

# SOBRE A APRENDIZAGEM DE ANÁLISE COMBINATÓRIA NO ENSINO MÉDIO: UM ESTUDO DIAGNÓSTICO

## On learning combinatory analysis in high school: a diagnostic studying

Ronaldo Matheus Castro da Costa

Fabricio da Silva Lobato

Cassio Cristiano Giordano

Marco Aurélio Kistemann Jr.

### Resumo

Apresentamos resultados de um estudo diagnóstico que buscou responder à questão de pesquisa: “Que dificuldades os estudantes do ensino médio apresentam ao estudar análise combinatória?” As informações foram coletadas em junho de 2023, por meio da consulta a 67 estudantes do terceiro ano do ensino médio da rede estadual de ensino de Belém-PA, mediante a aplicação de um teste de verificação de aprendizagem. As informações foram sistematizadas e apresentadas por meio de gráficos e tabelas. Tais resultados indicaram que, segundo a nossa amostra, a escolaridade dos pais é fator importante na formação dos filhos, os alunos apresentam hábitos de estudos inconducentes com às exigências da disciplina matemática, que a metodologia adotada pelo professor influencia grandemente na aprendizagem e que os alunos continuam apresentando baixo rendimento neste conteúdo. Ao final concluímos que ainda temos muito a evoluir nos processos de ensino e de aprendizagem de análise combinatória, no ensino médio.

**Palavras-chave:** Educação Básica; Análise Combinatória; Estudo Diagnóstico; Ensino de Combinatória; Aprendizagem de Combinatória.

### Abstract

We present results from a diagnostic study that sought to answer the research question: “What difficulties do high school students have when studying combinatorial analysis?” The information was collected in June 2023, through consultation with 67 third-year high school students from the state education network of Belém-PA, through the application of a learning verification test. The information was systematized and presented through graphs and

tables. These results indicated that, according to our sample, parents' education is an important factor in their children's education, students have study habits that are inconsistent with the demands of the mathematical discipline, that the methodology adopted by the teacher greatly influences learning and that students continue to show low performance in this content. In the end, we concluded that we still have a lot to evolve in the teaching and learning processes of combinatorial analysis in high school.

**Keywords:** Basic Education; Combinatorial Analysis; Diagnostic Study; Teaching Combinatorics; Combinatorics Learning.

### Introdução

O ensino de matemática, no que concerne ao campo da estocástica, abrangendo estatística, probabilidade e combinatória, possui grande relevância para o desenvolvimento de habilidades necessárias para nosso mundo atual (Batanero, 2001). Todavia, seu ensino enfrenta diversas dificuldades como falta de motivação dos alunos, estratégias adotadas pelo professor e dificuldades em estabelecer relações dos conteúdos vistos em sala com sua realidade. Atuando há anos na docência de matemática, pudemos perceber que muitos alunos não conseguem um desempenho satisfatório quando o conteúdo abordado é análise combinatória. Esta representa um desafio para muitos estudantes. Compreender e aplicar de modo correto os princípios da análise requer habilidades matemáticas sólidas, constituindo assim uma importante ferramenta para que o aluno resolva

problemas reais e entenda melhor as possibilidades que a vida lhe oferece. Motivado pela busca de compreender algumas dificuldades dos estudantes nos processos de ensino e de aprendizagem da estocástica, nossa investigação procura responder à seguinte questão de pesquisa: Que dificuldades os estudantes do ensino médio apresentam ao estudar análise combinatória? Com tal problemática, o presente estudo foi elaborado com o objetivo geral de diagnosticar as dificuldades dos alunos na aprendizagem da análise combinatória, e objetivos específicos que visam identificar o perfil dos alunos da rede estadual de ensino de duas escolas da região metropolitana de Belém, bem como analisar a percepção dos estudantes acerca dos processos de ensino de análise combinatória. Para responder ao problema de pesquisa realizamos a nos valem de um questionário e de um teste de verificação, realizados com 67 alunos do terceiro ano do ensino médio em duas escolas públicas da rede estadual de ensino do município de Belém. A escolha desta etapa se deu pelo fato de que, conforme o currículo vigente, os alunos devem ter contato com o objeto matemático no segundo ano do ensino médio. Com este diagnóstico procuramos coletar e analisar informações acerca de dados socioeconômicos dos alunos, hábitos de estudo, gosto pela matemática, percepção do estudante sobre o professor de matemática e conhecimento discente sobre a análise combinatória, a fim de compreender quais fatores influenciam nos processos de ensino e de aprendizagem.

### **Procedimentos Metodológicos**

De acordo com Gil (2008), a pesquisa é um procedimento racional e sistemático com o objetivo de proporcionar respostas aos problemas propostos sendo desenvolvida por um longo processo com inúmeras fases. Sendo assim, desenvolvemos este estudo por meio de uma pesquisa diagnóstica de natureza qualitativa visando a coleta e análise de dados numéricos e não numéricos por meio de questionários e testes, buscando compreender as experiências e significados dos participantes.

O processo inicial se deu durante as aulas da disciplina “Currículo e Avaliação da Aprendizagem” do programa de mestrado da Universidade do Estado do Pará com a elaboração de um questionário constituído de quatro eixos, a saber: (a) perfil socioeconômico, (b) hábitos de estudo e gosto pela matemática, (c) percepção do estudante sobre o professor de matemática e (d) conhecimento do aluno sobre o objeto matemático em questão. Após a elaboração do questionário, deu-se início à elaboração do teste contendo dez questões de análise combinatória, sendo quatro questões de nível fácil, quatro questões de nível médio e duas questões de nível difícil. Todas as dez questões eram objetivas (de múltipla escolha), pois segundo Gil (2008), estas conferem maior uniformidade às respostas e podem ser facilmente processadas. Para a aplicação do teste, selecionamos algumas escolas da rede estadual de ensino que constituíam uma amostra adequada, considerando fatores como momento de avaliação dos alunos, atividades extracurriculares e período em que os professores das escolas selecionadas precisavam concluir a exploração dos conteúdos de gosto para a nossa pesquisa, então não conseguimos permissão para a aplicação do teste. Apenas duas escolas da rede estadual de ensino da região metropolitana de Belém se adequaram às nossas necessidades.

