

A INCERTEZA NO IMAGINÁRIO INFANTIL: COMO AS CRIANÇAS COMPREENDEM A ALEATORIEDADE POR MEIO DA LITERATURA INFANTIL

Uncertainty in the children's imaginary: how children understand randomness through children's literature

Emilly Rayane Moura Diniz Santos

José Ivanildo Felisberto de Carvalho

Resumo

Buscamos investigar as compreensões de estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental sobre aleatoriedade no uso da literatura infantil. Para isso, desenvolvemos um estudo exploratório de caráter qualitativo, no qual foram realizadas entrevistas por meio do método Clínico Piagetiano a partir da contação de histórias do livro “O Clubinho”, com estudantes do 5º ano dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Os resultados do estudo demonstraram que as estudantes apresentam compreensões acerca de diversas noções presentes nessa demanda, como a incerteza, justiça e equiprobabilidade, os diferentes tipos de eventos aleatórios (possível, impossível, mais provável e menos provável); e dificuldades com a compreensão sobre a independência de eventos aleatórios, apresentando erros de recência negativa em sua maioria. Concluímos que as estudantes, durante a contação das histórias, reorganizaram muitas compreensões probabilísticas a partir da reflexão sobre os contextos apresentados, apesar de esse não ser o objetivo central do estudo.

Palavras-chave: Educação Probabilística; Probabilidade; Aleatoriedade; Ensino Fundamental; Anos iniciais.

Abstract

We seek to investigate the understandings of students in the 5th year of Elementary School about randomness in the use of children's literature. For this, we developed an exploratory study of qualitative character, in which interviews were carried out through the Piagetian Clinical method from the storytelling of the book "O Clubinho", with students of the 5th year of the initial years of Elementary School. The results of the study showed that the students have understandings about several notions present in this demand, such as

uncertainty, fairness and equiprobability, the different types of random events (possible, impossible, most likely and least likely); and difficulties with understanding the independence of random events, with mostly negative recency errors. We concluded that the students, during the telling of the stories, reorganized many probabilistic understandings from the reflection on the presented contexts, although this was not the central objective of the study.

Keywords: Probabilistic Education; Probability; Randomness; Elementary School; Early years.

Introdução

O presente artigo reflete sobre as compreensões de estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental acerca da Probabilidade, especificamente sobre a aleatoriedade. Esta pesquisa é extrato de um estudo maior desenvolvido durante o curso de mestrado¹. Objetivamos nesse artigo investigar as compreensões de estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental sobre aleatoriedade no uso da literatura infantil.

Estudiosos como Bryant e Nunes (2012) e Campos e Carvalho (2016) elencam como aspecto imprescindível nos processos de ensino e aprendizagem da Probabilidade, discutir variadas noções que dão base à compreensão de aleatoriedade, na medida em que a incerteza é um elemento fundamental da Probabilidade.

Nesse sentido, desenvolvemos uma pesquisa exploratória de caráter qualitativo, baseada no método Clínico Piagetiano pelo

¹ Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco, disponível em: <https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/40936>

uso da contação de histórias do livro “O Clubinho”, criação autoral dos autores desse estudo². Os sujeitos desse estudo são estudantes do 5º dos anos iniciais do Ensino Fundamental da rede pública de ensino e a análise realizada por meio das entrevistas, visa refletir sobre as compreensões desses estudantes acerca de diversas noções relacionadas à demanda cognitiva de aleatoriedade (BRYANT; NUNES, 2012).

Discussão Teórica

Este estudo apresenta como discussão teórica os pressupostos de Bryant e Nunes (2012) que elencam um conjunto de demandas cognitivas necessárias para o desenvolvimento de compreensões probabilísticas, além de estudos que investigam as potencialidades do uso da literatura infantil na sala de aula.

As seções a seguir refletem sobre o ensino de Probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental e suas contribuições a partir desses referenciais teóricos, bem como, as articulações possíveis no uso da literatura infantil para o ensino de matemática.

A probabilidade nos anos iniciais: a demanda cognitiva da aleatoriedade

Pesquisadores como Bryant e Nunes (2012) têm defendido a importância de explorar um conjunto de noções para o desenvolver a compreensão do conceito de Probabilidade. Nesse sentido, elencam quatro demandas cognitivas básicas para o desenvolvimento de sua compreensão, são elas: 1) Aleatoriedade; 2) Espaço Amostral; 3) Comparação/Quantificação de Probabilidades; e, 4) Risco Probabilístico.

O presente estudo irá explorar a demanda cognitiva de aleatoriedade, sendo ela um elemento fundamental para o desenvolvimento do raciocínio probabilístico que está presente em todos os problemas de Probabilidade. Bryant e Nunes (2012) apontam que esta demanda procura desenvolver a capacidade de reconhecer a incerteza dos resultados em

eventos aleatórios, sendo necessário levar os estudantes a comparar e distinguir os eventos aleatórios (que envolvem a ideia de incerteza) dos eventos determinísticos (que envolvem a ideia de certeza).

