

NEWTON, LEIBNIZ E BOLT: MODELAÇÃO NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Newton, Leibniz and Bolt: modeling education on the formation of mathematics teachers

Rafael Winícius da Silva Bueno

Débora da Silva de Lara

Nathalia da Rosa Lopes

Resumo

O presente artigo trata de uma pesquisa que busca avaliar a repercussão, entre os acadêmicos de um curso de licenciatura em matemática, da introdução da Modelação, permeada por tecnologias digitais, no contexto de ensino e de aprendizagem do conceito de derivada. No marco teórico da investigação, destacam-se as ideias de Biembengut, Bassanezi e Dewey. Após a realização de atividade, na qual se procurou determinar a velocidade instantânea dos colegas, propôs-se aos futuros professores uma questão dissertativa. Optando-se por um panorama qualitativo, com o propósito de compreender as impressões discentes sobre o alcance do trabalho realizado, as respostas foram analisadas por meio da Análise Textual Discursiva. Pôde-se perceber que os acadêmicos viram, nessa abordagem metodológica, uma oportunidade de intersecção entre teoria e prática, uma forma diferente de cativar seus alunos, fomentando o engajamento no estudo de matemática, bem como uma experiência formativa importante, capaz de inspirar sua atuação docente.

Palavras-chave: Modelação. Formação de Professores. Análise Textual Discursiva.

Abstract

This paper brings a research that intend to evaluate the repercussion, on the academics of a course to form Mathematics teachers, about the introduction of the Modeling Education, surrounded by digital technologies, in the context of teaching and learning the derivative concept. The theoretical foundation brings ideas from Biemengut, Bassanezi and Dewey. After the activity, that was performed with the intent to determinate the instantaneous velocity of the classmates, was

request to the students to respond an essay question. Through a qualitative perspective, with the intend to understand their impressions about the activity, their responses analysis was based on the Discursive Textual Analysis. Was possible to understand that these students saw in this approach an opportunity to create an intersection among theory and practice, a different way to captivate students, promoting engagement in the Mathematics' study, as well as an important formative experience, capable to inspire their practice.

Keywords: Modeling Education. Teachers' Training. Discursive Textual Analysis.

Introdução

A sociedade vem sofrendo mudanças constantes nas últimas décadas, e um dos aspectos dessas transformações diz respeito às diversas inovações tecnológicas que permitem acesso contínuo à informação e que são rapidamente agregadas à rotina diária da maior parte da população. Esse contexto acaba afetando também a realidade escolar, que busca alternativas para contribuir com a formação dos cidadãos do Novo Milênio.

Diante disso, surgem discussões sobre as novas peculiaridades necessárias para a formação de professores capazes de desempenhar o seu importante papel nas instituições de ensino atuais. Nesse sentido, Ponte (2000) destaca que os docentes continuam a exercer função educativa primordial, devendo, entretanto, entender (e aprender) que não são mais (re)transmissores de conteúdo, mas coaprendizes que incentivam seus alunos a agir como criadores

(e não mais como meros consumidores de informações).

Nesse contexto, o modelo tradicional de ensino consegue, muitas vezes, somente uma simulação de atenção dos estudantes, não fomentando “o envolvimento efetivo do sujeito com o objeto de estudo” (PAIS, 2006, p. 37). No entanto, destaca-se que apenas um sentimento de conexão é capaz de transformar a inércia receptiva e copiadora discente em engajamento dinâmico, que é fundamental para a evolução cognitiva.

Nesse sentido, Goulart e Baccon (2016) enfatizam a importância de as instituições formadoras de professores estarem abertas a novas perspectivas para que deem conta de formar profissionais que têm a missão de educar e preparar os jovens para o exercício da cidadania em um mundo cada vez mais complexo. Moran (2018) destaca que a função do docente contemporâneo consiste em auxiliar os estudantes a irem além do que seriam capazes de ir sozinhos.

No que concerne ao estudo de matemática, percebe-se que esse ainda se preocupa muito com o teórico e com a abstração algébrica, privilegiando ações repetitivas e rotineiras. Nesse cenário, é dada pouca atenção a aspectos indiscutivelmente relevantes desse campo do conhecimento, como a formulação e resolução de problemas, a elaboração e o teste de conjecturas, a participação em investigações, a busca por provas matemáticas, a argumentação e, por fim, a análise crítica de possíveis resultados encontrados (OLIVEIRA *et al.*, 1997).

Na busca pela mudança desse paradigma, diversas formas de interação, no ambiente escolar, vêm sendo estudadas por pesquisadores. Uma das práticas emergentes é a Modelagem Matemática que, segundo Biembengut e Hein (2003), constitui-se em um método de ensino com pesquisa que é estabelecido com o propósito de desenvolver a arte de expressar, por intermédio da linguagem matemática, situações reais, caracterizando-se, assim, como uma forma de expressão do conhecimento.

Nesse contexto, tem-se como problema dessa investigação verificar, na formação inicial de professores de matemática, as contribuições da utilização da Modelagem Matemática, permeada pelo uso de Tecnologias Digitais de Informação e

Comunicação (TDIC), na busca pela construção do conceito de derivada. Destaca-se, então, como objetivo dessa pesquisa, avaliar, a partir de uma visão qualitativa, a repercussão entre os acadêmicos sobre a introdução dessa metodologia no seu contexto de ensino e de aprendizagem. Esse trabalho foi realizado com uma turma da disciplina de Metodologias para o Ensino de Matemática, de um curso de licenciatura em matemática de uma instituição de ensino localizada no estado do Rio Grande do Sul.

