

COMUNICAÇÃO EM ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA COM EXPERIMENTAÇÃO: UMA ANÁLISE DA ATRIBUIÇÃO DE SIGNIFICADO

Communication in mathematical modelling activity with experimentation: an analysis of assignment of meaning

Robson Aparecido Ramos Rocha

Paulo Henrique Hideki Araki

Karina Alessandra Pessoa da Silva

Resumo

Neste artigo apresentamos resultados de uma pesquisa na qual inferimos sobre atribuição de significado no processo de comunicação em uma atividade de modelagem matemática com experimentação. A pesquisa está fundamentada nos pressupostos teóricos da Modelagem Matemática e da Semiótica Peirceana. A busca por evidências relacionadas à atribuição de significados é permeada pelos interpretantes produzidos em processos de comunicação de estudantes da 2ª série do Ensino Médio de um colégio situado no estado do Paraná na disciplina de Química. Os aportes metodológicos que nortearam nossas análises fundamentam-se na pesquisa qualitativa. O processo analítico indica que os momentos de um experimento investigativo e as fases de uma atividade de modelagem matemática apresentam similaridades entre si e a comunicação é constituída por meio de signos interpretantes que sinalizam atribuição de significado para objetos matemáticos e científicos vivenciados nas disciplinas de Matemática e Química.

Palavras-chave: Educação Matemática; Semiótica; Modelo matemático; Experimento educacional.

Abstract

In this article we present results of a research in which we infer about meaning attribution in the communication process in a mathematical modeling activity with experimentation. The research bases itself on the theoretical assumptions of Mathematical Modeling and Peircean Semiotics. The search for evidences related to the attribution of meanings permeates itself by the interpretants produced in the communication processes of students from 2nd grade of High School in a school located in the

state of Paraná in the subject of Chemistry. The methodological contributions that guided our analysis are based on qualitative research. The analytical process indicates that the moments of an investigative experiment and the phases of a modeling activity have similarities to each other, and communication is constituted by interpretants signs that signal the attribution of meaning to mathematical and scientific objects experienced in the disciplines of Mathematics and Chemistry.

Keywords: Mathematics Education; Semiology; Mathematical models; Educational experiment.

Introdução

Ao longo das últimas décadas, pesquisadores da área de Ensino têm voltado os seus esforços para uma mudança de paradigma na Educação Matemática e na Educação Científica, buscando organizar a prática de ensino. De um modo geral, tem-se voltado o foco para o desenvolvimento de práticas que levam em consideração a conscientização crítica de como Ciência e Matemática se constituem em diferentes níveis da sociedade (FREJD, 2020). Uma dessas práticas é a Modelagem Matemática que, segundo Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 9), se constitui como “[...] alternativa pedagógica que se aborda, por meio da Matemática, um problema não essencialmente matemático”.

De modo a estabelecer uma aproximação entre as duas áreas, pesquisadores têm voltado os seus esforços em discutir relações evidenciadas entre Modelagem Matemática e Ciências, tomando como base a realização de experimentos (CARREIRA; BAILOA, 2018;

SILVA; VERTUAN; SILVA, 2018; ARAKI, 2020; ROCHA, 2021).

Aduzindo a capacidade de articulação entre diferentes áreas do conhecimento proporcionada pela Modelagem Matemática, a relação entre essa prática com atividades que envolvem experimentação permite a “[...] discussão de ideias, elaboração de hipóteses explicativas e experimentos para testá-las” (BASSOLI, 2014, p. 583). Logo, conjecturamos que atividades de modelagem matemática com experimentação podem possibilitar ao estudante o desenvolvimento de conhecimentos matemáticos.

Acreditamos, assim, na potencialidade destas atividades para o desenvolvimento de conhecimentos voltados para a explicação de eventos e objetos físicos, químicos e biológicos, ao passo que “[...] observações, conjecturas, experimentos, verificações, refutações, conceitos, modelos, teorias, estão na essência da construção do conhecimento científico” (MOREIRA, 2014, p. 2). Pode, ainda, contribuir para o desenvolvimento da comunicação e a capacidade de compreender processos significativos no contexto comunicacional.

Silva, Vertuan e Silva (2018), ao se embasarem em relatórios escritos de atividades de modelagem matemática de estudantes de um curso de Licenciatura em Química elencaram a possibilidade de tais atividades aumentarem as relações sociais. Porém essas indicações não foram evidenciadas “[...] devido às limitações que relatórios escritos apresentam”, o que torna “[...] necessário um acompanhamento presencial do pesquisador, sendo uma possibilidade de pesquisa futura” (SILVA; VERTUAN; SILVA, 2018, p. 70).

Assim, considerando a possibilidade de potencialização das relações sociais por meio da Modelagem Matemática, nos debruçamos na comunicação que tais atividades podem propiciar para evidenciar atribuição de significado no contexto da experimentação. Entendemos por comunicação a produção de signos interpretantes que, por sua vez, podem ser caracterizados como recursos que alguém utiliza para representar algo em meio a duas mentes, nas quais uma enuncia o signo

enquanto a outra interpreta o signo (PEIRCE, 1998); e por significado o efeito interpretativo que é produzido pelo signo interpretante na mente de um intérprete (SANTAELLA, 2008).

Tendo em vista que, no âmbito da Educação Matemática, “[...] a comunicação e a construção de significados em ambientes educacionais estão sempre entrelaçadas e são mediadas por signos” (ALMEIDA; SILVA, 2018, p. 698), investigamos a seguinte questão: *que evidências de atribuição de significado decorrem do processo de comunicação de estudantes da 2ª série do Ensino Médio no desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática com experimentação?*

Diante do exposto, descrevemos nas próximas seções a nossa compreensão sobre Modelagem Matemática, comunicação e significado, a metodologia que subsidia a constituição do *corpus* dessa pesquisa, a descrição e a análise da atividade de modelagem matemática desenvolvida pelos estudantes e trazemos algumas reflexões acerca da questão de investigação.

