

ANÁLISE DO DESEMPENHO, ESTRATÉGIAS E REPRESENTAÇÕES ENVOLVENDO MÉDIA ARITMÉTICA POR ESTUDANTES DO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Performance analysis, strategies and representations involving arithmetic average by 5th year students of elementary school

Danilo do Carmo de Souza

Marisa Lima de Vasconcelos

Juscileide Braga de Castro

Resumo

Este trabalho tem como objetivo analisar a compressão e as representações utilizadas por estudantes do 5º ano em situações envolvendo o conceito de média aritmética. A coleta de dados deu-se a partir de um teste, abordando: a construção e interpretação de gráficos de linha e de barras; análise de tabelas; cálculo das medidas de tendência central. A análise do desempenho, demonstra que as crianças possuem facilidade na construção de gráficos de barras 84,09%. Contudo, a identificação da mediana, com número par de elementos, foi uma situação de difícil compreensão, pois nenhum estudante obteve êxito. Quanto à média, 52,27% das crianças responderam corretamente, empregando estratégias a partir de protótipos do pensamento aditivo, multiplicativo ou a combinação de ambos, associando algoritmos e representações pictóricas e numéricas. Embora existam lacunas conceituais ligadas à Estatística, as formas como solucionam as situações evidenciam que esses conceitos podem ser compreendidos ainda nos anos iniciais.

Palavras-chave: Educação Estatística; Desempenho; Média Aritmética; Estratégias de resolução; Registro de representação estatístico.

Abstract

This work aims to analyze the compression and representations used by 5th year students of elementary school in situations involving the concept of arithmetic mean. Data collection was based on a test, covering: the construction and interpretation of line and bar graphs; table analysis; calculation of measures of central tendency. The performance analysis shows that

children have facility in building bar graphs 84.09%. However, the identification of the median, with an even number of elements, was a situation that was difficult to understand, as no student was successful. As for the average, 52.27% of the children answered correctly, using strategies based on prototypes of additive, multiplicative thinking or a combination of both, associating algorithms and pictorial and numerical representations. Although there are conceptual gaps related to Statistics, the ways in which they solve situations show that these concepts can be understood even in the early years.

Keywords: Statistical Education; Performance; Arithmetic average; Resolution Strategies; Register of Statistical Representation.

Introdução

O conhecimento estatístico é uma ferramenta essencial na formação de um indivíduo no contexto atual, haja vista o fluxo constante de informações e a necessidade de sua interpretação (GAL, 2002). O conceito de média aritmética, por exemplo, faz parte do cotidiano a partir de dados sobre: a expectativa de vida, a renda *per capita* das famílias, a média de filhos, a escolaridade média, dentre outros. Contudo, a forma como esse conceito é apresentado aos estudantes restringe-se, geralmente, ao procedimento algorítmico – como sendo a soma dos valores, dividido pelo número de dados envolvidos na situação – o que por si, não garante sua compreensão (CAZORLA; SANTANA; UTSUMI, 2019).

A dificuldade em resolver situações envolvendo o conceito de média, pode ser verificada diariamente no âmbito escolar e comprovada pelos resultados das avaliações nacionais de larga escala. Analisando os dados coletados a partir do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), apenas 3,27% dos estudantes concluíram o Ensino Fundamental no nível 7, onde se encontram habilidades inerentes ao conceito de média aritmética (BRASIL, 2021).

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), documento que fornece subsídios para a organização curricular das escolas, destaca o conceito de média somente a partir do 7º ano do Ensino Fundamental, com a indicação da habilidade: “(EF07MA35) Compreender, em contextos significativos, o significado de **média estatística como indicador da tendência** de uma pesquisa, calcular seu valor e relacioná-lo, intuitivamente, com a amplitude do conjunto de dados” (BRASIL, 2018, p. 315, grifo nosso). Posteriormente, a compreensão de medidas de tendência central e de dispersão é explorada no 8º ano do Ensino Fundamental, a partir da habilidade “(EF08MA25) Obter os valores de medidas de tendência central de uma pesquisa estatística (**média, moda e mediana**) com a compreensão de seus significados e relacioná-los com a dispersão de dados, indicada pela amplitude” (BRASIL, 2018, p. 315, grifo nosso).

Portanto, a compreensão de média aritmética é explorada a partir de apenas duas habilidades em todo o Ensino Fundamental, embora possa ser mobilizada em situações de pesquisas no 9º ano do Ensino Fundamental, a partir da habilidade EF09MA. Destarte, considerando a média como uma distribuição equitativa, é possível desenvolver esse conceito desde o 4º ano, conforme habilidade “(EF04MA07) Resolver e elaborar problemas de divisão cujo divisor tenha no máximo dois algarismos, envolvendo os significados de repartição equitativa e de medida, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e

algoritmos” (BRASIL, 2018, p. 291). Apesar disso, não é algo que se tem observado nas escolas de uma forma geral.

Nesse contexto, pesquisas com foco no conceito de média aritmética (MAGINA et al., 2010; MARQUES; GUIMARÃES; GITIRANA, 2011; EUGENIO; CARVALHO; MONTEIRO, 2016; LUNA; CARVALHO, 2019) têm demonstrado resultados preocupantes a partir da análise do desempenho em diferentes níveis da Educação Básica, Ensino Superior e na formação de professores.

Não obstante, interpretar as estratégias empregadas pelos sujeitos é uma ferramenta que alicerça novos estudos, além de auxiliar docentes em sua prática pedagógica (SOUZA; CASTRO; BARRETO, 2020).

Nesse sentido, Spinillo et al. (2014, p. 4) advogam que a análise dos erros e dos acertos são importantes para que o professor compreenda “[...] os limites e as possibilidades do pensamento frente a um dado objeto de conhecimento, no caso, os conceitos matemáticos”. Frente aos argumentos identificados nos documentos oficiais, nos resultados das avaliações e nas pesquisas apontadas, evidencia-se a necessidade do aprofundamento dessa área de estudo como oportunidade de compreender o raciocínio das crianças no conceito de média aritmética.

Assim, destacamos como questão norteadora: quais estratégias e representações estudantes mobilizam para resolver situações-problemas envolvendo o conceito de média aritmética? Por conseguinte, apontamos como objetivo: analisar a compressão e as representações utilizadas por estudantes do 5º do Ensino Fundamental em situações que envolvem o conceito de média aritmética.