Pressupostos Teóricos

Conforme ressalta Dewey (1978), no modelo tradicional de ensino, os fatos, as ideias e os conceitos são constantemente retirados do seu lugar original e reorganizados em subordinação a um programa. Dessa forma, segundo Biembengut (2016), o estudo de matemática acaba priorizando manipulações algébricas e repetições de algoritmos, fazendo com que os conteúdos abordados sejam, provavelmente, esquecidos tão logo ocorra uma avaliação ou o avanço para o próximo tópico. Nesse sentido, abordando o conceito de derivada, Machado (1991, p. 53) afirma:

Não se podem contestar as raízes geométricas e, sobretudo, as físicas, do seu nascimento. A noção de velocidade, as taxas de variação em geral, a noção de reta tangente, foram o substrato de onde emergiu a abstração unificadora. Entretanto, que brutal inversão de perspectivas ocorre quando se passa a pensar na noção de derivada como algo em si, que inclusive “se aplica” ao real! Chega-se, algumas vezes, a pretender, por ingenuidade ou comodismo, que o aluno para entender o que é velocidade de uma partícula precisa conhecer antes a noção de derivada.

Nesse contexto, priva-se o estudante de uma mescla da teoria com a prática que, de acordo com D’Ambrósio (1997, p. 64), “é a raiz primeira da motivação, a primeira sensibilização, o substrato sobre o qual se dão a geração, a organização intelectual e social e a difusão do conhecimento”. Percebe-se, portanto, que o estudo de matemática tem sido dominado por uma fascinação pelo abstrato. Esse princípio de separação, conforme ressalta

Morin (2003), embora possa até trazer mais lucidez sobre uma pequena parte segregada da realidade dos discentes, é capaz de torná-los incapazes de visualizar a relação entre essa pequena parte e o todo, o real, o corpóreo.

Como alternativa, surgem metodologias de ensino que buscam trazer contextualização aos conceitos estudados, dando ao educando a oportunidade de desempenhar um papel central na construção do seu conhecimento. Destacando essas novas tendências para o ensino e a aprendizagem, Biembengut (2004) salienta que, ao passar a propor aulas que integram a matemática a situações reais, contribui-se para cultivar as práticas de pensar criticamente e questionar.

Nesse sentido, defende-se, nesse trabalho, a utilização da Modelagem Matemática na Educação, a qual, segundo Bassanezi (2002, p. 16) é definida como a “arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los, interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”. Dessa forma, entende-se que é possível quebrar a falsa dicotomia entre essa ciência e o cotidiano dos estudantes, criando uma intersecção na qual matemática e realidade interagem constantemente.

Assim, busca-se cultivar o verdadeiro interesse do aluno pelo que está sendo estudado, o que, de acordo com Dewey (1978), advém da identificação entre a atividade que se pratica e o discente que a desenvolve. Pode-se alcançar, nesse contexto, um envolvimento capaz de gerar uma produção criativa. Ademais, simplesmente dizer ao aluno “que pense, abstraindo da existência, em sua própria experiência, de alguma dificuldade que o embarace ou perturbe seu equilíbrio, é tão ocioso como exigir que se erga no ar a si mesmo, puxando os cordões dos seus sapatos” (DEWEY, 1979, p. 24).

Dessa forma, a Modelagem Matemática, conforme destaca Biembengut (2016), pode ser considerada um ponto de partida para alterar os processos de ensino e de aprendizagem na educação formal. A partir dessa ideia, o aluno passa a ser instigado a refletir e a empreender esforços para resolver uma situação problema. A utilização dessa metodologia, portanto:

[...] pode ser um caminho para despertar no aluno o interesse por tópicos matemáticos que ele ainda desconhece, ao mesmo tempo que aprende a arte de modelar, matematicamente. Isso porque é dada ao aluno a oportunidade de estudar situações-problema por meio de pesquisa, desenvolvendo seu interesse e aguçando seu senso crítico. (BIEMBENGUT; HEIN, 2003, p. 18).

É possível compreender, então, a Modelagem Matemática como um processo de ensino com pesquisa, que valoriza o que se aprende, tornando o conhecimento construído, ao mesmo tempo, útil e agradável. Nesse sentido, a Modelagem Matemática, em seus vários aspectos, “é um processo que alia teoria e prática, motiva seu usuário na procura do entendimento da realidade que o cerca e na busca de meios para agir sobre ela e transformá-la” (BASSANEZI, 2002, p. 17).

Busca-se, por meio dessa metodologia, portanto, direcionar a curiosidade orgânica do estudante para fins intelectuais (DEWEY, 1979). Nesse contexto, a distinção da Modelagem Matemática, em relação ao ensino tradicional, é destacada por Biembengut (2004, p. 41), que afirma que com a aplicação dessa:

[...] a matemática deixa de ser mera transmissão de técnicas de resolução e passa a ser apresentada como ferramenta ou estrutura de outra área do conhecimento. Além disso, proporciona ao aluno valores culturais e alguns princípios gerais concernentes ao papel desempenhado por nós enquanto pessoas responsáveis pela realidade que nos cerca.

Partindo do fato de que o sistema de ensino vigente exige que determinados conteúdos sejam desenvolvidos dentro de períodos de tempo definidos, Biembengut (2016) sugere adequar o processo de Modelagem Matemática de forma que não perca sua essência e também perpassa pelos assuntos previstos nas ementas propostas. Assim, a autora denomina Modelação Matemática o método que se utiliza do núcleo da Modelagem Matemática, mas que realiza adaptações para sua aplicação em cursos regulares.

Conforme destaca Biembengut (2016), para que o aluno aprenda a modelar não é suficiente o docente dispor ideias, conceitos e definições sobre a metodologia. É necessário que o estudante seja orientado a: identificar a situação que deve ser modelada; expressar suas observações em linguagem matemática; construir relações entre os símbolos utilizados; e formalizar, a partir dos dados obtidos, um modelo que descreva o experimento realizado. Dessa forma, o discente aprende a investigar e, como não se faz pesquisa sem conhecimento, são criadas situações de ensino e de aprendizagem que permeiam todo o processo.

