REFLEXÕES SOBRE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS EM SALA DE AULA

Reflections on problem solving in the classroom

Nilton Cezar Ferreira

Resumo

Por meio de estudos de pesquisas, foram feitas reflexões a respeito da configuração do trabalho de resolução de problemas em sala de aula. Nessas reflexões, foram discutidas três questões: “Por que precisamos resolver problemas de Matemática?”, “O que é resolução de problemas e como ela se constitui?” e “Por que trabalhar resolução de problemas em sala de aula?”. Orientado por essas questões e usando como metodologia de investigação leituras de pesquisas e de atividades desenvolvidas em sala de aula, alguns resultados foram produzidos: os problemas matemáticos do nosso cotidiano, em geral, não possuem validade na escola, e os da escola não possuem validade fora dela; atualmente, resolução de problemas não deve ser pensada apenas como a ação de resolver um problema; e, por fim, foram postas as interpretações do autor sobre os três motivos para se trabalhar resolução de problemas em sala de aula.

Palavras-chave: Resolução de Problemas; Problemas Reais; Problemas Didáticos; Educação Matemática.

Abstract

Through research studies, reflections were made about the configuration of problem solving work in the classroom. In these reflections, three questions were discussed: "Why do we need to solve math problems?", "What is problem solving and how is it constituted?" and “Why work with problem solving in the classroom?”. Guided by these questions and using as research methodology readings of research and activities developed in the classroom, some results were produced: the mathematical problems of our daily life, in general, have no validity in the school, and those at school have no validity outside it; Currently, problem solving should not be thought of just as the action of solving a problem; and, finally, the author's interpretations of three reasons for working on problem solving in the classroom.

Keywords: Problem Solving; Real problems; Didactic problems; Mathematical Education.

Introdução

As pesquisas desenvolvidas em sala de aula têm uma importância muito grande para a área de Ensino e Aprendizagem, pois, por mais que acreditemos e construamos argumentos que nos convençam e convençam os outros de que nossa metodologia de ensino é eficaz, existem especificidades no processo de ensino-aprendizagem que só poderão ser visualizadas por meio de uma investigação efetiva em sala de aula. Mesmo que o professor atue como investigador, ou o investigador atue como professor, e cada uma de suas investigações apresente resultados satisfatórios, existe um momento em que o pesquisador precisa parar e refletir sobre os resultados de suas pesquisas e compará-las com as de outros pesquisadores. Com efeito, as reflexões feitas sobre cada pesquisa individualmente têm um foco específico com base em um objetivo, ou objetivos, particularizado(s). E uma reflexão sobre todos ou sobre um grupo de trabalhos poderá agregar informações e fazer emergir evidências que só poderiam ser percebidas por meio dessa reflexão.

As reflexões apresentadas neste trabalho podem ser caracterizadas como uma pesquisa descritivo-explicativa, posto que buscou-se, por meio dessas reflexões, descrever a constituição da Resolução de Problemas frente às especificidades do contexto didático-pedagógico, buscando por meio de argumentos, fundamentados na experiência do pesquisador e em suas pesquisas e de outros pesquisadores, firmar algumas colocações e posicionamentos, além de levantar possibilidades de novas reflexões. Defende-se que este trabalho se constitui, de fato, em uma pesquisa desse tipo, com base em Gil (2019): "Uma pesquisa desse tipo [descritiva] tem como objetivo primordial a descrição das características de determinada população ou fenômeno ou o estabelecimento de relações entre variáveis" (p.27). Ainda, em Gil (2019), pesquisa explicativa "são aquelas pesquisas que têm como preocupação central identificar os fatores que determinam ou contribuem para ocorrência dos fenômenos" (p.27). Por fim, "Uma pesquisa explicativa pode ser a continuação de outra descritiva, posto que a identificação dos fatores que determinam um fenômeno exige que este esteja suficientemente descrito e detalhado" (p.27). Como Quadro de Referência, "[..] conceito que apresenta uma relação íntima com o conceito de teoria" (GIL, 2019, p. 18), sendo que "[As teorias estabelecem] os sistemas conceituais; indicam as lacunas no conhecimento; auxiliam na construção de hipóteses; explicam, generalizam, e sintetizam os conhecimentos [..]"(GIL, 2019, p. 18). Utilizamos a Compreensão, que "envolve uma reconstrução no sentido subjetivo original da ação e o reconhecimento da parcialidade da visão do observador" (GIL, 2019, p. 18). Do ponto de vista dos procedimentos técnicos, esta pesquisa é entendida, parte como Bibliográfica, momentos em que se recorreu ao estudo enfático de outros trabalhos, pois pesquisa bibliográfica "é elaborada a partir de material já publicado, constituído principalmente de livros, artigos de periódicos e, atualmente, material disponibilizado na Internet" (KAUARK; MANHÃES; MEDEIROS, 2010, p. 28). E parte como Documental, oriunda das evidências levantadas durante a atuação do investigador em uma Prática Profissional , "[Pesquisa Documental] quando elaborada a partir de materiais que não receberam tratamento analítico" (KAUARK; MANHÃES; MEDEIROS, 2010, p. 28).