Isso posto, os apontamentos deste estudo são aglutinados nas seguintes seções: os elementos introdutórios, já evidenciados, o referencial teórico e pesquisas empíricas que entrelaçam à aprendizagem de média aritmética. Na sequência, os procedimentos metodológicos, análise e discussão dos

resultados e, por fim, as considerações finais.

Média aritmética e o Campo Conceitual Multiplicativo

O conceito de média aritmética é fundamental na análise do comportamento e interpretação de dados, estando presente em aplicações práticas nas diversas áreas do conhecimento, como também, na compreensão dos conceitos da Estatística, como por exemplo: desvio padrão, variância e correlação. A representação algébrica da média aritmética é identificada a partir da expressão:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

onde:

\bar{X} : representa a média aritmética;

x: representa a variável em estudo;

n: indica o número de elementos envolvidos na amostra.

A partir da definição de média aritmética, apontada anteriormente, Strauss e Bichler (1988) identificam sete propriedades atreladas a esse conceito: 1) a média está localizada entre os valores extremos; 2) a soma dos desvios a partir da média é zero; 3) a média é influenciada por cada um e por todos os valores; 4) a média não necessariamente coincide com um dos valores que a compõem; 5) a média pode ser um número que não tem um correspondente na realidade física; 6) o cálculo da média leva em consideração todos os valores inclusive os nulos e os negativos; 7) a média é um valor representativo dos dados a partir dos quais ela foi calculada.

Portanto, cabe destacar que durante o processo de aprendizagem do conceito de média aritmética, deve-se levar em consideração não apenas a definição, como também, as situações que envolvem essa aplicação, as propriedades vinculadas ao conceito e as possibilidades de representações. Nesse contexto, delineamos como marco teórico os estudos acerca da

Teoria dos Campos Conceituais (TCC), de Gérard Vergnaud.

Para Vergnaud (1983; 2009), a TCC constitui em seu âmago, uma teoria psicológica fundamentada na conceitualização do real, como elemento da cognição e visa compreender como se desenvolve o processo de aprendizagem e a aquisição das competências durante a formalização de conceitos matemáticos. Ainda segundo o autor, as rupturas durante a aprendizagem matemática, requerem um longo período de tempo e de experiências do sujeito (VERGNAUD, 2009).

Ademais, Vergnaud (2009) aponta a existência de uma estreita correlação entre os conceitos matemáticos, o que não faz sentido estudá-los de forma isolada, propondo trabalhar em Campos Conceituais. Um campo conceitual é constituído por um conjunto de situações e problemas, os quais necessitam de conceitos, procedimentos e representações em estreita conexão (VERGNAUD, 1983; 2009).

Cazorla, Santana e Utsumi (2019), em seu estudo, propuseram uma aproximação teórica acerca da construção do campo conceitual da média aritmética, ancorada na Teoria dos Campos Conceituais. Os resultados explicitam uma rede de conceitos, operações e propriedades que formam os Invariantes (I); as Representações (R) (verbal, numérica, algébrica, gráfica e pictórica), bem como as Situações (S) que dão sentidos diferenciados ao conceito.

Destarte, as autoras concebem três classes de média: a simples, que implica na soma de todos os valores dividido pelo número de dados; a agregada, quando não se conhece os valores originais, mas apenas o todo e, nesse caso, recorreremos à razão entre duas grandezas e a média ponderada. Na média ponderada identificam-se três subclasses: a média ponderada genuína, onde os pesos são resultado de valoração; a média ponderada pela frequência com dois tipos, valores pontuais e marca de classe; e, a média ponderada para encontrar a média geral a partir de médias parciais.

Com isso, pesquisas com foco na compreensão de média têm sido realizadas, com o objetivo de fornecer metodologias, ferramentas e possibilidades para a aprendizagem do conceito supracitado, baseado em intervenções ou análises diagnósticas comparativas de conhecimentos entre diferentes públicos.

Luna e Carvalho (2019) fizeram um estudo do desempenho de um grupo de estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio em relação à concepção de média aritmética. Eles analisaram as respostas de um questionário contendo cinco questões, que contemplavam três significados distintos de média. As situações propostas se baseiam na Teoria dos Campos Conceituais. Na execução da pesquisa foi verificado baixo desempenho, quando comparado ao estudo de Marques, Guimarães e Gitirana (2011), o qual demonstrou que estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental já estão aptos a compreender a ideia por trás do conceito de média.

A análise das estratégias dá indícios de que os alunos se esforçaram para resolver as atividades, porém tiveram dificuldades. Dentre os principais erros cometidos podemos citar: confundir a média com a operação de adição; uma parcela a ser dividida por dois; o valor central de conjunto de dados em ordem crescente (mediana); e/ou como sendo um número que acaba em zero. Luna e Carvalho (2019) evidenciam uma evolução no desempenho dos alunos de acordo com o aumento do grau de escolaridade.

Eugênio, Carvalho e Monteiro (2016) fizeram um recorte de uma dissertação, que buscava interpretar o raciocínio de alunos do 5º e 9º ano do Ensino Fundamental, a respeito do conceito de média aritmética. Os dados foram coletados através de uma avaliação diagnóstica que continha 10 situações, na qual a primeira abordava a utilização da média em uma questão familiar e as demais questões tratavam do emprego da média em questões da mídia impressa. Em algumas dessas questões, a

média era abordada como valor inteiro e, em outras, como valor decimal.

Os resultados evidenciam que 75% dos alunos do 5º ano erraram a questão que relacionava média à interpretação de gráficos. Observamos que os alunos do 9º ano estimavam a média a partir de um local onde houvesse massa de dados, fato este que concorda com a propriedade 7 do trabalho de Strauss e Bichler (1988), no qual a média é descrita como um valor significativo do conjunto de dados de onde ela foi calculada. Verificamos também nessa pesquisa que os alunos confundiram o cálculo da média com a soma dos valores e, por fim, destacamos que novamente foi verificada uma melhora do desempenho dos alunos conforme maior grau de maturidade escolar.

Muñoz-Ñungo, Maz-Machado e Pedrosa-Jesús (2020) verificaram os conhecimentos de estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental acerca do conceito de média aritmética. A pesquisa foi aplicada em duas escolas colombianas e contou com a participação voluntária de 108 estudantes. Ambas as escolas apresentaram resultados semelhantes, apenas 19,5% das questões estavam corretas, o que mostra que a maior parte dos estudantes não compreende como é o algoritmo para efetuar o cálculo da média. Os autores compararam esse resultado com estudos de Batanero, Godino e Navas (1997), que fizeram um trabalho semelhante, porém, com estudantes do curso de pedagogia, também verificando a mesma dificuldade para a compreensão da média.

