

Conhecimento Matemático Especializado de Futuros Professores de Matemática sobre os Conceitos de Área e Perímetro de Figuras Planas

Preservice Mathematics Teachers' Specialized Mathematical Knowledge of Area and Perimeter Concepts in Plane Figure

Conocimiento Matemático Especializado de Futuros Profesores de Matemáticas sobre los Conceptos de Área y Perímetro de Figuras Planas

Francisco Eteval da Silva Feitosa¹

Roberta dos Santos Rodrigues²

Resumo

Este trabalho é um recorte de uma pesquisa de mestrado e investiga o conhecimento especializado mobilizado e desenvolvido por futuros professores de matemática associado ao conceito de área e perímetro de figuras planas. A pesquisa está fundamentada no modelo Mathematics Teacher's Specialized Knowledge-MTSK, possui uma perspectiva qualitativa e um enfoque interpretativo do tipo estudo de caso instrumental. Os dados foram obtidos durante uma oficina formativa pautada nas etapas da Teoria das Situações Didáticas, como metodologia de ensino, utilizando a observação participante, gravação audiovisual e registros escritos. A partir de uma análise de conteúdo com categorias do MTSK, os primeiros resultados apontam que a situação didática se mostrou como uma oportunidade formativa para a mobilização de conhecimentos especializados. Os resultados fornecem contribuições para educadores e pesquisadores em matemática na revisão e análise de programas de formação docente, e contribuem para a

busca de novas áreas de pesquisa relacionadas ao tema.

Palavras-chave: Formação de Professores. Matemática. MTSK. Área. Perímetro.

Abstract

This study is an excerpt from a master's research and investigates the specialized knowledge mobilized and developed by prospective mathematics teachers related to the concepts of area and perimeter of plane figures. The research is grounded in the Mathematics Teacher's Specialized Knowledge (MTSK) model, adopts a qualitative perspective, and follows an interpretative approach through an instrumental case study. Data were collected during a formative workshop based on the stages of the Theory of Didactical Situations as a teaching methodology, using participant observation, audiovisual recordings, and written records. Based on a Content Analysis using MTSK categories, initial results indicate that the didactical situation served as a formative opportunity for the mobilization of specialized knowledge. The

¹ Doutorado em Matemática. Universidade Federal do Amazonas/UFAM, Manaus, Amazonas, Brasil. sfeitosa@ufam.edu.br.  <https://orcid.org/0000-0003-0913-3427>.

² Graduada em Matemática. Bolsista POSGRAD/FAPEAM/2024-2025. Universidade Federal do Amazonas/UFAM, Manaus, Amazonas, Brasil. roberta10rodrigues@gmail.com.  <https://orcid.org/0000-0001-9903-7644>

findings provide insights for mathematics educators and researchers in reviewing and analyzing teacher education programs and contribute to identifying new research avenues related to the topic.

Keywords: Teacher Education. Mathematics. MTSK. Area. Perimeter.

Resumen

Esta investigación es un extracto de un trabajo de maestría y explora el conocimiento especializado movilizado y desarrollado por futuros profesores de matemáticas en relación con los conceptos de área y perímetro de figuras planas. La investigación se basa en el modelo Mathematics Teacher's Specialized Knowledge (MTSK), adopta una perspectiva cualitativa y un enfoque interpretativo de tipo estudio de caso instrumental. Los datos se obtuvieron durante un taller formativo fundamentado en las etapas de la Teoría de las Situaciones Didácticas como metodología de enseñanza, utilizando observación participante, grabaciones audiovisuales y registros escritos. A partir de un análisis de contenido con categorías del MTSK, los primeros resultados indican que la situación didáctica se presentó como una oportunidad formativa para la movilización de conocimientos especializados. Los resultados aportan contribuciones para educadores e investigadores en matemáticas en la revisión y análisis de programas de formación docente, y contribuyen a la exploración de nuevas áreas de investigación relacionadas con el tema.

