5] criado para essa pesquisa. Analisaremos algumas dessas atividades. A primeira consistia na construção de um quadrado pintado de lado qualquer. Na Figura 4 observamos uma dificuldade recorrente entre os estudantes, que foi a de visualizar em quais intervalos dos eixos x e y deveria haver restrição para obter as características de um quadrado. O Aluno C precisava de apenas uma inequação ($y > -5$) para finalizar a construção do quadrado. Então, a professora-pesquisadora interferiu, como mostra o extrato de diálogo da Tabela 5.

Figura 4 – Processo de construção do quadrado pelo Aluno C



Fonte: acervo pessoal

Tabela 5 - Diálogo sobre a Construção 6, Aluno C

Professora: Agora tu tem um retângulo. O que tu vai usar?
Aluno C: Y maior que -10.

O aluno digita $y > -10$.

Professora: [...] Ficou um quadrado?
Aluno C: Não.

Fonte: acervo pessoal

As relações matemáticas elaboradas pelo Aluno C na Figura 4 foram: $-5 < x$, $y < 5$, $x < 5$ e $y > -10$ e, assim, o aluno permanecia com uma região retangular. A professora-pesquisadora insistiu no diálogo. Esse aluno identificou, a partir do resultado obtido no registro gráfico, que algo estava errado no registro algébrico. Essa observação imediata que o *software* permitiu, levou o aluno à correção.

Tabela 6 - Diálogo sobre a Construção 6, Aluno C

Professora: Por que número tu tem que trocar?
Aluno C: -5.

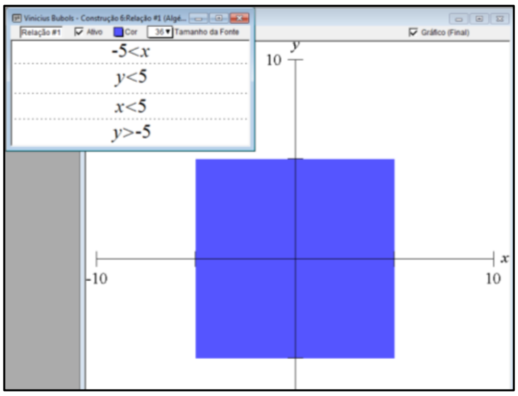
Fonte: acervo pessoal

Após trocar a cor das relações, o Aluno C obteve a construção da região quadrada apresentada na Figura 5. Ao avançar no processo de construção para o

[5] Disponível em: https://julianapaimr.wixsite.com/grafeq

quadrado, a partir da análise e observação das relações matemáticas digitadas, o Aluno C mobiliza o registro de representação inicial (algébrico) e o final (gráfico), sugerindo que houve compreensão dos objetos matemáticos em questão. A versatilidade proporcionada pelo GrafEq favoreceu esse processo de mobilização dos dois registros de representação e a apreensão dos conceitos.

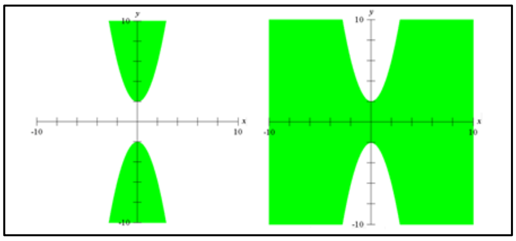
Figura 5 - Quadrado construído e relações utilizadas pelo Aluno C



Fonte: acervo pessoal

Outra proposta de atividade no foi a criação de regiões delimitadas por parábolas. Os participantes deveriam reproduzir uma das imagens da Figura 6, que se encontravam disponíveis no website.

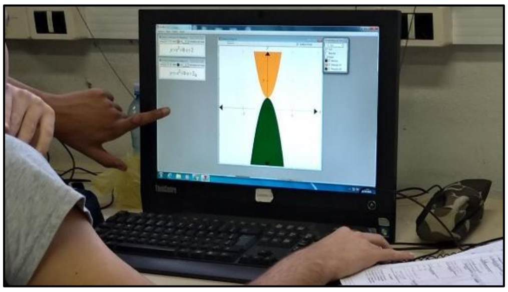
Figura 6 – Atividade com parábolas



Fonte: acervo pessoal

O Aluno C construiu as relações algébricas $y > x^2 + 0x + 2$ e $y < -x^2 + 0x + 2$, que ocasionaram a representação gráfica apresentada na Figura 7.