A aleatoriedade também compreende diversas noções como equidade e justiça, que considera a compreensão de situações justas e injustas de escolher ou tomar decisões em eventos que possuem as mesmas chances ou não entre as possibilidades (equiprovável e não-equiprovável). Nesse sentido, situações em que se faz presente a aleatoriedade, como sortear papéis ou embaralhar as cartas para distribuí-las, têm como objetivo garantir a justiça, na medida em que produz a incerteza. Entretanto, as situações aleatórias podem ser de natureza equiprovável ou não-equiprovável, como decidir quem começa o jogo no cara ou coroa, usar dados em jogos de trilha ou sorteios com a mesma quantidade de possibilidades entre os participantes, são eventos equiprováveis, pois considera a mesma chance entre as possibilidades. Já situações como sorteio com quantidade de possibilidades diferente entre os participantes, são eventos não-equiprováveis, ou seja, em que não existe a mesma chance entre as possibilidades.

Bryant e Nunes (2012) ainda apontam a necessidade de discutir e comparar os diferentes tipos de eventos aleatórios, que envolvem a compreensão dos eventos prováveis, improváveis, possíveis e impossíveis, bem como, eventos mais prováveis e menos prováveis. Salienta-se que dificuldades acerca dessas noções são muito comuns entre as crianças e levam à erros em muitas situações do dia a dia; como quando a previsão do tempo indica uma probabilidade alta de chuva, se compreende como certeza de que choverá; ou, quando se tem um risco baixo de adquirir uma doença, se entende como impossível de acontecer. Assim, se faz necessário discutir sobre diferentes tipos de eventos aleatórios compreendendo que uma probabilidade maior não indica certeza, e sim um evento mais provável, e que uma probabilidade menor não indica impossibilidade, e sim um evento menos provável. Além disso, é necessário comparar os diferentes tipos de eventos aleatórios, diferenciando os eventos

² O livro O Clubinho é um livro virtual e gratuito, destinado a estudantes, pais e professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental, disponível em: <https://natocadocoelhoivr.wixsite.com/natocadocoelho/livros>

prováveis, dos improváveis e impossíveis, a partir de situações em que o estudante é incentivado a refletir sobre eles.

Acerca da independência de eventos sucessivos em uma situação aleatória, Bryant e Nunes (2012) destacam que muitas crianças apresentam dificuldade de perceber que o obter o mesmo resultado várias vezes não influenciará os próximos resultados. Nesse sentido, podem apresentar dois tipos de erros: o primeiro é chamado de recência negativa, em que os estudantes julgam que após resultados sucessivos de um mesmo tipo, é mais provável um resultado diferente na próxima rodada; e, o segundo erro é chamado de recência positiva, em que os estudantes consideram que depois de resultados sucessivos do mesmo tipo, o mais provável é que o mesmo resultado aconteça na próxima rodada. Por exemplo, ao lançar uma mesma moeda várias vezes e obter o mesmo resultado, nesse caso, “cara”, o estudante que apresenta o erro de recência negativa, compreende é mais provável ter um resultado diferente na próxima vez, ou seja, que o próximo resultado será “coroa”; e, o estudante que apresenta o erro de recência positiva, acredita que é mais provável ter o mesmo resultado na próxima vez, ou seja, que o resultado será “cara” novamente.

A literatura infantil e o ensino de matemática: articulações interdisciplinares

A literatura surgiu da necessidade dos homens de registrar e compartilhar suas experiências, transmitindo valores e ensinamentos às futuras gerações, tendo a palavra oral ou escrita como instrumento (SOUZA, 2010). Nesse sentido, defendemos que a literatura educa, pois consideramos a presença de aspectos pedagógicos em livros infantis não diminui ou desvaloriza os atributos literários, nem o coloca em segundo plano.

Autores como Zilberman e Silva (1990) e Smole (2000), compreendem que é possível os livros infantis trazerem consigo conhecimentos, sem perder seu aspecto literário. Zilberman e Silva (1990) apontam que o uso dessas histórias na escola, objetiva contextualizar a aprendizagem, trazendo significado ao processo,

mobilizando dois elementos, a fantasia e o posicionamento intelectual, pois confronta dois imaginários em um universo que mesmo não compartilhando o mesmo tempo, produz uma modalidade de partilha de significados. Dessa maneira, os autores compreendem que o texto literário introduz um universo que permite ao leitor refletir e incorporar novas experiências.

Smole (2000), reflete sobre a relação de complementariedade entre linguagem e matemática, em que toma emprestada a oralidade dando suporte de significação ao seu aprendizado. A autora ainda destaca que a relação entre a língua e a matemática deve se dar pelo uso de “atividades que envolvem ler, escrever, falar e ouvir sobre matemática” (p. 67); e aponta a literatura infantil como forma de proporcionar à criança uma fantasia próxima da realidade, permitindo inventar, renovar e discordar, compreendendo a literatura como um modo desafiador e lúdico de desenvolver noções matemáticas.

Portanto, acreditamos que a literatura educa, possibilitando o desenvolvimento de habilidades de leitura e compreensão e de estratégias de resolução de problemas, desenvolvendo, nesse contexto, a linguagem e a matemática ao mesmo tempo.

