

# MATEMÁTICA EM PIXELS: O ENSINO DE FUNÇÕES APLICADO A CRIAÇÃO DE FILTROS DE IMAGENS DIGITAIS

## Mathematics in pixels: the teaching of functions applied to the creation of digital image filters

Gabriel Teixeira Antunes

Cinthya Maria Schneider Meneghetti

### Resumo

Esta proposta de sequência didática tem como objetivo geral manipular imagens digitais a partir de filtros de cor. No desenvolvimento do trabalho são abordados os conceitos de função afim e composição de funções, podendo ser ampliados para o estudo de noções geométricas relacionadas a esses conteúdos. Esperamos que o estudante possa compreender o que é e como funciona uma imagem digital e conhecer o sistema de cores RGB (*Red, Green and Blue*). Para isso, aliamos o conceito de transposição didática a um Objeto Virtual de Aprendizagem (OVA) criado pelos autores especialmente para essa proposta e que permite explorar as características das cores como matiz, saturação e luminosidade, a partir da manipulação dos parâmetros do sistema. Como resultado, temos a transformação de um conhecimento científico em didático que permite múltiplas aplicações e explora a criatividade do aluno.

**Palavras-chave:** Processamento Digital de Imagens; Objeto Virtual de Aprendizagem; Transposição Didática; Sequência Didática; Funções.

### Abstract

This didactic sequence proposal has the general objective of manipulating digital images using color filters. In the development of the work, the concepts of Affine Function and Composition of Functions are approached, which can be extended to the study of geometric notions related to these contents. We hope that the student can understand what a digital image is and how it works and get to know the RGB (Red, Green and Blue) color system. For this, we combine the concept of didactic transposition with a Virtual Learning Object (OVA) created by the authors especially for this proposal and that allows exploring the characteristics of colors such as hue, saturation and luminosity, from the manipulation of the system parameters. As a

result, we have transformed scientific knowledge into didactic that allows multiple applications and explores the student's creativity.

**Keywords:** Digital Image Processing; Virtual Learning Object; Didactic Transposition; Following teaching; Functions.

### Introdução

Este trabalho apresenta uma sequência didática de atividades que exploram o conteúdo de funções do Ensino Médio a partir do Processamento de Imagens Digitais, a fim de permitir a compreensão do funcionamento e criação de filtros de imagens digitais. A abordagem das atividades é realizada por meio tanto de exposição teórica como da manipulação das imagens digitais pelos alunos, a fim de um processo de ensino e aprendizagem a partir da transposição didática que conte com a participação ativa do estudante.

Como se trata de um tema intrinsecamente relacionado às tecnologias digitais, a utilização das mesmas nas atividades será indispensável, desde a exposição do conteúdo até o uso de computadores para a realização das atividades em um Objeto Virtual de Aprendizagem (OVA) especialmente desenvolvido para a sequência didática proposta. Para isso, criamos este OVA com o objetivo de explorar as particularidades do processamento digital de imagens aliadas à Matemática. Feito em linguagens HTML e Javascript, o OVA está disponível em <http://cuborgb.xyz/>. Portanto, é necessário o acesso à Internet por meio de algum navegador nos computadores para realizar as atividades propostas.

Com o auxílio do OVA, esperamos que o aluno possa compreender o que é e

como funciona uma imagem digital raster, relacionando a mesma com o conceito de matriz e conhecer o sistema de cores RGB e como ele funciona aplicado às imagens digitais. Além disso, a partir da manipulação dos parâmetros do sistema RGB, investigar as características das cores como matiz, saturação e luminosidade. Finalmente, relacionar filtros de cores RGB em imagens digitais com função afim e composição de funções.