Palabras clave: Formación de Profesores. Matemáticas. MTSK. Área. Perímetro.

1 Introdução

Uma das razões para a inclusão das grandezas e medidas na matemática escolar é sua forte presença nas mais diversas práticas sociais e profissionais (Lima; Bellemain, 2010), além de conectar-se a múltiplas disciplinas e ser um ramo específico da Matemática que

liga número e espaço (Clements; Sarama, 2007).

Contudo, nos últimos anos, diversas pesquisas sobre os problemas de aprendizagem dos conceitos de área e perímetro evidenciam, entre outras coisas, que os estudantes confundem esses dois conceitos (Gómez e Vásquez, 2015; Lima e Bellemain, 2010; Martínez e Pardo, 2017), têm a crença de que igualdade de área implica igualdade de perímetro e vice-versa (D'Amore; Fandinho, 2007; Popoca; Acuña, 2011), apresentam problemas na transição entre as intuições que os alunos carregam e os conceitos dados nas salas de aula (Gómez; Vásquez, 2015) e fazem abordagem desses conceitos com foco na memorização e aplicação das fórmulas (Martínez; Pardo, 2017), em muitos casos de forma inadequada e sem sentido (García; Carrillo, 2006).

A resolução desses problemas está intrinsecamente ligada à formação dos professores. Compartilhamos da perspectiva de D'Amore e Fandinho (2007), que argumentam que o obstáculo para uma construção satisfatória dos conceitos de perímetro, área e suas relações não é meramente de natureza epistemológica, mas também emana das diversas decisões que o professor toma, sendo, portanto, de natureza didática.

Esses problemas podem estar atrelados ao conhecimento matemático do professor, uma vez que este é um componente fundamental para a prática docente (Carrillo-Yañez et al., 2018). Isso tem incentivado diversas pesquisas com foco nas especificidades da prática e do conhecimento do professor de (e que ensina) matemática, como os trabalhos de Ribeiro et al. (2021), García e Carrillo (2006) e Araujo (2018). Tal procura evidencia a relevância desta pesquisa para o campo da Educação Matemática e nos levou à seguinte questão de pesquisa: que conhecimento matemático especializado é revelado por futuros professores de matemática sobre as grandezas área e perímetro?

Para responder a essa questão, estabelecemos como objeto de estudo o conhecimento especializado do professor de Matemática. Nosso objetivo é investigar o conhecimento matemático mobilizado e desenvolvido por futuros professores associado aos conceitos de área e perímetro.

2 Referencial Teórico

Esta pesquisa se fundamenta em três referenciais teóricos distintos. Para analisar os conhecimentos empregados

por futuros professores de Matemática, adotamos o modelo teórico-analítico proposto por Carrillo et al. (2013), conhecido como Mathematics Teacher's Specialized Knowledge (MTSK). Utilizamos as fases da TSD de Brousseau (1986) como meio para observar a mobilização e estimular o desenvolvimento desses conhecimentos. Além disso, para o desenvolvimento do conhecimento especializado no ensino dos conceitos de área e perímetro, recorremos a tarefas fundamentadas na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1989), especificamente no Campo Conceitual das Grandezas Geométricas, seguindo a perspectiva de Douady e Perrin-Glorian (1989) e Baltar (1996).

Mathematics Teacher's Specialized Knowledge – MTSK

O MTSK (Carrillo et al., 2013) considera o caráter especializado do conhecimento do professor de forma integral em todas as suas subdimensões e evita fazer alusão a referências externas (conhecimentos de outras profissões). Ademais, o MTSK é tanto uma proposta teórica que modela o núcleo do conhecimento profissional do professor de Matemática quanto uma

ferramenta metodológica que permite analisar diferentes práticas do professor de Matemática por meio de suas categorias (Flores et al., 2013). O MTSK assume a natureza especializada do conhecimento do professor, considerando três domínios: Mathematical Knowledge (MK), Pedagogical Content Knowledge (PCK) e Beliefs a respeito da Matemática e de seu ensino e aprendizagem. Aqui focamos somente no domínio MK, que inclui os tópicos matemáticos e entidades no subdomínio do Conhecimento de Tópicos (KoT), as conexões entre entidades matemáticas no Conhecimento da Estrutura da Matemática (KSM) e as formas de fazer ou criar matemática no Conhecimento de Práticas em Matemática (KPM).

