

LESSON STUDY EM MATEMÁTICA: O CASO DA DINAMARCA

Lesson Study in Mathematics: the case of Denmark

Jacob Bahn

Aluska Macedo

Klaus Rasmussen

Carl Winsløw

Resumo

Lesson study em Matemática tem uma história relativamente curta na Dinamarca (cerca de 15 anos) e ainda não é amplamente implementada. O que pode ser aprendido com as primeiras experiências neste pequeno país relativamente privilegiado? Descreve-se a situação em três contextos institucionais principais, nomeadamente o ensino básico (anos iniciais e finais do ensino fundamental), o ensino secundário (ensino médio) e a formação de professores em faculdades, procurando responder às seguintes questões: o que motivou as iniciativas de introdução do Lesson Study para os professores de matemática? Que obstáculos e resultados são vivenciados? A seção final resume as respostas à essas questões, com foco no que pode ser de interesse em contextos semelhantes fora da Dinamarca.

Palavras-chave: Lesson Study; Dinamarca; Matemática.

Abstract

Lesson study in mathematics has a relatively short history in Denmark (about 15 years) and it is still not widely implemented. What can be learned from the first experiences in this relatively privileged small country? We outline the situation in three main institutional contexts, namely basic school (primary and lower secondary), high school (upper secondary) and teacher training in university colleges, while trying to answer the following questions: what motivated the initiatives to introduce Lesson Study to mathematics teachers? What obstacles and results are experienced? In the final section, we summarize our answers with a focus on what may be of interest in similar contexts outside of Denmark.

Keywords: Lesson study; Denmark, Mathematics.

Introdução

A Dinamarca é um pequeno reino no norte da Europa, que desfruta do parlamentarismo desde 1849. A escolaridade está disponível e é obrigatória para a população em geral desde 1814, quando foi promulgada a primeira “lei escolar”. Hoje, uma escola obrigatória (anos iniciais e finais do ensino fundamental) vai até o 9º ano e matemática é uma disciplina importante em todo o período. Cerca de metade da população em geral frequenta posteriormente alguma forma de ensino médio acadêmico (ensino médio), no qual a matemática não é apenas uma disciplina importante e obrigatória, mas também uma disciplina que está, cada vez mais, prejudicada com o fracasso dos alunos, com até 30 % deles obtendo o resultado no exame em matemática abaixo do nível mínimo de aprovação. Uma análise deste problema, ordenada pelo ministério (JESSEN; HOLM; WINSLØW, 2016), recomenda que isso pode ser explicado pela preparação inadequada da escola obrigatória, bem como por outros fatores. A necessidade de fortalecer o ensino da matemática na escola obrigatória também foi recentemente enfatizada pela diminuição do desempenho dos alunos dinamarqueses do 4º ano na pesquisa do Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS). É claro que os problemas de desempenho nos exames do ensino médio também levaram à discussão de como melhorar o ensino lá.

Como em outros países, sempre que surgirem sinais de crise no sistema escolar, os políticos considerarão estratégias limitadas, como revisões de currículos, aumento de testes e assim por diante. Mas a

pesquisa educacional sugere, de muitas maneiras, que a principal alavanca para melhorar os resultados escolares está com os professores, incluindo as condições em que trabalham e seus conhecimentos profissionais (práticos e teóricos) para o ensino. O estudo da lição foi apontado em publicações educacionais amplamente conhecidas (como STIGLER; HIEBERT, 1999) como uma forma particularmente eficiente de aprimorar ambos.

A primeira apresentação de Lesson study em uma publicação dinamarquesa pode ser datada em 2006, quando aparece em um livro didático para a formação de professores (WINSLØW, 2006). Em 2008, o último autor apresentou o Lesson study a cerca de 20 professores universitários de matemática, no contexto de um centro nacional para o desenvolvimento do ensino da matemática. Isso levou a experiências iniciais com o Lesson study em colaboração com professores de matemática na escola básica obrigatória, bem como na formação de professores obrigatória, que ocorre em faculdades universitárias. Essas e outras práticas atuais, envolvendo o Lesson study na Dinamarca, serão apresentadas nas seções 2 e 3. A situação é bem diferente no ensino médio, mas muito recentemente o Lesson study também foi experimentado lá, e fornecemos algumas primeiras observações na seção 4.

Em todas as três seções, observamos como as *condições e restrições institucionais para o trabalho dos professores* são cruciais para a forma e os resultados do Lesson Study, e como ir além dos “experimentos” iniciais para um envolvimento, firmado, de longo prazo, está longe de ser trivial. Em outras palavras, consideramos que, para investigar a possibilidade do Lesson study se tornar sustentável e produzir resultados sólidos e duradouros em uma determinada instituição, é necessário realizar uma análise mais ampla da *infraestrutura paradidática* do trabalho dos professores nessa instituição (MIYAKAWA; WINSLØW, 2019). Uma primeira análise da infraestrutura paradidática em relação à escola obrigatória dinamarquesa foi realizada por Østergaard e Winsløw (no prelo). Eles também sugerem que a sustentabilidade do Lesson Study não deve

ser entendida como independente do apoio e da contribuição de fora da instituição. Pelo contrário, e de acordo com o que é encontrado em países onde o Lesson Study está bem estabelecido (por exemplo, ISODA, 2007), a interação contínua entre professores e acadêmicos de instituições de formação de professores parece ser uma fonte de inspiração frequente e frutífera para muitos se não são as implementações mais bem-sucedidas de Lesson study, incluindo aquelas encontradas nas próprias instituições de formação de professores. E esses *links* também receberão atenção específica em nossa apresentação e subsequente análise das experiências dinamarquesas.

Lesson study nos anos iniciais e finais do ensino fundamental

O município de Lyngby-Taarbæk fica na parte norte da grande Copenhague. Nos últimos nove anos, esforços têm sido feitos para estabelecer uma nova cultura de ensino, combinando: a) ensino centrado no aluno por meio da resolução de problemas (PMRP) e b) desenvolvimento profissional continuado baseado no Lesson study (LS). Esses dois elementos são, nas palavras de Fujii (2018, p.1), “duas rodas de um carrinho”.