No OVA serão exploradas duas telas: uma tela chamada *Cubo* que apresenta a forma geométrica do sistema de cores RGB para manipulação e exploração das cores por parte do aluno e outra chamada *Filtros* que será a área de criação de filtros na qual ocorrerá o *upload* de imagens e a escrita de funções para modificá-las em um campo de texto. As telas poderão ser acessadas a qualquer momento e sua utilização será guiada pelo professor de acordo com o desenvolvimento da sequência didática e a curiosidade dos alunos.

Nas próximas seções apresentamos os principais conceitos e fundamentos para a construção da sequência didática. Em seguida, o desenvolvimento da proposta e os resultados esperados.

### Fundamentos teóricos para a construção e compreensão da proposta

O Processamento Digital de Imagens é o campo que se “refere ao processamento de imagens digitais por um computador digital” (GONZALEZ; WOODS, 2009, p.1) cujas aplicações são múltiplas e compreendem conceitos de diferentes ciências, sendo as principais a Física, a Computação e a Matemática.

A abordagem do tema Processamento de Imagens Digitais está de acordo com o que propõe a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). A primeira competência trata da relação entre a curiosidade e conhecimentos de diferentes áreas, a saber:

Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver

problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas. (BRASIL, 2018, p. 9)

A segunda competência trata da formação científica mais geral do estudante. Essa formação está cada vez mais presente no cotidiano e na relação dos estudantes com as tecnologias.

Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, ou ainda questões econômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a consolidar uma formação científica geral. (BRASIL, 2018, p. 524)

Quando analisamos o modelo de uma imagem digital monocromática percebemos que a mesma é representada de forma matricial composta por linhas e colunas onde cada elemento da tal matriz é um valor correspondente a intensidade luminosa na localização em questão, sendo esses elementos chamados de pixels. Já quando analisamos uma imagem colorida, utilizamos um modelo cromático chamado RGB (*Red, Green and Blue*) que determina que toda cor pode ser representada pela combinação das variáveis de intensidade do vermelho, verde e azul, consideradas cores primárias. Nisso, temos que cada pixel agora possui uma estrutura matricial cujos elementos são as intensidades das três cores primárias que formam sua cor final. (Ibid., p.6-8). Assim, o que chamamos de imagens *raster*, de rastreio ou *bitmap* são as imagens que consistem em uma matriz de duas dimensões com cada um de seus elementos sendo um pixel.

Mesmo tendo como base conceitos físicos e matemáticos que fazem parte do currículo do Ensino Básico, a utilização do Processamento Digital de Imagens como ferramenta didática no nível em questão é relativamente nova, como são todos os dispositivos digitais. Inicialmente, para explorar uma possibilidade de trabalhar com esse tema é importante compreendermos a concepção de sequência didática e como ela influencia a prática pedagógica.

Zabala (1998) define sequência didática como “*um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos.*” (ZABALA, 1998, p.18 - grifo do autor). Portanto, compreender o objeto abordado e suas relações com o conhecimento didático será crucial na elaboração de uma sequência de atividades que contribua de fato com o fazer pedagógico. Logo, sabendo da natureza mais técnica do Processamento Digital de Imagens e de sua subutilização no meio educacional, a transposição didática nos ajuda a inserir esse conhecimento no universo didático.

O conceito de transposição didática do conhecimento, como posto por Chevallard, é a “*transição do conhecimento considerado como uma ferramenta a ser posto em prática, para o conhecimento como algo a ser ensinado e aprendido*” (CHEVALLARD, 2013, p.9). Para isso, devemos levar em conta os fatores que compõem o sistema didático e entender como o saber se relaciona com as especificidades do funcionamento desse sistema. Uma das diferenças entre a esfera de produção de saberes e a esfera do ensino é que enquanto a primeira tem foco na resolução de problemas postos por sua comunidade, a última é movida pela “*contradição antigo/novo*”. Chevallard expõe essa diferença como sendo a ideia dos objetos de ensino referirem-se a algo já conhecido pelo alunos ao mesmo tempo que se apresentam como novidade, pois é a partir do não-sabido que se dá a relação didática (LEITE, 2004, p.57 apud CHEVALLARD, 1991, p.65).