Metodologia

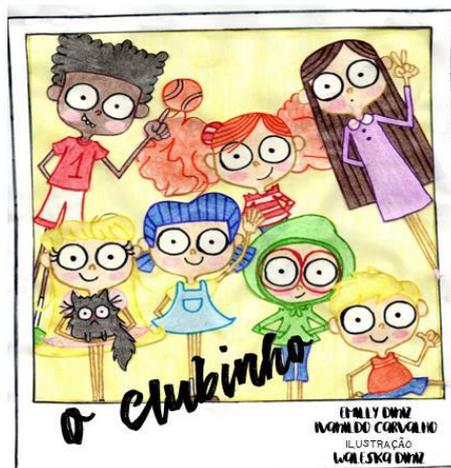
O presente estudo tem como objetivo investigar as compreensões de estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental sobre aleatoriedade no uso da literatura infantil, sendo desenvolvida uma pesquisa exploratória de caráter qualitativo, pois busca compreender de forma aprofundada o objeto investigado, buscando observá-lo a partir da perspectiva dos sujeitos envolvidos (BOGDAN; BIKLEN, 1994).

Este estudo realizou entrevistas clínicas piagetiana, pois busca “compreender como o sujeito pensa, como analisa situações, como resolve problemas, como responde às contra sugestões do examinador” (CARRAHER, 1983, p. 06), objetivando a partir das respostas, não medir o desempenho, mas refletir e entender o processo que as gerou. As entrevistas se baseiam na contação de histórias do livro “O Clubinho”, pois

compreendemos que a contação de histórias estimula o desenvolvimento integral do estudante, a imaginação, a curiosidade, a criatividade, a concentração, a linguagem, além de ser fonte de conhecimentos variados.

O livro desenvolvido e utilizado nesse estudo chama-se “O Clubinho” e conta histórias sobre um grupo de amigos que vivenciam diversas situações problema presentes no dia a dia que envolvem compreensões probabilísticas. O livro apresenta 8 histórias, com situações problema que abordam as demandas cognitivas (aleatoriedade, espaço amostral e comparação/quantificação de probabilidades). Iremos, nesse estudo, abordar quatro histórias que versam sobre aleatoriedade.

Figura 1 - Capa do livro “O Clubinho”



Fonte: DINIZ; CARVALHO (2021).

O quadro 1 apresenta o roteiro de perguntas relacionadas a aleatoriedade, especificando os focos probabilísticos e as histórias presentes no livro “O Clubinho”.

Quadro 1 - Roteiro de perguntas para a entrevista

Histórias do Livro	Foco Probabilístico	Perguntas
O Clubinho	Justiça e Equiprobabilidade	Todos os integrantes do clubinho têm a mesma chance de ter o nome sorteado? Por quê?
Caixa de bombons	Independência de eventos aleatórios sucessivos	Ema ter sorteado todas as vezes brigadeiro e ter devolvido, influenciará a próxima vez que ela tirar um bombom?
Os Lápis de Cor	Diferentes tipos de eventos aleatórios	É possível que Ju tire um lápis amarelo do estojo? E um lápis rosa?
Par ou Ímpar	Justiça e Equiprobabilidade	Um sorteio de par ou ímpar, é um sorteio justo?

Fonte: Os autores (2021).

Os participantes deste estudo são seis estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental da rede pública de ensino de São Lourenço da Mata. As entrevistas foram realizadas de forma individual e presencial, seguindo todos os protocolos de segurança, devido a pandemia de Covid-19 iniciada no ano de 2020 no Brasil. Os estudantes participantes deste estudo, foram selecionados por conveniência, considerando que as escolas do estado de Pernambuco encontravam-se fechadas, se fez necessário a adesão voluntária dos estudantes dessas turmas para a pesquisa.

Apresentação e Análise dos Dados

Para as análises dos dados obtidos a partir da realização das entrevistas clínicas

piagetianas, foram respeitadas as falas dos estudantes na íntegra, visando preservar a identidade dos mesmos, utilizaremos os nomes fictícios de personagens de livros infantis nos recortes das entrevistas, e a pesquisadora será nomeada de mediadora. O quadro 2, apresenta os nomes fictícios utilizados e as características dos estudantes entrevistados:

Quadro 2 - Nomes fictícios e características dos sujeitos

Nomes Fictícios	Características
Alice	10 anos
Emília	10 anos
Tiana	12 anos
Magali	10 anos
Pippi	11 anos
Coraline	11 anos

Fonte: Os autores (2021).

As análises desse estudo têm como base a demanda cognitiva de aleatoriedade proposta por Bryant e Nunes (2012), tendo como foco probabilístico as noções de incerteza; justiça e equidade; os diferentes tipos de eventos aleatórios; e a independência de eventos a partir de situações em um contexto de sorteio com reposição e sem reposição.

Aleatoriedade

Para a análise das justificativas das estudantes sobre a compreensão de aleatoriedade, baseamo-nos nas discussões de quatro histórias: “O Clubinho”, “A Caixa de Bombons”, “Os Lápis de Cor” e “Par ou Ímpar”.

Na história “O Clubinho” os integrantes do grupo desejam escolher um líder para o clube e, por esse motivo, passam a pensar em formas justas de tomar essa decisão. Essa história apresenta uma situação de sorteio com eventos equiprováveis, na qual os nomes dos integrantes do grupo a serem sorteados apresentam a mesma quantidade de papéis para cada.