Modelagem Matemática e experimentos investigativos

Diversas são as acepções encontradas na literatura acerca da caracterização para Modelagem Matemática na Educação Matemática (GALBRAITH, 2012; ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012; MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2019). Nosso entendimento converge para a sua constituição enquanto um encaminhamento para apresentar uma solução para uma situação-problema por meio de procedimentos matemáticos.

Com base em um processo de simplificação e estruturação, a Modelagem Matemática objetiva a representação de uma situação inicial (problemática) a partir de um modelo matemático. Almeida, Silva e Vertuan (2012) caracterizam modelo matemático como todo sistema de natureza conceitual, descritivo ou explicativo deduzido de forma a descrever outro sistema, possibilitando a realização de inferências e predições sobre tal.

Ao analisarmos o potencial da Modelagem Matemática no contexto educacional, percebemos que essa prática pode se configurar enquanto uma alternativa pedagógica, visando “[...] relacionar Matemática escolar com questões extra-matemáticas de interesse dos estudantes, configurando uma atividade que se desenvolve segundo um esquema – um ciclo de modelagem” (ALMEIDA; BRITO, 2005, p. 487).

De maneira a caracterizar esse ciclo, Almeida, Silva e Vertuan (2012) apontam a presença de cinco fases: a inteiração, caracterizada pelo primeiro contato entre o modelador e a situação a ser investigada, com base na busca de informações e coleta de dados (qualitativos e quantitativos); a matematização, fase na qual ocorre a transição da linguagem natural da situação-problema para uma linguagem matemática; a resolução, marcada pelo uso de procedimentos e técnicas matemáticas para a dedução de um modelo matemático capaz de descrever a situação; a interpretação dos resultados obtidos à luz da situação inicial; e a validação, processo avaliativo das representações matemáticas que foram obtidas quanto à adequação da solução encontrada para o problema.

Segundo a gênese da temática a ser investigada, é possível a abordagem de diversos tipos de situações-problema, ao passo que a Modelagem Matemática “[...] constitui-se em um sentido amplo, num método científico utilizado pela matemática para a resolução de problemas, principalmente daqueles apresentados por outras áreas do conhecimento” (JACOBINI, 2004, p. 57). Deste modo, a Modelagem Matemática pode ser entendida como uma possibilidade de investigação de temas advindos de áreas do conhecimento como a Física, a Química, a Biologia e as Ciências Sociais. Tal investigação é potencializada ao associarmos a Modelagem Matemática a experimentação.

Para Suart e Marcondes (2009), o planejamento e o encaminhamento de uma atividade que envolve experimentos investigativos podem ocorrer em três momentos distintos: o momento pré-

laboratório, focado nos aspectos teóricos do fenômeno a ser investigado, bem como na definição de um protocolo de organização do processo laboratorial; o momento laboratório, caracterizado pela realização do experimento; e o momento pós-laboratório, a partir da discussão dos resultados para a conceituação final e possíveis generalizações.

Dada a possibilidade de construção de conhecimentos, entendemos que, em uma atividade de modelagem matemática a partir de experimentos, torna-se imperativa a participação dos estudantes nos processos investigativos, de forma a oportunizar momentos de discussão e trocas de conhecimentos. Logo, a comunicação se constitui enquanto um aspecto relevante para a atividade.

Comunicação e atribuição de significado na Semiótica Peirceana

De uma perspectiva da Semiótica Peirceana¹, a comunicação é tida como um sistema de códigos constituído por signos interpretantes, evidenciados na interação social entre indivíduos (PEIRCE, 1998). Santaella (2008) explica que os signos interpretantes podem se constituir enquanto recursos de pensamento, de escrita, de fala, de gesticulação, de compreensão, de raciocínio ou de aprendizagem entre duas ou mais pessoas. Desta forma, há a necessidade de um emissor e de um intérprete para que a comunicação seja contemplada.

Visando apresentar considerações acerca dos processos comunicativos, Peirce (1998) configurou uma Teoria de Comunicação, na qual explica que todo pensamento pode ser visto sob um ponto de vista dialógico, ao passo que a relação triádica entre signo, objeto e interpretante pode ser contemplada na relação emissor-intérprete. Desta forma, o autor estabelece uma nova relação de interpretantes: o interpretante intencional, referente ao significado do emissor e destinado a ser mediado de maneira mais preservada possível para o intérprete; o interpretante efetual, indicando uma estrutura de entendimento e não de qualquer modo de

¹ Um signo encontra-se no lugar de um objeto, inacessível à percepção humana, possibilitando que alguém seja capaz de

interpretar essa relação, a partir de signos interpretantes (PEIRCE, 2015).

interação instrumental; e o interpretante comunicacional, referindo ao momento em que os participantes do ato comunicativo identificam o objeto² e o contexto, chegando a acordos mútuos, ou seja, *commens* que consiste em tudo o que é e deve ser bem compreendido entre emissor e intérprete a fim de que o signo em questão cumpra sua função (PEIRCE, 1998).

A relação evidenciada entre emissor e objeto é, para Peirce, o fundamento para a comunicação, de modo que a partir da escolha do objeto ou da instância do domínio, o emissor é capaz de produzir um interpretante intencional e proporcionar o início da comunicação. Logo, parece-nos natural buscar uma relação entre comunicação e a compreensão de processos, sobretudo no que tange à atribuição de significado aos objetos.

Para Santaella (2008) a definição de significado, em uma perspectiva semiótica peirceana, pode ser tida como:

[...] aquilo que se desloca e se esquivava incessantemente. O significado de um pensamento ou signo é um outro pensamento. Por exemplo: para esclarecer o significado de qualquer palavra que, em alguns traços, possa substituir a anterior, basta folhear um dicionário para que se veja como isto, de fato, é assim (SANTAELLA, 2008, p. 32).