Com isso posto, a imagem digital enquanto objeto de ensino traz um aspecto que vai ao encontro dessa “*contradição antigo/novo*” pois sua ampla utilização no século XXI e a facilidade de acesso que grande parte dos alunos têm do objeto fora da esfera de ensino é uma realidade que ajuda na sua familiarização. Por fim, apresentar esse objeto dentro da sala de aula relacionando sua estrutura com conceitos matemáticos é o complemento necessário para o fazer didático.

Outro aspecto indispensável para trabalhar com imagens digitais é a necessidade de um meio digital. Portanto, para que possamos explorar de fato as relações entre o Processamento Digital de Imagens e o conteúdo de funções é necessária uma ferramenta adequada ao ensino que possibilite a manipulação de imagens digitais a partir dos conceitos estudados, o que nesse caso seria um Objeto Virtual de Aprendizagem (OVA), especialmente voltado para o ensino ou aprendizagem.

Segundo David Wiley (BECK, 2002, p.01 apud JUNIOR, 2016, p.55), uma das definições de Objeto Virtual de Aprendizagem ou Aprendizado é:

Qualquer recurso digital que possa ser reutilizado para o suporte ao ensino. A principal ideia dos Objetos de Aprendizado é quebrar o conteúdo educacional em pequenos pedaços que possam ser reutilizados em diferentes ambientes de aprendizagem, em um espírito de programação orientada a objetos. (BECK, 2002, p.01 apud JUNIOR, 2016, p.55)

Neste trabalho, pretendemos explorar o conteúdo de função afim, composição de funções e outros como função definida por mais de uma sentença a partir da análise e criação de filtros de imagens digitais. Para isso, entendemos dois pontos como cruciais para atingir o objetivo da proposta: trabalhar com um OVA que ofereça uma liberdade de criação aos alunos propiciada pelo conhecimento e manipulação dos objetos matemáticos; e que a linguagem utilizada na criação digital desses filtros se aproxime mais da utilizada na escrita matemática formal a fim de que as relações entre o conhecimento científico e os conceitos matemáticos aconteçam de forma significativa para o aluno. Na próxima seção, apresentamos o OVA criado para nossa proposta e alguns conceitos importantes para sua melhor compreensão.

## Objeto Virtual de Aprendizagem (OVA) e as principais características das cores

No link <http://www.cuborgb.xyz/> está disponível um modelo tridimensional do sistema RGB com os eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$  representando, respectivamente, as intensidades de vermelho (*red*), verde (*green*) e azul (*blue*). Uma primeira questão que precisa ser discutida é como definir uma quantidade finita de tons que resulte em uma mudança suave de um tom para outro. A maioria das pessoas precisa de 200 tons para perceber uma variação suave, mas o computador, por armazenar informações em linguagem binária, não tem um aproveitamento ótimo com esse número de tons. Portanto, esse número precisa ser uma potência de 2. Logo, temos que  $2^7 = 128 < 200 < 256 = 2^8$ . Portanto, escolhemos 256 níveis de cada uma das três cores (vermelho, verde e azul) pois esse número suporta os 200 tons necessários para tornar suave a mudança de tom aos olhos humanos.