A aplicação do questionário foi realizada em dois momentos: no dia 16 de junho de 2023, após contato prévio com um professor da instituição, e no dia 19 de junho após contato prévio com a direção do colégio. Em ambos os momentos, foi encaminhado aos alunos, por meio da coordenação, o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), para que seus responsáveis dessem anuência ao seu envolvimento em nossas investigações. No dia da aplicação dos testes, os diretores assinaram o Termo de Autorização Institucional para Realização da Pesquisa. Com isso fomos tivemos acesso à quatro turmas do terceiro ano do ensino médio, totalizando 67 alunos participantes. Durante o estudo diagnóstico muitos alunos se mostraram bastante receptivos com a

pesquisa, tiraram dúvidas e se mostraram prontificados a participar da pesquisa. No momento posterior à coleta dos dados, as respostas foram tabuladas e analisadas. Foram utilizadas como ferramentas de apoio tecnológico o Google Formulários e o Excel que agilizaram a elaboração de gráficos a partir das respostas fornecidas.

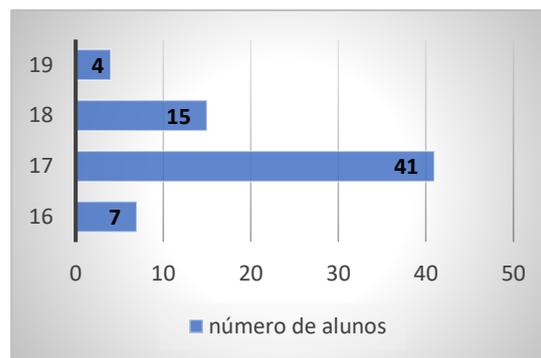
### Sistematização dos Resultados

Nessa seção, destacamos alguns dos resultados mais relevantes de nossas investigações, considerando quatro critérios: perfil socioeconômico, hábitos de estudo e gosto pela matemática, percepção sobre o professor de matemática e nível de conhecimento sobre análise combinatória.

### Perfil Socioeconômico dos Estudantes

A primeira parte do questionário tratou do perfil socioeconômico dos entrevistados. Este eixo é constituído de sete perguntas, a saber, idade, gênero, escola, dependências e escolaridade dos pais. Destas iremos destacar a idade do pesquisado e a escolaridade dos pais. Com relação a idade dos participantes (Gráfico 1) podemos perceber que 41 alunos (61,19%) apresentam 17 anos de idade, sendo a média de idade da amostra de 17,23 anos. Conforme o artigo 4º da – lei 9.394 de 20 de dezembro de 1996 – Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, ou apenas LDB, (Brasil, 1996), entre os 4 e 17 anos é obrigatória a frequência na educação básica, sendo a faixa de 15 a 17 anos destinada ao ensino médio. Como pode-se observar a amostra condiz com o proposto pela LDB.

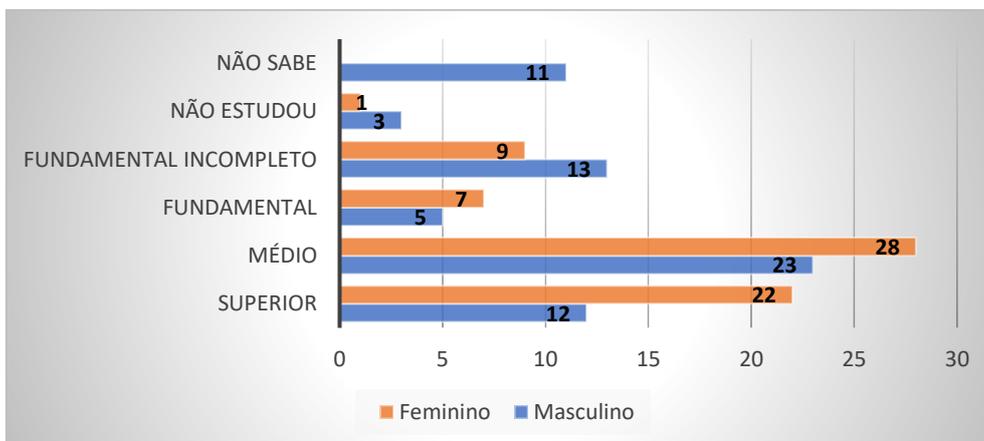
**Gráfico 1** - Idade dos participantes da pesquisa (anos completos).



Fonte: Os autores, 2023

Ainda em relação à idade dos participantes, observamos que 19 alunos (28,35%) estão acima da idade proposta pela LDB. Nesse sentido, destacamos que este é um índice que ainda precisa ser melhorado de acordo com a Meta 3 do Plano Nacional de Educação (PNE,2014) que pretendia universalizar, até 2016, o atendimento escolar para toda a população de quinze a dezessete anos de idade e elevar, até o final do período de vigência do PNE, a taxa líquida de matrículas no ensino médio para 85%. De acordo com o relatório do 4º ciclo de monitoramento das metas do PNE no momento 74,5% dos jovens de 15 a 17 anos de idade frequentam o ensino médio, percentual este que está 10,5 pontos percentuais abaixo da meta estipulada de 85%. Segundo o Suplemento de Mobilidade Sócio-ocupacional, da Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios 2014, a escolaridade dos pais é fator importante da formação dos seus filhos. Dentre os pais com superior completo, 94,2% dos filhos concluíram o ensino médio ou adentraram na universidade.