Ao denotar que o significado de um signo ou pensamento é outro que o substitui, podemos associar significado aos signos interpretantes, ou seja, ao efeito interpretativo que é produzido pelo signo na mente de um intérprete (SANTAELLA, 2008), em um processo caracterizado como semiose. Para Santaella e Nöth (2004), a semiose corresponde a um processo no qual um signo possui um efeito cognitivo sobre um intérprete, promovendo a mediação entre objeto (o que ele representa) e interpretante.

Assim, entendemos que, em um contexto de atividades de modelagem matemática a partir da experimentação, a

comunicação pode fornecer indícios acerca da forma como estudantes atribuem significado aos objetos que são mobilizados, sejam esses matemáticos ou não.

Metodologia

O presente artigo apresenta uma investigação conduzida acerca da atribuição de significado por estudantes no processo de comunicação de atividades de modelagem matemática subsidiadas por experimentos investigativos, a partir de um enfoque semiótico. Para Eco (2014), tal enfoque leva em consideração um grupo vasto de fenômenos, tais como o uso natural de diversas linguagens, a evolução e a transformação dos códigos, a comunicação estética, os vários tipos de interação comunicativa e o uso dos signos para mencionar coisas e estados do mundo.

De modo a alcançarmos o objetivo estabelecido, realizamos uma pesquisa de caráter qualitativo, embasados na premissa de que “[...] a fonte direta dos dados é o ambiente natural” (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 47), em nosso caso, o próprio ambiente escolar onde os processos de comunicação e atribuição de significado ocorreram. Para isso, analisamos uma atividade de modelagem matemática desenvolvida por alunos de uma 2ª série do Ensino Médio, na disciplina regular de Química, ministrada pelo primeiro autor³ deste artigo. A turma era composta por nove estudantes, todos moradores da zona rural, dos quais oito⁴ participaram efetivamente do desenvolvimento da atividade.

A temática da atividade está relacionada à propriedade de crioscopia em que os alunos analisaram em que condições uma amostra de solução perde calor mais rapidamente. Uma síntese da atividade, organizada segundo os três momentos caracterizados por Suart e Marcondes (2009), encontra-se apresentada no Quadro 1.

² Entendemos objeto como “[...] aquilo que determina o signo, ao mesmo tempo que é aquilo que o signo, de alguma forma, representa, revela ou torna manifesto - não pode ser restringir à noção de um existente ou objeto real [...]” (SANTAELLA, 2012, p. 15).

³ O professor, primeiro autor deste artigo, possui formação em Licenciatura em Matemática e Licenciatura em Química.

⁴ Um dos alunos não participou do desenvolvimento devido às faltas recorrentes, inclusive nos dias do desenvolvimento da atividade.

Quadro 1 – Síntese da atividade desenvolvida

Temática	Momento	Tempo	Ações empreendidas
Quem perde calor mais rápido?	Pré-laboratório	1 hora-aula	<ul style="list-style-type: none"> Leitura de um texto sobre o fenômeno de crioscopia; Definição da situação-problema; Definição dos procedimentos experimentais.
	Laboratório	1 hora-aula	<ul style="list-style-type: none"> Condução dos experimentos.
	Pós-laboratório	1 hora-aula	<ul style="list-style-type: none"> Dedução de um modelo matemático, a partir de um sistema de equações; Resolução do problema; Validação do modelo matemático deduzido.

Fonte: Elaborado pelos autores

De modo a compor o *corpus* de nossa pesquisa, recorreremos a gravações de áudio e vídeo dos estudantes na atividade. Essas gravações foram transcritas, atribuindo os códigos E₁, E₂, E₃, ..., E₈ para a identificação das falas dos estudantes e P para a fala do professor. Alguns encaminhamentos foram registrados por meio de fotografias, de modo a ilustrar as ações dos estudantes e subsidiar nossas análises. Ainda, na ocorrência de registros escritos por parte dos estudantes, os mesmos foram coletados.

A coleta de dados se procedeu mediante autorização da equipe diretiva do colégio, bem como dos pais ou responsáveis dos estudantes envolvidos, por meio do preenchimento de um termo de consentimento livre e esclarecido.

Para inferir sobre os dados coletados, tomamos como base a Teoria de Comunicação de Peirce (1998), reconhecendo e caracterizando os signos interpretantes utilizados ou produzidos pelos estudantes no decorrer da atividade: os signos interpretantes intencionais (SII), os signos interpretantes efetivos (SIE) e os signos interpretantes comunicacionais (SIC). Associadas a essas caracterizações, recorreremos ao trabalho de Silva (2013), ao elencar cinco evidências de atribuição de significados aos objetos mobilizados, tomando como base os signos interpretantes: *familiaridade; intenção de significar; ideia remetida; consequência futura; e experiência colateral.*

Resultados e discussões

No momento pré-laboratório da atividade, o professor sugeriu a leitura de um texto relacionado à utilização de sal para o derretimento do gelo nas estradas. Após a leitura, os estudantes mostraram-se interessados pela temática e decidiram investigar o resfriamento de soluções, como apresentado na transcrição a seguir:

E₁: Professor, então uma solução que contenha sal, por exemplo, água e sal, demora muito mais tempo para congelar?

P: O que vocês acham?

E₄: Pelo que diz no texto parece que sim! O sal derrete o gelo deixando ele mais gelado ainda, só que na forma líquida, então ele vai demorar mais tempo para congelar e virar gelo novamente.

[...]

E₃: Dava pra gente fazer um teste para tentar verificar quem congela mais rápido, a água ou a água com sal.

E₁: Podemos fazer com água e uma solução de água com sal em resfriamento ao mesmo tempo e podemos analisar como vai acontecer o resfriamento nos dois casos.