O ensino na Dinamarca é, como em muitos outros países, ainda dominado pela apresentação de fatos e procedimentos pelo professor e pelo treinamento dos alunos para lembrá-los e usá-los. A investigação em educação matemática confirma, de forma consistente, que o ensino que permite aos alunos desenvolver, testar e validar as suas próprias ideias é mais eficiente. Parece que muitos educadores e professores dinamarqueses acreditam que nosso ensino se baseia nesses princípios e que lhes falta uma imagem clara de como seria esse ensino.

A este respeito, não é apenas um detalhe trivial o fato de que aquilo que desencadeou os esforços do Município de Lyngby Taarbæk a este respeito tenha sido um vídeo - imagens ao vivo de uma aula PMRP: “Refletir sobre o significado de 'mesma forma'”, explorado em Miyakawa e Winsløw (2009) -, apoiado por uma introdução a ambos PMRP e LS (pelo

último autor). Na falta das próprias investigações do sistema educacional dinamarquês sobre como poderia ser o ensino, que permite aos alunos desenvolver, testar e validar suas próprias ideias, a lição da “mesma forma” ofereceu inspiração concreta e tangível. A necessidade e os possíveis efeitos de tais imagens ao vivo não devem ser subestimados, como temos experimentado várias vezes.

Nesta seção, trazemos primeiro alguns dados sobre o município e o que consideramos como os principais propulsores de seu progresso. Em seguida, os esforços e as experiências até agora serão apresentados em suas diferentes fases. Em seguida, o que os professores aprenderam e o que não aprenderam (ainda) será discutido e, por último, alguns conselhos serão apresentados junto com alguns pontos críticos que precisam ser examinados e desenvolvidos posteriormente.

A população de Lyngby-Taarbæk é de cerca de 56.000, dos quais aproximadamente 6.000 são alunos dos anos iniciais e finais do ensino fundamental, atendidos por nove escolas públicas (além disso, há duas escolas para alunos com necessidades especiais). Em números aproximados, há cerca de 700 alunos e 20 professores de matemática em cada uma das nove escolas.

Em comparação com a média nacional, os alunos das escolas em Lyngby-Taarbæk, geralmente, têm um bom desempenho. Ainda assim, os alunos mostram os mesmos tipos de mal-entendidos e mal-aprendizados que os alunos de outras partes do país. Por exemplo, alguns alunos do quinto ano pensam que $\frac{3}{4} + \frac{2}{4} = \frac{5}{8}$, o que revela que eles não compreenderam o significado fundamental das frações. Nas escolas de melhor desempenho, mais da metade dos alunos da nona série não consegue demonstrar proficiência com redução de expressões como $n^2 - (n + 1) \cdot (n - 1)$ (exemplo tirado dos exames nacionais na primavera de 2021, UVM, 2021). Ou, como observou o líder de uma dessas escolas, muitos alunos dos anos finais não percebem que meio litro de leite é igual em matemática e economia doméstica.

Assim, apesar dos resultados numéricos comparativamente bons das provas de matemática no município, ainda há necessidade de melhorar. Por outro lado, como os resultados são bons, nem todos concordam com a necessidade de mudanças drásticas. Mas existe um interesse positivo e um envolvimento no desenvolvimento do ensino entre professores e líderes em algumas escolas. Parece que os principais propulsores deste movimento têm sido (e são): i) uma imagem convincente de uma forma diferente e desejável de ensinar (PMRP), e de uma forma de perseguir essa forma de ensinar (LS); ii) uma aproximação e uma cooperação consistente entre o município, a direção da escola e os professores; iii) um apoio contínuo de recursos para líderes e professores, abrangendo desde logística e dinheiro até conhecimento teórico, materiais para estudo e ensino e facilitação dos processos dos professores; e iv) um fornecimento contínuo de inspiração concreta na forma de aulas exemplares (vídeo e ao vivo), incluindo aulas por professores especialistas em PMRP e pares de professores novatos em PMRP, e *workshops* por especialistas com uma visão profunda e completa sobre PMRP e LS, compreendendo a lógica e a conexão entre ambos.

Em retrospectiva, nosso trabalho neste município pode ser dividido em quatro fases:

Fase 1: 2012-2015 (3 anos). Em 2012, alguns dos professores e funcionários municipais tiveram uma primeira introdução ao PMRP e LS (pelo último autor). Conforme observado acima, esta introdução incluiu imagens concretas ao vivo - na forma de um vídeo de uma aula PMRP. Durante a fase 1, alguns professores tiveram experiências esporádicas com LS. O desejo de introduzir o PMRP e o LS nas escolas surgiu e cresceu no nível municipal durante esses anos.

Fase 2: 2015-2016 (1 ano). Como parte dos estudos de doutorado do primeiro autor (BAHN, 2018), uma equipe de 3-4 professores em cada uma das três escolas conduziu três LS durante o ano letivo. Os LS estiveram focados em experiências de professores com PMRP (na imagem do Método de Abordagem Aberta - MAA, ver, por exemplo, NOHDA, 2000). Os

professores participantes foram apresentados ao LS e ao PMRP, apoiados em conceitos e modelos da Teoria das Situações Didáticas (TSD - BROUSSEAU, 1997). Os vídeos das aulas do PMRP foram usados como elementos introdutórios essenciais. No meio do ano, realizamos uma *kenkyuu kai* (conferência de Lesson study) com um professor especialista japonês (Sr. Hiroshi Tanaka), que conduziu uma aula aberta para demonstrar PMRP e ilustrar o potencial de desenvolvimento de LS e aulas abertas¹.

Resumo da fase 2: 9 LS foram conduzidos por 11 professores em 3 escolas. Todos os LS voltados para o PMRP (à imagem do MAA) e cada um incluiu 3 aulas de pesquisa². Todas as aulas de pesquisa eram autônomas (ou seja, desvinculadas de uma unidade mais ampla). Todos os professores participantes (e muitos outros) observaram 1 aula aberta ao vivo por um professor especialista japonês convidado. Todas as atividades foram financiadas 90% pelo projeto do doutorado e 10% pelas escolas participantes.

Fase 3: 2016-2020 (4 anos). Com base nas experiências da fase 2, duas das escolas adotaram as aulas abertas como o formato de fato para reuniões profissionais. Além disso, o município decidiu dar a escolas e professores a possibilidade de conduzir LS. Ambos deveriam ser organizados e facilitados pelo primeiro autor.