**Gráfico 2** - Escolaridade do responsável.



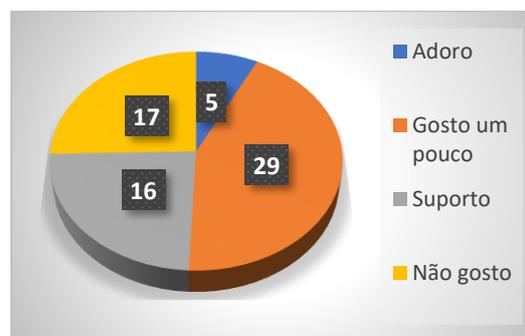
Fonte: Os autores, 2023

Com relação à escolaridade do responsável na amostra coletada apenas 56 alunos sabiam responder à esta pergunta (Gráfico 2). Destes, 35 responderam que seu responsável masculino possui ensino médio completo ou superior o que representa 62,5% dos que responderam a esta pergunta. Por outro lado, todos os alunos sabiam a escolaridade de sua responsável feminina, de modo que 50 possuem ensino médio completo ou superior representando 74,62% dos que responderam a esta pergunta.

### Hábitos de Estudo e Gosto pela Matemática

Após responder os itens referentes ao perfil socioeconômico, os alunos se depararam com questões que tratavam de seus hábitos de estudo e gosto pela matemática. O referente eixo era constituído por cinco perguntas sobre o gosto pela matemática, atenção em aprender os conteúdos, frequência de estudo fora de sala, ajuda nas tarefas escolares e se o aluno conseguia relacionar os conteúdos vistos em sala de aula com o dia a dia. A seguir iremos apresentar nossa análise de três das cinco perguntas. Com relação ao “gosto pela matemática”, podemos perceber no gráfico 3 que 34 alunos afirmam “adorar” ou “gostar um pouco”, resultado esse que representa pouco mais de 50% em nossa amostra.

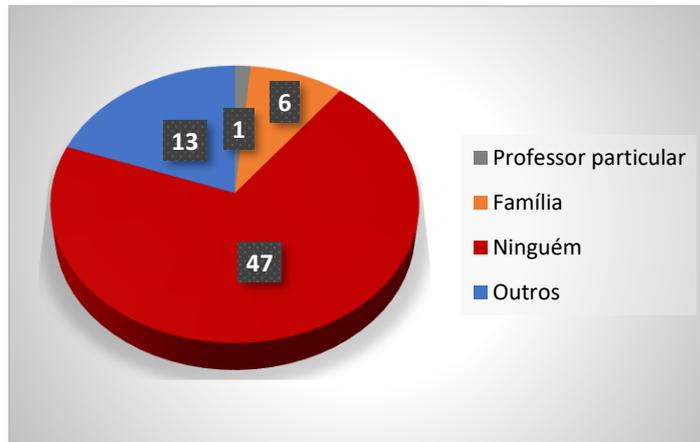
**Gráfico 3** - Gosto do aluno pela Matemática.



Fonte: Os autores, 2023

Prosseguindo com a análise, no Gráfico 4, percebe-se que 47 alunos afirmam não receber ajuda de ninguém em suas tarefas escolares, resultado este que representa mais que 70% da amostra. Este é um dado preocupante, pois de acordo com Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP) baseado em resultados do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB) a participação dos pais na vida escolar dos filhos ajuda a melhorar seu desempenho.

**Gráfico 4** - Ajuda nas tarefas escolares.

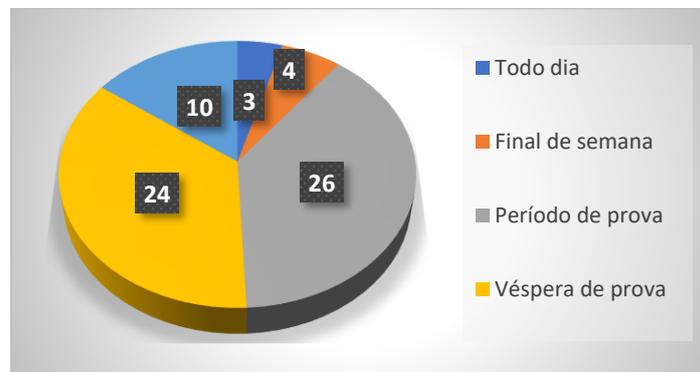


Fonte: Os autores, 2023

Com relação à frequência de estudos fora de sala de aula, podemos constatar (Gráfico 5) que 74% dos alunos entrevistados responderam que só estudam na véspera de prova ou no período de prova. De acordo com Piazzi (2007) deixar tudo

para última hora é o hábito de aprendizagem fundamental do aluno brasileiro. Ao fazer isso o aluno negligencia o processo para focar no resultado, ou seja, focam apenas em obter nota nas avaliações.

**Gráfico 5** - Frequência de estudos fora de sala de aula.



Fonte: Os autores, 2023

Segundo Souza (2022), por exigir um maior nível de abstração, manipulações simbólicas e ser cumulativo o estudo da matemática se torna um processo árduo. Para suprir as exigências que o estudo da matemática exige do aluno aquisição do hábito de praticar com frequência, buscando aprimorar seu domínio sobre questões conceituais, além de sempre retomar os conteúdos já estudados, devido à sua interdependência. Toda a matemática é uma escala (ou um sistema de várias escalas) na