E₄: Acho que vai dar até para fazer um gráfico [...], porque à medida que o tempo vai passando a temperatura vai diminuir.

A comunicação neste primeiro momento correspondeu à expectativa do professor, uma vez que evidenciou a elaboração de dois problemas de investigação: o tempo de congelamento e o comportamento do resfriamento. Podemos evidenciar a ação de um SIC na fala de E₄, ao estabelecer relações entre a Matemática e o tema discutido oriundo da Química – *Acho que vai dar até para fazer um gráfico [...], porque à medida que o tempo vai passando*

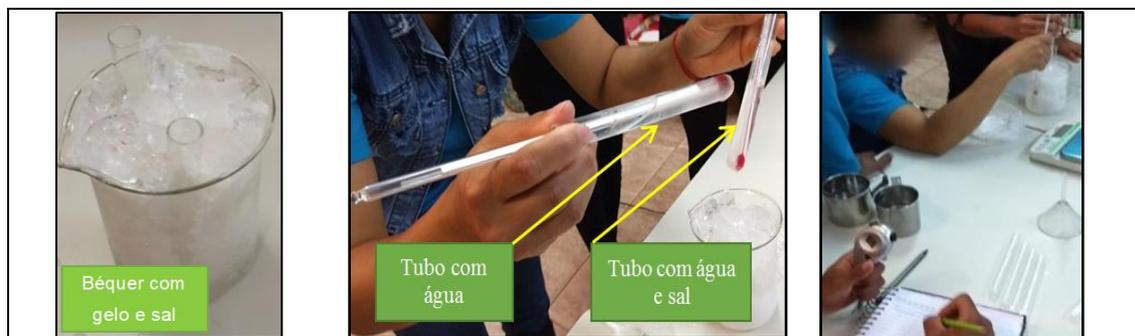
a temperatura vai diminuir –, indicando uma possível relação com o objeto matemático⁵ grandezas inversamente proporcionais. Deste modo, o SIC produzido por E₄ é uma relação entre o SII do professor, que apresentou o texto, e o SIE na mente do estudante, relacionado ao conhecimento sobre grandezas.

Com as assertivas de E₄ podemos inferir que um significado ao objeto matemático grandezas inversamente proporcionais está associado a uma *ideia* que esse estudante possui, uma vez que sugere a construção de um gráfico antes mesmo de realizar a coleta de dados. Ou seja, há uma associação entre o signo e o objeto (SANTAELLA, 2008). Ainda, percebemos

que houve a atribuição de significado na *intenção* de definir um problema a ser investigado – estudar o comportamento do resfriamento das soluções.

Com vistas à coleta de dados empíricos, no momento laboratório, o professor disponibilizou os materiais necessários e apresentou um encaminhamento para auxiliar os alunos (Figura 1), organizados em dois grupos: GA⁶, constituído pelos estudantes E₁, E₃, E₆ e E₇, ficou responsável pelo experimento com o tubo contendo água e o GB⁷, formado por E₂, E₄, E₅ e E₈, pelo tubo contendo a solução de água e sal.

Figura 1 – Encaminhamentos para a coleta de dados



Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Em ambos os casos, os tubos eram dispostos em um béquer contendo gelo e sal e a temperatura do líquido era aferida a cada 30 segundos, obtendo os dados dispostos na Tabela 1.

Tabela 1 – Dados coletados pelos grupos no decorrer do experimento

Tempo (s)	Temperatura Grupo A (°C)	Temperatura Grupo B (°C)
0	20	20
30	10	6
60	0	-8
90	0	-9
120	0	-10
150	0	-10

Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Durante o experimento, o GA observou que a temperatura variou durante as duas primeiras coletas, quando a temperatura atingiu 0°C. Nesse instante, o conteúdo do tubo de ensaio começou a solidificar e a temperatura permaneceu constante. O GB observou que a temperatura da solução no interior do tubo de ensaio decresceu mais rápido, em comparação com o tubo de ensaio contendo apenas água. Após 120 segundos de coleta de dados, a solução não apresentava indícios de solidificação, mesmo atingindo -10°C, se mantendo constante nas próximas coletas.

Com base no experimento, os estudantes conseguiram responder ao primeiro problema definido anteriormente (o tempo de congelamento), ao evidenciarem

5 Um objeto matemático é definido como sendo qualquer entidade, de natureza real ou imaginária, à qual um indivíduo se refere em uma atividade matemática (D'AMORE; GODINO, 2007).

⁶ Utilizaremos a sigla GA para nos referir ao grupo A.

⁷ Utilizaremos a sigla GB para nos referir ao grupo B.

que a água congelou mais rápido (60 segundos) que a solução de água e sal (que não congelou). Nesse sentido, as comunicações evidenciadas nesse momento pareciam estar voltadas para a atribuição de significado acerca do problema na *intenção* de apresentar uma solução e enquanto *consequência* da coleta de dados orientada pelo professor.

Durante a discussão dos resultados no momento pós-laboratório, os grupos voltaram os esforços para apresentar uma solução para o segundo problema (o comportamento de resfriamento). Para isso, apresentaram indícios de procedimentos que poderiam ser utilizados para interpretar matematicamente a situação:

GA

E1: [...] Em um minuto a temperatura da água caiu rápido de 10 em 10°C e depois manteve 0°C.

E3: Sim. A temperatura variou em um mesmo intervalo, de 10 em 10 a cada 30 segundos, podemos fazer um gráfico, acho que vai dar uma reta até aqui [aluno apontando para os dados coletados], aí dá uma função de primeiro grau, depois é sempre zero, não é mesmo professor?

P: Qual o ponto de solidificação da água?

E3: 0°C, então sempre vai ser 0 depois de 60 segundos, independente de quanto tempo passar, porque vai ser gelo.