Destacadas as oportunidades trazidas pela utilização da Modelação Matemática em práticas docentes e sabendo que, segundo Biembengut (2016), só se aprende a modelar modelando, conclui-se que é importante fazer uso desse método de ensino em disciplinas de cursos de formação inicial de professores de matemática. Ademais, de acordo com Tavares e Scheller (2019, p. 63), o trabalho docente “é um retrato dos fundamentos teórico-metodológicos apreendidos ao longo dos estudos realizados, e seu planejamento e concretização refletem as características e ideologias da sua formação acadêmica”.

Entende-se também que a Modelação Matemática e as TDIC são tendências que têm ressonância e podem ser utilizadas complementarmente, permitindo que a tecnologia, que faz parte da vida dos estudantes, desempenhe papel ativo na construção de conceitos e conhecimentos matemáticos. Dessa forma, *softwares*, como o GeoGebra e o Excel, por exemplo, são potencialmente ricos para o trabalho com diferentes experiências e modelos matemáticos (SOARES, 2017).

Nesse sentido, Almeida, Silva e Vertuan (2013) afirmam que a possibilidade de experimentar, visualizar e coordenar múltiplas representações são vantagens importantes que se destacam com a integração das TDIC nas atividades de Modelação. Ademais, de acordo com Flores, Lima e Müller (2018, p. 32), “os recursos tecnológicos digitais podem fornecer possibilidades distintas de visualização e de manipulação de conceitos, facilitando a transição entre as abordagens analítica e geométrica”.

Acredita-se, portanto, que trazendo a Modelação Matemática, em coordenação com recursos digitais, para os encontros de formação inicial docente, os futuros professores podem vivenciar as contribuições dessas tendências para a prática pedagógica e vislumbrar novas possibilidades para sua atuação. Nesse contexto, Leite (2008) afirma que todas essas questões de aprendizagem se tornam ainda mais contundentes, pois as transformações alcançadas e os conhecimentos construídos não se limitam ao estudante enquanto indivíduo, mas estendem-se ao futuro educador matemático.

Procedimentos Metodológicos

A prática descrita nessa investigação foi realizada no segundo semestre de 2019, com uma turma de Metodologias para o Ensino de Matemática, composta por estudantes do Curso de Licenciatura em Matemática de uma instituição de ensino localizada no estado do Rio Grande do Sul. Dentre os objetivos desse curso, destaca-se a intenção de integrar à comunidade profissionais qualificados e cidadãos capazes de se posicionar de maneira crítica, criativa e autônoma, tanto no contexto escolar quanto no social.

O grupo de alunos participante foi composto por 15 sujeitos, com idades variando entre 18 e 35 anos, sendo 11 do sexo masculino e 4 do sexo feminino. Nessa disciplina, de 36 horas-aula, são discutidas diversas metodologias que dão suporte ao ensino e à aprendizagem de matemática como, por exemplo, a Modelagem Matemática. O intento dos encontros é criar oportunidades para que os estudantes construam conhecimentos passíveis de serem aplicados em suas futuras práticas pedagógicas.

Dessa forma, na primeira aula relacionada a essa atividade, de 4 horas, foram estudados conceitos básicos sobre a Modelagem Matemática, destacando seus potenciais benefícios para o contexto escolar. Também foi discutida a possibilidade de adequar o processo de Modelagem a um sistema de ensino curricular, a partir da Modelação Matemática, conforme propõem Biembengut e Hein (2003). Essa aula foi finalizada com a apresentação de alguns modelos tradicionais presentes na literatura sobre o tema, como a Lei de Resfriamento de

Newton e a Datação por Carbono 14, por exemplo.

Na segunda aula, sabendo da importância de modelar para se aprender sobre a Modelação, os professores da disciplina propuseram uma atividade para a turma. Inicialmente, foi apresentado um *slide* para os alunos, com as imagens de três pessoas, conforme mostrado na Figura 1. A seguir, perguntou-se quem eram os sujeitos ali expostos e se os alunos poderiam estabelecer alguma relação entre esses sujeitos¹.

Figura 1 – *Slide* com Newton, Leibniz e Bolt.



Fonte: A pesquisa.

Rapidamente, grande parte da turma reconheceu Usain Bolt, atleta jamaicano aposentado que foi tricampeão olímpico, de forma consecutiva, nas provas dos cem e duzentos metros rasos. Em contrapartida, houve mais dificuldade para identificar as outras duas pessoas apresentadas no *slide*.

Dessa forma, os professores informaram que estavam representados nas outras duas pinturas da apresentação: os matemáticos Isaac Newton (1642-1727), inglês, e Gottfried Leibniz (1646-1716), alemão. Ainda assim, houve dificuldades que geraram discussões entre os alunos da turma para tentar entender que tipo de relação poderia existir entre os cientistas e o atleta olímpico. Algumas sugestões foram dadas pelos discentes: “são todos famosos”; “os três ganharam prêmios”; “são pessoas importantes”.

Passados alguns minutos, os professores trouxeram fatos históricos relevantes sobre Newton e Leibniz, até chegarem aos episódios relacionados ao desenvolvimento do Cálculo Diferencial e

Integral, o qual, apesar de ter tido enorme contribuição de pensadores de “épocas precedentes e civilizações diferentes” (BUENO, 2019, p. 61), foi catalisado pelos métodos criados por esses matemáticos, os quais, de acordo com Tall (2003), permitiram trazer ideias, até então apenas corporificadas, para uma realidade algébrica. A partir de então, passaram a ser difundidos, de forma mais ampla, rápida e contínua, os conceitos desse campo de estudo e seus algoritmos utilizados para calcular como as coisas variam (derivada) e como elas se constroem (integral).

Na sequência, relembrou-se com os alunos o conceito de derivada, destacando-se que essa é uma ferramenta matemática utilizada no Cálculo para estudar, entre outras coisas, as taxas de variação instantânea de grandezas em diferentes situações, como: a velocidade de propagação de uma doença; o preço de ações na bolsa de valores; a quantidade de água em um reservatório; ou a velocidade de um corredor de cem metros rasos. Além disso, foi trazida aos alunos a noção geométrica de que a derivada é a inclinação da reta tangente ao gráfico de uma função f , em um ponto qualquer, contido no domínio dessa função.