Souza, Vasconcelos e Castro (2021) analisaram o desempenho de crianças do 5º ano do Ensino Fundamental, na resolução de situações que abordavam conceitos estatísticos: medidas de tendência central, construção e análise de gráficos e tabelas. Os resultados apontaram que, em 8 dos 18 itens analisados, os estudantes tiveram desempenho inferior a 50%. Dentre os erros recorrentes na análise do desempenho estão a dificuldade na organização dos dados em ordem crescente para encontrar o valor da mediana quando o número de elementos do

conjunto é par. Nesta pesquisa, também verificamos que os estudantes confundiram a média com a soma de todos os valores do conjunto de dados. Houve também alunos que confundiram a média com o maior valor da amostra. Observou-se uma quantidade expressiva de respostas erradas ou que não conseguiram êxito na demonstração do raciocínio empregado.

A análise quantitativa aponta que nas situações que requeriam a construção e análise de gráficos de barras e tabelas os estudantes obtiveram melhor desempenho. Verificamos que 52,27% dos estudantes compreenderam o significado da média, reforçando que é possível trabalhar esses conceitos ainda no Ensino Fundamental.

Diante das pesquisas apresentadas, percebemos que existem lacunas em relação ao aprendizado do conceito de média, sobre como efetuar seu cálculo e/ou quando esta é relacionada à construção e interpretação de gráficos. Concordamos ainda que observar os erros cometidos pelos estudantes e as estratégias fomentam o trabalho docente. Nesse ínterim, analisamos os protocolos dos estudantes, especificamente, quanto ao conceito de média.

A seguir, identificamos o contexto da pesquisa e a caracterização do estudo.

Procedimentos metodológicos e o contexto da pesquisa

O presente estudo engloba discussões de um projeto ora em desenvolvimento, intitulado: Desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática (D-Estat) e tem como objetivo investigar experiências de aprendizagens de professores, que ensinam matemática no Ensino Fundamental, no âmbito de um grupo colaborativo, visando o seu desenvolvimento profissional. A execução deste projeto é realizada por universidades presentes nos estados da Bahia, Pernambuco, Rio Grande do Norte, São Paulo e Ceará que, juntas, integram a Rede Educação Matemática do Nordeste (REM-NE).

Como parte inicial do processo formativo, foi aplicado um teste diagnóstico a estudantes das escolas parceiras da REM-NE. No estado do Ceará, a aplicação deu-se entre os meses de fevereiro e março de 2019 e contou com a participação de 1.094 alunos do Ensino Fundamental distribuídos entre os municípios de Fortaleza, Itapipoca, Canindé e Brejo Santo. Em Fortaleza, contabilizou-se 356 estudantes, sendo 88 do 5º ano, foco desta pesquisa, por tratar-se de um período de transição, correspondendo ao último ano dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

O instrumental, composto por quatro questões, continha duas situações com variável discreta e duas com variável qualitativa nominal, conforme é possível observar no quadro 1.

Quadro 1 – Estrutura do instrumento para o 5º ano

Questão	Variável	Natureza da variável	Ordem de grandeza / operações	Representação		
				Inicial	Final1	Final2
Q1	Nº de bolas de gude	Discreta (genuína)	Até 42, adição, divisão	Língua materna	Gráfico de barras	Soma, moda, média, mediana
Q2	Nº de brigadeiros	Discreta (genuína) e qualitativa	Até 30, adição, divisão	Tabela de dupla entrada		Soma, moda, média, mediana
Q3	Animal de estimação favorito	Qualitativa nominal	Até 50, adição	TDF simples		Nº de dados (soma), moda. Opinião

Q4	Porcentagem de votos	Contínua	Até 100, Adição e subtração	Gráfico de linha		Leitura, tendência
----	----------------------	----------	-----------------------------	------------------	--	--------------------

Fonte: acervo D-Estat

A partir do quadro 1, é possível destacar que as questões apresentavam valores na ordem de grandeza com até 50 dados e envolviam as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão. Os dados foram apresentados na língua materna solicitando a conversão para o registro gráfico e uma tabela simples, a determinação da soma, o máximo, o mínimo, a moda, a média e a mediana. Da variável qualitativa foi solicitada a moda e o número de dados. Além disso, na questão 2 os dados passaram de uma tabela simples para uma tabela de dupla entrada, solicitando a soma por linhas. A questão 4 continha um gráfico de linhas e a partir dos dados foi solicitado realizar inferências.

As respostas foram categorizadas em: certo, errado e em branco. Para além do desempenho, os dados foram analisados segundo as representações e as estratégias utilizadas pelas crianças, caracterizando a pesquisa como qualitativa. Bogdan e Biklen (1994) observam que o intuito da pesquisa qualitativa é contextualizar o objeto de

estudo numa realidade social dinâmica, intertextualizando relações, interações e implicações advindas daquela, objetivando uma análise mais profunda e significativa.

Na próxima seção são expostos os resultados e as discussões advindas do estudo.