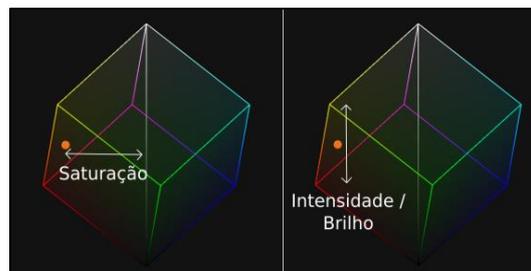
Na tela *Cubo* do OVA, é possível explorar as diversas possibilidades de cores mudando de posição com o *mouse* o ponto que está dentro do cubo. A posição do ponto é dada por uma terna ordenada  $(x, y, z)$  onde os valores de cada coordenada podem ser alterados manualmente na parte inferior direita desta tela, respeitando o intervalo de valores inteiros dos níveis  $[0, 255]$  em cada coordenada, conforme explicado no parágrafo anterior. Junto a essa exploração, destacamos as cores dos vértices para compreender como funcionam as misturas e variações de cor dentro do sistema. Destacamos que a diagonal principal do cubo RGB consiste em 256 tons de cinza que variam de um ponto preto, ou seja, o ponto  $(0, 0, 0)$  até o branco  $(255, 255, 255)$ .

Existem três atributos mais intuitivos da cor que são explorados no OVA: Matiz, Saturação e Intensidade ou Brilho. Nesse trabalho, não pretendemos discutir aspectos técnicos ou formais desses atributos, para isso o leitor pode consultar o trabalho de Gonzalez e Woods (2010). De maneira bastante intuitiva, vamos caracterizar a Matiz como sendo a cor dominante percebida por um observador. A Saturação é a pureza da cor relativa a quantidade de luz branca misturada, ou seja,

quanto mais próxima da diagonal do cubo então menos saturada é a cor e, caso contrário, mais saturada. E finalmente a Intensidade ou Brilho sendo um conceito subjetivo, incorporamos o conceito de intensidade da luz, isto é, quanto mais próxima da extremidade branca da diagonal, mais intensa/clara é a cor. Do contrário, mais escura a cor.

É importante observar o caráter subjetivo desses atributos das cores, diferente da maioria dos conceitos matemáticos que em geral são abstratos e possuem definições rígidas. Na Figura 1, ilustramos os atributos Saturação e Intensidade ou Brilho das cores conforme a posição do ponto no Cubo RGB.

**Figura 1** – Os atributos Saturação e Intensidade ou Brilho no sistema RGB.



Fonte: Próprio autor.

A partir das noções dos atributos das cores e da escala de cores, na próxima seção apresentamos a sequência didática para trabalhar os filtros de imagens digitais.

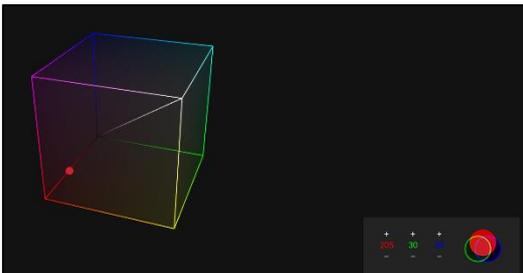
### Sequência Didática

O público-alvo dessa sequência são estudantes do Ensino Médio que tenham estudado os conteúdos de função afim e composição de funções. Serão utilizadas funções definidas por várias sentenças e ainda noções de coordenadas no espaço que podem ser apresentadas ao longo do desenvolvimento da proposta. Será necessária a utilização de computador com um navegador e acesso à internet. Para a captura das imagens que serão manipuladas, podem ser utilizados pelos alunos *smartphones*, câmeras digitais ou *webcams*. O ideal é que o trabalho seja realizado de forma individual, a fim de observar as decisões de expressão de cada aluno e investigar a pluralidade de pensamentos em

relação ao uso das ferramentas em questão. Cada momento da sequência equivale a no mínimo 45 minutos.

O primeiro momento da sequência é destinado a familiarização do estudante com o sistema RGB e os atributos das cores. Sugerimos que cada estudante explore, na tela *Cubo*, a posição do ponto colorido no interior do cubo, alterando os valores das três coordenadas correspondentes às cores vermelho, verde e azul. Por exemplo, o ponto  $(R, G, B) = (205, 30, 40)$  possui a matiz vermelha, saturada (ponto está longe da diagonal do cubo) e ainda com baixo brilho (escuro) pois está afastado da extremidade branca da diagonal do cubo (veja a Figura 2). Podem ser propostos desafios como descobrir os valores de cada canal (coordenada) para algumas cores pré-definidas e ainda discutir as diferentes possibilidades para uma mesma cor dentro do cubo, com diferentes intensidades e saturação.