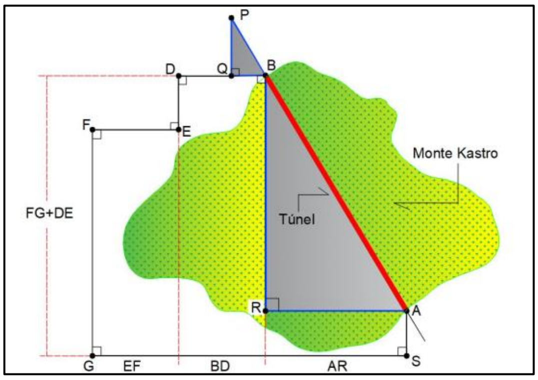
Esta investigação começou com um estudo dos trabalhos de Polya (2006), Schroeder e Lester (1989) e Onuchic e Allevato (1999). Estes trabalhos apresentam e discutem os motivos e formas para se trabalhar resolução de problemas em sala de aula. Durante o entendimento da abordagem da resolução de problemas em sala de aula, esbarrou-se na fala de Lins (1999) sobre a validade de problemas dentro e fora da sala de aula, exigindo reflexões sobre essa relação que, posteriormente, tornou-se parte inicial deste trabalho.

Para orientar esta investigação, tomaram-se por base três perguntas: "Por que precisamos resolver problemas de Matemática?", "O que é resolução de problemas e como ela se constitui?" e "Por que trabalhar resolução de problemas em sala de aula?". Para responder à primeira pergunta, foi trazido um problema clássico da Antiguidade, "problema de Eupalinos", sobre o qual se fez um estudo detalhado e, com o auxílio de dois outros problemas, foi feita uma discussão e uma reflexão sobre esse tema. Para responder à segunda pergunta, foram apresentadas três formas de se pensar em resolução de problemas, como ação, como metodologia e como campo de estudos. Por fim, a terceira pergunta foi respondida por meio do artigo de Schroeder e Lester (1989), artigo que tem sido base para fundamentar pesquisas de um dos principais grupos de pesquisa em Resolução de Problemas no Brasil, o Geterp – Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas, coordenado pela pesquisadora professora Dr.ª Lourdes de la Rosa Onuchic, com sede na Unesp-Rio Claro.

Problemas Reais e Problemas Didáticos

Em uma manhã do ano 530 a.C., o engenheiro Eupalino de Mégara reuniu-se com o grande tirano Policrates, que oito anos antes se tornara ditador da ilha de Samos. Esse encontro ocorreu com o objetivo de traçar estratégias para resolver um problema, considerado um dos grandes feitos da Idade Antiga e, pelos recursos e conhecimentos de que se dispunha na época, uma das grande façanhas de todos os tempos. Esse problema consistia em construir um túnel no monte Kastro para levar água fresca até a cidade de Pitagoreion. A figura 1 apresenta um esboço do que seria a ideia elaborada e executada sob o comando de Eupalinos. Na verdade, não existem informações detalhadas sobre o método usado por Eupalinos; é apresentado aqui um esboço do que supostamente ele teria feito[1].

Figura 1 – Esboço da solução apresentada por Eupalinos



Fonte: Elaborado pelo autor

O objetivo inicial de Eupalinos era descobrir a extensão do túnel que deveria ser cavado, representado na figura 1 pelo segmento de reta $\overline{AB}$. Para isso, ele criou uma poligonal formada pelos segmentos $\overline{BD}$, $\overline{DE}$, $\overline{EF}$, $\overline{FG}$, $\overline{GS}$ e $\overline{SA}$, sendo todos esses segmentos perpendiculares aos seus segmentos adjacentes, e supostamente feitos com uma espécie de corda ou madeira. Em seguida, ele fez um esboço do triângulo retângulo *ABR*, também ilustrado na figura 1. Observe que $\overline{BR}$ é paralelo aos segmentos $\overline{FG}$ e $\overline{DE}$, e $\overline{AR}$ é paralelo ao $\overline{GS}$. Com isso, é fácil ver que:

$$AR + BD + EF = GS \text{ e } BR + SA = FG + DE.$$

Como *BD*, *EF*, *GS*, *SA*, *FG* e *DE* eram medidas conhecidas, pois podiam ser determinadas por um instrumento de medida da época, as medidas dos catetos do triângulo *ABR* puderam ser determinadas da seguinte forma:

$$AR = GS - (BD + EF) \text{ e } BR = FG + DE - SA.$$

Com o prolongamento do segmento $\overline{AB}$ até o ponto *P*, e tomando o ponto *Q* sobre o segmento $\overline{BD}$, de forma que $\overline{PQ}$ fosse perpendicular a $\overline{BD}$, como é ilustrado também pela figura 1, Eupalinos obteve o triângulo *BPQ*, que é semelhante ao triângulo *ABR*, pois os dois triângulos são retângulos e $R\hat{A}B = Q\hat{B}P$ (ângulos correspondentes). E, assim, utilizando as propriedades de semelhança de triângulos, decorrentes do *Teorema de Tales*, supostamente descobertas por volta 600 a.C., ele pôde determinar *AB*, por:

$$\frac{AB}{PB} = \frac{BR}{PQ} \Rightarrow \boxed{AB = \frac{BR}{PQ} \cdot PB} \text{ ou,}$$

equivalentemente,

$$\frac{AB}{PB} = \frac{BR}{PQ} \Rightarrow \boxed{AB = \frac{BR}{PQ} \cdot PB}.$$

Após substituir as medidas conhecidas, ele descobriu que seria necessário cavar, em linha reta, 1036 m. Na época, com os recursos de que dispunha, seria um grande desafio.

Observe que, mesmo depois de encontrar as medidas dos dois catetos, Eupalinos não usou o *Teorema de Pitágoras* para determinar a hipotenusa. E nem poderia, pois esse teorema só foi difundido após o massacre da *Escola Pitagórica*, que ocasionou, além da morte da maioria de seus integrantes, a morte de Pitágoras. E isso só ocorreu por volta de 496 a.C. (SINGH, 2001).

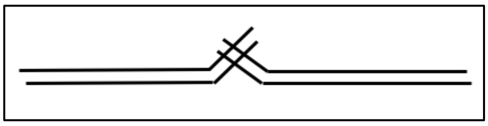
A princípio, pode-se achar que, ao determinar o comprimento do túnel, Eupalinos já conseguiria resolver o problema, mas isso ainda estaria longe de acontecer. Ele ainda precisaria resolver dentre outras questões: como cavar mais de um quilômetro em linha reta? como construir esse túnel em menor tempo possível?

Para construir o túnel em linha reta, acredita-se que ele tenha usado dentro do túnel, durante sua construção, triângulos retângulos feitos em madeira, cavando sempre na direção de sua hipotenusa, mantendo seus catetos sempre paralelos.

[1] Algumas informações aqui apresentadas foram baseadas no artigo “como abrir um túnel se você sabe Geometria”, de Euclides Rocha, publicado na Revista do Professor de Matemática, disponível em http://rpm.org.br/cdrpm/5/2.htm <acesso em 07/10/2020>.

Para conseguir minimizar o tempo, ele montou duas equipes, cada uma cavando de um dos lados; mesmo assim, levaram dez anos. Porém, essa forma de trabalho gerou um novo problema: como ter certeza de que as duas equipes se encontrariam?, pois uma poderia cavar ao lado ou acima da outra. Para resolver isso, Eupalinos orientou as equipes para que, ao se aproximarem do meio, uma derivasse para sua esquerda e outra para sua direita, como é ilustrado pela figura 2. E, além disso, que nessa região, as equipes aumentassem a altura do túnel.