Nesse contexto, destacou-se que a inclinação da reta tangente é vista como o limite da inclinação da reta secante ao gráfico, mantendo um instante específico constante e fazendo a variação tender a zero, de forma que a reta secante possa ser interpretada como uma reta tangente. Ademais, ressaltou-se que, se for considerado um objeto, ou mesmo uma pessoa, como Usain Bolt, movendo-se com velocidade variável, pode-se utilizar essa ferramenta matemática para calcular a sua velocidade em um instante qualquer do seu deslocamento (ANTON, 2000).

Assim, foi possível para os estudantes compreender que, a partir do advento do Cálculo, que contou com significativa contribuição de Newton e Leibniz, tornou-se possível, entre tantas coisas, descobrir a velocidade instantânea de objetos em movimento. Então, a turma notou que a relação entre as três personalidades

¹ Ideia inspirada por uma videoaula disponível no *site* da Kahn Academy.

apresentadas diz respeito à possibilidade de utilizar a derivada, conhecida dos cientistas, para calcular a velocidade do homem mais rápido do mundo em qualquer instante da sua corrida de cem ou duzentos metros.

Essa primeira etapa da Modelação é denotada por Biembengut (2016) de *Percepção e Apreensão* e tem o objetivo de fomentar nos estudantes o interesse por algum tema contextualizado, que é escolhido para ser utilizado como um guia dos conteúdos que se espera desenvolver. Esse é o estágio, segundo a autora, de motivar os alunos a exteriorizar suas percepções sobre o assunto e a se familiarizar com diferentes formas de linguagem inseridas na discussão, procurando construir significados.

Os professores da disciplina trouxeram para os alunos, então, a informação de que Usain Bolt, na corrida em que estabeleceu o recorde mundial dos cem metros rasos, terminou a prova em 9 segundos e 58 centésimos. Assim, os docentes perguntaram aos estudantes se seria possível determinar a velocidade média do atleta nesse percurso.

Os discentes não tiveram dificuldade em chegar à velocidade média de 10,44 m/s fazendo a razão entre a distância percorrida e o tempo gasto no percurso. Foi então que, com o objetivo de criar um estado de dúvida e hesitação, que origina o ato de pensar e pode deflagrar uma ação de pesquisa (DEWEY, 1979), os docentes indagaram se seria possível determinar a velocidade instantânea do atleta no exato momento em que ele passou, por exemplo, pela marca dos 22,5 metros.

Após alguns minutos de troca de ideias, todos concordaram que seria possível descobrir essa velocidade utilizando-se a derivada. Entretanto, logo a seguir, com o auxílio dos professores, foi lembrado que a expressão analítica dessa função não estava disponível. Foi então que foi apresentada aos alunos a tabela contida na Figura 2, que traz as parciais de tempo de Usain Bolt, de 20 em 20 metros, na corrida em que alcançou o recorde.

Figura 2 – Parciais de Bolt.

| Distância (m) | 20 | 40 | 60 | 80 | 100 |
|---------------|------|------|------|------|------|
| Tempo (s) | 2,89 | 4,64 | 6,31 | 7,92 | 9,58 |

Fonte: Federação Internacional de Atletismo.

Tendo essas informações, os docentes apresentaram aos alunos a possibilidade de se criar uma regressão, utilizando o *software* Excel, a partir dos pares ordenados dados, nos quais o tempo ocupa o eixo horizontal e a distância ocupa o eixo vertical. Nesse sentido, Biembengut (2016, p. 118) destaca que “métodos numéricos, com apoio computacional, contribuem na elaboração de um modelo”.

Assim, inicialmente, foi criado um diagrama de dispersão no Excel para, então, ser adicionada uma linha de tendência, que, conforme os professores combinaram² com a turma, seria uma função polinomial de grau 3. Com essa sequência de trabalho, obteve-se a seguinte expressão algébrica para a distância em função do tempo:

$$d(t) = -0,065t^3 + 1,315t^2 + 3,826t - 0,066$$

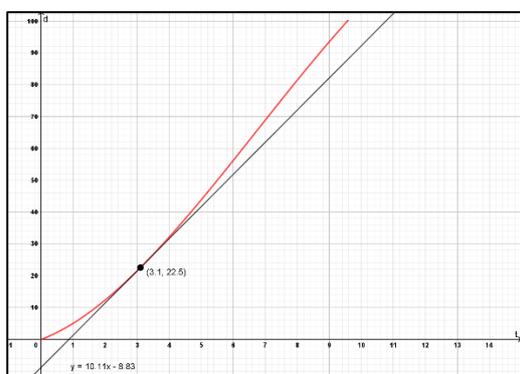
Com a função expressa analiticamente, os docentes a representaram graficamente no *software* GeoGebra, em que foi possível construir um ponto sobre a curva, no qual a ordenada é exatamente 22,5. Continuando o raciocínio em busca da velocidade instantânea nesse ponto, foi lembrado que a função poderia ser derivada. Então, substituindo-se t pelo tempo de Bolt ao passar por essa marca, seria possível encontrar a sua velocidade instantânea.

Nesse momento, os professores sugeriram uma outra abordagem, por meio da interpretação geométrica do conceito de derivada. Nesse contexto, o *software* GeoGebra foi extremamente útil, pois esse recurso permite ao usuário estudar, de forma gráfica, algébrica e numérica, como as características locais de uma função, como a taxa de variação média ou instantânea, mudam de acordo com a posição de um ponto sobre o gráfico da função (REZENDE; PESCO; BORTOLOSSI, 2012).

² O coeficiente de determinação, nesse caso, chegou a 99,9%, o que foi considerada uma aproximação aceitável.