**Figura 2** – Ponto  $(205, 30, 40)$  no sistema RGB.



**Fonte:** Próprio autor.

No segundo momento, será necessário medir em número a intensidade luminosa de uma cor no sistema RGB, o que chamamos de *Luminância Relativa*, a partir de seu código  $(R, G, B)$ , ou seja, dos valores que aparecem em cada coordenada. Mas de quais formas poderíamos fazer isso? Uma

possibilidade é testar inicialmente com a média aritmética entre as coordenadas do código, isto é,  $l_1 = \frac{R+G+B}{3}$ , onde  $l_1$  é a luminância relativa do pixel. Observamos que isso define que as cores primárias vermelho  $(255, 0, 0)$ , verde  $(0, 255, 0)$  e azul  $(0, 0, 255)$  possuem a mesma luminância relativa. Porém, sabemos que essas cores possuem intensidades luminosas diferentes, o verde por exemplo é uma cor mais luminosa que a cor vermelha, que por sua vez é mais luminosa que a cor azul.

Para evitar a falta de fidelidade no cálculo da luminância relativa, existem algumas fórmulas de média ponderada com diferentes pesos para R, G e B que variam dependendo do objetivo dos filtros das imagens. Utilizaremos a seguinte fórmula do padrão Rec. 709, que é utilizada em sistemas HDTV modernos:  $l_2 = 0,2126 R + 0,7152 G + 0,0722 B$ , onde  $l_2$  é a luminância relativa calculada dessa forma. Com essa fórmula, levamos em consideração a diferença de luminosidade das cores primárias e conseguimos como resultado uma maior variedade de luminâncias relativas que quando utilizadas nos filtros, vão resultar em imagens com contraste e mais detalhadas.

Para esclarecer melhor o conceito de luminância relativa, sugerimos que os estudantes calculem a luminância relativa de algumas cores de duas formas: uma pela média aritmética (que vamos chamar de  $l_1$ ) e outra pela fórmula do padrão Rec. 709 (que vamos chamar de  $l_2$ ). Por exemplo, das cores  $(125, 125, 125)$ ,  $(230, 120, 50)$  e  $(45, 200, 110)$ . Após, em uma tabela, listá-las em ordem crescente de luminância relativa. Para visualizar as cores, pode ser utilizado o cubo RGB disponível no OVA.

**Tabela 1** – Exemplos de valores de luminância relativa

Cor	Luminância Relativa
(125,125,125)	$I_1=125$ $I_2=125$
(230,120,50)	$I_1= 133,333$ $I_2= 138,332$
(45,200,110)	$I_1= 118,333$ $I_2=160,549$

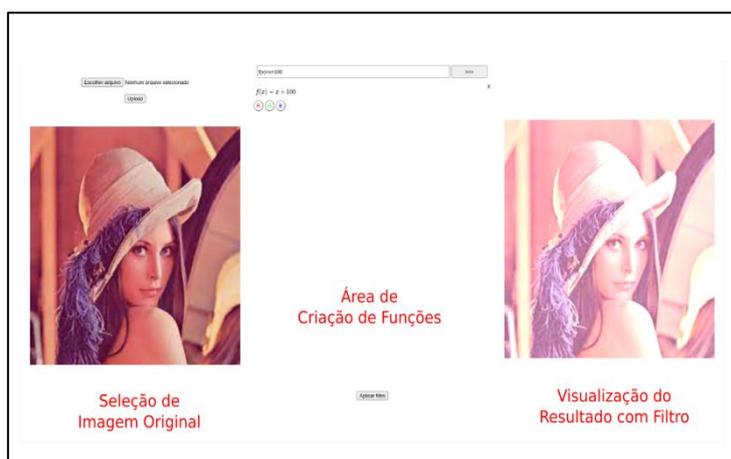
**Fonte:** Próprio autor.