GB

E8: Aqui também! A temperatura da solução de água e sal cai muito rápido até chegar -8°C, mas depois, mantém uma variação constante de -1°C até chegar em -10°C.

P: Como vocês pensaram na representação? O que acham de representarem os valores em um gráfico também?

E4: Isso! Vamos montar um gráfico, acho que dá para ver melhor, tem vários intervalos.

Nessa comunicação, os estudantes estruturaram informações a partir da relação objeto-interpretante, no caso, objeto matemático função do primeiro grau e formas de representá-lo, que correspondem aos signos gráficos. Ou seja, é possível

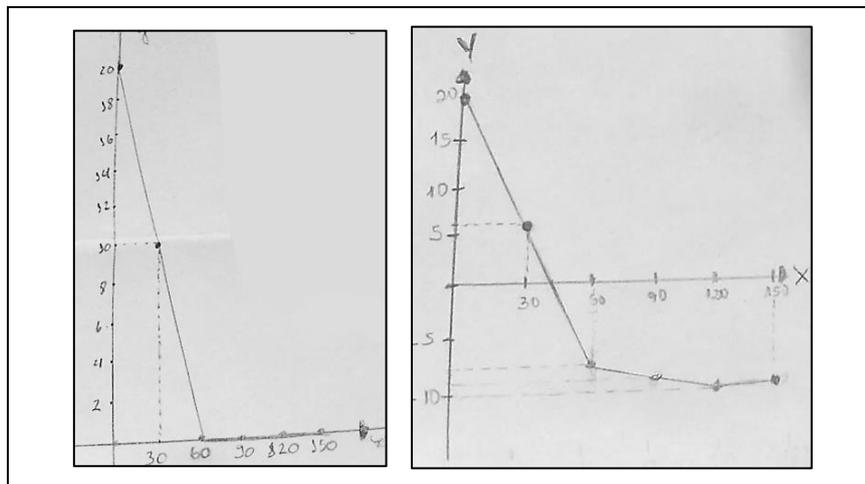
inferir sobre o objeto constituído na mente dos estudantes e que, segundo Peirce (2015), pode se referir a uma coisa singular existente e conhecida ou que se espera venha a existir. Isso pode ser evidenciado quando E_3 fala sobre a hipótese da situação ser representada por uma reta, dada a mesma variação em determinados intervalos de tempo. Desse modo, a fala de E_3 – [...] *acho que vai dar uma reta até aqui, aí dá uma função de primeiro grau, depois é sempre zero* – se configura como um SIE, pois mostra que o estudante tem experiência com o objeto matemático função afim.

Nesse sentido, podemos afirmar que E_3 atribuiu significado ao objeto matemático função afim pela *familiaridade* com o objeto, ao associar o seu comportamento ao de uma reta. Ainda, até certa extensão, podemos observar que existem indícios de atribuição de significado ao objeto matemático função definida por mais de uma sentença, com base em uma *ideia* que esse estudante possui acerca do comportamento gráfico – *vai dar uma reta até aqui, [...] depois é sempre zero* –, bem como uma *consequência* dos dados obtidos experimentalmente.

Para ambos os objetos matemáticos, a atribuição de significado ocorreu na *intenção* de interpretar o fenômeno observado experimentalmente a partir de um viés matemático. Para Silva e Almeida (2015, p. 589), a intenção pode mover os estudantes “[...] na resolução do problema usando diferentes procedimentos e diferentes conteúdos matemáticos”. Essas relações são fomentadas na articulação entre interpretantes, em que ideias entre os signos são estabelecidas.

Tendo em vista a dedução do modelo matemático que representasse cada situação, os grupos construíram gráficos a partir dos dados coletados no decorrer dos experimentos (Figura 2).

Figura 2 – Gráficos construídos pelos GA (à esquerda) e GB (à direita)



Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Em ambos os casos, o eixo das abscissas representa a variável tempo (em segundos) e o eixo das ordenadas, a variável temperatura (em °C). Essas representações auxiliaram os grupos na observação do comportamento dos dados, como observado na comunicação a seguir:

GA

*E3: Viu só, até aqui temos uma reta, pois é o mesmo intervalo [apontando para o gráfico].
E6: Sim. Podemos determinar a lei de formação da reta até 60 segundos, depois vai dar sempre zero.*

GB

*Es: Acho que dá 3 retas, não é mesmo professor?
P: Por quê?
Es: Após 120 segundos vai ser constante, então é uma reta. Para 60, 90, e 120 segundos têm o mesmo intervalo de tempo e temperatura, então pode ser uma reta também. Só essa primeira parte... [estudante interrompido pelo colega].
Es: Também é uma reta, olha só, é o mesmo intervalo de tempo e temperatura também. Então podemos achar uma função para cada parte, assim fica mais fácil. Podemos professor?
P: Se vocês concluíram que a situação pode ser representada por partes, podem fazer sim.*

De maneira a subsidiar a matematização da situação, ambos os grupos ponderaram que ela poderia ser representada com base em uma função afim. Desse modo,

os signos produzidos se configuraram como SIE, sendo produtos resultantes da atenção ao SII da mente do professor quando sugere o encaminhamento, em que é possível estabelecer uma representação gráfica. Esses signos possibilitaram a produção de SICs por E₃, E₅ e E₈, contribuindo para a dedução do modelo matemático.

Assim, a comunicação revelou que os estudantes de ambos os grupos atribuíram significado ao objeto matemático função afim por meio da *familiaridade* com o objeto e como *consequência* da construção e análise dos gráficos, conteúdos já abordados na disciplina de Matemática e que se revelou no desenvolvimento da experimentação na disciplina de Química.