Na história “A Caixa de Bombons”, as personagens Lulu e Ema estão sorteando bombons de uma caixa, em que há 4 bombons de brigadeiro e 4 de beijinhos.

Quadro 3 - Compreensões mobilizadas pelas estudantes acerca da noção de incerteza

Irregularidade	Imprevisibilidade
<i>Sem ordem. Ela vai pegar qualquer um e vai pintando.</i> (Magali)	<i>É pegar qualquer um.</i> (Alice)
<i>Qualquer um. De qualquer jeito.</i> (Pippi)	<i>É acho que se sortear um vai sair...é aleatório, só vai pegar e vai ser o que sair.</i> (Coraline)
<i>Sim, é só pegar e pronto.</i> (Emília)	

Fonte: Os autores (2021).

Essa história discute dois tipos de situações que envolvem a independência de eventos: 1) sorteio com reposição, na qual os bombons são sorteados e devolvidos à caixa, não havendo alteração do espaço amostral; e, 2) sorteio sem reposição, na qual os bombons são sorteados e não são devolvidos à caixa, alterando o espaço amostral e influenciando o próximo sorteio.

Na história “Os Lápis de Cor”, a personagem Ju possui um estojo com lápis de cores diferentes e em diferentes quantidades, sendo eles, 5 lápis vermelhos, 3 amarelos e 2 azuis. Essa história apresenta uma situação de sorteio não equiprovável, em que as chances entre as possibilidades são diferentes, pois, o estojo da personagem possui lápis de cores diferentes e em diferentes quantidades.

Na história “Par ou ímpar”, os personagens João e Guga estão decidindo no par ou ímpar quem iniciará um jogo. Essa história discute as noções de justiça e equiprobabilidade, a partir do levantamento das possibilidades e análises das chances, possibilitando a reflexão sobre a natureza e os elementos que compõem um sorteio justo.

Incerteza

Todos os contextos apresentados nas histórias do livro, envolvem a incerteza; porém, durante a leitura da história “Os lápis de cor”, se afirma que a personagem Ju irá tirar os lápis do estojo de forma aleatória. Nesse sentido, foi proposto o seguinte questionamento: “O que pra você é aleatório?”. Percebe-se a partir das justificativas das estudantes que estas relacionam a incerteza à duas noções, como é possível observar no quadro 3:

Sobre a ideia de irregularidade, algumas justificativas apontam que não há uma ordem definida para os eventos acontecerem, ou seja, há uma inexistência de ordem ou regularidade dos eventos. Outras justificativas associam à ideia de imprevisibilidade, compreendendo que a possibilidade a ser escolhida é incerta, na medida em que qualquer uma das possibilidades pode acontecer, não sendo possível definir qual será.

Bryant e Nunes (2012) apontam que a maioria das definições de aleatoriedade apresentadas por crianças e adultos, enfatizam a incerteza dos resultados em uma sequência aleatória ou em um arranjo espacial aleatório, pois não sabe exatamente o que acontecerá a seguir.

Justiça e equiprobabilidade

As situações apresentadas nas histórias “O Clubinho” e “Par ou ímpar”, discutem a ideia de justiça e equiprobabilidade. Nesse sentido, foi proposto os seguintes questionamentos: “Você acha que esta é uma maneira justa ou correta de decidir? Por quê?” (História O Clubinho) e “Um sorteio de par ou ímpar, é um sorteio justo?” (História Par ou Ímpar).

Nessas situações, todas as estudantes apontaram o sorteio e o jogo par ou ímpar, como maneiras justas de decidir, apenas uma estudante achou não ser justo, porém, quando confrontada com sua resposta anterior mudou de ideia. Diversos conceitos emergiram das compreensões das estudantes sobre a ideia de justiça, são elas: mérito, honestidade, impessoalidade, equidade e modelo de decisão, presentes no quadro 4:

Quadro 4 - Compreensões mobilizadas pelas estudantes acerca da noção de justiça

Mérito	Honestidade	Impessoalidade	Equidade	Modelo de decisão
Acho que sim. Porque não vai ter discussão, ah... eu sou melhor ou ele é melhor pra fazer isso. (Coraline)	Sim. Porque só assim nenhum sai triste, porque eles tão jogando justo e não sujo. (Magali)	Sim. Porque ele não vai ver qual é, ele não pode chegar e dizer é essa pessoa, ele sorteou. (Píppi)	Eu acho. Porque assim ninguém vai ter mais possibilidades que outro, fica tudo igual, é bom que não vai ter briga. (Emília)	Sim. Porque cada um votou em si mesmo. Isso seria justo. (Alice)
		Acho. Porque ninguém ia ver né. Ia só pegar e quem for ia ser. (Emília)	Sim. Eu acho que as chances são iguais. (Tiana)	Sim. Pra saber quem é que vai ganhar. (Píppi)

Fonte: Os autores (2021).

Emergiu das justificativas das estudantes as compreensões de que situações aleatórias, apesar de justas, não consideram o mérito; que em situações justas está presente a ideia de honestidade, na medida em que compreende que a justiça não admite trapagens; que situações justas não envolvem uma preferência pessoal, apresentando como parâmetro a impessoalidade; que situações justas devem apresentar chances iguais entre as possibilidades, promovendo equidade entre as partes; e, que para tomar boas decisões, situações justas devem ser aplicadas e assim ter um resultado adequado ou aceitável.