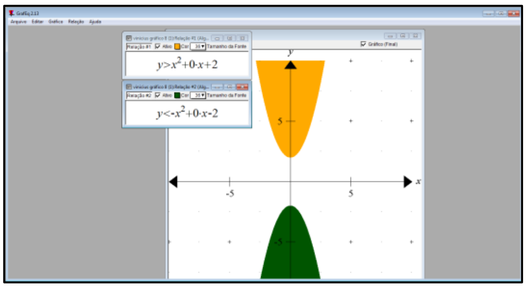
Figura 7 – Processo da Construção 8 do Aluno C



Fonte: acervo pessoal

Em decorrência da Figura 7, verificamos que, a partir da imagem disponibilizada no website, o aluno entendeu e identificou qual relação matemática deveria ser usada e quais variáveis pertinentes (> e <) estavam por trás de cada parábola. Entretanto, em relação à figura disponível no website, os vértices das parábolas não poderiam estar se interceptando. A partir de discussões com outro colega, o Aluno C identificou que o valor a ser alterado na relação algébrica era o termo independente de uma das parábolas, no caso, o número 2. O estudante construiu, então, a relação matemática $y < -x^2 + 0x - 2$, conforme mostra a Figura 8. Esse aluno observou no registro gráfico o equívoco de sua construção e retornou ao registro algébrico para alterar a variável pertinente necessária. Logo, houve a conversão de registros a partir do trabalho simultâneo entre os registros algébrico e gráfico.

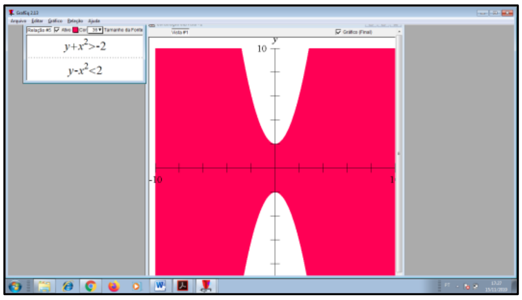
Figura 8 – Construção 8 do Aluno C



Fonte: acervo pessoal

Na construção da Figura 8, o Aluno C utilizou duas janelas algébricas, uma para a região em laranja e outra para a verde, pois a construção desejada não tratava da intersecção dessas duas regiões. Porém, havia também outro tipo de construção esperada nessa atividade, como ilustra a Figura 9.

Figura 9 – Construção 8 do Aluno D

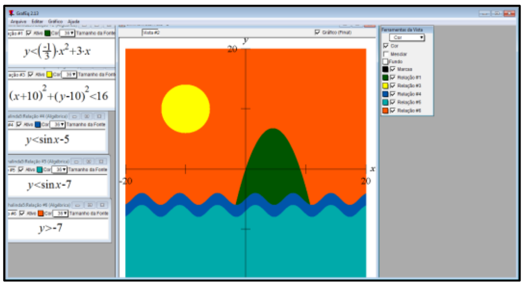


Fonte: acervo pessoal

O Aluno D utilizou apenas uma janela algébrica para a construção, pois a região colorida consiste na intersecção das relações $y < x^2 + 2$ e $y > -x^2 - 2$. O entendimento desse recurso não foi imediato para os estudantes, que se frustravam quando o *software* não respondia de acordo com suas expectativas. Se, na Figura 8, o aluno tivesse inserido as duas relações em uma mesma janela algébrica, o *software* retornaria, na janela gráfica, um conjunto vazio. Acreditamos, portanto, que "O potencial semiótico deste recurso está na provocação do entendimento de uma forma geométrica como sendo a intersecção de conjuntos-soluções de diferentes desigualdades" (NOTARE e GRAVINA, 2013, p. 07).