Figura 2 - Esboço da inclinação do túnel no centro

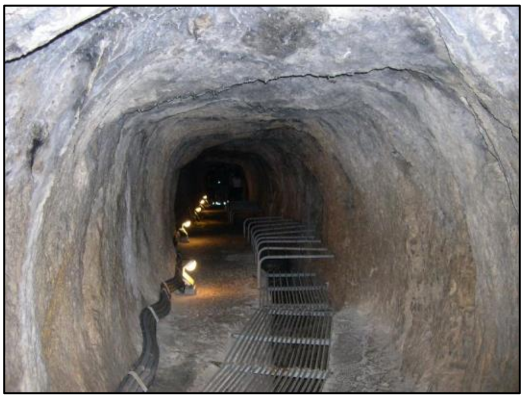


Fonte: Elaborado pelo autor

Diante do que foi exposto, pode-se perceber que o problema de determinar o comprimento do túnel, problema puramente matemático, estava inserido em um contexto cuja situação envolvia diversas questões, ou seja, outros problemas que não eram necessariamente de cunho matemático, podendo ter respostas baseadas em experiências, ou outros aspectos que não necessitariam de um conhecimento matemático. Além disso, nessa situação, estavam envolvidos outros problemas além das questões mencionadas, como as despesas para a construção desse túnel, conseguir mão de obra adequada, evitar desabamento, fazer a água escoar por esse túnel, etc. E quando um problema desse tipo é levado para a sala de aula, o professor de Matemática se concentra exclusivamente em questões matemáticas, como a de determinar o comprimento do túnel. E, muitas vezes, o professor acredita estar trabalhando um problema real na sala de aula e, com isso, preparando o estudante para a vida. Todavia, quando se trabalha com resolução de problemas, é preciso estar ciente de que um problema em sala de aula tem foco, objetivos e resultados diferentes de um problema executado na vida real, e que nem sempre um problema originado de uma situação real poderá produzir mais aprendizagem do que um problema puramente teórico.

Atualmente, esse túnel está aberto à visitação turística, e a figura 3 traz a foto de uma de suas entradas.

Figura 3 - Foto do túnel de Eupalinos



Fonte:
https://pt.wikipedia.org/wiki/Aqueduto_de_Eupalinos
(acesso em 20 de abril de 2020)

Buscando aprofundar a discussão sobre como se deve configurar o uso de resolução de problemas em sala de aula, serão apresentados os problemas 1 e 2 a seguir.

Problema 1

Passarinhos brincam em volta de uma velha árvore. Se dois passarinhos pousam em cada galho, um passarinho fica voando. Se todos os passarinhos pousam, com três em um mesmo galho, um galho fica vazio. Quantos passarinhos são?

Problema 2

Um pedreiro é contratado para colocar piso em um salão em forma de um triângulo cujos lados medem 12m, 15m e 20m. Se cada caixa do piso escolhido é composta por 2,5m^2 de piso, qual o número mínimo de caixas que deverá constar no orçamento apresentado por esse pedreiro ao dono da obra?

Observe que o Problema 2 poderia retratar uma situação real e o Problema 1, aparentemente, é puramente teórico. De qualquer forma, mesmo que o Problema 1 retratasse uma situação ocorrida, existe uma diferença fundamental entre esses dois problemas – o resultado. Se alguém resolvesse o Problema 1 e encontrasse um resultado errado, isso não traria nenhum prejuízo financeiro (possivelmente, nem mesmo outro) nem para quem resolveu e nem a terceiros. Porém, uma solução errada para o Problema 2 acarretaria um prejuízo ao dono da obra e, possivelmente, o pedreiro deveria arcar com as consequências. De fato, se o número de caixas de piso a serem adquiridas, no orçamento, fosse maior que a quantidade necessária, sobraria material, acarretando desperdício ao dono da obra. Se o número de caixas de piso no orçamento fosse inferior à quantidade necessária, o dono da obra precisaria comprar mais; isso demandaria mais tempo, com um possível atraso na entrega da obra e, possivelmente, haveria um gasto adicional com frete, o que acarretaria prejuízo ao dono da obra, pelo tempo gasto e transporte, e também ao pedreiro, pelo atraso na entrega da obra. Além disso, uma solução didática para o Problema 2, obtida calculando a área do triângulo, que representa o salão, e dividindo essa área por 2,5, não seria uma solução adequada à realidade do problema, visto que esse problema carrega consigo algumas especificidades que precisariam ser analisadas em detalhe diante de uma situação real. Essas especificidades seriam: o formato de cada peça de piso (quadrada ou retangular), as dimensões de cada peça, a forma com que as peças seriam assentadas (seu ângulo em relação a um determinado lado do salão), a altura do rodapé, a possibilidade de se perder alguma peça durante o assentamento, dentre outras.