Durante estes anos, vários professores, da maioria das escolas do município, ganharam experiência com LS e, em certa medida, com PMRP (e mais precisamente, MAA). A partir de janeiro de 2018, o primeiro autor foi contratado pelo município (após ter submetido sua tese), parcialmente para dar continuidade ao trabalho com LS e PMRP. Nos anos seguintes, LS e aulas abertas foram complementadas por vários cursos sobre tópicos relacionados a LS e PMRP, muitas vezes envolvendo vídeos, aulas abertas ou atividades semelhantes. Essas atividades foram organizadas em conjunto com e frequentemente conduzidas pelo último autor. A cada ano, um *kenkyuu kai* era

organizado, no qual professores especialistas japoneses convidados conduziam aulas abertas e oficinas de ensino-aprendizagem. Nos últimos três anos, uma aula aberta também foi ministrada por um professor dinamarquês e uma das aulas ministradas por um professor especialista foi em ciências.

Um dos gargalos para usar LS estrategicamente é a disponibilidade de - ou melhor, a falta de - facilitadores qualificados. Desde o último ano da fase 3, iniciamos o treinamento de três professores para se tornarem facilitadores de LS. Esses professores recebem uma introdução adicional ao LS, PMRP e teoria sobre o ensino e a aprendizagem da matemática (com base na TSD). Uma característica importante deste treinamento é a observação e reflexão compartilhada das atividades de *Lesson Study* dos professores sob a supervisão do facilitador mais experiente (o primeiro autor).

Resumo da fase 3: 30 LS (+ 4 em ciências) foram conduzidos por 116 professores (80 únicos) em 7 escolas. Todos os LS voltados para PMRP (na imagem do MAA) ou experimentos mais gerais e cada um incluiu 3 aulas de pesquisa. Todas as aulas de pesquisa eram aulas autônomas. Todos ou a maioria dos professores participantes participaram de vários cursos relacionados e atividades de *workshop*. Em três escolas, 56 aulas abertas foram ministradas em substituição às tradicionais reuniões profissionais. A cada ano, um *kenkyuu kai* era conduzido, com um total de 8 aulas abertas, por professores especialistas japoneses convidados e 3 aulas abertas por professores dinamarqueses (novos para PMRP). No último ano dessa fase, foi iniciada a formação de facilitadores de LS. Todas as atividades foram financiadas 100% pelo município.

Fase 4: A partir de 2020 (já estamos no segundo ano). Com base em nossas experiências, nossos estudos posteriores de LS e PMRP e no conselho de especialistas em LS (por exemplo, Professor A. Takahashi, DePaul University, Chicago, EUA), fizemos alguns ajustes fundamentais em nossa abordagem.

Em primeiro lugar, adotamos oficialmente o PMRP (ver TAKAHASHI, 2021) como o objetivo. Além disso,

¹ *Open lessons.*

² *Research lessons.*

introduzimos o conceito de escola modelo, referindo-se ao esforço da escola em se tornar um modelo de como mudar a cultura de ensino (incluindo o desenvolvimento do ensino) para poder adotar um ensino centrado no aluno, como o PMRP. O conceito de escola modelo envolve o conceito de LS em toda a escola³ (TE LS, ver, por exemplo, TAKAHASHI, 2017). Em TE LS, todos os professores (da disciplina dada) estão envolvidos em LS. Além disso, todos os professores (da disciplina dada) participam da observação e discussão pós-aula das aulas de pesquisa de todas as outras equipes. Atualmente, temos uma escola modelo em matemática (e uma que aspira a adotar SW LS em ciências). É a esperança e a intenção de que mais escolas sigam nos próximos anos.

Outras mudanças importantes incluem a omissão de várias aulas de pesquisa em cada LS e (a partir deste ano) a introdução de aulas de simulação, ou seja, aulas nas quais o plano de aula é testado e revisado com os professores desempenhando o papel de alunos. Antes da fase 4, as aulas de pesquisa eram aulas independentes, ou seja, não estavam diretamente conectadas a outras aulas. Nessa fase, demos ênfase (mais forte) ao lugar da aula de pesquisa em uma unidade. Os professores não devem apenas considerar a aula de pesquisa em si, mas considerá-la como parte de uma sequência de aulas que conduzem à aprendizagem dos alunos de um conceito mais amplo (em vez de eles apenas perceberem algo interessante).

Na fase 4, os professores da escola modelo estão recebendo, recorrentemente, mais introdução ao PMRP e ao LS por especialistas renomados. Essas introduções incluem vídeos de aulas PMRP, experiência dos próprios professores como “alunos” em atividades tipo aula PMRP e muito mais.

Resumo da Fase 4: 6 LS em toda a escola conduzido por 24 professores (+ 1 LS em ciências conduzido por 6 professores em 1 escola). Todos LS voltados para PMRP e incluíram 1 aula de pesquisa. LS tinha como objetivo aulas de pesquisa baseadas em unidades, mas muitas acabaram sendo independentes. Todos os

professores assistiram a uma introdução adicional ao LS e ao PMRP e à progressão de ensino-aprendizagem (cf. o enfoque pretendido na unidade); seminário de acompanhamento após o término de todas as atividades LS; treinamento continuado de facilitadores. Todas as atividades foram financiadas pelo município. Mais atividades foram planejadas, mas não puderam ser realizadas devido à situação do coronavírus. Na maioria dos LS, a aula de pesquisa não pôde ser conduzida.

Um dos resultados mais importantes do nosso trabalho, até agora, é o crescente interesse dos professores em aprimorar o ensino, especificamente PMRP. Além disso, embora não tenhamos um relato sistemático disso, é evidente que a maioria dos professores gradualmente se torna mais consciente dos detalhes íntimos na conexão entre o ensino e a aprendizagem. Não temos evidências não subjetivas das práticas de ensino dos professores em seu ensino normal, mas vemos uma progressão durante as sessões de Lesson Study. Além disso, muitos professores relatam que tentam implementar técnicas e abordagens do PMRP em seu ensino. Isso inclui menos problemas, mas mais ricos, pensamento mais profundo sobre a pertinência dos materiais de ensino, maior ênfase no pensamento e na formulação dos alunos, compartilhamento em sala de aula das ideias dos alunos, uso mais sistemático do quadro negro e de cadernos etc.