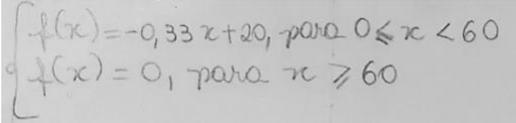
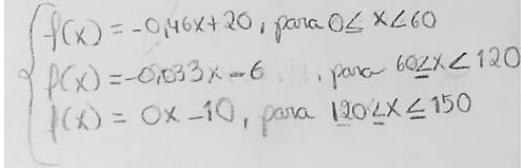
Ainda, os estudantes do GB mobilizaram o objeto matemático função definida por mais de uma sentença – [...] *podemos achar uma função para cada parte* – enquanto uma *consequência* da análise gráfica e a partir de uma *ideia* que possuíam sobre função afim. Na Figura 4 apresentamos os procedimentos utilizados e o modelo matemático expresso em linguagem algébrica deduzido pelos grupos.

A resposta para o problema vai se delineando pela comunicação entre professor e estudantes, à medida que o modelo matemático deduzido passa a ser utilizado pelos grupos para representar as situações estudadas. Assim, as estratégias usadas pelos estudantes e os modelos

matemáticos deduzidos se caracterizaram enquanto SICs e são resultados de uma

relação estabelecida pelos estudantes entre os SIIs e os SIEs.

Figura 4 – Dedução do modelo⁸ matemático apresentado pelos grupos

<p>Signos usados pelos estudantes do GA para a dedução do modelo matemático</p>  <p>Os estudantes do Grupo A utilizaram os pontos de coordenadas (0, 20) e (30, 10) para substituir na lei de formação $f(x) = ax + b$ e deduzir a função $f(x) = -0,33x + 20$ para $0 \leq x < 60$ segundos. E para $x \geq 60$ segundos, os estudantes admitiram $f(x) = 0$. Desse modo, o modelo matemático que representa a situação referente a perda de calor da água sob resfriamento é dada por:</p> $f(x) = \begin{cases} -0,33x + 20, & \text{para } 0 \leq x < 60 \\ 0, & \text{para } x \geq 60 \end{cases}$	<p>Signos usados pelos estudantes do GB para a dedução do modelo matemático</p>  <p>Os estudantes do Grupo B utilizaram os pontos de coordenadas (0, 20) e (30, 6) para substituir na lei de formação $f(x) = ax + b$ e deduzir a função $f(x) = -0,46x + 20$ para o intervalo $0 \leq x < 60$ segundos. Utilizaram os pontos de coordenadas (60, -8) e (90, -9) para substituir na lei de formação $f(x) = ax + b$ e deduzir a função $f(x) = -0,033x - 6$ para o intervalo de tempo $60 \leq x < 120$ segundos. Por fim utilizaram a função $f(x) = 0x - 10$ para o intervalo de tempo $120 \leq x \leq 150$ segundos. Desse modo, o modelo matemático que representa a situação referente a perda de calor da água sob resfriamento é dada por:</p> $f(x) = \begin{cases} -0,46x + 20, & \text{para } 0 \leq x < 60 \\ -0,033x - 6, & \text{para } 60 \leq x < 120 \\ 0x - 10, & \text{para } 120 \leq x \leq 150 \end{cases}$
---	---

Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Deste modo, podemos inferir que os estudantes atribuíram significado ao problema em *consequência* do modelo matemático deduzido e na *intenção* de solucioná-lo.

De modo a validar os modelos matemáticos ambos os grupos buscaram comparar os resultados fornecidos pelas funções com os dados que foram obtidos experimentalmente.

As ações empreendidas pelos estudantes na validação nos permitiram considerar que o modelo pode ser “[...] uma interpretação verdadeira se considerasse o assunto de um modo tão profundo que se pudesse chegar a uma opinião definitiva” (PEIRCE, 2015, p. 164). Contudo, entendemos que o modelo não se trata de um interpretante final, mas sim de um SIC, em que é possível haver novas interpretações. Assim, os signos interpretantes produzidos e mobilizados na fase de validação possibilitaram a atribuição de significado para o problema por *consequência* dos

valores encontrados. Já no que se refere ao fenômeno evidenciado experimentalmente, o modelo matemático obtido permitiu a atribuição de significado com base em uma *ideia remetida* pelo comportamento da função.

De modo geral, a atividade permitiu evidenciar a mobilização de três objetos: objetos matemáticos, relacionados aos conceitos matemáticos abordados; objetos científicos, oriundos da teoria científica e dos aspectos observados por meio do experimento que considerou abordagens relativas àquelas estudadas na Química; e objetos da própria atividade de modelagem matemática, sejam eles as suas fases e seus procedimentos.

Acerca dos signos interpretantes evidenciados na comunicação, as análises nos permitiram inferir sobre o processo de semiose, uma vez que as experiências dos estudantes acerca de conceitos matemáticos e químicos possibilitaram a atribuição de significados aos objetos, por meio da

⁸ Nota-se que os alunos, ao deduzirem o modelo matemático, utilizaram aproximações para o coeficiente a , o que acarretou na descontinuidade da função definida por mais de uma sentença. Tal situação não foi observada pelo professor no momento do desenvolvimento. Para contornar esse fato, os alunos poderiam considerar o coeficiente fracionário ao invés da dízima periódica.

comunicação evidenciada pela ação de signos interpretantes intencionais (SIIs) principalmente do professor, signos interpretantes efetuais (SIEs) de alunos e professor e signos interpretantes comunicacionais (SICs) efetivados por meio de *commens* evidenciados com a produção e uso de diferentes signos.

De forma geral, levando em consideração os signos interpretantes produzidos, podemos inferir que a atribuição de significado se configurou a partir das ações dos alunos no decorrer da atividade. Nesse aspecto, concordamos com Silva e Almeida (2015, p. 590), ao afirmarem que “[...] esses interpretantes configuram-se em signos que outros alunos podem utilizar para produzirem novos interpretantes em um ciclo *ad infinitum*”.