Como observado nas justificativas das estudantes, Bryant e Nunes (2012)

apontam que muitas crianças percebem que existe uma associação entre aleatoriedade e justiça, e que a aleatoriedade pode ser uma forma eficaz de garantir situações justas. Nesse sentido, destacam que a justiça atrai sua atenção e estas adotam estratégias flexíveis e adaptativas para alcançar a justiça de diferentes maneiras.

Diferentes tipos de eventos aleatórios

A situação apresentada na história “Os lápis de cor”, envolvem as ideias de eventos possíveis e impossíveis, além de eventos mais prováveis e menos prováveis, em contextos de sorteio de lápis de cor em um estojo. Sendo esta uma situação não-equiprovável, em que as cores dos lápis

apresentam diferentes quantidades, sendo 5 lápis vermelhos, 3 amarelos e 2 azuis, ou seja, os lápis apresentavam chances diferentes a depender da cor.

Ideia de possível

Na história “Os lápis de cor” dentre as possibilidades de lápis no estojo, haviam apenas 3 lápis amarelos, de um total de 10, sendo assim, este se caracteriza como um evento menos provável a ser sorteado, porém, possível. Para discutir a ideia de evento possível, foi proposto o seguinte questionamento: “É possível que Ju tire um lápis amarelo do estojo? Por quê?”.

Nessa situação, todas as estudantes apontaram o sorteio do lápis amarelo, como possível de acontecer; quatro estudantes responderam logo a seguir ao questionamento, que seria possível retirar um lápis amarelo do estojo, e apenas duas estudantes afirmaram não ser possível, porém, quando confrontadas com o reforço da ideia de ser possível, reformularam as respostas, apontando a possibilidade. Algumas noções emergiram das compreensões das estudantes sobre a ideia de possível, são elas: menos provável x impossível, menos provável x possível, posição, presença e aleatoriedade, presentes no quadro 5.

Quadro 5 - Compreensões mobilizadas pelas estudantes acerca da noção de possível

Menos provável x Impossível	Menos Provável x Possível	Posição	Possibilidade	Aleatoriedade
<i>Não. É mais fácil x vermelho. (Alice)</i>	<i>Sim. Porque o amarelo é mais bonito. Ele te menos, mas tem possibilidade de pegar o amarelo. (Magali)</i>	<i>Eu acho que não... porque o que tiver em cima ela vai tirar. (Tiana)</i>	<i>Sim. Porque tem três. (Píppi)</i>	<i>É. Porque ela vai tirar aleatoriamente ela só pega e pronto. (Emília)</i>
	<i>Pode ser, mas tem pequenas chances, porque tem mais vermelho. (Coraline)</i>			

Fonte: Os autores (2021).

Sobre a ideia de evento possível, mesmo que menos provável, as estudantes apresentaram em suas justificativas compreensões sobre não ser possível sortear o lápis amarelo por ter mais lápis de outra cor, assim, não compreende que mesmo sendo menos provável sortear um lápis amarelo, o evento ainda é possível; que há uma menor chance de sortear o lápis amarelo, ou seja, um evento menos provável de acontecer, mas que não impossibilitava a chance de ser sorteado, sendo este um evento possível; que a chance de saque dependia da posição que o lápis ocupava no estojo (em cima ou embaixo), não considerando a análise das possibilidades para julgar um evento possível ou não; que a presença de lápis amarelos no estojo, enquanto possibilidade de resultado, permite ao evento ser possível; e, que a aleatoriedade presente no sorteio torna o saque possível.

O estudo de Nóbrega (2015) que investigou crianças desde o Infantil III até o

5º ano, apontou que questões que envolvem a noção de possibilidade não se mostraram tão fáceis, pois as crianças apresentavam dificuldades em estimar chances mais sutis, como é possível perceber na justificativa da estudante Alice, que não compreende que apesar de menos provável, a ocorrência do evento é possível. Nóbrega (2015) ainda aponta que muitas crianças apresentam dificuldades em justificar suas respostas, fazendo com que recorram a elementos, muitas vezes, alheios à questão apresentada, como experiências pessoais; o que pode ser percebido na justificativa da estudante Tiana, que toma como elemento a posição do lápis no estojo.

Ideia de impossível

Considerando que não havia nenhum lápis rosa no estojo, considera-se este um evento impossível. Para discutir a ideia de evento impossível, foi proposto o seguinte questionamento: “É possível que Ju tire um lápis rosa do estojo? Por quê?”.

Nessa situação, todas as estudantes apontaram o sorteio do lápis rosa, como impossível de acontecer; quatro estudantes responderam logo a seguir ao questionamento, que seria impossível retirar um lápis rosa do estojo, e apenas duas

estudantes afirmaram ser possível, mas quando confrontados com a observação das possibilidades presentes no estojo, reformularam as respostas, apontando a impossibilidade, presentes no quadro 6:

Quadro 6 - Compreensões mobilizadas pelas estudantes acerca da noção de impossível

Falta da Possibilidade
<i>Não. Por que não tem rosa. (Alice)</i>
<i>Não. Porque não tem nenhum rosa. (Tiana)</i>
<i>Pode. Pode. Porque ele é bonito e ela também tem muita possibilidade de pegar o rosa. Não. Não tem rosa. (Magali)</i>
<i>Mas tem rosa? Não, não tem. (Coraline)</i>
<i>Também é possível. Acho. Vai ser aleatoriamente também. Até porque não to vendo lápis rosa. Ah. Ela só tem essas cores. Não. Porque não tem rosa. (Emília)</i>
<i>Não. Porque não tem no estojo dela. (Pippi)</i>

Fonte: Os autores (2021).