Questionados diretamente, alguns dos professores mais engajados relatam os resultados de nosso trabalho até agora, como: “aprimorou nossas discussões profissionais para realmente considerar ensino-aprendizagem e matemática”, (apenas) levou a “pequenas mudanças na prática normal”, aumentou a nossa “consciência de que o que fazemos e como o fazemos é significativo” e que “a forma como se coloca os problemas, questiona e responde às ideias dos alunos” é crucial. Dois dos professores mais experientes expressaram que “No LS trabalhamos com ensino e aprendizagem em um nível que nunca experimentei em meus 30 anos como professor de matemática, incluindo meus 10 anos como professor supervisor de matemática” e “Eu fui um professor por 20

³ School-wide

anos. É a primeira vez que experimento algo que me torna um professor melhor”.

Em geral, em LS, os professores, muitas vezes, percebem que seu conhecimento matemático é insuficiente ou impreciso. Também é uma observação típica, que os alunos sabem e são capazes de muito mais ou muito menos do que os professores esperam e, portanto, em que baseiam seu ensino e avaliação dos alunos, no dia a dia. No final das contas, nosso trabalho parece ter tido um efeito muito positivo em (muitos) professores, mas ainda não sabemos o suficiente sobre o que ele fez - se alguma coisa - para seu ensino normal, ou para a aprendizagem de seus alunos em geral.

Do mesmo modo, existem algumas aprendizagens esperadas que não ocorreram. Por exemplo, ainda é muito difícil para os professores apontar uma meta de aprendizagem precisa para uma aula ou unidade. Os objetivos de aprendizagem que vemos ainda são amplos e vagos e tendem a ser mais sobre uma atividade do que um objetivo de aprendizagem. Relacionado a isso, os professores também lutam para identificar partes específicas do conteúdo matemático e sua possível progressão nas unidades e através delas. Essa questão persiste, mesmo que tenha sido abordada repetidamente pelo facilitador (o primeiro autor) ao longo dos anos. Com relação a essa questão, parece que nossa formação de professores não os prepara para serem capazes de identificar e trabalhar nem com objetivos de aprendizagem precisos e nem com progressões de ensino-aprendizagem concisas.

Com base em nosso foco nas fases do PMRP (apreensão do problema, trabalhar no problema, discutir soluções para o problema, resumir) e inspirados por uma série de vídeos e aulas ao vivo, muitos professores perceberam o efeito contraproducente de eles intervirem muito cedo no trabalho dos alunos sobre um problema. Os professores japoneses usam essa fase para coletar dados sobre a compreensão e as ideias dos alunos sobre como resolver o (s) problema (s) fornecido (s). Embora os professores tendam, cada vez mais, a interferir menos, muitos ficarão apenas parados ao lado do quadro-negro e ignorarão a tarefa crucial de coletar dados.

O PMRP conflita fundamentalmente com nossas práticas de ensino tradicionais. Romper com isso e adotar a PMRP é um trabalho longo e exigente que envolve muitas etapas. Embora existam muitos aspectos do estabelecimento de uma estrutura baseada em LS para o desenvolvimento profissional fora do Japão, que precisam de um exame mais minucioso, um dos cruciais parece ser a melhor forma de apoiar a aprendizagem dos professores. Mais especificamente, precisamos entender melhor: A) as possíveis aprendizagens dos professores e suas possíveis progressões, B) como melhor apoiamos essas aprendizagens e sua progressão, e C) como podemos educar os facilitadores para apoiar as aprendizagens dos professores.

Com base em nossas experiências, aconselhamos outros que desejam estabelecer uma nova cultura de ensino a: I) Decidir e estudar o objetivo dos esforços (por exemplo, PMRP); II) estudar as experiências de outros com LS e o objetivo; III) pedir ajuda dos mais experientes e conhecedores; IV) fornecer imagens concretas do objetivo e inspiração para o progresso; V) começar estabelecendo pequenos “enclaves” de cultura baseada em LS para o desenvolvimento profissional; VI) ser persistente e focado; e VII) ajustar ao invés de abandonar, ao encontrar dificuldades (lembre-se de pedir ajuda).

Iniciativas de Lesson Study originadas de faculdades universitárias

Na seção anterior, vimos como o LS foi iniciado por atores em um nível institucional municipal para tentar mudar o desenvolvimento profissional contínuo (DPC) no nível escolar. No contexto dinamarquês, entretanto, os municípios não são a única fonte de iniciativas para atender ao DPC entre os professores das escolas. As maiores partes interessadas em termos de fornecimento de mão de obra para fornecer suporte de DPC são as faculdades universitárias. Essas instituições, embora tenham como tarefa principal a formação inicial de professores, também fornecem treinamento em serviço ou DPC às escolas. Este serviço pode ser solicitado (e pago, diretamente por escolas ou autarquias), mas

mais frequentemente os DPC prestados fazem parte de projetos de investigação ou desenvolvimento, financiados por subvenções concedidas pelo governo ou fundações privadas.

As faculdades universitárias, portanto, têm a oportunidade de influenciar o ensino e a aprendizagem nas escolas (por exemplo, usando LS), não apenas indiretamente como parte da formação inicial de professores, mas também diretamente pelo envolvimento com professores em serviço. As faculdades universitárias, geralmente, atuam como intermediárias entre fundações, órgãos governamentais, universidades, centros nacionais de pesquisa, municípios e as próprias escolas. As faculdades universitárias têm apenas fundos internos muito modestos para pesquisa. Consequentemente, todos os projetos executados pelas Faculdades Universitárias precisam de financiamento externo. Na seção seguinte, apresentamos as aulas aprendidas com um projeto de pesquisa realizado com professores em serviço.