Pelo que foi exposto, percebem-se diferenças fundamentais entre os Problemas 1 e 2. O primeiro, que será chamado de *problema didático*, e que não retrata necessariamente uma situação real, e o segundo, chamado de *problema real*, que poderia retratar uma situação verdadeira do nosso cotidiano. E ainda, observa-se a diferença sobre a importância do resultado para cada caso. No caso de um problema real, o resultado seria a parte mais importante da resolução; o método e as ferramentas utilizadas para se chegar à solução não são importantes, pois o importante é que o método funcione e produza uma solução correta no tempo esperado. No caso de um problema didático, o resultado não seria a parte mais importante do problema, e sim o processo (estratégias, raciocínio, conhecimento matemático, etc.) usado na resolução do problema. Porém, infelizmente, ainda existem professores que valorizam demasiadamente o resultado de um problema didático e desprezam as ideias, o desenvolvimento, o esforço do estudante, por meio de pensamentos críticos e reflexivos, principalmente quando o caminho usado pelo aluno para a resolução é diferente daquele que o professor esperava.

Apesar de ser louvável a atitude de diversos professores, educadores, pesquisadores na área de Educação Matemática, e até de alguns autores de livros didáticos, de buscar uma associação entre os problemas ensinados nas escolas e os problemas da vida real, o fato é que a distância entre essas duas situações continua e continuará grande, pois a questão não está nos problemas, e sim nos objetivos, ou seja, no porquê de se resolver determinado problema, como foi observado para os Problemas 1 e 2 aqui apresentados. Essa questão, inclusive, é levantada por Lins (1999) quando afirma que os significados da rua não são legítimos na escola, e os da escola não são legítimos na rua.

Diante do exposto, conclui-se que as reflexões aqui apresentadas são fruto de uma análise dos trabalhos desenvolvidos dentro de uma Prática Profissional, trabalhada pelo autor deste texto, levando em consideração sua larga experiência como professor formador de professores, e tendo por base de fundamentação livros, artigos, dissertações e teses que abordam o tema resolução de problemas em sala de aula. Observa-se que o foco dessas reflexões se restringiu a problemas didáticos, ou seja, à resolução de problemas cujos objetivos são o desenvolvimento cognitivo, a produção de significado para novos objetos matemáticos e a aplicação de conhecimentos matemáticos na resolução de problemas. Reitera-se que para se atingirem esses objetivos, o resultado do problema não deverá ser a parte mais importante, e sim os métodos, os procedimentos, o raciocínio, etc., que são empregados pelo estudante, e que sejam capazes de levar esse estudante a desenvolver um pensamento ativo e reflexivo, necessário à sua aprendizagem ou ao desenvolvimento de suas habilidades. Nessa situação, mesmo que o aluno determine uma solução errada ou não consiga obter uma solução para o problema, ele poderá ter um crescimento significativo no desenvolvimento de sua flexibilidade de pensamento, ou no entendimento e na construção de novos conhecimentos; consequentemente, os objetivos, mesmo que parciais, poderão ter sido alcançados.

Resolução de Problemas no Contexto Didático-Pedagógico

De antemão é preciso esclarecer o que deve ser entendido como Resolução de Problemas. Inclusive Stanick e Kipatrick (1989) chama a atenção sobre o fato de que é recente pensar resolução de problemas não apenas como uma ação de resolver um determinado problema; ele diz:

> Os problemas ocupam um lugar central nos currículos desde a Antiguidade, mas a resolução de problemas não. Só recentemente apareceram educadores matemáticos aceitando a ideia de que o desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas merece atenção especial. (STANIC; KILPATRICK, 1989, p. 1)

Nesse sentido, pode-se pensar Resolução de Problemas de três formas: a ação de resolver um problema; ou uma metodologia de ensino; ou um campo de estudos, ou seja, uma área de pesquisa. No primeiro caso, em que as letras serão escritas todas minúsculas, a intenção é simplesmente fazer referência a uma atividade dinâmica que está, ou que será, ou que foi desenvolvida por um indivíduo, isto é, o ato de resolver um problema. No segundo caso, em que serão as primeiras letras, R e P, serão escritas em maiúsculas, Resolução de Problemas é pensada como uma metodologia de ensino, ou seja, os problemas usados são com a intenção de produzir aprendizagem, ou desenvolver habilidades, ou avaliar algum conhecimento específico. Por fim, no terceiro caso, também com as primeiras letras maiúsculas, a Resolução de Problemas é vista como uma área de investigação, um campo a ser estudado, ou seja, a intenção é buscar entender o que é Resolução de Problemas, como ela se constitui e se configura em cada contexto e quais as suas potencialidades para a produção de aprendizagem, para o desenvolvimento cognitivo ou de habilidades do indivíduo, dentre outros.