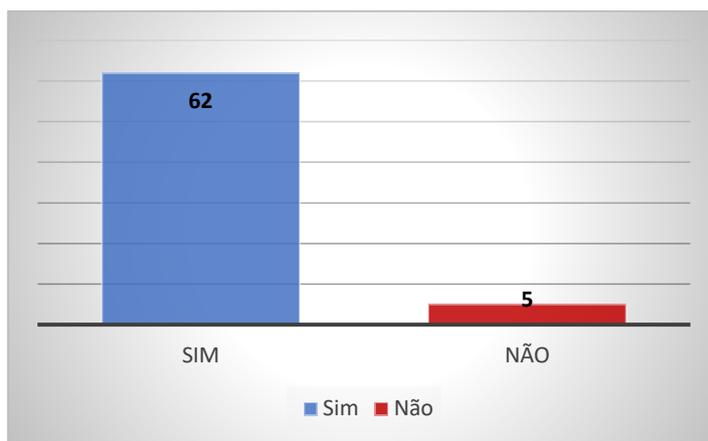
qual subir só é possível passo a passo, consolidando-se em cada patamar o conhecimento adquirido. Cada passo não significa apenas memorizar, mas entender, pensar e resolver problemas (Souza, 2022), em uma perspectiva construtivista que pode ser simbolizada por uma espiral ascendente do desenvolvimento cognitivo (Piaget, 1977).

### Percepção do Estudante sobre o Professor de Matemática

O terceiro eixo do questionário trata algumas questões sobre a percepção do aluno sobre o professor de matemática. Nesse eixo, os alunos são questionados acerca do domínio do professor sobre conteúdos matemáticos, explicações dadas em sala de aula, formas de avaliação utilizadas pelo professor e sentimentos em relação às avaliações. Ao todo são cinco questões no referido eixo. No Gráfico 6,

constatamos que 62 alunos consideram que o professor de matemática possui domínio do conteúdo, o que corresponde a 92% de nossa amostra. Entendemos aqui por domínio de conteúdo como a competência básica do professor para o ensino. Tal domínio é percebido pelos alunos quando o mesmo se mostra seguro diante da classe com uma aula planejada.

**Gráfico 6** - Percepção do domínio do professor sobre o conteúdo matemático estudado.

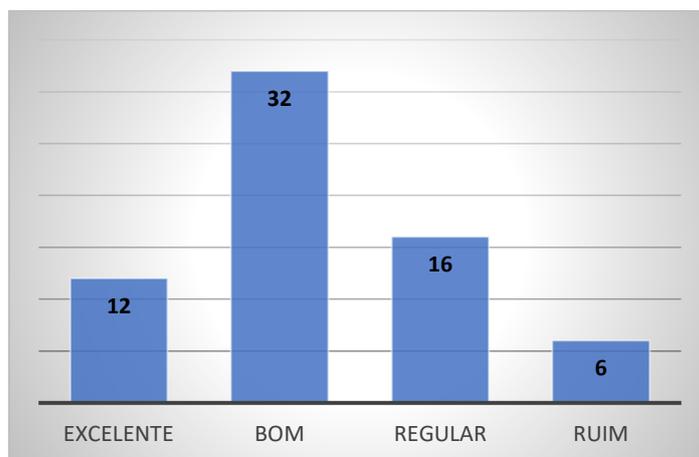


Fonte: Os autores, 2023

No gráfico 7 percebemos que 66,7% dos estudantes consideram a explicação do professor boa ou excelente, enquanto os 33,3% consideram a explicação ruim ou regular. Nesse aspecto, a avaliação dos alunos é baseada no quão fácil o professor

consegue explicar o conteúdo, e para isso o mesmo precisa possuir um bom domínio do objeto incluindo a capacidade de responder perguntas e resolver problemas de modo preciso.

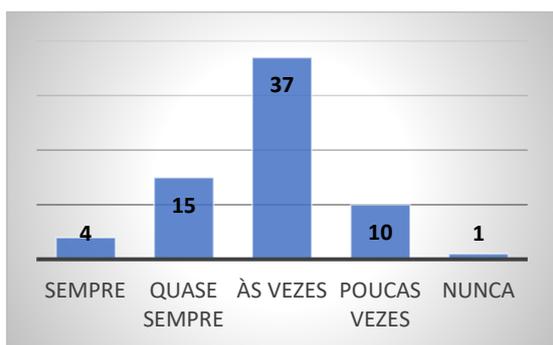
**Gráfico 7** - Avaliação das explicações dadas pelo professor.



Fonte: Os autores, 2023

Ao apurar os dados sobre o entendimento das explicações (Gráfico 8) percebemos que há uma aparente contradição nas respostas apresentadas pelos alunos, representadas nos gráficos 6 e 7, uma vez que a maioria destes afirma que o professor possui um domínio de conteúdo e sua explicação é boa ou excelente. Acerca do entendimento das explicações, 37 alunos afirmam que só entendem a explicação do professor “às vezes” representando pouco mais que 50% da amostra. De acordo com Freire (1995, apud Pagotti e Pagotti, 2004) é papel do educador desenvolver a responsabilidade do educando, a fim de se superar as dificuldades e compatibilizar as expectativas. D’Ambrosio (2005, 2007) assevera ser um dos desafios do professor ressignificar a matemática, tornando mais atrativa e útil aos estudantes, Durante o contínuo processo de avaliação da aprendizagem, não somente o professor, mas o aluno também realiza sua avaliação sobre o professor. O estudo de Pagotti e Pagotti (2004) discutem o que os alunos esperam de um bom professor, criando assim 20 categorias com base nas respostas de 432 alunos. Das 2.332 respostas, 252 abordaram a sobre o conhecimento do professor na disciplina e o planejamento da aula, revelando que os alunos percebem quando o professor se mostra preparado ou não.