Um histórico geral para a concepção desse projeto é a constatação de que várias tentativas de garantir financiamento e cooperação escolar para realizar projetos de pesquisa envolvendo “todos” os elementos de um Lesson Study “adequado” falharam. Um pacote “completo” de Lesson Study (por exemplo, com vários ciclos de “*kyouzai kenkyuu*” substancial, planos de aula detalhados, aulas de pesquisa observadas por colegas, assistidas por outras pessoas experientes e disseminação de descobertas) é simplesmente muito opressor para os líderes escolares e a maioria dos professores. Do ponto de vista organizacional, muitos professores acham difícil implementar esse pacote completo na realidade de uma escola movimentada e cognitivamente exigente, pois a maioria dos professores praticamente não tem experiência com investigação sobre sua própria prática.

As restrições descritas acima nos levaram a experimentar escolher apenas alguns elementos característicos do Lesson Study, tornando-os a noção central de um esforço de DPC, durante o projeto SeSam-LS (“olhando juntos para as aulas de matemática”).

Em SeSam-LS, cinco professores⁴ receberam um parceiro do *University College*⁵ para atuar como especialista⁶. O parceiro também atua como um guia ou facilitador em um processo em que o professor prepara um plano de aula (de preferência com um objetivo de pesquisa claro) para uma aula de pesquisa, que é gravado em vídeo. A professora e o parceiro fazem uma *reflexão conjunta*⁷ sobre a aula gravada. Com apenas esses três elementos como “obrigatórios”, cabe à colaboração entre o parceiro e o professor navegar pelas restrições institucionais nas escolas. O parceiro é bem versado em outras facetas do LS, mas só deve introduzi-las de acordo com as possibilidades do ambiente de trabalho e da capacidade profissional dos professores. SeSam-LS é, portanto, principalmente uma experiência individual entre professor e parceiro, isso pode não fomentar o senso de comunidade e aprendizagem conjunta, que está entre os benefícios frequentemente enfatizados do LS.

Entretanto, essa configuração mais individual ressoa bem com a infraestrutura paradidática existente, na qual os professores raramente assistem às aulas uns dos outros e muito menos têm a inclinação de comentar e criticar construtivamente. A prática do professor de matemática dinamarquês é, em grande parte, um assunto privado, e o *feedback* da faculdade tende a ser uma questão delicada, com a qual a maioria dos professores se sente desconfortável. Assim, a luta e a reflexão com o parceiro, externo ao contexto escolar, são menos inquietantes, podendo ser percebidas como mais “objetivas”.

Os professores participantes do SeSam-LS prepararam, conduziram, gravaram e refletiram de 4-6 aulas cada. Os planos de aula, gravações de vídeo e pós-entrevistas com cada professor foram revisados qualitativamente a fim de avaliar a presença de elementos LS desejáveis. Essa é uma questão metodologicamente complicada, pois depende de muitas avaliações complexas de dados, que

⁴ Os professores se comprometeram a participar do projeto respondendo a um convite aberto.

⁵ Faculdade Universitária.

⁶ Knowledgeable other.

⁷ Joint reflection.

também refletem um processo de desenvolvimento de cada professor. O que fizemos foi compilar uma lista (mais longa) de elementos do LS, com a hipótese de se

tornarem evidentes nos dados, além dos três explicitamente “obrigatórios”. A lista não é, de forma alguma, exaustiva, mas acreditamos que representa de forma ampla a infraestrutura didática e paradidática inerente ao LS. Esta análise foi realizada pelo terceiro autor deste artigo, auxiliado pelos dois parceiros do SeSam-LS que trabalharam com os professores. Para cada um dos elementos da lista, revisamos os dados de cada professor como um caso, discutimos e chegamos a um julgamento se o elemento estava satisfatoriamente presente⁸. No Quadro

Erro! Fonte de referência não encontrada., a seguir, pode-se verificar a lista de elementos e sua presença, bem como o número de casos em que o elemento foi avaliado favoravelmente pelo professor em entrevista realizada após a experiência.

Quadro 1 - Presença de elementos didáticos e paradidáticos de infraestrutura do LS em casos de professores⁹

| Lista de 'elementos' didáticos e paradidáticos que podem/devem fazer parte de um processo de Lesson Study - Asami-Johansson (2011, 2021) e Shimizu (1999). | Número de casos em que o elemento estava satisfatoriamente presente. | Número de casos em que o professor expressou o elemento como benéfico |
|--|--|---|
| Uma fase longa ou substancial de ' <i>kyouzai kenkyuu</i> ' | 0 | 0 |
| Um objetivo de pesquisa claro | 1 | 0 |
| Usando/seguindo o plano de aula | 5 | 5 |
| Antecipação dos processos de resoluções dos alunos | 1 | 3 |
| Abordagens estruturadas de resolução de problemas ou estrutura de aula orientada para o problema | 0 | 0 |
| “Hatsumon” - deixe os alunos 'fisgados' | 2 | 3 |
| “Kikan junshi” - monitoramento proposital | 0 | 0 |
| “Kikan shido” - instrução durante o trabalho do aluno | 3 | 5 |
| “Neriage” - discussão de comparação | 2 | 0 |
| “Matome” – resumindo | 0 | 0 |
| Reflexão com os colegas | 0 | 0 |
| Inserção de discussões com especialistas usadas/integradas nas aulas | 5 | 5 |
| Revisando o plano de aula | 0 | 0 |
| Re-ensinando a aula | 1 | 1 |
| Disseminação de descobertas de LS | 0 | 1 |

Fonte: elaborado pelo terceiro autor.

É bastante aparente que os elementos explícitos “obrigatórios” estão presentes e, embora isso possa ser considerado trivial, não pensamos que seja necessariamente o caso na prática normal dos professores. Os professores dinamarqueses têm pouca ou nenhuma experiência na preparação de planos de aula que sejam compreensíveis para outras pessoas. Além disso, a

⁸Entendemos que esse método pode ser fortalecido de muitas maneiras e, portanto, as conclusões não devem ser tomadas para além de uma indicação do que estimamos estar satisfatoriamente presente. No entanto, afirmamos ter opinião especializada no assunto.

⁹ O elemento “reflexão com os especialistas” estava trivialmente presente e, portanto, não foi incluído na lista.

evidência de professores fazendo uso de inserção das reflexões com o especialista aponta para um acordo comum entre professor e parceiro para valorizar a exploração conjunta do ensino e da aprendizagem.