A restrição a problemas didáticos, por si só, não institui os objetivos de se trabalhar Resolução de Problemas em sala de aula. De fato, pode-se propor um mesmo problema didático com intenções diferentes. Com isso, a resolução de um problema pode ser trabalhada em sala de aula de formas diferentes. Schroeder e Lester, em seu artigo de 1989, *Developing Understanding in Mathematics via Problem Solving*[2], defendem que existem apenas três formas de utilizar a resolução de problemas em um contexto didático-pedagógico. Eles classificaram essas formas de trabalhar resolução de problemas em sala de aula como: um ensino *sobre* resolução de problemas, um ensino *para* resolução de problemas e um ensino *através* da resolução de problemas.

O ensino *sobre* resolução de problemas refere-se ao modelo apresentado por George Polya em seu clássico *How to solve it*, traduzido para o português como *A Arte de Resolver Problemas*, ou uma variação dele. Esse livro possui diversas edições e reimpressões, e aqui, faz-se referência à sua edição de 2006. Nessa forma de ensinar, sobre resolução de problemas, o foco é desenvolver habilidades nos estudantes em resolver problemas. Para isso, Polya (2006) apresenta quatro fases, que ele afirma serem usadas por especialistas em resolução de problemas. Essas fases são: entender o problema, idealizar um plano, executar o plano e observar o caminho inverso utilizado na resolução do problema. Com um trabalho efetivo e constante, acredita-se que o aluno se tornará um bom resolvedor de problemas. Porém, para alcançar esse objetivo, o professor precisa, adicionalmente, ensinar *estratégias* (ou *heurísticas*) que servirão para visualizar ou que poderão ser escolhidas para auxiliar na execução do plano. Em suma, essa abordagem de resolução de problemas tem como foco tornar o aluno um bom resolvedor de problemas de Matemática e, com isso, a aprendizagem se dará pela prática de resolução de problemas.

[2] Desenvolvendo Aprendizagem Matemática através da Resolução de Problemas.

Ao ensinar *para* resolução de problemas, o professor se concentra na maneira como a matemática ensinada pode ser aplicada na resolução de problemas, rotineiros ou não rotineiros. Embora a aquisição de conhecimento seja importante, o essencial é que o aluno seja capaz de utilizá-lo. Ao ensinar nessa abordagem, em geral, o professor apresenta o conteúdo aos alunos, por meio de uma definição e suas propriedades, teorema, etc.; apresenta vários exemplos, tentando abranger a maior quantidade de situações possíveis, para que o aluno seja capaz de resolver outros problemas baseando-se nos exemplos apresentados. O professor que se utiliza dessa abordagem não está preocupado em desenvolver as habilidades do aluno para resolver problemas; ele almeja apenas que o aluno seja capaz de reproduzir o que já foi feito, adaptar os procedimentos executados pelo professor e utilizar a matemática aprendida para resolver outros problemas.

Ao ensinar *através* da resolução de problemas, os problemas são usados como um ponto de partida para a introdução de um novo conceito, conteúdo ou procedimento. Durante a resolução de um problema por parte dos estudantes, a principal função do professor é fazer com que eles evidenciem relações entre os conteúdos envolvidos na resolução do problema e o novo conteúdo a ser ensinado. Essa forma de ensino se constitui como eficiente quando o professor tem habilidade suficiente para fazer com que os estudantes construam seu próprio conhecimento. Segundo Onuchic e Alevatto (2011), para que isso aconteça, o professor deve deixar de ser o centro das atenções e passar para o aluno a maior responsabilidade na produção do seu próprio conhecimento. Nesse sentido, o professor deve agir como mediador entre as ações do aluno, durante a resolução do problema, e o novo conceito a ser introduzido. A aprendizagem matemática, dessa maneira, pode ser vista como um movimento do concreto (conhecimentos matemáticos inerentes ou relacionados ao problema) para o abstrato (uma instância do novo conceito, ou novo conteúdo, ou nova técnica matemática).