**Gráfico 8** - Entendimento das explicações do professor.

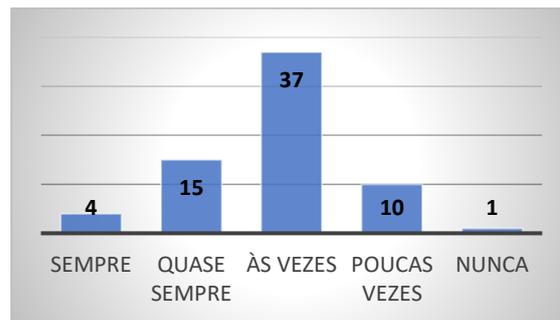


Fonte: Os autores, 2023

O Gráfico 9 fornece um dado preocupante acerca da natureza de atividades exploradas pelo professor para avaliar a aprendizagem. De acordo com as respostas de 46 alunos, o professor utilizava

primordialmente as provas ou simulados para avaliação. Santos e Leal (2017, p. 5) afirmam que “cada pessoa tem uma forma de ver e assimilar as coisas que lhe são apresentadas sendo assim torna-se uma necessidade variar as formas de ensinos para entender a que se adequa melhor a cada turma”.

**Gráfico 9** - Formas de atividades utilizadas pelo professor para avaliar.



Fonte: Os autores, 2023

Ao A BNCC (Brasil, 2018) também reconhece seu compromisso na educação escolar com a igualdade, diversidade e equidade:

O Brasil, ao longo de sua história, naturalizou desigualdades educacionais [...] para isso, os sistemas e redes de ensino e as instituições escolares devem se planejar com um claro foco na equidade, que pressupõe reconhecer que as necessidades dos estudantes são diferentes. (BRASIL, 2018, p. 15)

O Brasil é marcado por grandes disparidades no acesso à educação. Desde o período colonial, a educação foi segregada entre elites, que tinham acesso às escolas, e a maioria da população, que era excluída desse direito. Mesmo com conquistas importantes na área da educação nas últimas décadas, ainda há um longo caminho a percorrer para garantir que todos os cidadãos tenham acesso igualitário à educação. Ao mencionar que os sistemas e redes de ensino devem se planejar com um foco na equidade, o trecho reconhece a importância de reconhecer as diferenças entre os estudantes e atender às suas necessidades específicas. Isso implica considerar fatores como a

condição socioeconômica, a origem étnica, as habilidades individuais e as dificuldades de aprendizagem. Portanto, é fundamental que ações efetivas sejam tomadas para combater as desigualdades educacionais no Brasil. Apenas assim será possível garantir um sistema educacional justo, inclusivo e de qualidade para todos os estudantes.

### **Conhecimento do Estudante sobre o Objeto Matemático**

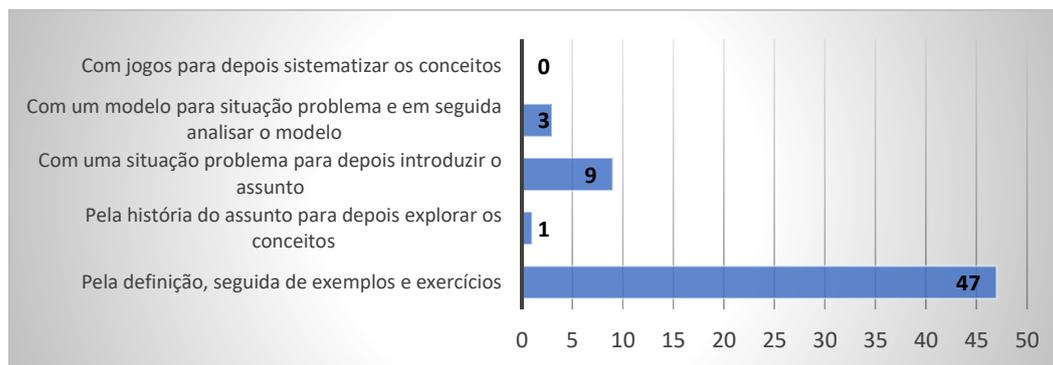
Ao final do questionário, temos o eixo que trata sobre o conhecimento dos estudantes sobre o objeto matemático. Este eixo é constituído de quatro perguntas fechadas, sendo duas sobre a metodologia de ensino do professor e outras duas sobre a compreensão dos objetos de conhecimento matemáticos dos alunos se lembravam e qual o nível de dificuldade encontrada ao lidar com tais conteúdos. No Gráfico 10, percebemos que 47 alunos declararam que a maioria das aulas se iniciou pela definição do objeto matemático, seguida de exemplos e exercícios, que conduz a uma aprendizagem pouco criativa, desprovida de profundidade ou mesmo aprendizagem alguma, como observa Skovsmose (2000), em sua crítica ao paradigma do exercício. Segundo Oliveira (2019, p. 79), “a educação matemática tradicional pode ser descrita como a prática em que o professor apresenta algumas ideias e técnicas matemáticas e depois os alunos trabalham na resolução de exercícios”. O professor não deve ser visto como transmissor do saber, mas com um agente facilitador do processo de ensino aprendizagem provocando nos alunos uma participação ativa de sua própria aprendizagem. Muito se discute sobre a metodologia adotada em sala de aula pelo professor e formas de potencializar o ensino,

porém com tanto estudo disponível a educação tradicional ainda está enraizada no ensino.

O educador, que aliena a ignorância, se mantém sempre em posições fixas, invariáveis. Será sempre o que sabe, enquanto os educandos serão sempre os que não sabem. A rigidez destas posições nega a educação e o conhecimento como processo de busca. (Freire, 2013, p. 13).