Dessa forma, os alunos foram lembrados pelos docentes que, com o auxílio do GeoGebra, bastava construir a reta tangente à curva por um ponto pertencente ao gráfico da função e, então, mover esse ponto até a marca dos 22,5 metros ou a qualquer outra marca desejada. Sendo assim, observando-se a inclinação da reta tangente à curva³, dada pelo coeficiente angular na sua equação reduzida, pôde-se encontrar a velocidade instantânea de Bolt de 10,11 m/s, conforme pode ser observado na Figura 3.

Figura 3 – Regressão construída a partir das parciais de Bolt.



Fonte: A pesquisa.

Passou-se, então, para a segunda etapa da Modelação Matemática, denominada por Biembengut (2016) *Compreensão e Explicitação*, que consiste em procurar levar os discentes a identificar elementos do tema que, partindo de seus conhecimentos prévios, tornem possível a construção de novas ideias e conceitos. Assim, a turma foi dividida em cinco grupos (A, B, C, D e E), sendo que cada grupo teve a missão de escolher o participante que se imaginava ser o mais rápido. Após a escolha ter sido feita, esses alunos mais velozes foram convidados a correr uma prova de cem metros, em uma pista improvisada no estacionamento da instituição, enquanto seus colegas efetuavam as medições de suas parciais de 20 em 20 metros, assim como estão divididas as parciais de Bolt.

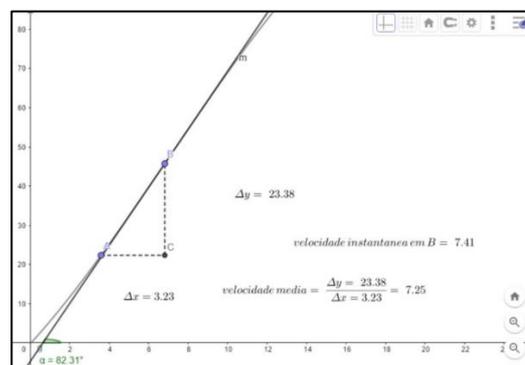
Depois que as corridas foram realizadas, com o engajamento de todos e de forma bem descontraída, cada grupo foi

³ A reta tangente está na cor preta, e a curva da regressão encontra-se na cor vermelha.

desafiado pelos docentes a encontrar a velocidade máxima do atleta da sua equipe. Ao iniciar o trabalho com os *softwares*, os discentes tiveram algumas dificuldades, principalmente ao escrever a lei de formação da função no GeoGebra. Essas dúvidas foram sanadas pelos professores e, na sequência da aula, todos os grupos conseguiram realizar a atividade.

Encontrada a função que expressava o deslocamento do corredor de cada um dos grupos, partiu-se para a terceira etapa da Modelação, designada por Biembengut (2016) de *Significação e Expressão*, que consiste na avaliação da validade do modelo e na verificação do que foi aprendido. Não consiste, segundo a autora, em avaliar exclusivamente o modelo construído, mas, sobretudo, o alcance do trabalho realizado. Nesse sentido, foi interessante observar as reações dos alunos⁴ enquanto descobriam que havia uma enorme diferença entre a velocidade do atleta olímpico e a dos futuros docentes, os quais, conforme exemplo do grupo A, descrito na Figura 4, alcançaram velocidades máximas bem inferiores à velocidade média de Usain Bolt.

Figura 4 – Trabalho do Grupo A.



Fonte: A pesquisa.

Também foi relevante perceber a surpresa dos educandos com a aplicação de um conceito, inicialmente abstrato, em uma questão tão próxima de suas realidades, como a velocidade de uma pessoa, um carro, uma bicicleta. Essa reação foi catalisada também pela facilidade de articulação trazida pelos

⁴ Como a diferença de tempo total na corrida é de apenas alguns segundos, os acadêmicos imaginaram que a diferença das velocidades não seria tão significativa.

recursos digitais que, conforme destacam Flores, Lima e Müller (2018), são importantes alternativas para facilitar a visualização do que se faz, oferecendo um retorno instantâneo para conjecturas e dinamizando a conjuntura das aulas.

Dessa forma, acredita-se que a Modelação, associada as TDIC, se destaca, segundo Moran (2018), como um dos meios mais interessantes de proporcionar o aprendizado, pois baseia-se na investigação, um processo que envolve o desenvolvimento de habilidades, o levantamento de questionamentos e a procura por soluções. Essa situação de pesquisa em sala de aula requer engajamento dos alunos e, segundo D'Ambrósio (1996, p. 79), é capaz de promover “a interface interativa entre teoria e prática”.

Resultados e Discussões

Buscando-se encontrar mais subsídios para interpretar o alcance do trabalho realizado junto aos alunos, foi proposta, para cada grupo, a seguinte questão: *de que forma o grupo considera que práticas pedagógicas como essa, envolvendo a Modelação e as TDIC, podem influenciar na formação e futura atuação de professores?*

Foram obtidas cinco respostas. As narrativas trazidas pelos grupos foram, então, analisadas por meio da Análise Textual Discursiva (ATD), de acordo com o que propõem Moraes e Galiazzi (2007), que a descrevem como um método de análise, de cunho qualitativo, que busca construir novas compreensões sobre fenômenos e discursos. Dessa forma, ideias foram construídas ao se percorrer uma sequência composta por três etapas ordenadas: iniciou-se pela *unitarização*, que se caracteriza pela desconstrução das narrativas analisadas; passou-se pela *categorização*, que consiste na construção de relações entre as unidades; e chegou-se, enfim, à *construção de três metatextos*, nos quais uma nova compreensão é comunicada. Esses metatextos são intitulados de: (1) Teoria e prática; (2) Engajamento dos estudantes; e (3) Inspiração para a docência.

Teoria e prática

Uma das importantes tarefas docentes é a criação de pontes entre o conhecimento científico e a vida dos estudantes. Dessa forma, o professor possibilita que aquilo que se ensina tenha significado para os discentes, o que pode despertar o interesse para a aprendizagem de novas ideias e conceitos. Dewey (1979) reafirma a relevância da contextualização, uma vez que, segundo o autor, informações, em seu simples caráter informativo, não constituem um meio especial de exercitar a capacidade intelectual.