O terceiro momento da sequência didática consiste em, junto aos alunos, pensar em funções de uma variável que alterem o valor de cada coordenada do código RGB a fim de alterar o brilho da cor. As duas funções esperadas são afins, sendo a primeira do tipo  $x + b$  explorando a soma do valor da coordenada e uma constante e a outra  $ax$  explorando a multiplicação por um coeficiente, nas quais  $a$  e  $b$  são números reais não-nulos. Avaliar a partir de gráficos qual das funções tem uma alteração de brilho mais suave ou mais brusca a partir da alteração da constante utilizada. Para não confundir o  $b$  no termo independente com o *Blue*, escolhemos tratar dos valores do

código em maiúsculo (R= Red, G = Green, B = Blue). Na tela *Filtros* do OVA, os alunos podem testar algumas possibilidades. Um exemplo para aumentar o brilho pode ser visto na Figura 3. Desafie os alunos a diminuir o brilho de suas imagens.

Ainda nesse momento, apresentar a função que cria o filtro negativo que deixa as imagens com as cores invertidas. Para isso, os alunos devem aplicar a função  $f(x) = 255 - x$  em cada coordenada do código RGB (isso ocorre ao clicar nos botões que aparecem abaixo da função na área de criação de funções).

**Figura 3** – Imagem original e resultante da aplicação do filtro que aumenta o brilho



**Fonte:** Próprio autor<sup>1</sup>.

O quarto momento da sequência consiste em apresentar para os alunos alguns

tipos de filtros. Um tipo de filtro é a *binarização*. Ele consiste em transformar

<sup>1</sup>Composição dos autores a partir de imagem original disponível em [https://en.wikipedia.org/wiki/Lenna#/media/File:Lenna\\_\(test\\_image\).png](https://en.wikipedia.org/wiki/Lenna#/media/File:Lenna_(test_image).png). Acesso em 17 mai 2021.

uma imagem de várias cores em uma imagem de duas cores a partir da luminância relativa de seus pixels. Ou seja, caso a luminância relativa de um pixel seja menor ou igual a um valor determinado, que chamaremos de  $k$ , ele deve assumir os valores de uma cor determinada (Cor 1); caso contrário ele assume os valores de outra cor determinada (Cor 2). Chamando a luminância relativa da norma Rec. 709 de  $l$ , temos  $l(R, G, B) = 0,2126R + 0,7152G + 0,0722B$ . Assim, construímos um exemplo para a função do filtro no caso em que as duas cores escolhidas são branco (Cor 1) e preto (Cor 2). Pensando na binarização como uma função  $f$ , para cada ponto da imagem associamos o valor  $f(x)$  por meio

da regra  $f(x) = (255,255,255)$  se  $x \geq k$ ;  $(0,0,0)$ , se  $x < k$ .

O resultado pode ser visto na Figura 4. No OVA essa função é inserida como  $f(x) = \{(255,255,255):x \geq k; (0,0,0):x < k\}$ . Após a construção dessa função, criamos  $f(l(R,G,B))$  e selecionamos essa última para a criação do filtro.

Note que aqui temos uma composição das funções  $l$  e  $f$ . Portanto, primeiro calculamos a luminância relativa utilizando uma regra (nesse caso, a do padrão Rec. 709). Depois, por exemplo, se o resultado da luminância for maior ou igual a 100, o pixel assume a cor branca, caso contrário, assume a cor preta, como ilustrado na Figura 4.

**Figura 4** – Imagem original e resultante pela binarização branco/preto para  $k=100$



**Fonte:** Próprio autor.

Utilizando suas próprias imagens, a proposta é orientar os alunos a aplicarem a função binarização no sistema de criação de filtros do OVA a fim de criarem versões binarizadas de fotos do seu acervo pessoal. Incentivar eles a escolher cores e valores de luminância relativa diferentes.