Paulo Freire aborda a postura do educador em relação ao conhecimento e à educação, no qual o educador que aliena a ignorância adota uma posição fixa e invariável em relação ao seu próprio conhecimento, permanecendo sempre como alguém que sabe, enquanto os educandos são vistos como aqueles que não sabem. Essa rigidez mantida pelo educador é considerada negativa por Freire, pois ela nega a essência do processo educativo. A educação, segundo o autor, deve ser entendida como um processo de busca constante, no qual tanto o educador quanto os educandos participam ativamente, buscando a construção do conhecimento de forma crítica e dialógica. Ao assumir uma posição de superioridade em relação aos educandos, o educador acaba por impedir o diálogo e a interação entre ambos. Essa atitude não apenas limita o aprendizado dos educandos, mas também impede o crescimento e a evolução do próprio educador. Sendo assim, Freire destaca a importância de uma postura de abertura para o diálogo e a aprendizagem mútua, na qual o educador não apenas transmite conhecimentos, mas atue como um mediador, estimulando a curiosidade e incentivando os alunos a também participarem do processo de construção do conhecimento.

**Gráfico 10** - Como o professor inicia suas aulas.



Fonte: Os autores, 2023

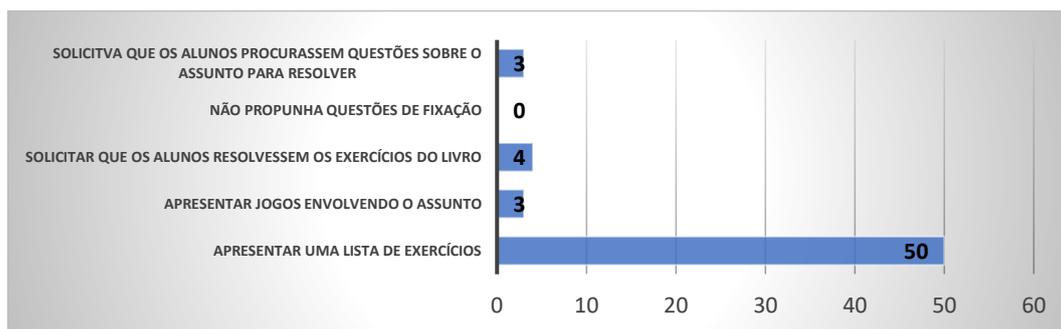
Com relação à prática dos conteúdos vistos em sala de aula, percebe-se pela amostra (Gráfico 11) que 50 alunos afirmaram que o professor apenas apresenta uma lista de exercícios confirmando os dados anteriores acerca do ensino tradicional. Não podemos tratar como iguais alunos que claramente possuem inteligências diferentes com tempo de aprendizagem diferente. A resolução de uma lista de exercícios é fundamental no processo de ensino aprendizagem, visto que a matemática é uma disciplina exigente, como dito anteriormente. Todavia, diversificar as abordagens é essencial dado que os alunos pensam diferente, aprendem de diferentes maneiras (Giordano, Silva, 2017). A BNCC enfatiza a importância das competências e habilidades destacando sempre a necessidade do ensino integral que visa reconhecer os aspectos cognitivos, socioemocionais e éticos. Nesse contexto, é esperado que práticas pedagógicas que estimulam a participação ativa dos alunos sejam adotadas pelos professores. No documento curricular encontramos:

[...] de maneira explícita, o seu compromisso com a educação integral<sup>13</sup>. [...] Significa, ainda, assumir uma visão plural, singular

e integral da criança, do adolescente, do jovem e do adulto – considerando-os como sujeitos de aprendizagem – e promover uma educação voltada ao seu acolhimento, reconhecimento e desenvolvimento pleno, nas suas singularidades e diversidades. Além disso, a escola, como espaço de aprendizagem e de democracia inclusiva, deve se fortalecer na prática coercitiva de não discriminação, não preconceito e respeito às diferenças e diversidades. (BRASIL, 2018, p. 14).

O compromisso com a educação integral, que busca promover um desenvolvimento pleno dos sujeitos de aprendizagem, considerando suas singularidades e diversidades. A visão plural e integral da criança, do adolescente, do jovem e do adulto é destacada, destacando a importância de reconhecê-los como sujeitos de aprendizagem. Da mesma forma, existe a necessidade da escola fortalecer a prática de não discriminação, não preconceito e respeito às diferenças e diversidades. Isso ressalta a importância de criar um ambiente inclusivo e democrático de aprendizagem, onde todos os indivíduos sejam acolhidos e valorizados.

**Gráfico 11** - O que o professor faz para praticar os conteúdos vistos em sala.



Fonte: Os autores, 2023

Antes da análise do quadro com os objetos matemáticos, vamos nos valer do que propõe a BNCC (Brasil, 2018, p 537) acerca da análise combinatória. Na área “Matemática e suas tecnologias”, precisamente na competência específica 3, temos a habilidade de código EM13MAT310 na qual o aluno deve “resolver e elaborar problemas de contagem envolvendo agrupamentos ordenáveis ou não de elementos, por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, recorrendo a estratégias diversas, como o diagrama de árvore”. Apesar de a BNCC (BRASIL, 2018) indicar especificamente apenas uma habilidade no que se refere à análise combinatória, esta consegue abranger todos

os casos como arranjos, permutações e combinações. Além disso, esta única habilidade consegue se relacionar com outras habilidades mais gerais como processos de abstração e reflexão, levantamento de hipóteses, escolhas de caminhos para soluções e formulação de conjecturas. Dentre os assuntos vistos em análise combinatória o que os alunos afirmaram mais se lembrar foi a permutação simples de pessoas ou objetos e dos problemas de permutação simples que envolvem anagramas como observado na tabela 1, enquanto o assunto menos lembrado pelos alunos é o princípio fundamental da contagem.