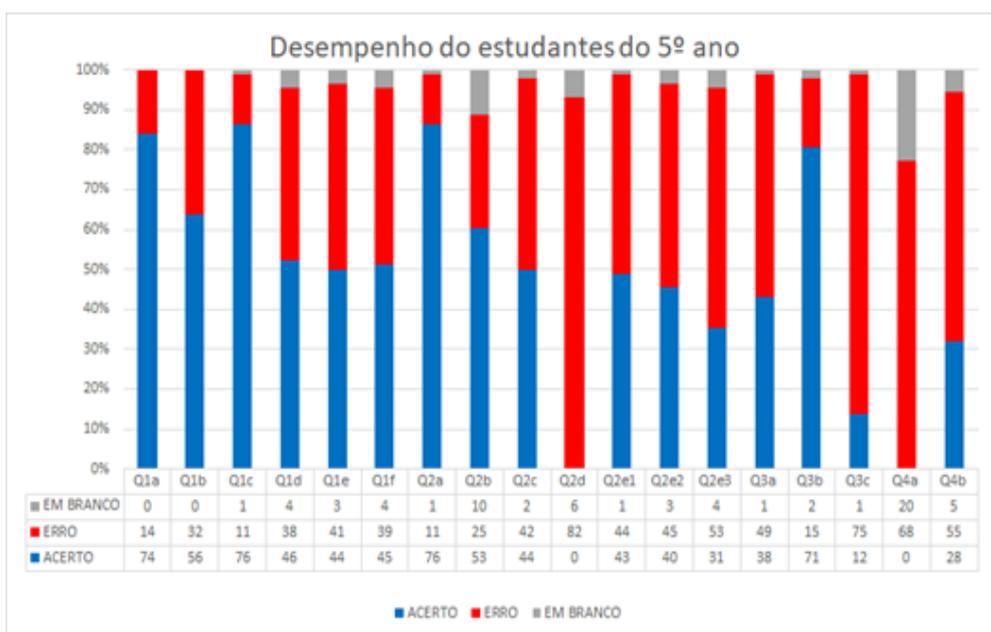
Análise e discussão dos resultados

As reflexões desta pesquisa foram estruturadas a partir de duas categorias: [1] do desempenho geral dos estudantes por situação do teste aplicado e [2] da caracterização das estratégias e representações restritas ao conceito de média aritmética empregadas nas situações.

Desempenho quantitativo

O gráfico 1 aponta o desempenho das questões por item analisado. O teste continha quatro situações, dispostas em 18 itens, designados no gráfico pela letra Q, seguida do número referente à questão e do subitem.

Gráfico 1 – Desempenho dos estudantes por situação-problema



Fonte: acervo D-Estat

Desse modo, no diagnóstico do gráfico 1, o desempenho médio dos estudantes é de 4,31 pontos, com desvio-padrão de 2,30 pontos. Destaca-se ainda que somente em 8 itens o desempenho ficou abaixo de 50%.

Do exposto, estes resultados convergem com pesquisas quanto à percepção de lacunas conceituais, atreladas a conhecimentos acerca da Estatística, por estudantes da Educação Básica (MAGINA et al, 2010; CASTRO, 2012; SOUZA, 2019; CAZORLA; UTSUMI; SANTANA, 2019).

Ademais, observa-se um quantitativo significativo de situações erradas ou sem explicitação da estratégia empregada durante a resolução, destacando-se os itens: Q2d (a identificação da mediana com número par de elementos), Q3c (interpretação qualitativa dos dados contidos em uma tabela simples) e Q4a (análise um gráfico de linhas para reconhecer a porcentagem total como sendo 100% da amostra), onde nenhum estudante obteve êxito. Ressalta-se que no item Q2d nenhum estudante logrou êxito. No entanto, era esperado esse resultado, haja vista que o conceito de mediana, segundo recomendações da BNCC, deve ser trabalhado em habilidades somente no 9º ano do Ensino Fundamental (BRASIL, 2018).

Em análise aprofundada, verificamos resultados semelhantes aos achados de Cazorla, Utsumi e Santana (2019), acerca da conversão de dados da língua materna para o registro no gráfico de barras e o cálculo da moda, com respectivamente, 84,09% e 86,36% de acerto nos itens Q1a e Q1c. Com efeito, tais habilidades estão de acordo com recomendações previstas na BNCC a serem desenvolvidas em estudantes do 5º ano. Cazorla et al. (2017) apontam que o conceito de moda é intuitivo, o qual pode ser abordado desde os anos iniciais do Ensino Fundamental.

Por outro lado, esperava-se que o item Q1e fosse facilmente solucionado, por

tratar-se apenas da distribuição em ordenação crescente, no qual havia sete dados (ímpar), bastando ler o valor do dado que ocupava a 4ª posição. Para a resolução, foi predisposta uma tabela que previamente identificava as posições, 50% dos estudantes não responderam corretamente a ordenação dos dados, por consequência, não souberam identificar o valor da mediana, esse fato também foi destacado por Souza, Vasconcelos e Castro (2021). Já nos itens Q2c e Q2d que tem por objetivo, respectivamente, a ordenação e o valor da mediana com um valor par de dados, 50% das crianças realizou a primeira tarefa, porém, nenhuma obteve sucesso na segunda parte.

Nesse aspecto, os achados confirmam com os resultados de Cazorla, Utsumi e Santana (2019), já que 50% dos estudantes responderam corretamente a ordenação, porém, nenhum indicou corretamente a mediana, sinalizando que a mediana, no caso de número par de elementos, não é intuitiva. Porém, mesmo crianças dos Anos Iniciais, dão indícios que podem assimilar facilmente tais conceitos (SOUZA; VASCONCELOS; CASTRO, 2021).

O conceito de média aritmética foi contemplado nos itens: Q1d, Q2e1, Q2e2 e Q2e3, tendo sido abordado com a ideia de distribuição equitativa e 52,27%, 48,86%, 45,45% e 35,22%, respectivamente, dos estudantes tiveram êxito. Contudo, na opção Q1d, os dados estavam dispostos em língua materna e os estudantes precisavam somar todos os valores para, em seguida, dividir pela quantidade de dados. Por outro lado, na situação Q2e os dados estavam organizados em uma tabela de dupla entrada, na qual, antes do cálculo da média aritmética, a criança precisava interpretar e fazer uma leitura dos dados entre as linhas e colunas.

Em relação aos protocolos para o cálculo da média aritmética, assim como apontado por Magina et al. (2010), houve crianças que utilizaram como estratégia a

soma de todos os valores dispostos, elas confundem a média com o maior valor da amostra ou com que a média precisa ser um dado do contexto, tais erros também foram observados na pesquisa de Luna e Carvalho (2019). Cumpre destacar que embora alguns conceitos tenham sido aludidos no teste, o cálculo das medidas de tendência central: média, moda e mediana são indicados na BNCC, como habilidades somente para estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental (BRASIL, 2018); todavia, os níveis de acertos dos itens aqui discutidos acerca desses conceitos, parecem ser facilmente compreendidos pelos estudantes do 5º ano.

Na próxima seção, congregamos a análise das estratégias dos estudantes.

Análise das estratégias e representações

Como forma de ampliar as reflexões quantitativas, faz-se necessário analisar os protocolos das estratégias utilizadas pelos estudantes na resolução dos problemas de média aritmética, conforme centra-se nessa seção. As situações analisadas consistem nos seguintes enunciados:

Q1d: Para iniciar o jogo, Dara teve a ideia de juntar todas as bolas de gude e de repartir igualmente entre todas as crianças. Com quantas bolas de gude cada criança ficou?