A partir das justificativas é possível perceber que a noção de impossibilidade é associada a falta de possibilidades de um evento particular no espaço amostral, considerando que não haver lápis rosa impossibilita seu sorteio.

Os estudos de Carvalho (2005) e Silva (2016) apontaram que as crianças apresentam facilidade em identificar os eventos impossíveis, apresentando justificativas adequadas, que tomam como base a análise dos elementos que compõem o espaço amostral, como também observado nos resultados desse estudo.

Ideia de mais provável e menos provável

Considerando que haviam 5 lápis vermelhos, 3 lápis amarelos e 2 azuis no estojo, este se configura como um evento não equiprovável, em que há chances diferentes de ocorrência entre os eventos. Tendo como evento mais provável sortear um lápis vermelho e menos provável sortear um azul. Para discutir a ideia de evento mais provável, foi proposto o seguinte questionamento: “Qual é a cor mais provável de sair?”; e, para discutir a ideia de evento menos provável, foi questionado: “Qual é a cor menos provável de sair?”.

Nessa situação, todas as estudantes apontaram como evento mais provável, o sorteio de um lápis vermelho, apresentando como justificativa a quantidade de lápis vermelhos no estojo, considerando que por haver mais lápis dessa cor, havia mais

chances de ser sorteado. Nessa situação, também, todas as estudantes apontaram como evento menos provável, o sorteio de um lápis azul, apresentando como justificativa a quantidade de lápis azuis no estojo, considerando que ter menos lápis dessa cor, significa ter menos chances de ser sorteado. O quadro 7 apresenta as compreensões das estudantes:

Quadro 7 - Compreensões mobilizadas pelas estudantes acerca da noção de mais provável e menos provável

Mais Provável x Maior Quantitativo	Menos Provável x Menor Quantitativo
Vermelho. Porque tem 5 vermelhos. (Alice)	O azul. Porque só tem 2. (Alice)
Ou azul ou vermelho. Azul. Vermelho. Porque tem mais vermelhos do que azul. Porque tem 5 vermelhos, 2 azuis e 3 amarelos. Então eu acho que ela pega mais vermelhos. (Tiana)	Azul. Porque o azul tem menos. (Tiana)
Vermelho. Porque vermelho tem mais. (Magali)	Azul. Porque azul tem menos. (Magali)
Vermelho. Porque tem mais. (Coraline)	O azul. Porque tem menos. (Coraline)
Vermelho. Porque tem mais vermelhos. (Emília)	Azul. Porque só tem dois. (Emília)
Vermelho. Porque tem mais. (Pippi)	Amarelo. Não. Azul. Porque tem menos. (Pippi)

Fonte: Os autores (2021).

Consideramos que a facilidade em perceber os eventos mais provável e menos

provável nessa situação se deve a presença de apenas um espaço amostral, não necessitando que as estudantes apliquem do raciocínio proporcional, permitindo resolvê-las a partir da relação mais/menos.

Acerca dos diferentes tipos de eventos aleatórios, de forma geral, Bryant e Nunes (2012) destacam que as crianças apresentam facilidade em discriminar os eventos possíveis e impossíveis do espaço amostral, porém apresentam dificuldades em julgar os eventos improváveis, tendendo a incluir estes na categoria de impossíveis, além de salientar que as crianças são mais bem sucedidas em situações que podem aplicar a relação mais/menos para resolvê-las.

Independência de eventos sucessivos

A história “A Caixa de Bombons” apresenta dois tipos de situações que envolvem a independência de eventos: situações em um contexto de sorteio com reposição, e situações em um contexto de sorteio sem reposição.

Independência de eventos sucessivos: Sorteio com reposição

Considerando a primeira situação que apresenta um contexto de sorteio com reposição, não havendo alteração do espaço amostral e influência no próximo sorteio, foi proposto o seguinte questionamento: “O que você acha que vai acontecer na próxima vez que Ema tirar um bombom da caixa?”.