**Tabela 1** – Objetos de conhecimento.

Conteúdo	Você lembra de ter estudado?		Qual grau de dificuldade que você teve para aprender?				
	Sim	Não	MF	F	R	D	MD
Princípio Fundamental da Contagem (PFC)	30	28	1	5	17	13	2
Diagrama de árvore	27	27	0	2	12	9	5
Princípio Aditivo da Contagem	25	32	1	4	14	10	2
Permutação simples: problemas envolvendo troca de posições de pessoas ou objetos	47	10	2	9	25	5	4
Problemas envolvendo troca de posição das letras que formam uma palavra (anagramas)	44	13	2	11	18	6	4
Definição de fatorial	47	9	1	11	17	11	1
Problemas envolvendo anagramas de palavras com letras repetidas	38	16	1	12	18	11	1
Problemas que envolvem a troca de posição de pessoas ou objetos em um círculo	26	28	0	4	19	13	2
Definição de arranjo simples	32	22	0	10	16	9	1
Utilização da fórmula de arranjos simples	31	23	1	6	16	10	2
Problemas envolvendo arranjo	26	28	1	6	16	10	3
Definição de combinação simples	35	19	1	9	16	10	1

Utilização da fórmula de combinação simples	33	21	2	5	16	11	2
Problemas envolvendo a formação de grupos	34	20	0	4	18	12	1

Fonte: Autores, 2023

Quanto ao grau de dificuldade sentido os alunos deveriam classificar a dificuldade de cada conteúdo em Muito Fácil, Fácil, Regular, Difícil e Muito Difícil. Os assuntos que foram considerados Muito Fácil ou Fácil pelos alunos foram problemas que envolvem a permutação simples com anagramas e a permutação com elementos repetidos. Na amostra existe uma média de 17 alunos que consideram a aprendizagem dos conteúdos Regular. A análise dos testes específicos nos permitiu organizar os resultados em porcentagens de acertos, erros e questões deixadas em branco (ver tabela 2).

**Tabela 2** – Resultados dos testes específicos.

	Acertos (%)	Erros (%)	Em branco (%)
Questão 01	77,6	21,0	1,4
Questão 02	38,9	59,7	1,4
Questão 03	38,9	59,7	1,4
Questão 04	22,4	71,6	6,0
Questão 05	16,4	79,1	4,5
Questão 06	9,0	85,0	6,0
Questão 07	26,9	65,7	7,4
Questão 08	16,4	73,2	10,4
Questão 09	18,0	74,6	7,4
Questão 10	18,0	74,0	6,0

Fonte: Autores, 2023

De acordo com os resultados obtidos, podemos constatar que a questão 01 apresentou o maior percentual de acertos entre os alunos. A presente questão tinha como objetivo verificar se o aluno conseguia utilizar o princípio multiplicativo do PFC de maneira satisfatória, e para isso ela foi elaborada de maneira a ser classificada como nível fácil, pois envolve conceitos simples e diretos exigindo poucos passos ou cálculos necessários. Ironicamente este assunto foi classificado como o menos lembrado pelos alunos (Tabela 1). A permutação simples foi considerada o objeto matemático mais lembrado de acordo com os alunos (Tabela 1). No teste específico apresenta a segunda maior taxa de acerto, porém com um rendimento aquém do esperado, pois menos de 50% dos alunos conseguiram acertar este

item. As questões 02 e 03 tratam, respectivamente, de determinação do número de anagramas de uma palavra e permutação de pessoas, sendo ambas consideradas questões de nível fácil. Por outro lado, as questões que possuem o maior índice de erros são as questões 05 e 06 com elevados índices de erros. Ambas as questões tinham por objetivo verificar se o aluno conseguia determinar o número de diferentes grupos que podiam ser formados com os elementos disponíveis. Este resultado demonstra que em nossa amostra os alunos não possuem domínio sobre conceitos como combinação simples ao qual eles afirmaram ser de uma dificuldade regular. De acordo com Handaya (2017) assevera que a dificuldade dos alunos em análise combinatória se dá, em grande parte, pelo fato de que estes apresentam grande dificuldade em ler e interpretar o enunciado do problema, já que este se apresenta como um texto longo que exige uma leitura e interpretação muitas vezes apuradas se tornando um desafio para o aluno. Nesse caso, o desenvolvimento do nível de letramento estatístico, probabilístico e combinatório é essencial (Lima et al., 2022). Além disso, a grande variedade de problemas se torna um obstáculo, pois o aluno não consegue diferenciar cada tipo. Santos-Wagner; Bortoloti; Ferreira; (2013) observam que o uso abusivo de fórmulas para resolver os problemas se torna obstáculo, pois o aluno acabar por querer resolver a questão de qualquer forma acreditando que basta identificar uma fórmula que o problema será resolvido. Este pensamento revela um entendimento instrumental do aluno visto que ele faz uso de procedimentos e fórmulas sem compreensão do significado das mesmas.

### Considerações finais

Este trabalho teve por objetivo diagnosticar as dificuldades dos alunos na aprendizagem da análise combinatória. Nele, procuramos identificar quais as

principais dificuldades que os alunos apresentam ao estudar análise combinatória. O diagnóstico buscou produzir informações acerca de dados socioeconômicos, hábitos de estudo, percepção do discente sobre o professor de matemática e conhecimento do aluno sobre a análise combinatória. Os resultados mostraram que os alunos mantêm um hábito de estudo incondizente com a exigência da disciplina de matemática. Os discentes apresentam um padrão de estudos apenas próximo ao período de provas, focando apenas a obtenção das notas necessárias para a sua aprovação, ignorando o alcance, a abrangência e a relevância daquilo que foi estudado. Além dos hábitos de estudo, temos que considerar, também, a importância da metodologia de ensino explorada pelo professor em sala de aula. Com tantas possibilidades metodológicas hoje em dia, bem como a diversidade em termos de tecnologia nos processos de ensino, percebe-se que os professores ainda permanecem presos ao modelo tradicional, no qual o aluno é um mero espectador de sua própria aprendizagem. Os currículos atuais já enfatizaram essa mudança de papel do aluno e professor, onde este último deve ser um facilitador do processo, e aquele deve ser um agente ativo de sua aprendizagem afim de se tornar um cidadão responsável, exercendo o protagonismo discente. Em uma leitura holística dos resultados dos testes específicos, percebemos que o princípio multiplicativo foi o único assunto dentre os analisados que os alunos conseguiram resolver corretamente. Os outros temas abordados apresentaram uma porcentagem alta de erros, o que nos traz uma preocupação quanto ao ensino e a aprendizagem do conteúdo. Baseado nos resultados desta pesquisa e no trabalho de Santos-Wagner; Bortoloti; Ferreira (2013) cremos que o ensino de análise combinatória não deve se basear apenas no uso de fórmulas, mas fazer o aluno pensar criticamente, utilizando o princípio fundamental da contagem. Acreditamos que este trabalho pode ser aprofundado futuramente em uma pesquisa diagnóstica que envolva a análise de erros dos alunos.