Q2e: A vovó Maria preparou para os seus netos, no final de semana e não sobrou nenhum! Ela contou quantos brigadeiros cada neto comeu em cada dia e anotou no quadro 2:

Quadro 2 - Quantidade de brigadeiros que cada neto comeu no final de semana

Netos	Quantidade de brigadeiros que os netos comeram		
	Sábado	Domingo	No final de Semana
Clara	4	5	
Luiz	5	6	

Bia	3	5	
Nina	0	0	

Fonte: acervo D-Estat

Se a vovó tivesse dito que todos os netos deveriam comer a mesma quantidade de brigadeiros, quantos cada um deveria comer: **Q2e1:** No sábado? **Q2e2:** No domingo? **Q2e3:** No final de semana?

Em relação às estratégias, embora não se tenha feito entrevistas com os sujeitos, é possível inferir resquícios de estratégias aditivas, multiplicativas ou a combinação de ambas nas resoluções, conforme apresentado no Quadro 3. Consideramos como estratégia aditiva, aquela que requisita as operações de adição, subtração, ou as ideias de: juntar, acrescentar ou reunir. Apontamos como estratégia multiplicativa, aquelas que necessitam para sua resolução, as operações de multiplicação, divisão ou ideias associadas a: distribuição, divisão, partição, proporção, entre outras. O quadro 3 sintetiza os achados, quanto às estratégias:

Quadro 3 - Estratégias dos estudantes na resolução das situações

Tipo de estratégia	Quantitativo de respostas	
	Q1d	Q2e
Estratégia aditiva	07	22
Estratégia multiplicativa	24	20
Combinação aditiva e multiplicativa	40	23
Incompreensível	10	9
Em branco	07	14

Fonte: Elaboração dos autores

Os dados do quadro 3 reforçam que uma parcela significativa das crianças conseguiu externalizar seu pensamento acerca do conceito de média aritmética, já que 80,6% dos estudantes utilizaram uma das estratégias apontadas no referido quadro. Embora não possamos afirmar que

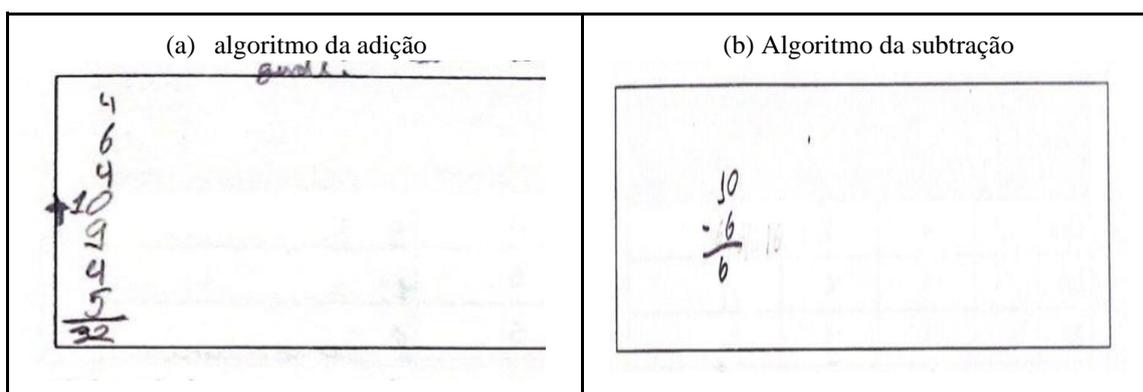
as crianças tenham sido apresentadas ou vivenciaram problemas práticos com algoritmos de multiplicação ou divisão, 72,72% dos estudantes recorreram a ideias multiplicativas. Ademais, 27,27% recorreram estritamente ao pensamento multiplicativo (algoritmo da multiplicação ou divisão), auxiliados pela representação numérica e, 45,45% aplicam na resolução modelos atrelados a agrupamentos de mesma característica ou algoritmos associados a representações figurais.

Assim como apontam Souza, Vasconcelos e Castro (2021) e Souza, Castro e Barreto (2020), as crianças empregaram protótipos distintos durante a resolução que incorporaram diferentes alternativas de representação, entre elas: a

numérica, a pictórica e a figural, bem como múltiplas estratégias: aditivas, multiplicativas ou a junção de ambas. Com isso, apontamos como uma das consequências do trabalho docente, encorajar os estudantes a criarem suas próprias estratégias frente às situações-problemas, e mediar junto às crianças, as limitações e vantagens de uma determinada representação em detrimento de outra (SPINILLO et al, 2014).

Isso posto, passaremos a discutir os protocolos empregados pelos estudantes na resolução. Na Figura 1 (a, b) tem-se exemplos de dois tipos de estratégias aditivas utilizando algoritmos da adição e subtração.

Figura 1 - Estratégias aditivas



Fonte: acervo D-Estat

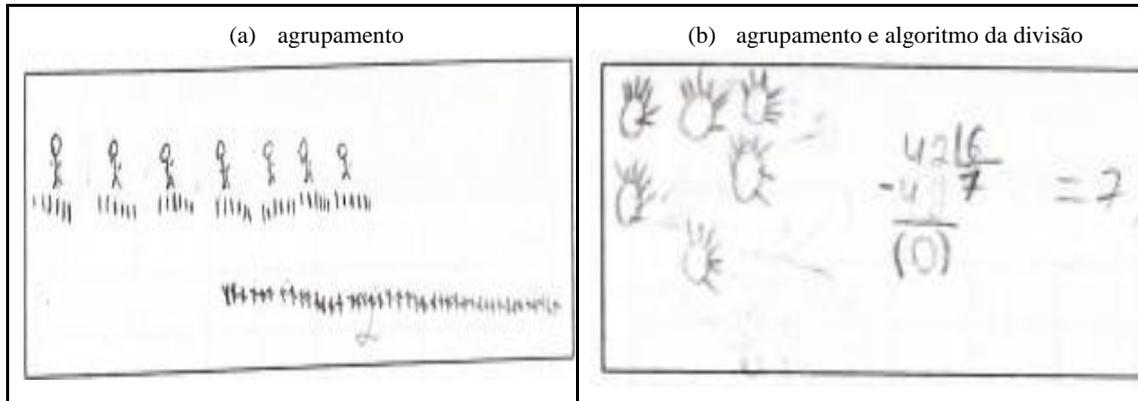
A estratégia aditiva foi percebida a partir de dois esquemas: a soma das quantidades de bolas de gude de todas as crianças (Figura 1a) ou a subtração de valores presentes na situação (Figura 1b). Entre os exemplos com foco na subtração, chama atenção o procedimento: $41 - 7 = 34$, no qual, o número 41 é a indicação do total de bolas de gude, enquanto o valor 7, estaria associado à quantidade de crianças. Nesse caso, inferimos que a criança consegue compreender uma parte do comando da questão, que seria a operação de adição, vinculada ao termo “juntar”, presente no enunciado.