Para organizar os diferentes elementos do subdomínio KoT, Carrillo-Yañez et al. (2018) definem quatro categorias. A primeira, que contempla definições, propriedades e seus fundamentos, abrange a compreensão de uma ampla variedade de relações entre conceitos matemáticos, incluindo suas propriedades específicas, e as fundamentações desses conceitos em processos matemáticos, como demonstrações ou teoremas. A Fenomenologia engloba o entendimento do professor sobre os fenômenos que

podem originar conhecimento matemático, bem como os contextos, usos e aplicações do tópico matemático ensinado. O Registro de representações compreende o conhecimento relacionado às várias maneiras de representar um conceito, processo ou procedimento matemático (De Almeida; Ribeiro, 2021). Já a última, Procedimentos, envolve o entendimento de como, quando e por que os procedimentos são executados de certa maneira, bem como as características dos resultados obtidos (Zakaryan; Ribeiro, 2019).

O KSM envolve os conhecimentos dos professores relacionados a conexões entre itens matemáticos (Carrillo-Yañez et al., 2018), as quais podem ser interconceituais (conexão entre diferentes conceitos mobilizados simultaneamente) ou temporais (ocorrem entre conhecimentos prévios e futuros). Esse saber é composto por quatro categorias de conexões matemáticas: ligações de complexidade crescente, simplificação, auxiliares e vínculo transversal. O KPM abrange os conhecimentos relacionados a como se explora e se gera conhecimento em Matemática, como definir, justificar e demonstrar, as características inerentes a esses processos matemáticos, além do

conhecimento sintático próprio da Matemática (Carrillo-Yañez et al., 2018). Segundo Delgado-Rebolledo (2020), compõem esse subdomínio as seguintes categorias: prática de definir, prática de demonstrar, prática de resolver problemas e o papel da linguagem matemática. Com respeito a esse subdomínio, focaremos nossas análises nas três últimas categorias, visto que nas atividades propostas, não há situações que exijam a mobilização da prática de definir.

A prática de demonstrar inclui o conhecimento de métodos e tipos de demonstrações (Campos-Cano; Flores-Medrano, 2020, Carvajal et al., 2020, Delgado-Rebolledo, 2020), além de uma subcategoria associada ao conhecimento das funções de demonstração (verificação, explicação, sistematização, descoberta e comunicação), conforme De Villiers (1993). A categoria da prática de resolver problemas inclui o conhecimento do professor sobre a decomposição de um problema em casos particulares, sobre o uso de um desenho como estratégia heurística para avançar na resolução de um problema e sobre a estratégia de simplificar um problema para resolvê-lo. Por sua vez, o

conhecimento do professor sobre o significado sintático e semântico dos simbolismos formais e das expressões matemáticas e seu conhecimento sobre o papel dos símbolos em diferentes contextos são considerados na categoria papel da linguagem matemática (Delgado-Rebolledo et al., 2022).

O presente trabalho foca nos subdomínios do MK, cuja análise será dada a partir das categorias delineadas por Delgado-Rebolledo e Espinoza-Vásquez (2021). Os indicadores são designados por um acrônimo, composto pelas iniciais do subdomínio relevante, acrescido da(s) letra(s) representativa(s) da categoria correspondente: KoT - Definições, propriedades e fundamentos (KoTd); KoT - Fenomenologia e aplicações (KoTph); KoT - Procedimentos (KoTp); KoT- Registros de representação (KoTr); KSM - Conexões baseadas em simplificação (KSMs); KSM - Conexões baseadas em aumento da complexidade (KSMc); KSM - Conexões auxiliares (KSMA); KSM - Conexões transversais (KSMt); KPM - Prática de demonstrar (KPMpr); KPM - Prática de definir (KPMde); KPM - Prática de resolver problemas

(KPMsp); KPM - O papel da linguagem matemática (KPMml).