No quinto momento da sequência didática vamos estudar outros filtros. Existe um filtro no qual o conceito de luminância relativa é mais utilizado: o de *tons de cinza*. Nesse caso, o valor da luminância relativa é arredondado para um número inteiro e deve ser repetido nas três coordenadas do código RGB, ou seja, a regra para calcular é  $f(x) = (x, x, x)$ . Os alunos devem adicionar essa função ao sistema e aplicar  $f(l(R, G, B))$  em suas imagens.

Vamos apresentar um último filtro que também usa o conceito de luminância

relativa: *colorização*. Esse filtro deixa a imagem em tons de uma cor de sua escolha que vamos chamar de  $(R', G', B')$ . Ele possui a mesma ideia que o filtro *tons de cinza* porém os valores de luminância são multiplicados pelos valores de cada coordenada do código RGB da cor desejada para o filtro. A regra da função que caracteriza esse filtro é  $f(l) = (lR', lG', lB')$ , sendo  $R'$ ,  $G'$  e  $B'$  os valores do código RGB da cor desejada para o filtro. Por exemplo, escolha uma cor na tela Cubo, uma sugestão é  $(40,1,20)$ . Temos em cada coordenada do filtro uma função afim e o resultado pode ser visto na Figura 5. Como vimos nas funções anteriores, é sempre importante definir a função de luminosidade relativa antes, para depois fazer uma composição entre ela e a função filtro.

**Figura 5** – Imagem original e resultante pela colorização (40,1,20).


**Fonte:** Próprio autor.

Orientar os alunos para que eles apliquem essa função no OVA com suas próprias imagens. É importante notar que dependendo da cor escolhida, o resultado pode ficar muito escuro ou muito claro. Isso pode ser regulado com uma função de brilho, logo podemos reescrever a função com uma constante real  $a$  multiplicando cada coordenada da seguinte maneira:  $g(l) = (alR', alG', alB')$ . Nesse momento é possível explorar o fato de que para  $a > 1$  aumentamos o brilho e para  $0 < a < 1$  diminuímos o brilho da imagem resultante.

Observe que para os filtros *brilho*, *binarização*, *tons de cinza* e *colorização* temos como domínio o intervalo inteiro  $[0, 255]$  que são os valores possíveis para cada canal RGB de cada pixel da imagem. A partir das funções que realizamos, o resultado final pode representar qualquer número pertencente ao conjunto dos reais. Porém, para o computador interpretar esses resultados dentro do sistema de cores RGB, ele precisa fazer com que eles pertençam ao intervalo inteiro  $[0, 255]$ . Para isso, ele considera apenas a parte inteira desse resultado. Caso este resultado seja maior que 255, o computador retorna exatamente 255, já caso seja menor que 0, o valor retornado é 0. Assim, temos valores inteiros entre 0 e 255 que podem ser interpretados dentro do sistema RGB.

Um sexto momento opcional pode ser proposto para que os alunos passem suas fotos originais para os colegas para que eles façam filtros diferentes para suas fotos, que envolvam os filtros estudados. Esses filtros podem ser tanto puramente os que foram estudados como combinações desses filtros por meio da composição de funções, como no exemplo a seguir:

- $l(R, G, B) = 0,2126R + 0,7152G + 0,0722B$ - obtém a luminância;
- $f(x) = (0,0,255)$  se  $x \leq 100$ ;  $(255,0,0)$  se  $x > 100$  - onde a função composta  $f \circ l$  binariza a imagem em vermelho e azul a partir da luminância;
- $g(R, G, B) = (255 - R, 255 - G, 255 - B)$ - onde a função composta  $g \circ f$  retorna o negativo da imagem;
- $h(R, G, B) = (R - 60, G - 60, B - 60)$ - onde a função filtro  $h \circ g$  diminui o brilho da imagem.