Também foi possível apontar a estratégia $10 - 6 = 6$ (Figura 1b), onde os valores 10 e 6 designam, respectivamente, a

quantidade de bolas de gude da criança com maior quantidade e de Dara, que pode ter chamado atenção desse sujeito ao ler o trecho exposto na situação-problema. Nesse exemplo, a partir do modo de resolução, inferimos que a criança estaria comparando as quantidades. Portanto, os protocolos destacados na Figura 1, induzem a afirmar que as crianças não compreenderam corretamente o comando da situação proposta, ou ainda não desenvolveram significativamente a ideia de divisão equitativa, princípio que fundamenta o contexto do problema.

Evidenciou-se ainda, estratégias agregando ideias associadas a adição e divisão, como pode ser verificado nas figuras 2a e 2b, a seguir:

Figura 2 - Combinação de estratégias



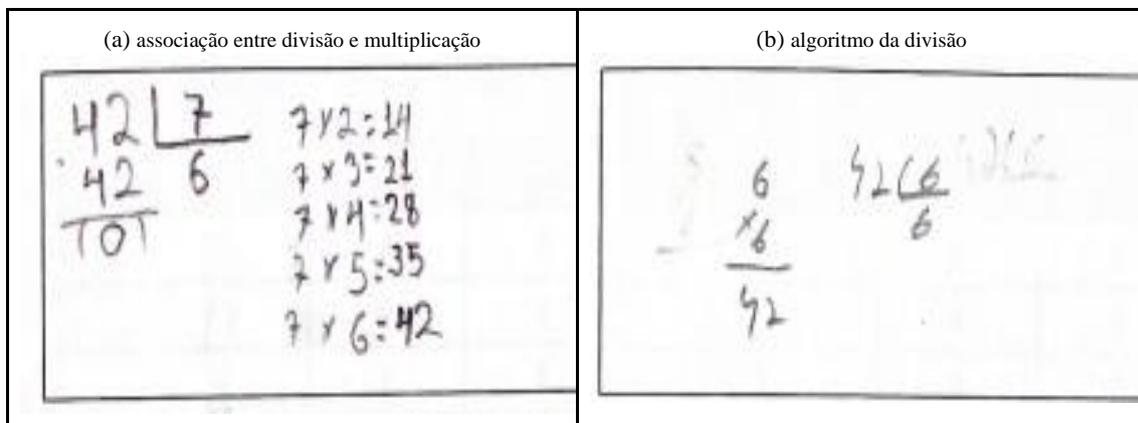
Fonte: acervo D-Estat

As figuras 2a e 2b foram consideradas como do tipo combinação de estratégias. Com isso, a partir da organização das representações apresentadas em 2a é possível inferir que inicialmente a criança dispõe a quantidade total de bolas de gude (traços) localizadas no canto inferior do espaço disponível. Em seguida, simboliza as crianças do problema através de bonequinhos, distribuindo uma a uma as bolas de gude e riscando os traços abaixo, indicando ao final que cada criança receberia 6 bolas de gude. Sob outra

perspectiva, a estratégia esquematizada na figura 2b, embora equivocada na resposta, mostra que a criança estabelece uma relação equitativa entre o número de bolas de gude e a quantidade de crianças, ao empregar a distribuição unitária dos elementos e o algoritmo da divisão. Assim, pressupomos que a representação pictórica subsidiou o algoritmo como forma de comprovar a operação de divisão.

Revelaram-se ainda, protocolos utilizando estratégias multiplicativas, conforme observa-se na figura 3a e 3b.

Figura 3 - Estratégias multiplicativas



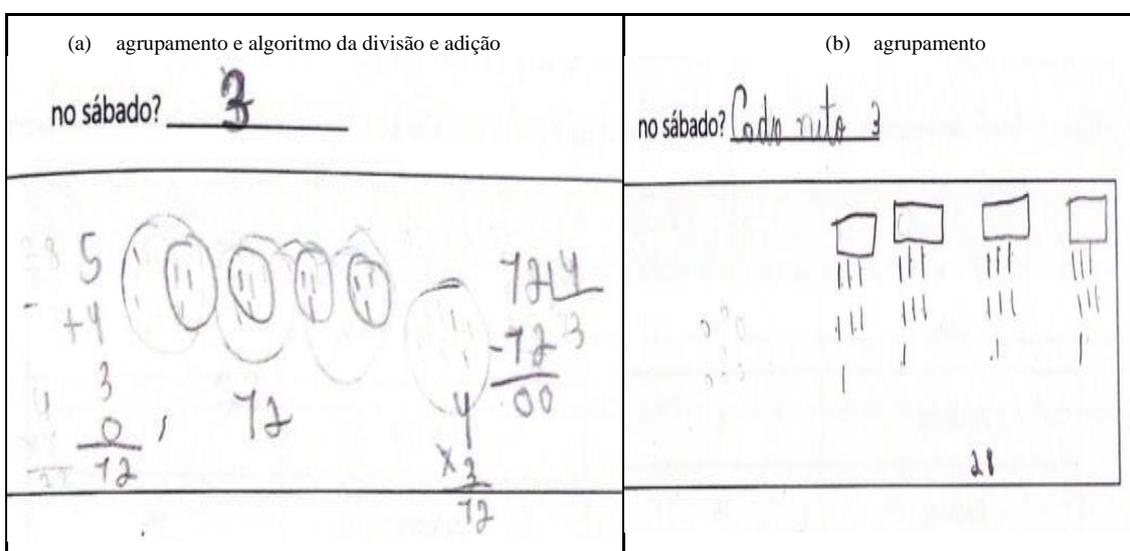
Fonte: acervo D-Estat

Diante dos protocolos apontados em 3a e 3b, destacamos a existência de dois esquemas para a estratégia multiplicativa: o algoritmo da multiplicação e divisão ou a combinação de ambos, como mostra as figuras, o que inferimos terem sido aplicados como subsídio para legitimar a operação inversa. Contudo, diante do exposto na figura 3b, é posto que a criança conceba que a situação se trata de uma ideia atrelada à divisão, já que estrutura sua resolução a partir do algoritmo da divisão. Sobre isso, ressaltamos que mesmo que os

estudantes conheçam os procedimentos para a utilização do algoritmo e a memorização da tabuada, nem sempre obtêm êxito, pois, este depende da interpretação do problema e não apenas da operacionalização dos números (VERGNAUD, 2009; SOUZA, CASTRO, BARRETO, 2020).