Outra atividade proposta consistia na criação de uma paisagem a partir de relações matemáticas. Apresentamos a construção da Aluna E na Figura 10 para ilustrar e analisar o potencial da atividade. Para construir as ondas da paisagem, a Aluna E utilizou as relações $y < sin(x) - 5$ e $y < sin(x) - 7$. Ela realizou a translação vertical em duas unidades na função seno, ação que, no GrafEq, torna mais evidente a relação entre os registros algébrico e gráfico. Portanto, aqui destacamos mais um potencial desse *software*.

Figura 10 – Construção da paisagem da Aluna E

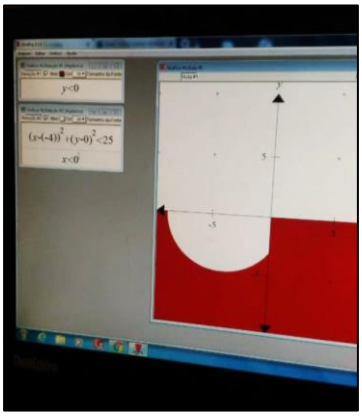


Fonte: acervo pessoal

Após construir o sol, as ondas e a montanha, a Aluna E quis deixar o "céu" de sua paisagem laranja, pois, segundo ela, queria representar o pôr-do-sol. Para isso, criou a relação $y > -7$. A estudante verificou que a onda de cor mais clara em azul, $y < sin(x) - 7$, estava limitada abaixo de $y = -7$ e, por isso, a região laranja deveria estar acima dessa reta constante. Assim, entendemos que os registros algébrico e gráfico do GrafEq são sistemas semióticos que acompanham a construção do conhecimento matemático que, por sua vez, é um ponto relevante da teoria de Duval (2013).

A última atividade proposta consistia na criação de uma bandeira no *software* a partir de relações matemáticas. O Aluno F construiu a bandeira da Groelândia. Na Figura 11, vemos esse processo, que não teve interferências da professora-pesquisadora.

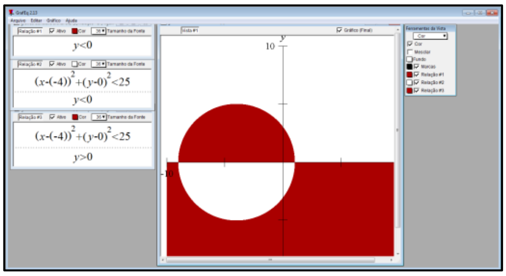
Figura 11 – Processo de construção da bandeira pelo Aluno F



Fonte: acervo pessoal

Na Figura 11 observamos o que as relações $y < 0$ e $(x-(-4))^2 + (y-0)^2 < 25 \cap x < 0$ geraram no registro gráfico. Ao visualizar esse registro, o aluno identificou que deveria trocar $x < 0$ por $y < 0$ (Figura 12). O Aluno F organizou-se de maneira a obter corretamente a bandeira, transitando de forma espontânea entre os registros, indicando o que Duval (2013) chama de conversão. Vemos que para construir os dois semicírculos, o estudante construiu duas circunferências de mesmo centro e raio e restringiu os valores de y.

Figura 12 – Construção da bandeira pelo Aluno F



Fonte: acervo pessoal

Analisamos que essa atividade no computador permitiu aos alunos desenvolverem suas habilidades matemáticas, exercício que, para Pea (1987), certifica que, nesse caso, o computador se enquadrou como uma atividade cognitiva. De maneira geral, em comparação à primeira parte da sequência de atividades, realizada no papel, notamos que as atividades no computador aceleraram a aprendizagem de inequações, pois com as respostas instantâneas que o *software* dava para cada relação algébrica, os alunos puderam observar e explorar os objetos em estudo, em um movimento de ação e reação contínuo.

Considerações finais

Em relação à pergunta norteadora dessa pesquisa: *Como estudantes do Ensino Médio mobilizam diferentes registros de representação semiótica no estudo de inequações em atividades com o software GrafEq?*, constatamos que nas construções propostas, em geral, os alunos identificavam no website o tipo de função de cada construção, consideravam as variáveis visuais ali associadas e, então, transitavam do registro figural para o registro algébrico, obtendo de forma simultânea o registro gráfico das inequações. Então, a partir do registro gráfico, alteravam no registro algébrico aquilo que fosse necessário, modificando suas estratégias.