A configuração do SeSam-LS claramente não obriga os professores a fazer qualquer estudo extenso de materiais e outras fontes de conhecimento em conexão com a preparação do plano de aula ou aula de pesquisa. Os professores parecem trabalhar principalmente com o conhecimento que já possuem, usando “apenas” a mesma quantidade de tempo de trabalho e recursos de ensino, como na preparação regular para as aulas. Isso pode levar a uma melhor sustentabilidade da atividade realizada no projeto, pois parece improvável que a infraestrutura paradidática mude para fornecer tempo extra (pago) de preparação.

O SeSam-LS parece orientar os professores para o ensino centrado no aluno, visto que o papel ativo do professor durante o “trabalho na cadeira” era evidente na maioria dos casos. Isso parece conectado a uma apreciação de ser capaz de antecipar as resoluções dos alunos e construir sobre as resoluções sugeridas pelos alunos ao conduzir discussões de toda a classe. Dois professores tornaram-se bastante adeptos disso, embora não expressassem isso como particularmente notável quando entrevistados sobre seus ganhos com a experiência.

Um professor teve a oportunidade de voltar a ministrar uma de suas aulas de pesquisa, pois tinha duas turmas do mesmo ano. Não alterou a aula de acordo com as experiências do primeiro ensino, mas conseguiu ter uma perspectiva mais ampla sobre o leque de estratégias de resolução dos alunos, ao mesmo tempo que considerou o impacto de dinâmicas sociais bastante diferentes nas duas turmas.

Apenas um dos casos de professores foi considerado por nós para apresentar objetivos de pesquisa claros. Isso não significa que os professores não tivessem propósito. Frequentemente, era um propósito difuso como “como posso ensinar X”, sem vinculá-lo a nenhum desafio específico, experimentado com o aprendizado do aluno. A preocupação (e

propósito) dos professores era criar uma “boa atividade” em que os alunos pudessem trabalhar na compreensão um “pouco de matemática”. Isso forneceu uma consideração bastante substancial do que, em uma “linguagem” de resolução de problemas japonesa estruturada, seria chamado de “*hatsumon*”, que os professores dinamarqueses geralmente associam com motivação e engajamento: uma boa atividade deve envolver os alunos na atividade matemática.

Na análise realizada, não houve consideração de quais conhecimentos matemáticos e didáticos específicos os professores adquiriram com a participação no SeSam-LS. Isso é sintomático de muitas pesquisas, fora do Japão, sobre tentativas de utilizar o Lesson Study. Talvez os pesquisadores (incluindo nós mesmos) fiquem excessivamente preocupados com a infraestrutura didática e paradidática e deixem de relatar e disseminar as descobertas sobre o ensino e a aprendizagem dos alunos que os Lesson Studies realmente produzem. Isso pode levar os professores dinamarqueses a ver o Lesson Study principalmente como “forma” e não tanto “conteúdo”.

Outra lição digna de nota do projeto SeSam-LS é que as agências de financiamento estão principalmente preocupadas com os resultados para os alunos, e apenas indiretamente interessadas em que conhecimento é adquirido pelos professores, sobre a aprendizagem dos alunos. Portanto, o projeto SeSam-LS testou uma configuração com grupos de controle, usando testes nacionais de aproveitamento dinamarqueses, para avaliar se os alunos em turmas em que o professor participava de Lesson Studies tinham um desempenho melhor. Essa demanda da “noosfera” por validade externa ou prova de eficácia ainda não foi satisfeita, e o SeSam-LS está atualmente em um processo de ampliação, na tentativa de fornecer tal “prova”.

Independentemente do que nós, como pesquisadores, possamos pensar sobre essas demandas internas e externas de justificação, é algo que devemos considerar em toda ecologia institucional na qual queiramos introduzir o Lesson Study.

Lesson Study no ensino médio

O ensino médio em muitos países, incluindo Dinamarca e Japão, é mais seletivo do que os anos iniciais e finais do ensino fundamental, e o ensino de matemática é mais orientado para preparar os alunos para exames de alto impacto que regulam o acesso ao ensino superior. Isso significa que o ensino da matemática se concentra muito mais no desenvolvimento das habilidades computacionais dos alunos e, em graus variáveis, no domínio dos conteúdos teóricos com base em definições e provas rigorosas, conforme abordadas em um livro-texto. Mesmo no Japão, LS com foco em envolver os alunos em situações de resolução de problemas, como MAA ou PMRP, é mais raro, embora recentemente experimentações significativas com LS tenham ocorrido (NISHIMURA; KOBAYASHI; OHTA, 2018). Esses experimentos, por outro lado, podem ser motivados pelo fracasso generalizado (principalmente entre alunos com baixo desempenho) dos métodos tradicionais de ensino, mesmo quando se trata de fazer com que os alunos sejam bem-sucedidos nos exames tradicionais. Além disso, a crescente difusão de ferramentas computacionais, tanto na sociedade como nas escolas de ensino médio, parece reforçar a necessidade de os alunos desenvolverem capacidades de nível superior para modelagem, raciocínio e resolução de problemas e, assim, motivar mudanças, pelo menos parciais, em direção ao PMRP também neste nível. Na verdade, os currículos de muitos países (incluindo Japão e Dinamarca), agora, enfatizam cada vez mais que os alunos devem ser capazes de se envolver em investigações matemáticas e não apenas em resolver tarefas padronizadas usando técnicas padronizadas.

Na Europa, essas tendências gerais têm motivado um grande número de projetos de desenvolvimento, apoiados pela União Europeia, para promover o “ensino baseado em investigação” nas disciplinas STEM¹⁰, incluindo matemática (por exemplo, ARTIGUE; BAPTIST, 2012). O último autor se envolveu em dois deles.

Primeiro, de 2016 a 2019, o projeto MERIA (*Mathematics Education: Relevant, Interesting, Applicable*), no qual uma equipe de pesquisadores universitários e professores do ensino médio de quatro países europeus (Croácia, Dinamarca, Holanda e Eslovênia) projetou e experimentou uma série de aulas de matemática baseadas em investigação, com TSD e Educação Matemática Realista (EMR)¹¹ como fundamentos teóricos explícitos. Isso significa que os projetos foram baseados em análises epistemológicas e ferramentas de modelagem, enraizadas no EMR, e na análise didática e metodologia de *design*, proveniente da TSD. Todos os produtos dos projetos, incluindo o manual (WINSLØW, 2017) e todos os módulos de ensino desenvolvidos, foram desenvolvidos primeiro em inglês e, em seguida, traduzidos e amplamente disponibilizados para professores nos quatro países.