Assim como em Q2d, na situação Q2e também foram evidenciados protocolos com classificação de combinação de estratégias conforme observa-se na figura 4.

Figura 4 - Combinação de estratégias

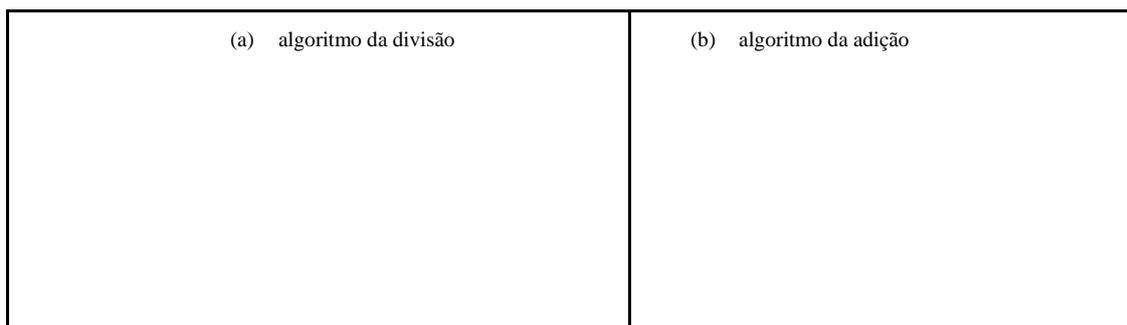


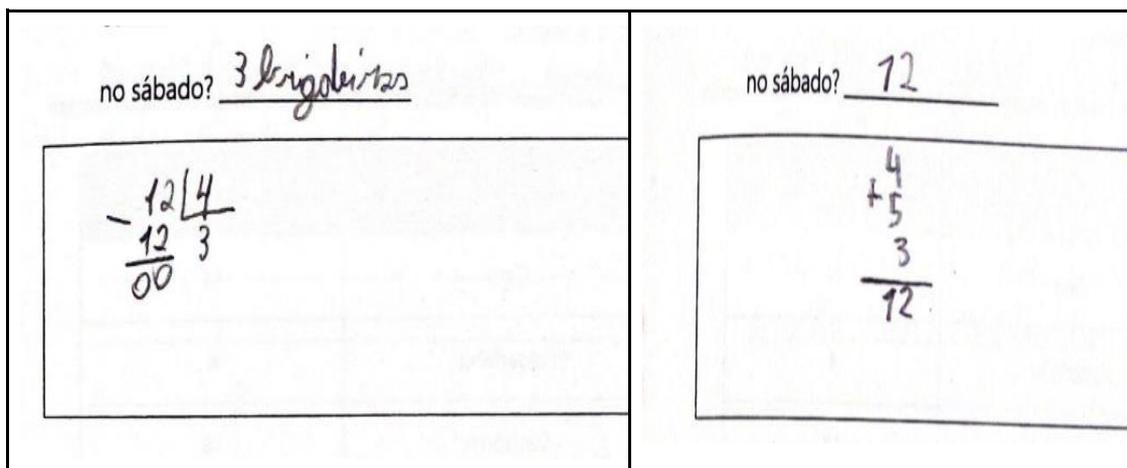
Fonte: acervo D-Estat

Chama atenção a estratégia evocada pelo estudante na figura 4a, já que aglutina três tipos de procedimentos: os algoritmos da adição e divisão, além do agrupamento. Inferimos que o emprego do agrupamento deve estar atrelado à validação da operação de divisão. Também foram consideradas

estratégias multiplicativas como na figura 5a e estratégias aditivas, como tipificadas na figura 5b. Nesses casos, os estudantes manipulam as grandezas envolvidas no problema a partir dos respectivos algoritmos.

Figura 5 - Estratégia multiplicativa e Estratégia aditiva





Fonte: acervo D-Estat

A partir dos protocolos, foi possível identificar que os estudantes do 5º recorrem a diferentes representações e estratégias ao calcular a média, combinando registros pictóricos e numéricos. Com isso, nas resoluções, associam as crianças relatadas no problema, através de bolinhas ou bonequinhos, já as bolas de gude são identificadas por traços. Tendo em vista o nível escolar, já era esperado a utilização do registro pictórico como forma de apropriação conceitual, conforme recomenda a BNCC. Contudo, ressalta-se que o professor deve incentivar os estudantes na incorporação dos algoritmos, mostrando as limitações das representações figurais em determinados tipos de situações.

Na próxima seção, constam as considerações a respeito desse estudo.

Considerações Finais

Este trabalho teve como objetivo analisar a compreensão e as representações utilizadas por estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental acerca de conceitos estatísticos, em situações que envolvem o conceito de média aritmética. Para tanto, partimos da seguinte questão norteadora: quais estratégias e representações estudantes mobilizam para resolver situações-problemas envolvendo o conceito de média aritmética?

As análises dos protocolos indicam um desempenho significativo em relação

aos conceitos atrelados à Estatística, por exemplo: a construção e interpretação de gráficos de barras, identificação da moda e o cálculo da média aritmética. Na conversão do registro de linguagem materna para representação gráfica, os principais erros cometidos pelas crianças envolveram a correspondência entre as variáveis e suas respectivas frequências absolutas, bem como, das propriedades dos gráficos de barras: proporção entre as barras, estruturação das colunas a partir do ponto zero e a legenda.

No tocante ao conceito de moda, 86,36% dos estudantes identificam corretamente essa medida dentro de um conjunto de dados, índice significativo, embora a compreensão desta habilidade seja parte integrante somente dos conteúdos presentes nos anos finais do Ensino Fundamental. Essa constatação reforça discussões sobre a aprendizagem desses conceitos ainda com crianças dos anos iniciais.