Optamos por iniciar a sequência de atividades no papel, com construções de diferentes regiões no plano cartesiano, para verificar o conhecimento prévio dos alunos sobre inequações e para analisar, depois, a diferença de se trabalhar esse conteúdo com a tecnologia digital. Depois, os participantes continuaram as construções no Laboratório de Informática com o *software* GrafEq. Concluímos que a versatilidade do GrafEq favoreceu a aprendizagem de inequações, pois os participantes puderam verificar no mesmo instante o significado matemático por trás de suas construções. Ainda, esse *software* permitiu a realização de testes nos quais os alunos poderiam verificar suas estratégias, algo que, somente com o lápis e o papel, talvez não fosse possível. Também acreditamos que as atividades de construção como as que foram propostas puderam levar ao domínio de conceitos dos objetos em estudo, por meio da mobilização dos diferentes registros de representação semiótica. Assim, alcançamos o objetivo de nossa pesquisa.

Referências

BASSO, M.V.A., NOTARE, M.R. Pensar-com Tecnologias Digitais de Matemática Dinâmica. **Revista Novas Tecnologias na Educação:** Porto Alegre. Vol. 13, n.2, 2015. Disponível em: http://seer.ufrgs.br/index.php/renote/article/view/61432/36324. Acesso em: 07 abr. 2019.

BODGAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação Qualitativa em Educação - uma introdução à teoria e aos métodos.** Porto: Porto Editora, 1994. Disponível em: https://docente.ifrn.edu.br/albinonunes/disciplinas/pesquisa-em-ensino/investigacao-qualitativa. Acesso em: 25 abr. 2019.

DUVAL, R. Registros de Representação Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In:

MACHADO, Silvia Dias Alcântara (org.). **Aprendizagem em Matemática**: registros de representação semiótica - 8a ed. Campinas, São Paulo. Papirus, p. 11- 33. 2013

DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. **Revemat**. Florianópolis: v.07, n.2, p.266-297, 2012

GOLDENBERG, M. **A Arte de Pesquisar:** como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais. 8. ed. Rio de Janeiro: Record, 2004.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO**. Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 2002. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>. Acesso em: 31 jul. 2019.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. **Orientações curriculares para o ensino médio – Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias**, volume 2. – Brasília: 2006. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf>. Acesso em: 16 ago. 2019.

NOTARE, M.R., GRAVINA, M. A. (2013). A Formação Continuada de Professores de Matemática e a Inserção de Mídias Digitais na Escola. **Anais do VI Colóquio de História e Tecnologia no Ensino de Matemática (VI HTEM)**, São Carlos, SP, Brasil. Disponível em: <http://htem2013.dm.ufscar.br/anais/artigoscompletos/artigocompleto_OC_T1_13_MarciaNotare_MariaAliceGravina_versao_final.pdf>. Acesso em: 15 nov. 2019.

PEA, R. Cognitive technologies for mathematics education. In A. Schoenfeld (Ed.), **Cognitive Science and Mathematics Education**. Hillsdale: Lawrence Erlbaum, p.89-122, 1987. Disponível em: <http://web.stanford.edu/~roypea/RoyPDF%20folder/A41_Pea_87b.pdf>. Acesso em: 08 abr. 2019.

Juliana Paim Rocha: Licencianda em Matemática pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul/UFRGS, Porto Alegre, Rio Grande do Sul, Brasil. E-mail: juliana.paim.r@gmail.com

Márcia Rodrigues Notare: Doutora em Informática na Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), Professora do Departamento de Matemática Pura e Aplicada da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (DMPA/UFRGS), Professora do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (PPGEMAT/UFRGS), Professora do Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (PPGIE/UFRGS). Porto Alegre, rio Grande do Sul, Brasil. E-mail: marcia.notare@ufrgs.br