Os mesmos parceiros conseguiram, então, financiamento para um segundo projeto, com início em 2019 e ainda em curso, denominado TIME (Inquérito aos Professores em Educação Matemática). Nesse projeto, as ferramentas do MERIA são implementadas através do LS, uma vez que os professores agora fazem todo o trabalho de *design* dentro deste quadro, com o apoio de pesquisadores como “outros conhecedores” (TIME, 201?). Apesar de tentativas anteriores de pequena escala para realizar LS em matemática do ensino médio em alguns dos países (por exemplo, VERHOEF; TALL; COENDERS; VAN SMAALEN, 2014), é provavelmente justo dizer que este projeto representa a primeira grande experiência de escala com LS no nível secundário superior na Europa. Alguns dos materiais - incluindo um guia para Lesson studys e modelos para a criação de planos de aula e relatórios de prática - já estão disponíveis no site do projeto (TIME, 201?) em cinco idiomas.

Pode ser muito cedo para concluir com essas experiências, em particular porque a situação da Covid afetou o trabalho de 2020-2021, levando muitas aulas de pesquisa a serem ministradas *online*. No entanto, algumas observações

¹⁰ Science. Technology. Engineering. Maths.

¹¹ Realistic Mathematics Education (RME).

interessantes podem ser compartilhadas. É verdade que os professores experimentam as pressões externas, mencionadas anteriormente, sobre a matemática do ensino médio como um obstáculo parcial, pois tanto os alunos quanto os colegas podem esperar que formas bastante tradicionais de ensino prevaleçam nesse nível. Ao mesmo tempo, as 2-6 equipes LS instaladas em cada país trabalharam com grande entusiasmo e criatividade, conseguindo conceber aulas de investigação com sólidos conteúdos de nível médio e, ao mesmo tempo, com muito mais desafios para os alunos em áreas como modelagem de situações da vida real e investigação de problemas mais teóricos em matemática.

O compartilhamento de planos de aula e relatórios de prática entre professores de todos os quatro países tem sido particularmente frutífero, assim como as “aulas abertas” com a participação presencial ou *online* de professores de outras equipes (no mesmo país ou de outros países). Vimos muitos dos mesmos desafios para professores que se engajam em seu primeiro LS, como são conhecidos em escolas primárias e secundárias fora do Japão, e também algumas das mesmas surpresas agradáveis - como a ausência virtual de distração dos alunos, causada por professores observadores, e o desenvolvimento maciço do conhecimento compartilhado do professor alcançado, particularmente, durante as sessões de reflexão.

Também notamos algumas vantagens específicas de realizar LS neste nível. Aqui, o fato de o professor do ensino secundário europeu, normalmente, ter uma sólida formação matemática universitária é um verdadeiro recurso tanto na análise preliminar do conhecimento em jogo nas aulas, quanto na concepção de aulas criativas e inovadoras, na gestão de produções inesperadas dos alunos e na análise das observações das aulas de pesquisa. Ao mesmo tempo, a colaboração com pesquisadores universitários (geralmente com especializações em matemática e educação matemática), foi muito frutífera em todas as fases, e os “outros conhecedores” aprenderam com a colaboração tanto quanto os professores. Pode-se até dizer que, em comparação com

a configuração mais tradicional do projeto MERIA, a colaboração tem sido mais frutífera para professores e pesquisadores, uma vez que os professores estavam conduzindo o que pertence ao cerne de sua profissão (desenho de aulas), com os pesquisadores em um papel mais adequado como “assistentes”, cujos conhecimentos de matemática poderiam ser ativados em pontos selecionados - e como “aprendizes”, por exemplo, da delicada tarefa de fazer observações relevantes durante uma aula. Para eles, obter um conhecimento mais íntimo das condições e restrições do ensino médio contemporâneo - por exemplo, em relação ao uso de ferramentas de computador e os conteúdos reais atualmente ensinados no ensino médio - também foi de particular interesse como professores (de alunos com formação matemática desde o ensino médio).

Conclusões

Consideramos uma variedade de experiências recentes com LS, realizadas em escolas dinamarquesas (do nível primário ao secundário superior) e como um meio para o desenvolvimento profissional de professores (nas mesmas escolas, e realizadas com o apoio de faculdades e universidades). A impressão geral é que LS é de fato viável como atividade, com vários obstáculos e potenciais visíveis, que dependem tanto da própria configuração dos experimentos, quanto das instituições envolvidas. Uma característica comum é que a LS parece necessitar não apenas de uma organização forte, apoiada pela gestão escolar e o envolvimento de professores líderes, mas também a colaboração entre as equipes de professores (observando as aulas uns dos outros) e com “outros conhecedores” externos.

Isso não é surpreendente por si só. É também uma experiência compartilhada, na qual a LS oferece oportunidades para os professores compartilharem observações, reflexões e inovações, que abordam uma ampla gama de tópicos que são centrais para sua profissão: de ideias específicas, puramente matemáticas, ao conhecimento sobre como os alunos são capazes de se desenvolver na resolução de problemas

matemáticos, para aspectos mais genéricos de ensino e aprendizagem.

Talvez o potencial do LS para fomentar a própria investigação dos professores sobre a matemática que eles ensinam seja um potencial principal que deve ser deliberadamente perseguido e realmente observado em tais atividades: somente quando os professores continuam sendo eles próprios aprendizes de matemática - e investigadores curiosos e projetistas da matemática problemas, naturalmente relacionados ao ensino -, podemos ir além do triste discurso sobre o ensino como mera questão de “entrega” e “estilos de ensino”. Certamente, o conhecimento de matemática dos próprios professores é crucial, mas ainda mais o seu conhecimento de como investigá-la e explorá-la, com seus alunos e entre si.