Nesse sentido, o grupo D ressaltou que, “ao utilizar modelação na sala de aula, pode-se mostrar para o aluno uma maneira diferente de aprender, com situações que acontecem no nosso dia a dia”. Corroborando essa afirmação, Meyer, Caldeira e Malheiros (2011) destacam que o conhecimento ganha significado quando permeado por ações produzidas em determinado contexto e quando vinculado à necessidade de compreensão da realidade. Assim, Bassanezi (2002, p. 18) relembra a essência da matemática, que é interpretada “como um instrumento intelectual capaz de sintetizar ideias concebidas em situações empíricas, que estão sempre camufladas num emaranhado de variáveis de menor importância”.

Compreendendo o âmago dessa ciência, o grupo E realçou a necessidade de que “os alunos vejam que podemos aplicar na nossa vida o que é ensinado em aula”. Biembengut e Hein (2003) lembram, então, que a Modelagem Matemática se faz presente em muitas atividades do cotidiano, podendo ser percebida nas diversas situações em que há um problema que exige criatividade, intuição e ferramentas matemáticas.

Ignorando a natureza intrínseca da matemática, destacada pela sua conexão com situações cotidianas, pode-se contribuir para alimentar os piores inimigos da educação: a monotonia externa e a rotina interna. Essas características podem ser traduzidas em dinâmicas pedagógicas nas quais se dá mais importância à habilidade técnica do que à reflexão, o que torna o aprendizado mecânico e reduz a possibilidade de desenvolvimento intelectual (DEWEY, 1979). Nesse contexto, os alunos do grupo C afirmam que “o método mais tradicional não é bem visto por grande

parte dos discentes, o que acaba formando uma distância entre professor e estudante”.

Dessa forma, Dewey (1979) ressalta que é função docente direcionar para o desenvolvimento cognitivo a curiosidade natural e espontânea dos alunos. Assim, o professor deve prover seus discentes com materiais e condições que possam dirigir essa curiosidade rumo a investigações que produzam resultados positivos na construção de novos conhecimentos. Em conexão com essa reflexão, analisando a prática de Modelação realizada, permeada pelas TDIC, os educandos do grupo E afirmaram que “utilizamos o Cálculo, que os acadêmicos consideram um monstro, e o aplicamos no nosso dia a dia”. Concluíram, então, destacando que “são momentos assim, nos quais vemos a matemática na prática, algo que consideramos fundamental, que são capazes de nos mudar como professores”.

Engajamento dos estudantes

Uma das condições fundamentais para a construção de conhecimentos no ambiente escolar é que os alunos efetivamente queiram aprender. Ao se interessarem pelo estudo, os discentes se envolvem nas atividades propostas e, resolvendo problemas, discutindo com os colegas, interagindo com o professor e realizando pesquisas, podem evoluir intelectualmente, percorrendo ativamente esse caminho.

Mas alcançar esse propósito não é tarefa trivial para os docentes contemporâneos, que recebem em suas salas jovens “que cresceram com a oportunidade de explorar as florestas, as cidades, as profundezas dos oceanos, os mitos mais antigos” (PAPERT, 1994, p. 15) utilizando seus *smartphones* conectados à *web*. Assim, de acordo com o grupo C, os professores devem encontrar alternativas pedagógicas para que os processos de ensino e de aprendizagem “sejam mais prazerosos e estimulantes para os alunos”, pois os estudantes atuais não estão propensos a permanecer horas sentados assistindo passivamente a aulas voltadas para a mera transmissão de informações.

Nesse sentido, Biembengut (2016) ressalta que, com a Modelação, a construção

de conhecimentos move-se a par das vivências, das experiências e dos interesses dos discentes, possibilitando um engajamento capaz de ampliar sua gama de aprendizagens. Concordando com essa ideia, o grupo D afirmou que a Modelação, auxiliada pelas TDIC, “contribui para uma aula mais dinâmica e que os alunos adoram”. Dessa forma, Biembengut (2004, p. 23) destaca que:

[...] a modelagem matemática pode tornar-se caminho para despertar no aluno interesse por assuntos de matemática e, também, de alguma área da ciência que ainda desconheça, ao mesmo tempo em que ele aprende a arte de modelar matematicamente. Isso porque é dada ao aluno a oportunidade de estudar situações-problemas por meio de pesquisa, desenvolvendo seu interesse e aguçando seu senso investigativo.

Implementando a Modelação na construção de conhecimentos matemáticos, pode-se, então, cativar os estudantes, despertando seu interesse e levando-os a serem, de acordo com o grupo C, “mais ativos no processo de ensino”. Ao evocar problemas com os quais os discentes se identificam e pelos quais se interessam, conforme afirmaram os acadêmicos do grupo A, “a aula fica mais prazerosa e acabamos falando a mesma língua que os alunos”.

Assim, por meio da Modelação, é possível transformar a curiosidade humana, mais ou menos casual e esporádica, em atitude de investigação (DEWEY, 1979). E o reflexo desse engajamento pode ser percebido no “brilho nos olhos dos alunos devido à satisfação com o trabalho realizado” (Grupo A).

Inspiração para a docência

A importância do professor na educação é indiscutível. Mesmo com as TDIC em voga, com a ampliação da educação a distância e com a ubiquidade das informações, em uma sociedade imersa na comunicação instantânea, nada pode substituir a atuação docente. Mas o professor que for incapaz de incorporar essas inovações às práticas pedagógicas e que insistir em ocupar o papel de transmissor de conteúdo está fadado à

obsolescência e, ocasionalmente, será desconsiderado por seus discentes, dispensado pela escola e esquecido pela sociedade. Dessa forma, no novo roteiro da educação, o professor deve transformar o ensino, buscando facilitar a aprendizagem a partir da sua interação com os alunos na busca pela construção de conhecimentos por meio da pesquisa (D'AMBRÓSIO, 1996).