Na tradução do artigo de Schroeder e Lester (1989), o que foi chamado aqui de *através da*, alguns pesquisadores têm traduzido também como *via* ou *por meio de*. Para alguns, as três traduções (*através da*, *via* e *por meio de*) são entendidas como sendo a mesma coisa, ou seja, durante a resolução do problema o professor leva o estudante a construir um conhecimento novo. Porém, para nós e para alguns professores e pesquisadores, existem diferenças entre essas três conotações. Ensinar *via* resolução de problemas seria utilizar o problema como um caminho (via) para a introdução de um novo conceito, conteúdo ou procedimento. Esse algo novo a ser aprendido, muitas vezes, apresenta-se como a própria solução do problema. Por outro lado, no ensino *através da* resolução de problemas, o professor busca fazer com que o aluno conceba esse algo novo, não apenas no final, mas durante a resolução do problema, ou seja, a palavra através é usada no sentido de "no decorrer de", um dos verbetes do dicionário Houaiss e Villar (2009). E, finalmente, no ensino *por meio de* resolução de problemas, o professor utiliza um problema que o aluno acabou de resolver para introduzir algo novo, isto é, evidencia elementos que sugiram durante a resolução do problema, que têm alguma relação direta com o conceito (conteúdo ou procedimento) novo que deseja introduzir, e, enfatizando essa relação, promove uma formalização do que deseja ensinar.

Das três conotações, *através da*, *via* e *por meio de*, muitas vezes, não seria possível dizer de antemão qual delas ocorreria efetivamente na prática, pois isso dependeria do comportamento dos estudantes, da condução do professor e das características do problema. De fato, a eficiência de um problema, proposto pelo professor, só poderá ser constatada durante a aplicação desse problema em sala de aula, inclusive isso foi evidenciado durante a Prática Profissional trabalhada pelo autor deste artigo. Ademais, essa forma de ensino deverá dar liberdade ao aluno para buscar seus próprios caminhos para resolver o problema e, com isso, a aula poderá tomar rumos diferentes do imaginado pelo professor a priori.

No contexto da sala de aula, se o foco for um ensino eficiente e, principalmente, a aprendizagem matemática do aluno, o melhor seria trabalhar as três vertentes. O ensino na vertente *através da* resolução de problemas vem sendo apontado por diversas pesquisas como sendo uma forma eficiente para introduzir novos conceitos com significado. Uma das grandes dificuldades em se trabalhar essa vertente, apontada por Ferreira, Martins e Andrade (2018), é a falta de habilidade que os estudantes têm em resolver problemas. Nesse sentido, o ensino *sobre* resolução de problemas pode se configurar como uma etapa importante antes do ensino *através da* resolução de problemas. E, após a introdução de um novo conceito, mesmo que feita de forma eficiente, levando o aluno a produzir conhecimento, é preciso trabalhar atividades que ponham em prática o conhecimento aprendido, para fixar e aplicar esse conhecimento, bem como ampliar os seus significados. E isso demanda um ensino na abordagem *para* resolução de problemas.

Em suma, para que se tenha um trabalho efetivo com Resolução de Problemas em sala de aula, é preciso estar atento às novas perspectivas que essa forma de trabalho pode oferecer. É preciso pensar na Resolução de Problemas como campo de estudos e também como metodologia. E quando isso é feito, deve-se ter em mente quais são os objetivos do ensino, pois, segundo Bransford; Brown e Cocking (2007), o objetivo de ensinar nem sempre é o de produzir aprendizagem; às vezes, pode ser o de desenvolver habilidades ou o de treinar um indivíduo para alguma avaliação que necessite apenas de memorização de conteúdos ou da reprodução de algum tipo de procedimento.

Considerações

A Matemática, muitas vezes, é pensada como um instrumento necessário, e até mesmo indispensável à vida humana, e para defender essa premissa, muitas vezes, usa-se o argumento de que existe Matemática em tudo, e necessita-se o tempo todo resolver algum problema do cotidiano em que um conhecimento matemático seria indispensável. A partir daí, cria-se a ideia de que o conhecimento matemático tem uma relação muito estreita com a capacidade que um indivíduo possui para resolver todos os problemas que requerem um raciocínio lógico apurado, criando, inclusive, a impressão de que conhecimento matemático e inteligência são sinônimos.

Neste trabalho, não se negou que o conhecimento matemático seja necessário ao ser humano, tampouco que ele possa auxiliar de forma significativa na resolução de diversos problemas enfrentados no dia a dia. Porém, as reflexões aqui apresentadas são, de certa forma, para observar que os problemas que se enfrentam no cotidiano nem sempre são equacionáveis, pois podem agregar questões extrínsecas à Matemática, por requererem e apresentarem especificidades que não são próprias da Matemática. E a tenacidade em ver a Matemática apenas como um instrumento necessário à melhoria de qualidade de vida de um indivíduo, pelo fato de ela dar condições para esse indivíduo resolver parte dos seus problemas diários, mostra uma visão muito estreita da Matemática e, principalmente, da resolução de problemas.