Por outro lado, é preciso reconhecer que garantir que um professor tenha um determinado conhecimento especializado não é uma tarefa fácil, portanto, algumas investigações do modelo MTSK têm utilizado a tríade evidência-indicação-oportunidade, para analisar se o que é postulado faz parte do conhecimento do professor relator e, assim, não omitir contribuições importantes que os dados fornecem (Escudero-Ávila et al., 2015). Assim, Escudero-Ávila et al. (2015) definem: (a) Evidências de conhecimento: Referem-se àqueles elementos que permitem afirmar se um professor possui ou não um determinado conhecimento; (b) Indícios de conhecimento: São suspeitas da existência ou não de um determinado conhecimento. Nestes, aceita-se que sejam necessárias mais informações para que possam se tornar evidências de conhecimento; (c) Oportunidades de pesquisa: São de natureza diferente de evidências e pistas; oportunidades são momentos ou situações apresentadas pelo professor ou pela dinâmica da aula, e servem para explorar o conhecimento de um subdomínio, mesmo que não esteja relacionado ao subdomínio com o qual a afirmação levantada se identifica.

Consideramos que, tão relevante quanto identificar os conhecimentos matemáticos especializados dos professores, é propor situações de ensino e formação que favoreçam a mobilização e o desenvolvimento desses conhecimentos. Com esse propósito, recorreremos à Teoria das Situações Didáticas (TSD), cujos pressupostos fundamentais serão apresentados na subseção a seguir.

Teoria das Situações Didáticas – TSD

A Teoria das Situações Didáticas (TSD), concebida na França por Guy Brousseau (1986), é amplamente utilizada como um referencial teórico para o ensino e aprendizagem em matemática e, embora não seja originalmente concebida como uma metodologia de ensino, ela fornece princípios e ferramentas que podem ser adaptados para desenvolver práticas pedagógicas, especialmente no planejamento de situações de ensino que promovam a construção do conhecimento.

A TSD é um modelo teórico que aborda conteúdos matemáticos e exemplifica algumas situações essenciais, tornando-se uma base teórica para estudos adicionais em didática e para a prática de professores de matemática (Teixeira; Passos, 2013).

Conforme definido por Pais (2019), uma situação didática refere-se às diversas interações pedagógicas que ocorrem entre os alunos, o professor e o conteúdo específico, com o objetivo de promover o ensino e a aprendizagem. Portanto, as situações didáticas podem se manifestar de várias formas, como situações-problemas. De acordo com Brousseau (1986), a partir dessas situações, o sujeito estabelece uma relação com o conhecimento, considerando também o ambiente didático, que inclui o papel do professor.

Brousseau (1986) desenvolve uma tipologia de situações didáticas, analisando as principais atividades específicas da aprendizagem da Matemática: ação, formulação, validação e institucionalização. Na ação, o estudante pondera e experimenta diferentes abordagens ao escolher um método de resolução dentro de um modelo de adaptação, por meio da interação com o ambiente educacional, e toma as medidas necessárias para organizar a solução do problema. Na formulação, ocorre uma interação entre o estudante e o milieu (meio), na qual se utiliza uma linguagem mais adequada, sem a necessidade expressa de empregar

linguagem matemática formal. Esse contexto pode envolver ambiguidade, repetição, emprego de metáforas, introdução de termos semióticos inéditos, assim como uma possível falta de pertinência e eficácia na comunicação, dentro de um ciclo contínuo de retroalimentação. Durante esse processo, os estudantes buscam adaptar a linguagem que normalmente utilizam para melhor transmitir as informações necessárias. Na validação, os estudantes se esforçam para convencer os interlocutores da veracidade das declarações, empregando uma linguagem matemática apropriada, como demonstrações (Teixeira; Passos, 2013).