Nesse sentido, o grupo C ressaltou que “saber trabalhar com as tecnologias digitais, com a Modelação e outros métodos não é uma opção, mas um dever do professor”, pois, de acordo com os estudantes do grupo D, conectando pesquisa, “matemática e tecnologia, a aula traz muito mais aprendizado, não só para o aluno, mas também para o professor”. A par dos benefícios gerados por essas situações, Biembengut (2016, p. 127) afirma que “à medida que fazemos e/ou que ensinamos a modelar, aprendemos também”.

Apesar de alguns dos acadêmicos participantes dessa investigação conhecerem aspectos da Modelagem Matemática, mesmo antes do início das aulas, eles ainda não tinham segurança suficiente para utilizar esse método nas suas atividades pedagógicas, como nas disciplinas de estágio, por exemplo. Nesse contexto, frisa-se que para aprender a modelar é importante ter experiência discente com essa forma de pesquisa e construção de conhecimento (BIEMBENGUT, 2004). Essa ideia foi ratificada pelo grupo E quando seus integrantes afirmaram: “[...] víamos a teoria da Modelação e imaginávamos como seria interessante, mas não tínhamos experiência para saber como seria na prática”. O grupo E afirmou ainda: “[...] essa prática serviu para que pudéssemos ver que também podemos fazer isso”.

O grupo C destacou ainda a importância de, na formação inicial docente, “termos todo tipo de experiência em sala de aula, para podermos nos tornar profissionais melhores e mais completos”, pois assim será possível “saber trabalhar com mais de uma metodologia de ensino, sem nos fixarmos em apenas um modo de ensinar”. Nesse sentido, Sauer e Lima (2012, p. 260) afirmam que:

[...] há de se ressaltar a importância de que as práticas do professor da licenciatura privilegiem a aprendizagem ativa, a pesquisa, a

comunicação científica de estudos e propostas metodológicas em Educação Matemática, a discussão e a convivência em comunidades de aprendizagem, compartilhando conhecimentos, vivências e percursos [...].

Nessa perspectiva, o grupo B salientou que “as práticas pedagógicas são de grande importância na nossa formação, pois nos dão uma base de como devemos nos portar e agir ao mediar o conhecimento”. Assim, considera-se que a possibilidade de interação com a Modelação, em espaços formativos, pode contribuir para tornar os futuros docentes mais seguros em suas práticas pedagógicas, diminuindo prováveis tensões ou dilemas provenientes dessas novas formas de ensinar (MARTINS, 2019).

Considerações Finais

Ao se trabalhar com a educação de jovens provenientes de uma sociedade cada vez mais caracterizada pelo acesso facilitado à informação, surge a necessidade da atuação de docentes capazes de colocar em perspectiva os dados acessados diariamente por esses estudantes. Assim, talvez os alunos possam perceber, conforme argumenta Pimentel (2016), que as tecnologias digitais são meios pelos quais informações podem ser encontradas, mas não se constituem em um sistema de construção de conhecimento e cultura.

Dessa forma, é importante que os futuros professores tenham capacidade de criar ambientes de ensino com os quais os seus discentes possam se envolver, por meio de pesquisas contextualizadas, permeadas pelas TDIC, e que sejam capazes de direcionar a curiosidade dos estudantes para situações nas quais as informações acessadas possam ser utilizadas para o seu desenvolvimento intelectual. A Modelação, conforme percebe-se pelo relato dos grupos participantes da investigação, constitui-se em uma metodologia de ensino capaz de fomentar esses princípios fundamentais para o sucesso da educação escolar.

Trazendo a prática de desenvolvimento de modelos matemáticos para a sala de aula, inserida em contextos significativos para os estudantes, pode-se instigar o interesse pelo que se estuda, fazendo com que os alunos

efetivamente se engajem nas atividades educativas e, por fim, acabem por desenvolver novos conceitos e ideias. Com esse ambiente de pesquisa, no qual as TDIC ocupam papel destacado, percebe-se que é possível transformar a pedagogia e, enfim, empoderar os alunos, construindo-se uma nova relação entre os atores educativos e o conhecimento (UNESCO, 2019).

Visualizando os benefícios da Modelação para a atuação docente, é indiscutível que os futuros professores, que trabalharão com os jovens do século XXI, devem ter amplo conhecimento sobre essa metodologia. Assim, é fundamental que tenham a oportunidade de vivenciar a Modelação na sua formação inicial, ocupando o papel discente, pois desse modo podem entender seus princípios, estágios, benefícios e possíveis complicações do ponto de vista dos seus alunos.

O desenvolvimento dessa empatia é de grande importância para o sucesso da Modelação. Nesse sentido, mesmo sabendo que cada situação, cada escola e cada turma são únicas, Biembengut (2016) destaca que é essencial saber estimar o tempo requerido para cada etapa do trabalho, saber como se estruturam variáveis e constantes no modelo e ter a habilidade de adaptar o estudo ao nível de atuação escolar pretendido.

Dessa forma, baseando-se na análise dos dados coletados nessa pesquisa, acredita-se que é fundamental oportunizar aos futuros professores de matemática, durante a sua formação inicial, a vivência da Modelação. Assim, pode-se contribuir para que, ao ingressarem no sistema de ensino, ajudem a mudar a realidade pedagógica tradicional, ainda predominante, fomentando o interesse dos alunos a partir da interação da matemática com a realidade e com as TDIC, por meio da pesquisa.