Ademais, quanto à mediana, os índices de acertos foram superiores nos casos em que a quantidade de elementos era ímpar, frente às situações com número par de dados. Nesse sentido, a estratégia de resolução considerando a tabela como possibilidade de organização dos dados é uma configuração que permite tal constatação da mediana como ponto central do conjunto de dados. Por outro lado, a grande quantidade de crianças que não responderam corretamente a mediana com

número par de elementos, requer novas investigações, que devido às limitações metodológicas, da pesquisa não pôde aprofundar essa compreensão.

O conceito de média aritmética, aqui abordado, está ligado à ideia de divisão em partes iguais, no qual os dados estavam dispostos a partir de duas representações: língua materna e tabular. No primeiro contexto, o desempenho dos estudantes foi de 52,27% de acertos, no qual, os estudantes empregaram diferentes esquemas e representações: ressaltando-se as representações pictóricas compatíveis com maior eficiência. Nas estratégias, foram verificados procedimentos coordenados a partir do pensamento aditivo e multiplicativo, embora o algoritmo da divisão em certos casos não tenha sido empregado corretamente, garantindo que saber manipular algoritmos não assegura compreensão conceitual.

Referências

- BATANERO, C.; GODINO, J. D.; Navas, F. (1997). **Concepciones de maestros de primaria en formación sobre los promedios**. VII Jornadas LOGSE: Evaluación Educativa, 310-304.
- BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto – Portugal. Porto Editora, 1994.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: Ministério da Educação/ Secretaria da Educação Básica, 2018.
- BRASIL Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). **Relatório de resultados do Saeb 2019**: volume 1: 5º e 9º anos do Ensino Fundamental e séries finais do Ensino Médio. Brasília: INEP, 2021.
- CASTRO, J. B. **O uso de objetos de aprendizagem para a compreensão e construção de gráficos estatísticos**. 2012. 218f. – Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Programa de Pós-graduação em Educação Brasileira, Fortaleza (CE), 2012.
- CAZORLA, I. M.; SANTANA, E. R. S.; UTSUMI, M. C. O campo conceitual da média aritmética: uma primeira aproximação conceitual. **Revemat, Florianópolis**, v. 14, n., p. 1-21, 2019.
- EUGÊNIO, R. S.; CARVALHO, L. M. T. L.; MONTEIRO, C. E. F. Média aritmética em diferentes situações: identificando níveis de interpretação de estudantes do Ensino Fundamental. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 18, n. 3, p. 1183-1201, 2016.
- GAL, I. **Adult statistical literacy: Meanings, components, responsibilities**. **International Statistical Review**, v. 1, n. 70, p. 1-25, 2002.
- LUNA, L. C.; CARVALHO, J. I. F. “Oi, Quem está olhando minhas estatísticas?” – Uma discussão do desempenho de estudantes da Educação Básica sobre média aritmética. **Amazônia - Revista de Educação em Ciências e Matemáticas**, Belém, v. 15, n. 33, p. 151-166, jan./jun. 2019. Semestral.
- MAGINA, S.; CAZORLA, I; GITIRANA, V; GUIMARÃES, G. **Concepções e Concepções Alternativas de Média: um estudo comparativo entre professores e alunos do Ensino Fundamental**. **Educar em Revista**, Curitiba, n. especial 2, p. 59 - 72, 2010.
- MARQUES, M.; GUIMARÃES, G; GITIRANA, V. **Compreensões de Alunos e Professores sobre Média Aritmética**. **BOLEMA**, Rio Claro, v. 24, n. 40, p. 725-745, dez. 2011.
- MUÑOZ-ÑUNGO, O.; MAZ-MACHADO, A; PEDROSA-JESÚS, C. **Estudio exploratorio de los conocimientos sobre la media en alumnos de educación secundaria**. **Matemáticas, Educación y Sociedad**, Córdoba, v. 3, n. 1, p. 22-32, 2020.
- SANTANA, E.; CAZORLA, I. M. **Desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática: D-Estat. Projeto de pesquisa**. Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus-BA, 2018.
- SOUZA, D. C. **Tecnologias digitais e a aprendizagem de conceitos estatísticos: a utilização do software geogebra por estudantes do 9º ano do ensino fundamental**. 2019. 116f. - Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Ceará, Programa de Pós-graduação em Educação, Fortaleza (CE), 2019.

SOUZA, D. C.; CASTRO, J. B.; BARRETO, A. L. O. Desempenho, representações e estratégias de estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental na resolução de situações de combinatória. **Vidya**, v. 40, n. 2 Edição Especial: Educação matemática para educação infantil e anos iniciais. Jul./dez, 2020.

SOUZA, D. C.; VASCONCELOS, M. L.; CASTRO, J. B. **A compreensão de estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental acerca de conceitos estatísticos a partir da resolução de problemas**. Anais Do(A) Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Uberlândia, p. 2358-2373, dez. 2021.

SPINILLO, A. G.; PACHECO, A. B.; GOMES, J. F.; CAVALCANTI, L. O Erro no processo de

ensino-aprendizagem da Matemática: errar é preciso? **Boletim Gepem (Online)**, n. 64 - Jan./Jun. 2014.

STRAUSS, S.; BICHLER, E. The development of children' concepts of the arithmetic average. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 19, n. 1, p. 64-80, 1988.

VERGNAUD, G. **A Criança, a Matemática e a Realidade**: Problemas do Ensino da Matemática na Escolar Elementar. Tradução de Maria Lucia Faria Moro; Revisão técnica Maria Tereza Carneiro Soares. Curitiba: Editora da UFPR, 2009.

VERGNAUD, G. **L'enfant, la mathématique et la réalité**. Berne, Francfort/M: Peter Lang, 1983.

Danilo do Carmo de Souza: Professor da Rede Municipal de Fortaleza. Mestre em Educação pela Universidade Federal do Ceará (UFC). Doutorando em Educação (UFC) – Fortaleza – CE. E-mail: danilo.carmo@educacao.fortaleza.ce.gov.br

Marisa Lima de Vasconcelos: Licencianda em Matemática da Universidade Federal do Ceará – Fortaleza – CE. E-mail: marisamatufc@gmail.com

Juscileide Braga de Castro: Doutora em Educação (UFC). Professora Adjunto do Departamento de Teoria e Prática do Ensino da Faculdade de Educação na Universidade Federal do Ceará. Professora Permanente no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (PGECEM/IFCE) – Fortaleza – CE. E-mail: juscileide@virtual.ufc.br