Na institucionalização, a intenção do professor é revelada e aí é retomada a parte da responsabilidade cedida aos estudantes, conferindo-lhes o estatuto de saber ou descartando algumas produções e definindo, assim, os objetos de estudo por meio da formalização e da generalização. Portanto, ocorre uma verdadeira aprendizagem, reconhecida pelo professor. Brousseau (2008, p. 21) pondera que o papel da institucionalização é “prover sentido de um saber”.

Na perspectiva de Teixeira e Passos (2013), é possível estruturar, aplicar e analisar uma sequência didática em qualquer nível de ensino, considerando as especificidades dos envolvidos e os objetivos a serem alcançados. Nesta pesquisa, partimos da hipótese de que a aplicação de uma sequência didática pautada nas dialéticas da TSD poderia favorecer a mobilização e o desenvolvimento do conhecimento especializado de docentes de Matemática em formação inicial.

Contudo, a prática matemática do professor sustenta-se na implementação de tarefas matemáticas pelo que as tarefas devem assumir um papel central também na formação desses profissionais (Ribeiro et al., 2021). Uma vez que visamos a desenvolver nos licenciandos o conhecimento especializado para o ensino conceitual de áreas e perímetros, recorremos à Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (2009) para dar às tarefas propostas um caráter intencional.

Teoria dos Campos Conceituais - TCC

A Teoria dos Campos Conceituais (TCC) foi desenvolvida pelo pesquisador francês Gérard Vergnaud (1982, p. 40), segundo o qual um campo conceitual é “um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações,

conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento conectados uns aos outros e, provavelmente, entrelaçados durante o processo de aquisição”. Enquanto teoria de referência, o modelo teórico de Vergnaud alerta para a necessidade de levar em conta a especificidade dos conteúdos a serem ensinados e o fato de que um simples conceito, como área e perímetro, não se refere apenas a um tipo de situação, assim como uma situação não pode ser analisada por meio de um único conceito.

Na perspectiva da TCC de Vergnaud (1989), os conceitos de área e perímetro estão incluídos no campo conceitual das grandezas geométricas. Sob essa perspectiva, concebemos área e perímetro como conceitos distintos que podem ser representados pela tríade $C = (S, I, R)$. Nela, S (a referência) é o conjunto de situações que dão sentido ao conceito de área (perímetro); I (o significado) é o conjunto de invariantes nos quais se assenta a operacionalidade dos esquemas, por meio dos quais se resolvem tarefas sobre área (perímetro); R (o significante) é o conjunto das formas que permitem representar a área (perímetro) e suas propriedades.

Com base nas concepções apresentadas pelos estudantes em sua pesquisa, Douady e Perrin-Glorian

(1989) propõem um modelo dialético para a construção do conceito de área como grandeza, à qual articulam a variedade de situações em três diferentes quadros. O quadro geométrico é composto pelas superfícies planas (triângulos, quadriláteros etc.); o numérico, constituído pelas medidas das áreas, sendo números reais não negativos; e o das grandezas, caracterizado pela relação de equivalência, isto é, uma superfície ter ou não a mesma área. Baltar (1996), ao considerar esses quadros, amplia o estudo realizado por Douady e Perrin-Glorian e propõe três tipos de situações que dão sentido a essa temática, denominadas por ele de comparação, medida e produção. A partir desse estudo, Ferreira (2010) elabora um quadro que resume a classificação de Baltar (1996) e inclui mais um tipo de situação, a mudança de unidade, a fim de complementar a proposta do autor.