## Referências

- BATANERO, C. **Didáctica de la Estadística**. Granada: Universidad de Granada, 2001.
- BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Relatório do 4º Ciclo de Monitoramento das Metas do Plano Nacional de Educação** – Brasília, DF: Inep, 2022.
- BRASIL. **Lei 9394/1996 – Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Brasília, DF: Ministério da Educação e Cultura, 1996.
- BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Participação dos pais ajuda no desempenho escolar da criança**, Brasília, DF, 22 nov. 2010. Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/assuntos/noticias/saeb/participacao-dos-pais-ajuda-no-desempenho-escolar-da-crianca>. Acesso em: 30 dez 2023.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Articulação com os Sistemas de Ensino. **Planejando a próxima década, conhecendo as 20 metas do Plano Nacional de Educação**. Brasília, DF: MEC, 2014.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: Ministério da Educação e Cultura, 2018.
- D'AMBROSIO, U. **Sociedade, cultura, matemática e seu ensino**. Educação e Pesquisa, 31, 99-120, 2005. Disponível em: <https://www.revistas.usp.br/ep/article/view/27965>. Acesso em: 30 dez 2023.
- D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática: da teoria à prática**. Papirus Editora, 2007.
- FREIRE, P. **Pedagogia do Oprimido**. 54º ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2013.
- GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. - São Paulo: Atlas, 2008.
- IBGE. **Pesquisa nacional por amostra de domicílios: PNAD**. Rio de Janeiro: IBGE. Suplemento sobre mobilidade sócio-ocupacional, 2014.
- GIORDANO, C. C.; SILVA, D. S. C. **Metodologias ativas em Educação Matemática: a abordagem por meio de projetos na Educação Estatística**. Revista de Produção Discente em Educação Matemática, 6 (2), 78-89,

2017. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/pdemat/article/view/35422>. Acesso em: 30 dez 2023.

HANDAYA, A. **Uma reflexão sobre dificuldade de aprendizagem de Análise Combinatória**. Sinergia, 18, 13-17, 2017. Disponível em: <https://ojs.ifsp.edu.br/index.php/sinergia/article/view/71>. Acesso em: 30 dez 2023.

LEAL, C. C. R.; SANTOS, S. C. T. **O desinteresse dos alunos para com a matemática e as dificuldades enfrentadas por professores para ensinar a disciplina no ensino médio**. Goiânia-GO. Anais da 11ª Jornada Acadêmica, 2017. Disponível em: <https://www.anais.ueg.br/index.php/jaueg/article/view/9769/10507>. Acesso em: 30 dez 2023.

LIMA, S. D. O.; LIMA, R. F.; SILVA, A. W. J.; GIORDANO, C. C. **Ensino de Estatística, Probabilidade e Combinatória na Educação Básica: os novos desafios da BNCC**. Revista Baiana de Educação Matemática, 3 (1), 1-20, 2022. Disponível em: <https://www.revistas.uneb.br/index.php/baeducmatematica/article/view/15640>. Acesso em: 30 dez 2023.

OLIVEIRA, M. S. **Uma reflexão sobre a ideia de superação do ensino tradicional na educação matemática: a dicotomia entre a abordagem clássica e abordagens inovadoras em foco**. Boletim Online de Educação Matemática, 7, 79-93, 2019. Disponível em: <https://revistas.udesc.br/index.php/boem/article/view/16816>. Acesso em: 30 dez 2023.

PAGOTTI, A. W.; PAGOTTI, S. A. G. **Avaliação: O que o aluno espera do professor?** Interação, 29(1), 63-78, 2004. Disponível em: <https://revistas.ufg.br/index.php/interacao/article/view/1332>. Acesso em: 30 dez 2023.

PIAZZI, P. **Aprendendo inteligência: manual de instruções do cérebro para alunos em geral**. São Paulo: Aleph, 2007.

PIAGET, J. **O desenvolvimento do pensamento: equilíbrio das estruturas cognitivas**. São Paulo, Lisboa: Editora Dom Quixote, 1977.

SANTOS-WAGNER, V. M. P.; MENDUNI-BORTOLOTTI, R. D.; FERREIRA, J. R. **Análise das resoluções corretas e erradas de Combinatória de futuros professores de Matemática**. Educação Matemática Pesquisa, 15, 606-629, 2013. Disponível em:

<https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/16997>. Acesso em: 30 dez 2023.

SKOVSMOSE, O. **Cenários para investigação**. Boletim de Educação Matemática, 13 (14), 66-91, 2000. Disponível em: <https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/10635>. Acesso em: 30 dez 2023.

SOUZA, J. S. S. de; MASCARENHAS, S. A. N. **Reflexões acerca da importância dos hábitos de estudos para a aprendizagem da matemática escolar**. Revista Amazônica - Revista de Psicopedagogia, Psicologia Escolar e Educação, Ano 2, 14 (1), 309-329, Jan./Jun. 2022. Disponível em: <https://periodicos.ufam.edu.br/index.php/amazonica/article/view/10247>. Acesso em: 01 mai 2024.