Sobre os erros de recência positiva e negativa, cinco estudantes apresentaram erros de recência negativa, em que se entende ser mais provável um resultado diferente na próxima vez, e um estudante apresentou erro de recência positiva, em que se entende ser mais provável o mesmo resultado na próxima vez. É importante destacar que nenhum dos estudantes apresentou compreensão sobre a independência entre os eventos sem a intervenção da mediadora. Bryant e Nunes (2012) apontam que pesquisas recentes mostram que o efeito de recência positiva parece diminuir à medida que as crianças crescem, enquanto o efeito de recência negativa aumenta. O quadro 8 apresenta as compreensões das estudantes acerca da independência de eventos sucessivos:

Quadro 8 - Compreensões mobilizadas pelas estudantes acerca dos erros na noção de independência de eventos sucessivos

Destino	Posição	Textura
<i>Brigadeiro. Não. Beijinho. Porque ela já tentou muito e não conseguiu. (Píppi)</i>	<i>Talvez ela consiga acertar. Porque os que ela já pegou, ela colocou em um lugar e ela sabe o lugar, tá marcado. (Alice)</i>	<i>Eu acho que ela vai tirar beijinho, porque... se eu fosse pegar um beijinho eu sentiria... eu iria ficar procurando até achar. (Tiana)</i>
<i>O de brigadeiro de novo, porque ela fica tentando, tentando, e tem que comer aquilo que consegue. É pra ela tirar o de brigadeiro mesmo, não é pra tirar o de beijinho não. (Magali)</i>	<i>Eu acho que vai ser de beijinho. Agora já que ela tirou tanto, acho que ela já vai saber onde tá. (Coraline)</i>	
	<i>Vai ser de beijinho. Porque ela já tirou todos os de chocolate e eu acho que ela decorou onde tá. (Emília)</i>	

Fonte: Os autores (2021).

Diversas compreensões que podem ser associadas a esses erros, algumas justificativas relacionaram ao destino; assim em ambas as situações, parece haver uma força superior comandando os saques; outras associam à posição dos sabores na caixa, compreendendo que o fato de já terem sido realizados vários saques a personagem já conhece a posição dos bombons na caixa; e apenas uma associou a compreensão de que o tato poderia influenciar no saque, considerando a percepção de algum tipo de textura, configurando-se, portanto, como uma escolha e não um sorteio.

Após a intervenção da mediadora, questionando sobre qual bombom teria mais chance de ser retirado da caixa; cinco estudantes perceberam a independência entre os eventos, e apenas uma não chegou a essa compreensão. Sobre as justificativas apresentadas pelas estudantes, algumas compreensões podem ser associadas a essa mudança ou não na compreensão, como é possível observar no quadro 9:

Quadro 9 - Compreensões mobilizadas pelas estudantes acerca da noção de independência de eventos sucessivos em um sorteio com reposição

Embaralhamento	Quantidade	Posição
<i>Vão ter a mesma chance. Já vai tá tudo embaralhado, ela não vai saber onde tá o de brigadeiro, o de beijinho.</i> (Alice)	<i>Eu acho que é igual. Porque é a mesma quantidade de brigadeiro e beijinho.</i> (Coraline)	<i>Eu não sei... Como eu disse né.. tá perto.</i> (Tiana)
<i>Os dois têm a mesma chance. Porque não ia dar pra ela saber.</i> (Emília)	<i>Ela tem a mesma chance. Porque na caixa tem 4 de cada.</i> (Magali)	
<i>Tem chance igual. Porque todos estão juntos.</i> (Píppi)		

Fonte: Os autores (2021).

Nesse sentido, algumas justificativas associaram a independência entre os eventos ao embaralhamento dos elementos compreendendo que misturar os elementos gera independência entre eles; outras associaram ao quantitativo de bombons de cada sabor na caixa, compreendendo que ter a mesma quantidade de ambos os sabores na caixa permitia a independência entre os saques; e apenas uma manteve a não compreensão sobre a independência entre os eventos, apontando que não sabia se existiam chances iguais entre os elementos, pois considerava mais provável serem sacados os bombons próximos a personagem.

Independência de eventos sucessivos: Sorteio sem reposição

Considerando a segunda situação presente na história, esta apresenta um contexto de sorteio sem reposição, alterando o espaço amostral e influenciando no próximo sorteio, gerando um sabor mais provável que o outro de ser sorteado. Nessa situação, foi proposto o seguinte questionamento: “Qual bombom Lulu tem mais chance de tirar?”.

Acerca da compreensão da influência do primeiro saque sobre os saques subsequentes, e, portanto, na quantidade de elementos, todas as estudantes consideraram que havia um evento mais provável de acontecer, como é possível observar no quadro 10.

Quadro 10 - Compreensões mobilizadas pelas estudantes acerca da noção de independência de eventos sucessivos em um sorteio sem reposição

Aleatoriedade	Maior Quantitativo	Mudança do Espaço Amostral
<i>Beijinho. Porque... Ela pode pegar qualquer um né.</i> (Tiana)	<i>Esse aqui (o de beijinho). Porque tem 4 dele e esse aqui (o de brigadeiro) só tem três.</i> (Alice)	<i>O de beijinho, porque agora tem menos de brigadeiro.</i> (Coraline) <i>Ela vai tirar o de beijinho. Porque... ela gosta do de brigadeiro, mas como a Ema tirou um daqui, aí ela vai tirar o de beijinho.</i> (Magali)
	<i>Beijinho. Porque tem mais.</i> (Píppi)	<i>Beijinho. Porque já sumiu um de brigadeiro, então vai ser mais fácil ela tirar um de beijinho. Há maior quantidade de beijinho do que de brigadeiro.</i> (Emília)

Fonte: Os autores (2021).

Nesse sentido, uma justificativa associou a dependência entre os eventos a aleatoriedade, desconsiderando as possibilidades e a influência do saque anterior; outras associaram ao fato de haver um evento mais provável, apontando as possibilidades como justificativa; e ainda apontando que ao realizar o saque de um bombom de brigadeiro, os bombons de beijinho passaram a apresentar mais chances de ser sacado.