Ao analisarmos as ações dos alunos no desenvolvimento da atividade de modelagem matemática, evidenciamos que os momentos de um experimento investigativo (SUART; MARCONDES, 2009) e as fases de uma atividade de modelagem matemática (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012) apresentam similaridades entre si, ao passo que evidenciam a presença de três intersecções.

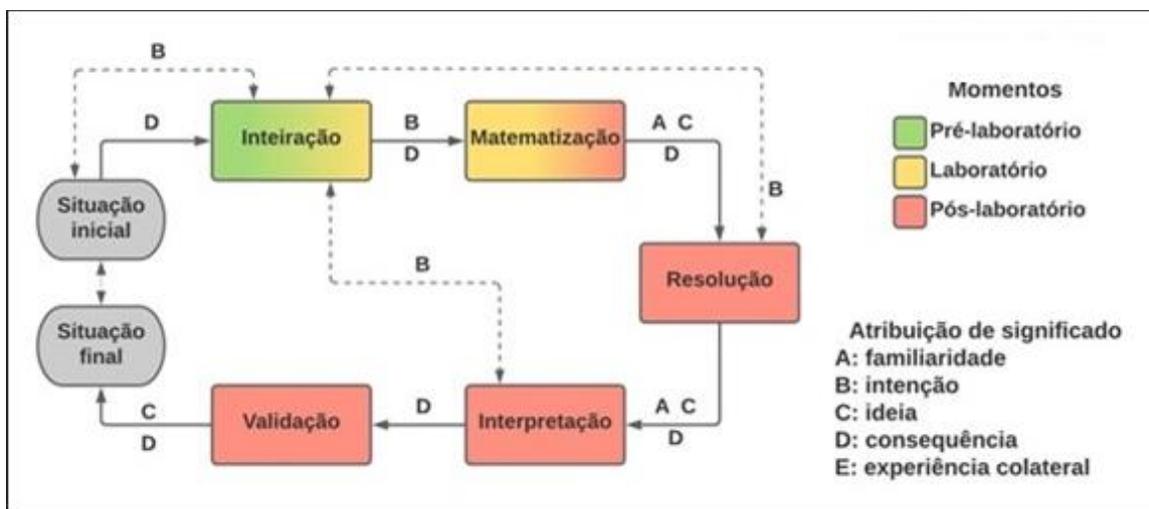
A primeira refere-se à presença de evidências que aproximam o momento pré-laboratório da fase de inteiração, visto que a situação-problema da atividade de modelagem matemática é decorrente do fenômeno observado experimentalmente. Assim, de modo a se avançar no ciclo de Modelagem Matemática, tornam-se necessárias a compreensão e a estruturação do experimento. Outra intersecção evidenciada diz respeito ao momento laboratório e as fases de inteiração e matematização, pelo fato de que a realização dos experimentos, para além do entendimento da situação-problema, fornece condições para que haja a transição entre a

linguagem natural (fenômeno) para uma linguagem matemática (dados). Uma terceira intersecção evidenciada ocorre entre o momento pós-laboratório e as fases de resolução, interpretação e validação, ao passo que as discussões acerca do fenômeno observado podem subsidiar a dedução do modelo matemático e, por conseguinte, a resolução da situação-problema.

As ações desenvolvidas nos diferentes momentos do experimento investigativo e nas diferentes fases da atividade de modelagem matemática nos permitiram evidenciar como a atribuição de significado se deu entre os estudantes, levando em consideração os signos interpretantes no processo de comunicação. A atribuição de significado, em certa medida, se associa à *familiaridade* a partir dos conhecimentos que os alunos possuíam sobre objetos matemáticos e expressos no processo comunicativo. Evidências de *intenção* se mostraram presentes quando os estudantes se referiram a aspectos da atividade de modelagem matemática (definir o problema, apresentar solução) e quando buscaram entender o fenômeno observado. No caso da atribuição de significado por *ideia*, percebemos a sua ocorrência em situações nos quais os estudantes possuíam sobre objetos matemáticos. A atribuição por *consequência* foi evidenciada a partir de comunicações relacionando resultados obtidos (dos dados experimentais, do modelo matemático).

As evidências de atribuição de significado da atividade de modelagem matemática com experimentação segundo as fases caracterizadas por Almeida, Silva e Vertuan (2012), associadas aos três momentos abordados por Suart e Marcondes (2009) encontram-se sistematizadas na Figura 5.

Figura 5 – Evidências de atribuição de significado na atividade de modelagem matemática com experimentação



Fonte: Elaborado pelos autores

Considerações finais

Considerando que a Semiótica Peirceana está pautada sobre os modos de se obter e comunicar a partir de signos (SANTAELLA; NÖTH, 2004), observamos que a comunicação, seja ela entre professor-estudante ou estudante-estudante, permitiu evidenciar a atribuição de significado a objetos que foram abarcados pelos estudantes da 2ª série do Ensino Médio no desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática com experimentação. Essa percepção, em certa medida, está atrelada aos diferentes signos interpretantes que emergiram nos momentos de desenvolvimento de cada experimentação.

Todavia há de se considerar que os signos interpretantes intencionais (SIIs) do professor durante orientação auxiliaram na produção de signos interpretantes efetuais (SIEs) de alunos e signos interpretantes comunicacionais (SICs), principalmente na matematização. Na fase de matematização, objetos matemáticos foram requeridos pelo professor e efetivados com a produção e uso de diferentes signos.

Percebemos que a atividade desenvolvida apresentou diferentes

caminhos de significado que podem ter sido ocasionados pelo enfoque atribuído para a atividade, bem como os conhecimentos dos alunos acerca de objetos matemáticos, objetos científicos ou do próprio ato de modelar. Isso se revela quando consideramos as distintas possibilidades de investigação que são oportunizadas a partir de uma situação inicial em que o pesquisador acompanhou de forma presencial, os encaminhamentos, analisando as comunicações permeadas entre os alunos trabalhando em grupos, conforme sugerido por Silva, Vertuan e Silva (2018).