Referências

- ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2013.
- ANTON, H. **Cálculo: um novo horizonte**. 6 ed. Porto Alegre: Bookman, 2000.
- BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2002.
- BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no Ensino**. 3ª ed. São Paulo: Contexto, 2003.
- BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem Matemática e Implicações no Ensino e na Aprendizagem de Matemática**. 2ª ed. Blumenau: Edifurb, 2004.
- BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem na Educação Matemática e na Ciência**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2016.
- BUENO, R. W. S. A Construção Histórica do Cálculo: da Mesopotâmia à Idade Média. In: SOARES, G. O.; RITTER, D. (org.). **Ensino de Matemática em Foco: pesquisas, relatos e propostas**. Rio de Janeiro: Dictio Brasil, 2019. p. 59-86.
- D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática: da teoria à prática**. Campinas: Papyrus, 1996.
- D'AMBROSIO, U. **Transdisciplinaridade**. São Paulo: Palas Athenas, 1997.
- DEWEY, J. **Vida e Educação**. 10 ed. São Paulo: Melhoramentos, 1978.
- DEWEY, J. **Como Pensamos: como se relaciona o pensamento reflexivo com o processo educativo**. São Paulo: Editora Nacional, 1979.
- FLORES, J.B.; LIMA, V. M.; MÜLLER, T. J. O Uso das Tecnologias da Informação e Comunicação no Ensino de Cálculo Diferencial e Integral: reflexões a partir de uma metanálise. **Abakos**, Belo Horizonte, v. 6, n. 2., 2018. p. 21-35.
- GOULART, M. B.; BACCON, A. L. P. Formação de Professores e o Uso de Tecnologias no Processo de Ensino e Aprendizagem de Matemática: que elementos considerar? In: BRANDT, C. F.; MORETTI, M. T. (Org.). **Ensinar e Aprender Matemática: possibilidades para a prática educativa**. Ponta Grossa: Ed. UEPG, 2016. p. 255-273.
- LEITE, M. B. F. Reflexões sobre a Disciplina de Modelagem Matemática na Formação de Professores. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 10, n. 1, 2008. p. 115-135.
- MACHADO, N. J. **Matemática e Realidade: análise dos pressupostos filosóficos que fundamentam o ensino da matemática**. 2 ed. São Paulo: Autores Associados, 1991.

MARTINS, D. A. Reflexões sobre a Formação Crítica de Professores de Matemática por meio (e para além) da Modelagem. In: XI Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática. **Anais...** Belo Horizonte, 2019.

MORAN, J.M. Metodologias Ativas para uma Aprendizagem mais Profunda. In: BACICH, L.; MORAN, J. M. (Orgs.). **Metodologias ativas para uma educação inovadora**. Porto Alegre: Penso, 2018.

MORIN, E. Da Necessidade de um Pensamento Complexo. In: MARTINS, F. M.; SILVA, J. M. (orgs.). **Para Navegar no Século XXI: tecnologias do imaginário e cibercultura**. 3 ed. Porto Alegre: Sulina/EDIPUCRS, 2003.

OLIVEIRA, H.; SEGURADO, I.; PONTE, J. P.; CUNHA, H. Mathematical Investigations in the Classroom: a collaborative project. In: ZACK, V.; MOUSLEY, J.; BREEN, C. **Developing Practice: teachers' inquiry and educational change**. Geelong, Austria: Centre for Studies in Mathematics, Science and Environmental Education, 1997. p. 135-142.

PIMENTEL, N. As Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) no Ensino Superior: a utopia da inovação pedagógica e da modernização. **Revista de Educação Pública**, Cuiabá, v. 25, n. 59/2, 2016. p. 476-501.

PONTE, J. P. Tecnologias da Informação e Comunicação na Formação de Professores: que desafios? **Revista Ibero-americana de Educação**, Madrid, n. 24, 2000. p. 63-90.

REZENDE, W. M. PESCO, D. U. BORTOLOSSI, H. J. Explorando Aspectos Dinâmicos do Ensino de Funções Reais com Recursos do Geogebra. **Revista do Instituto GeoGebra Internacional**, São Paulo, v. 1, 2012. p. 74-89.

SAUER, L. Z.; LIMA, I. G. Equações Diferenciais na Licenciatura em Matemática: uma proposta metodológica que integra o estudo de funções. In: CURY, H. N.; VIANNA, C. R. (org.). **Formação do Professor de Matemática: reflexões e propostas**. Santa Cruz do Sul: Editora IPR, 2012. p. 259-284.

SOARES, D. S. Modelagem Matemática com o Uso do Software GeoGebra. In: X Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática. **Anais...** Maringá, 2017.

TALL, D. Using Technology to Support na Embodied Approach to Learning Concepts in Mathematics. In: CARVALHO, L. M.; GUIMARÃES, L. C. **História e Tecnologia no Ensino de Matemática**, Rio de Janeiro, v. 1, 2003. p. 1-28.

TAVARES, P. T.; SCHELLER, M. Modelagem Matemática como Método de Ensino no Estágio de Docência. In: **Vivências e Experiências na formação inicial de Matemática**. Blumenau: Editora do Instituto Federal Catarinense, 2019. p. 62-80.

UNESCO. **Marco de competencias de los docentes en materia de TIC**. Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura. 2019. Disponível em: <encurtador.com.br/dCEOP>. Acesso em 25 jan. 2020.

Rafael Winicius da Silva Bueno: Licenciado em Matemática pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (2006). Mestre (2009) e Doutor (2021) em Educação em Ciências e Matemática pela Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul. Professor de Ensino Básico, Técnico e Tecnológico do *campus* Alegrete do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha. E-mail: rafael.bueno@iffarroupilha.edu.br

Débora da Silva de Lara: Licenciada em Matemática pelo *campus* Alegrete do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha (2015). Mestre em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Franciscana de Santa Maria (2019). Professora do Colégio Professor Raymundo Luiz Marinho Carvalho e Professora Substituta do *campus* Alegrete do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha. E-mail: debora.laradd@gmail.com

Nathalia da Rosa Lopes: Licenciada em Matemática pela Universidade Federal de Pelotas (2009). Mestre em Modelagem Computacional pela Universidade Federal de Rio Grande (2012). Professora de Ensino Básico, Técnico e Tecnológico do *campus* Alegrete do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha. E-mail: nathalia.lopes@iffarroupilha.edu.br