As situações de comparação situam-se essencialmente no quadro das grandezas e tem como finalidade propor tarefas em que o estudante possa comparar áreas e comprimentos, informando se são iguais, maiores ou menores. Nas estáticas, as superfícies e o

comprimento não são alterados com os procedimentos utilizados. Nas dinâmicas, há modificação das figuras e observa-se se essa mudança provoca ou não variação de área e de perímetro (Baltar, 1996).

As situações de medida estão localizadas no quadro numérico e na passagem da grandeza ao número, por meio da escolha de uma unidade de medida. A tarefa principal que o estudante tem a desempenhar é medir áreas e comprimentos de diferentes maneiras, por exemplo, realizando cálculos, estimativas ou utilizando instrumentos de medição. Baltar (1996) considera como exatas aquelas situações em que o resultado é expresso por um número seguido de uma unidade e, por enquadramento, aquelas expressas por uma aproximação.

As situações de mudança de unidade estão mais localizadas no quadro numérico e, por vezes, contam com a ausência do quadro geométrico. Essa classe tem como finalidade representar uma mesma área ou perímetro com unidades de medida diferentes, podendo ser com unidades de medidas convencionais ou não-convencionais. As situações de produção

estão localizadas no quadro geométrico e divididas em: produção de superfícies de mesma área ou mesmo perímetro que a de uma figura dada, produção de superfícies de área ou perímetro maior ou menor que a/o de uma figura dada e produção de superfícies a partir de uma área ou um perímetro dado.

O conhecimento do professor acerca das situações que dão sentido ao conceito de área e de perímetro está enquadrado no KoT na categoria de Fenomenologia e Aplicações (Flores-Medrano et al., 2014). Dessa maneira, o conhecimento especializado para o ensino dos conceitos de área e perímetro de figuras plana, na perspectiva da TCC, inclui a distinção da área e do perímetro de uma superfície de sua forma, conhecer que duas superfícies de formas diferentes podem ter uma mesma área ou o mesmo perímetro, a distinção da área e do perímetro do número, a partir da noção de que uma mesma superfície pode corresponder a números diferentes associados às unidades de medida escolhidas, sem modificar sua área ou seu perímetro. Isso vale para a distinção entre perímetro e contorno como o comprimento de uma curva fechada (Douady; Perrin- Glorian, 1989).

Pelo exposto, apresentaremos na próxima seção o contexto e a metodologia desta pesquisa. Também

exporomos as situações que foram trabalhadas com os professores em formação inicial visando a desenvolver o seu conhecimento especializado para o ensino dos conceitos de área e perímetro de figuras planas.

3 Contexto e método

Esta investigação é um recorte de uma pesquisa de mestrado e foi desenvolvida sob uma perspectiva qualitativa (Creswell; Creswell, 2021), com um enfoque teórico interpretativo sobre a mobilização do Conhecimento Especializado de Professores de Matemática em Formação Inicial e as seguintes fases: (i) elaboração de uma Sequência Didática (Zabala, 1998) para os futuros professores de Matemática; (ii) aplicação da Sequência Didática para a obtenção dos dados; e (iii) análise de evidências e identificação de indícios de conhecimento. Ademais, trata-se de um estudo de caso instrumental (Stake, 2005), cujo foco de interesse não é conhecer o caso em si, mas saber que a situação proposta permite a mobilização e o desenvolvimento do conhecimento dos professores em formação inicial.

Como técnica de coleta de dados, recorreremos à observação participante e à análise documental (Gil, 2022) por meio de notas de campo e das respostas dos participantes à tarefa proposta, os quais

foram analisados à luz da Análise de Conteúdo (Bardin, 1997). Na etapa da pré-análise, selecionamos, para compor o corpus a ser analisado, os protocolos de resolução dos oito grupos. Na fase da exploração, classificamos e codificamos os dados segundo as categorias dos subdomínios do MTSK. Para tratamento dos dados, explicitamos os descritores e categorias evidenciadas pelos grupos nos subdomínios do MK.