Com isso, as conjecturas apontadas em nossa introdução de que atividades de modelagem matemática com experimentação podem possibilitar ao estudante o desenvolvimento de conhecimentos matemáticos e científicos, o desenvolvimento da comunicação e a utilização da capacidade de compreender processos significativos no contexto comunicacional, de certo modo, foram evidenciadas em nossa investigação.

Referências

ALMEIDA, L. M. W.; BRITO, D. S. Atividades de modelagem matemática: que sentido os alunos podem lhe atribuir?. *Ciência & Educação*, Bauru, v. 11, n. 3, p. 483-498, dez. 2005.

- ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P. Abordagens Semióticas em Educação Matemática. **Bolema**, Rio Claro, v. 32, n. 61, p. 696-726, ago. 2018.
- ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem matemática na educação básica**. São Paulo, Brasil: Contexto, 2012.
- ARAKI, P. H, H. **Atividades experimentais investigativas em contexto de aulas com Modelagem Matemática: uma análise semiótica**. 2020. (177 f.). Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática). Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, Brasil, 2020.
- BASSOLI, F. Atividades práticas e o ensino-aprendizagem de ciência(s): mitos, tendências e distorções. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 20, n. 3, p. 579-593, jul. 2014.
- BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação**. Porto, Portugal: Porto Editora, 1994.
- CARREIRA, S.; BAIOA, A. M. Mathematical modelling with hands-on experimental tasks: on the students' sense of credibility. **ZDM**, Hamburg, v. 50, n.1-2, p. 201-215, abr. 2018.
- D'AMORE, B.; GODINO, J. D. El enfoque ontosemiótico como un desarrollo de la teoría antropológica en didáctica de la matemática. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**. Ciudad de México, v. 10, n. 2, p. 191-218, jul. 2007.
- ECO, U. **Tratado geral da Semiótica**. 5ª ed. São Paulo: Perspectiva, 2014.
- FREJD, P. Teachers' possibilities to generate science capital for modelling. In: STILLMAN, G. A.; KAISER, G.; LAMPEN, C. E. (Org.). **Mathematical Modelling Education and Sense-Making**. Cham, Suíça: Springer, 2020. p. 39-50.
- GALBRAITH, P. Models of modelling: genres, purposes or perspectives. **Journal of Mathematical Modelling and Application**. Blumenau, v. 1, n. 5, p. 3-16, 2012.
- JACOBINI, O. R. **A modelagem matemática como instrumento de ação política na sala de aula**. 2004. (267 f.). Tese (Doutorado em Ensino e Aprendizagem da Matemática e seus Fundamentos Filosóficos e Científicos). Universidade Estadual Paulista. Rio Claro, Brasil, 2004.
- MEYER, J. F. C. A.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS, A. P. S. **Modelagem em Educação Matemática**. 4. ed. Belo Horizonte, Brasil: Autêntica, 2019.
- MOREIRA, M. A. Modelos científicos, modelos mentais, modelagem computacional e modelagem matemática: aspectos epistemológicos e implicações para o ensino. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, Ponta Grossa, v. 7, n. 2, p. 1-20, mai./ago. 2014.
- PEIRCE, C. S. **The essential Peirce**. Bloomington, Estados Unidos da América: Indiana University Press, 1998.
- PEIRCE, C. S. **Semiótica**, (4ª ed.). São Paulo, Brasil: Perspectiva, 2015.
- ROCHA, R. A. R. **Uma análise semiótica da comunicação em atividades de Modelagem Matemática com experimentação**. 2021. (153 f.). Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática). Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Londrina, Brasil, 2021.
- SANTAELLA, L. **O que é semiótica?**. São Paulo, Brasil: Brasiliense, 2008
- SANTAELLA, L.; NÖTH, W. **Comunicação e semiótica**. São Paulo, Brasil: Hacker, 2004.
- SANTAELLA, L. **A teoria geral dos signos: como as linguagens significam as coisas**. São Paulo, Brasil: Cengage Learning, 2012.
- SILVA, K. A. P. **Uma interpretação semiótica de atividades de modelagem matemática: implicações para a atribuição de significados**. 2013. (292 f). Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática). Universidade Estadual de Londrina, Londrina, Brasil. 2013.
- SILVA, K. A. P.; ALMEIDA, L. M. W. Caminhos do significado em atividades de modelagem matemática: um olhar sobre os interpretantes. **Bolema**, Rio Claro, v. 29, n. 52, p. 568-592, ago. 2015.
- SILVA, K. A. P.; VERTUAN, R. E.; SILVA, J. M. G.; Ensino por investigação nas aulas de matemática do curso de licenciatura em química. **Amazonia**, Belém, v. 14, n. 31, p. 54-72, out. 2018.
- SUART, R. C.; MARCONDES, M. E. R. A manifestação de habilidades cognitivas em atividades experimentais investigativas no

Ensino Médio de Química. **Ciência & Cognição**,
Rio de Janeiro, v. 14, n. 1, p. 50-74, mar. 2009.

Robson Aparecido Ramos Rocha: Mestre em Ensino de Matemática – Universidade Tecnológica Federal do Paraná / UTFPR – Londrina – Paraná – Brasil. robson_arr@hotmail.com.

Paulo Henrique Hideki Araki: Doutorando em Educação para a Ciência e a Matemática – Universidade Estadual de Maringá – UEM – Maringá – Paraná – Brasil. pjh.araki@gmail.com.

Karina Alessandra Pessoa da Silva: Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática – Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR – Londrina – Paraná – Brasil. karinasilva@utfpr.edu.br.