Referências

- ARTIGUE, M.; BAPTIST, P. **Investigação em Educação Matemática, Recursos para Implementar Investigação em Ciências e Matemática na Escola**. 2012. Disponível em: [hPMRP://www.fibonacci-project.eu](http://www.fibonacci-project.eu)
- ASAMI-JOHANSSON, Y. Um estudo de uma estrutura de aula orientada para a resolução de problemas em matemática no Japão. *In: CONGRESSO DA SOCIEDADE EUROPEIA DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7 (CERME 7), 2011, Rzeszów, Polônia. Anais [...].*Rzeszów, Polônia, 2011.
- ASAMI-JOHANSSON, Y. Condições e restrições para a transferência da resolução de problemas estruturados em japonês para a sala de aula de matemática na Suécia. **Recherche en didactique des mathématiques** (no prelo), 2021.
- BAHN, J. Educação matemática baseada em investigação e Lesson study. 2018. Ph.D. (Dissertação)- Universidade de Copenhague, 2018.
- FUJII, T. Estudo da lição e ensino de matemática por meio da solução de problemas: as duas rodas de um carrinho. *In: QUARESMA, M.; WINSLØW, C.; CLIVAZ, S.; PONTE, J. P. da; NÍ SHÚILLEABHÁIN, A.; TAKAHASHI, A. (Eds.). Mathematics Lesson study Around the World*. Springer International Publishing, 2018. p. 1-21
- ISODA, M. Onde começou o estudo da lição e até onde ele avançou? *In: ISODA, M.; STEPHENS, M.; OHARA, Y.; MIYAKAWA, T. (Org.). O Lesson study de japonês em matemática: seu impacto, diversidade e potencial para melhoria educacional*. New Jersey: World Scientific, 2007. p. 8-15.
- JESSEN, B.; HOLM, C.; WINSLØW, C. Matematikudredningen: udredning af den gymnasiale matematiks rolle og udviklingsbehov. **IND Skriftserie**, n. 42. Copenhagen: Institut for Naturfagenes didaktik, University of Copenhagen. 2015
- MIYAKAWA, T.; WINSLØW, C. Projetos didáticos para o raciocínio proporcional dos alunos: Uma lição de “abordagem aberta” e uma “situação fundamental”. **Education Studies in Mathematics**, v.72, n. 2, p. 199-218. 2009
- MIYAKAWA, T.; WINSLØW, C. Infraestrutura paradidática para compartilhar e documentar o conhecimento do professor de matemática: um estudo de caso de “pesquisa prática”. **Journal of Mathematics Teacher Education**, v. 22, p. 281-303. 2019.
- NISHIMURA, K.; KOBAYASHU, R.; OHTA, S. Lesson study at Upper Secondary Level in Japan. **Designer Educacional**, v. 3, n. 11, 2018. Disponível em: [hPMRPs://www.educationaldesigner.org/ed/vol3/issue11/article44/](http://www.educationaldesigner.org/ed/vol3/issue11/article44/)
- NOHDA, N. Ensino pelo Método de Abordagem Aberta na Sala de Aula de Matemática Japonesa. *In: Proceedings of the 24th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 2000.* Disponível em: [hPMRP://eric.ed.gov/?id=ED466736](http://eric.ed.gov/?id=ED466736)
- ØSTERGAARD, C.; WINSLØW, C. Lesson study sustentável e infraestrutura paradidática: o caso da Dinamarca. **Hiroshima Journal of Mathematics Education**, (no prelo).
- SHIMIZU, Y. Aspectos da formação de professores de matemática no Japão: enfocando os papéis dos professores. **Journal of Mathematics Teacher Education**, v. 2, n. 1, p.107-116, 1999.
- STIGLER, J.; HIEBERT, J. **The Teaching Gap: Melhores Ideias dos Professores do Mundo para Melhorar a Educação na Sala de Aula**. Nova York: The Free Press, 1999.
- TAKAHASHI, A. Estudo da aula: O Motor Fundamental para o Desenvolvimento do Professor de Matemática no Japão. *In: KAUR,*

B.; KWON, O. N.; LEONG, Y. H. (Eds.). **Professional Development of Mathematics Teachers**. Springer Singapore, 2017. p. 47-6

TAKAHASHI, A. **Ensinando matemática por meio da solução de problemas: uma abordagem pedagógica do Japão**. Routledge, 2021.

HORA . Página inicial do projeto TIME. 2017? Disponível em: hPMRPs://time-project.eu/

UVM. **Matematik FP9, Folkeskolens Prøver, Prøven med hjælpemidler**, 4. maj 2021. Ministério da Educação. 2021.

WINSLØW, C. **Didaktiske elementer: en introduktion til matematikkens og naturfagenes**

didaktik. Primeira edição. Copenhagen: Biofolia Publishers, 2006.

VERHOEF, N.; TALL, D.; COENDERS, F.; VAN SMAALEN As complexidades de um Lesson study em uma situação holandesa: aprendizagem do professor de matemática. **Jornal Internacional de Ciências e Educação Matemática**, n. 12, p. 859-881, 2014.

WINSLØW, C. (Ed.). **Guia prático MERIA para o ensino de matemática baseado em investigação**, 2017. Disponível em: hPMRPs://meria-project.eu/activities-results/practical-guide-ibmt

Jacob Bahn: Lyngby-Taarbæk Municipality, Denmark. Teacher of Mathematics, PhD in Didactics of Mathematics, Municipal Advisor on Mathematics and Science Teaching. Email: jacba@ltk.dk. Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-8017-9527>

Aluska Macedo: Universidade Federal de Campina Grande. Doutora em Educação Matemática e Tecnológica pela UFPE, atualmente é professora da UFCG e tem como áreas de pesquisa: Formação de Professores de Matemática, Lesson Study, Estágio Curricular Supervisionado, Engenharia Didática e Resolução de Problemas. Email: aluskadmacedo@gmail.com. Orcid: <https://orcid.org/0000-0003-0398-1097>. link para lattes: <http://lattes.cnpq.br/3897860267687210>.

Klaus Rasmussen: University College Copenhagen. PhD in Didactics of Mathematics, Researcher of Mathematics Education, Mathematics and Science Education. Email: kla@kp.dk. OrcId: <https://orcid.org/0000-0003-0907-6581ba>

Carl Winsløw: University of Copenhagen. PhD in Mathematics (1994), Professor of Didactics of Mathematics (2003). Email: winslow@ind.ku.dk. Orcid :<https://orcid.org/0000-0001-8313-2241>