Esta pesquisa foi realizada a partir da disciplina de Geometria Plana, na qual a sequência didática teve como carga horária 8 horas, distribuídas em 4 dias, contando com a participação de 24 futuros professores de Matemática de uma universidade pública do Amazonas, divididos em 8 grupos. Foram planejadas 3 atividades, sendo que a primeira foi realizada em 2 dias e focou no desenvolvimento do subdomínio KoT. A segunda e terceira atividades foram realizadas em 1 dia cada e tiveram como foco o KSM e o KPM, respectivamente. Neste trabalho, traremos os resultados da análise feita na primeira atividade.

As atividades foram articuladas de modo a desenvolver o Conhecimento Especializado dos licenciandos acerca do tópico área e perímetro de figuras

planas e foram executadas segundo as dialéticas da TSD (Brousseau, 1986): ação, formulação, validação e institucionalização. Na situação de ação, os pesquisadores estimularam tentativas de solução experimentais, sem preocupação com formalizações ou coerência na escrita. Esperávamos nesse momento o aparecimento de tentativas de soluções de natureza puramente intuitiva e empírica. Na situação de formulação, os grupos foram estimulados a trocar informações e colaborar com outros, permitindo a comparação das soluções parciais e oportunizando a percepção de padrões. Foi reforçada a necessidade de uma comunicação um pouco mais sistemática para permitir a troca de informações e comparações bem-sucedidas, mas sem exacerbada preocupação com linguagem matemática formal. Na situação de validação, foi esclarecido aos grupos que se fazia necessário o uso de uma linguagem matemática mais cuidadosa, pois era nesse momento que eles deveriam apresentar suas soluções. Assim, foi solicitado cuidado na comunicação para que ela fosse suficientemente clara para o restante da turma.

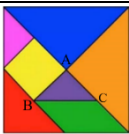
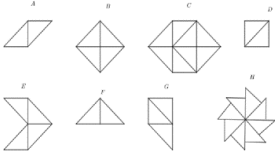
Como destaca Pais (2019), as dialéticas da TSD encontram-se fortemente entrelaçadas entre si e a separação proposta serve apenas para operacionalizar uma análise didática, e não para induzir uma separação nítida entre elas. Com isso, a institucionalização se deu de forma concomitante com a validação, na qual analisamos e sintetizamos as respostas e soluções dos licenciandos bem como apresentamos a formalização matemática esperada para o assunto escolhido, levamos em conta as soluções

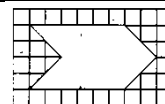
e concepções apresentadas pelos grupos e situamo-las dentro da teoria matemática que desejávamos abordar, a saber, os conceitos de área e perímetro na perspectiva do Campo Conceitual das Grandezas (Vergnaud, 1989).

A tarefa proposta

Na Figura 1, apresentamos a tarefa que compuseram a Sequência Didática, assim como os conhecimentos que esperávamos desenvolver com cada atividade

Tabela 1 – Título da tabela.

Questão 1 – Situação de comparação estática sem unidades de medida	
Considere um triângulo ABC do Tangram ao lado. Ele é um triângulo retângulo e é um triângulo isósceles. Com vários triângulos iguais ao triângulo ABC, fizemos as figuras abaixo. Quais figuras têm a mesma área que a figura A? Elas possuem a mesma forma? Elas possuem o mesmo perímetro que a figura A? A que conclusão vocês conseguem chegar?	
	