É preciso enfatizar também que o ensino de Matemática não deve se restringir à produção de um conhecimento imediatista que tome a Matemática apenas como uma ferramenta para a resolução de problemas, isto é, como uma ferramenta para se executar uma ação necessária e momentânea. A Matemática é muito mais que isso, ela possui potencialidades que poderiam torná-la um instrumento transformador da sociedade. Por isso, durante o ensino de um determinado conteúdo, é preciso que essas potencialidades sejam identificadas, discutidas e colocadas em prática. E a Resolução de Problemas se apresenta como um instrumento eficiente para isso, capaz de auxiliar na promoção de uma transformação do indivíduo, tanto epistemológica quanto social.

Diante disso, Resolução de Problemas não deve mais ser pensada apenas como ação; ela deve ser entendida como instrumento para produção de aprendizagem, e suas potencialidades precisam ser estudadas, entendidas e melhoradas, para que o processo de resolução de um problema seja mais bem explorado, dentro de um contexto e frente a um objetivo bem definido.

Em cada etapa desta investigação, foi apresentado um forte posicionamento do pesquisador, fundamentado em pesquisas, configurando suas reflexões a partir do seu entendimento, validado em sua experiência como docente e como pesquisador na área de Resolução de Problemas.

Referências

BRANSFORD, John D; BROWN, Ann L; COCKING, Rodney R (Orgs.). **COMO AS PESSOAS APRENDEM: cérebro, mente, experiência e escola**. Tradução Carlos David Izak. São Paulo: Senac, 2007.

FERREIRA, Nilton Cezar; MARTINS, Egídio Rodrigues; ANDRADE, Cecília Pereira De. CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO NA PERSPECTIVA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS. In: PINHEIRO, Jose Milton Lopes; LEAL, Luiz Carlos (Orgs.). . **A Matemática e seu Ensino: olhares em Educação Matemática**. São Paulo: LF Editorial, 2018. p. 143–161.

GIL, Antônio Carlos. **MÉTODOS E TÉCNICAS DE PESQUISA SOCIAL**. 7. ed. São Paulo: Atlas, 2019. 230 p. .

HOUAISS, A; VILLAR, M S. **Dicionário Houaiss da Língua Portuguesa**. Rio de Janeiro: Objetiva, 2009. .

KAUARK, F S; MANHÃES, F C; MEDEIROS, C H. **Metodologia da pesquisa: um guia prático**. Itabuna-BA: Via Litterarum, 2010. 86 p. .

LINS, Rômulo Campos. POR QUE DISCUTIR TEORIA DO CONHECIMENTO É IMPORTANTE PARA A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (Org.). . **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas**. São Paulo: UNESP, 1999.

ONUCHIC, L R; ALLEVATO, N S G. Pesquisas em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **BOLEMA - Boletim de Educação Matemática** v. 25, n. 41, p. 73–98 , 2011.

ONUCHIC, L R. Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. In: BICUDO, M A (Org.). . **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas**. São Paulo - SP: UNESP, 1999.

POLYA, G. **A arte de Resolver Problemas**. Tradução H L Araújo. Rio de Janeiro-RJ: Editora Interciência, 2006. 203 p. .85-7193-136-4.

SCHROEDER, T L; LESTER JR., FRANK K. Developing Understanding in Mathematics via Problem Solving. In: TRAFTON, P R; SHULTE, A P (Ed.). . **New Directions for Elementary School Mathematics**. year book. Reston-VA: NCTM-National Council of Teachers of Mathematics, 1989.

SINGH, Simon. **O Último Teorema de Fermat**. Tradução Jorge Luiz Calife. 8. ed. Rio de Janeiro: Record, 2001. .

STANIC, G M A; KILPATRICK, J. Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum. **The teaching and assessing of mathematical problem**. Reston-VA: NCTM e Lawrence Erlbaum, 1989. p. 1–22.

Nilton Cezar Ferreira: Doutor em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista - UNESP(2017), Mestre em Matemática pela Universidade Federal de Goiás - UFG (2000), Bacharel em Matemática pela Universidade Federal de Goiás - UFG (1995). Atualmente é professor de Matemática do Instituto Federal de Goiás-IFG. Contato: niltoncezar@gmail.com