A partir das justificativas apresentadas pelas estudantes nessa situação, podemos apontar que estas percebem a presença de um evento mais provável, e algumas, de forma acertada, relacionam ao número de possibilidades presentes no espaço amostral.

Ao considerar todas as compreensões apresentadas sobre a demanda da aleatoriedade, destacamos que as estudantes apresentaram mais facilidade em algumas noções que em outras, sendo a noção de independência de eventos a que mais se

equivocaram. Bryant e Nunes (2012) apontam que por vezes as crianças associam a aleatoriedade à sorte ou azar, que podem ter origem na vivência de situações não aleatórias, levando-as a tomarem decisões equivocadas sobre eventos aleatórios. Nesse sentido, de forma geral, as estudantes apresentam indícios de compreensão sobre a aleatoriedade que podem servir de base para o desenvolvimento de aprendizagens.

Conclusões

No presente estudo, buscamos investigar as compreensões de estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental sobre aleatoriedade e o uso da literatura infantil. Acerca do conceito de Probabilidade, tomamos como base os pressupostos de Bryant e Nunes (2012) que elencam quatro demandas cognitivas para o desenvolvimento do conceito de Probabilidade, sendo explorada nesse estudo a demanda de aleatoriedade, a partir de diferentes noções dão base a construção do conceito de aleatoriedade. Sobre a articulação da literatura infantil e conceitos matemáticos, reafirmamos a crença de que a presença de aspectos pedagógicos em livros infantis não desvaloriza a literatura infantil, pelo contrário possibilita o desenvolvimento de ambas as habilidades ao mesmo tempo.

Sobre a análise das compreensões das estudantes sobre a aleatoriedade, apontamos que as estas demonstraram possuir conhecimentos acerca de diversas noções presentes nessa demanda, como a incerteza, justiça e equiprobabilidade, os diferentes tipos de eventos aleatórios (possível, impossível, mais provável e menos provável), e dificuldades com a compreensão sobre a independência de eventos aleatórios, apresentando erros de recência negativa em sua maioria. Acreditamos ainda que as estudantes desenvolveram aprendizagens durante a contação das histórias, reorganizando muitas concepções a partir da reflexão sobre os contextos apresentados, e pelos questionamentos e intervenções realizadas pela mediadora; apesar de esse não ser o objetivo central do estudo.

Dessa maneira, consideramos que a leitura do livro e vivência das histórias,

facilitou a mobilização de variadas noções que dão base a compreensão de aleatoriedade, na medida em que a literatura infantil permite a partilha de significados dos conceitos envolvidos, pois compreendemos que é necessário se familiarizar com a linguagem e os símbolos matemáticos para encontrar sentidos no que lê e escreve.

Referências

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Portugal: Porto Editora, 1994.

BRYANT, P. NUNES, T. **Children's understanding of probability**: a literature review. Nuffield Foundation. 2012.

CAMPOS, T. M. M.; CARVALHO, J. I. F. Probabilidade nos anos iniciais da educação básica: contribuições de um programa de ensino. **Em Teia**, v. 7, n. 1, p. 1-18, 2016.

CARRAHER, T. N. **O método clínico**: usando os exames de Piaget. São Paulo: Cortez, 1983.

CARVALHO, R. P. F. **A formação de conceitos probabilísticos em crianças de 4ª série do ensino fundamental**. 2005. 96 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Católica de Brasília, Brasília, 2005.

DINIZ, E.; CARVALHO, I. **O clubinho** [livro eletrônico] Ilustração: DINIZ, Waleska. São Lourenço da Mata, PE: Ed. dos Autores, 2021. Disponível em: <<https://natocadocoelhoivros.wixsite.com/natocadocoelho/livros>>. Acesso em: 04 abr. 2022.

NÓBREGA, G. M. M. **Investigando a ideia do possível em crianças**. 2015. 121 f. Tese (Doutorado em Psicologia Cognitiva) – Centro de Filosofia e Ciências Humanas, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2015.

SILVA, R. de C. B. da. **É a moeda que diz não é a gente que quer não**: conhecimentos probabilísticos de crianças em situações de jogos. 2016. 135 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2016.

SMOLE, K. C. S. **A matemática na educação infantil**: a teoria das inteligências múltiplas na prática escola. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.

SOUZA, A. A. **Literatura infantil na escola:** a literatura em sala de aula. Campinas: Autores Associados, 2010.

ZILBERMAN, R. SILVA, E. T. da. (orgs.). **Literatura e pedagogia:** Ponto e contraponto. Porto Alegre: Mercado Aberto, 1990.

Emilly Rayane Moura Diniz Santos: Doutoranda e Mestre em Educação Matemática e Tecnológica; Universidade Federal de Pernambuco/ UFPE, Recife, Pernambuco, Brasil, e-mail: emillydiniz97@hotmail.com.

José Ivanildo Felisberto de Carvalho: Doutor em Educação Matemática; Universidade Federal de Pernambuco/ UFPE, Recife, Pernambuco, Brasil, e-mail: ivanfcar@hotmail.com