Na Figura 6 podemos ver a alteração da imagem a cada função, da esquerda para a direita: imagem original, imagem com a função  $f \circ l$  aplicada, imagem com a função  $g \circ f$  aplicada, imagem com a função  $h \circ g$  aplicada.

**Figura 6** – Imagem original e resultante pela aplicação dos filtros.

**Fonte:** Próprio autor.

Cabe ainda observar que no momento em que propomos criar relações com outras áreas de conhecimento como o Processamento Digital de Imagens, precisamos explorar conteúdos matemáticos que não estão previstos na BNCC, por exemplo, a noção de coordenadas no espaço. Cada coordenada dos filtros estudados trata de uma função afim, mas por mais que não nos aprofundemos, pois esse não é o objetivo do trabalho, temos uma função vetorial que se apresenta. Não é necessário definir ou formalizar esse conceito, porém a abordagem é necessária para a realização correta das atividades e propõe uma visão menos subestimada do aluno, na qual ele precisa ampliar seus conhecimentos prévios para entender um novo universo e seus vários elementos.

### Considerações Finais

Ao longo do desenvolvimento do presente trabalho, foi possível estudar o uso da Matemática em uma área pouco explorada no ambiente escolar mas muito presente em nosso cotidiano, além de elaborar ferramentas para que o aluno possa experimentar a manipulação de imagens digitais através de seus conhecimentos matemáticos, exercitando sua subjetividade nessa atividade. Para isso, a necessidade de aliar o conceito de transposição didática a um objeto virtual de aprendizagem foi essencial para que pudéssemos transformar um conhecimento científico em didático de forma clara para o professor e o aluno. Por fim, temos uma proposta que cumpre com o

objetivo de relacionar o conteúdo de funções, necessário para a construção do conhecimento matemático do aluno do Ensino Médio, com o recurso de Processamento Digital de Imagens, tão ligado à sociedade atual e ao universo virtual que experienciamos no dia a dia.

### Referências

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: <[http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC\\_EI\\_EF\\_110518\\_-versaofinal\\_site.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_-versaofinal_site.pdf)> Acesso em: 20 out. 2020.

CHEVALLARD, Y. **Sobre a Teoria da Transposição Didática: Algumas Considerações Introdutórias**. Revista de Educação, Ciência e Matemática, v.3, n.2, 2014. Disponível em: <<http://publicacoes.unigranrio.edu.br/index.php/recm/article/view/2338/1111>> Acesso em: 10 nov. 2020.

GONZALEZ, R. C.; WOODS, R. E. **Processamento Digital de Imagens**. 3 ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.

JUNIOR W. A. **Objetos Virtuais de Aprendizagem como Recursos Digitais Educacionais**. Pedagogia em Foco, v. 11, n. 5, p. 53-65, jan/jun. 2016. Disponível em: <<https://revista.facfama.edu.br/index.php/PedF/article/viewFile/187/163#:~:text=Qualquer%20curso%20digital%20que%20possa,de%20programa%C3%A7%C3%A3o%20orientada%20a%20objetos.>> Acesso em: 16 mai. 2021.

ZABALA, A. **A prática educativa: como ensinar**. Porto Alegre: Artmed, 1998.

---

**Gabriel Teixeira Antunes:** Formado em Matemática Licenciatura pela FURG, atualmente mestrando em Modelagem Computacional pela mesma instituição. Atua nas áreas de educação matemática, visão computacional e processamento digital de imagens. Contato: antunes.t.gabriel@gmail.com

**Cintha Maria Schneider Meneghetti:** Graduada em Matemática Licenciatura Plena, 2004, Universidade Federal de Santa Maria - UFSM, Mestre em Matemática, 2007, pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul- UFRGS, Doutora em Matemática, 2010, pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS. Contato: cinthiaschneider@furg.br