Questão 2 – Situação de comparação estática com unidade de medida não convencional	
O professor de matemática apresentou aos seus alunos o Tangram, uma quebra-cabeça muito antigo, de origem chinesa, composto por sete peças: 5 triângulos retângulos isósceles (2 grandes, 1 médio e 2 pequenos), 1 paralelogramo e 1 quadrado. Forme uma figura A cuja superfície é dada pela junção do paralelogramo com o triângulo retângulo isósceles médio e uma figura B cuja superfície é dada pela junção do quadrado com um triângulo isósceles pequeno. Utilizando um triângulo isósceles pequeno como unidade de medida, termine qual das duas superfícies, A ou B, possui maior área? Justifique sua resposta.	
Questão 3 – Situação de comparação dinâmica	
Utilizando a malha quadriculada represente a figura abaixo. Considere um quadrado da malha como unidade de medida de área.	
(a) Represente essa figura após uma rotação de 90° no sentido horário. (b) Represente essa figura após uma translação de duas unidades da direção horizontal no sentido da esquerda para a direita. (c) Represente uma figura cuja medida dos lados seja a metade da medida dos lados da figura dada, mas que esteja na mesma posição.	
O que podemos afirmar acerca do que acontece com a área e com o perímetro da figura após as transformações realizadas nos itens (a), (b) e (c)?	



Questão 4 – Situação de medida exata e mudança unidade com unidade de medida não convencional.

O professor de matemática apresentou aos seus alunos o Tangram, uma quebra-cabeça muito antigo, de origem chinesa, composto por sete peças: 5 triângulos retângulos isósceles (2 grandes, 1 médio e 2 pequenos), 1 paralelogramo e 1 quadrado.

- (a) Considerando um triângulo retângulo e isósceles pequeno como unidade de área, determine a medida da área de um triângulo retângulo isósceles grande. Explique como você procedeu para determinar o valor encontrado.
- (b) Agora, considerando o quadrado como unidade de área, determine novamente a medida da área de um triângulo retângulo isósceles grande. Explique como você procedeu para determinar o valor encontrado.

O que você percebeu em relação às respostas obtidas nos itens (a) e (b) para a área do triângulo retângulo isósceles grande?

Questão 5 – Situação de produção

Usando a malha quadriculada e considerando o quadrado unitário da malha como unidade de área (ua), construa: (a) Diferentes retângulos de área igual a 12 ua e em seguida calcule a medida de seus perímetros. Compare os resultados obtidos e descreva o observa; (b) Diferentes retângulos de perímetro igual a 24 uc e em seguida calcule a medida de suas áreas. Compare os resultados obtidos e descreva o observa.

Fonte: Elaborada pelos autores

A Questão 1 é uma situação de comparação estática sem unidades de medida (Ferreira, 2010) e é esperado que os licenciandos percebam que as figuras que têm a mesma área que a figura A são D e F e devem perceber que não possuem a mesma forma. Comparando os lados das figuras, devem perceber que a figura F é a que possui o mesmo perímetro que a figura A. O objetivo da questão é desenvolver o conhecimento que “superfícies diferentes podem possuir a mesma área (perímetro)”, “superfícies de mesma(o) área (perímetro) podem possuir perímetros (áreas) diferentes” (KoTd).

Um exemplo de uma situação de comparação estática com unidade de medida não convencional (Ferreira,

2010) é trazida na Questão 2, em que os licenciandos deverão formar as duas figuras com as peças indicadas e utilizando um triângulo isósceles pequeno como unidade de medida deverão concluir que a Figura A tem maior área. Trata-se de uma situação com unidade de medida não-convencional cuja finalidade é comparar numericamente a medida da área de uma superfície com outra onde a superfície com maior medida terá maior área. A questão visa a desenvolver o conhecimento que, escolhida uma unidade de medida, a área de uma superfície é a quantidade vezes que essa unidade ‘cabe’ na superfície (KoTph).

Na Questão 3 temos uma situação de comparação dinâmica

(Ferreira, 2010), que são situações que estão relacionadas com o estudo das variações de área e perímetro ao longo de deformações, otimizações e transformações geométricas. A questão tem o objetivo desenvolver nos licenciandos o conhecimento que área e o perímetro são preservadas por transformações de rotação e a translação e modificadas por homotetias, isto é, a ampliação ou a redução (KoTd).

A Questão 4 é uma situação de medida exata e de mudança unidade com unidade de medida não convencional (Ferreira, 2010). É esperado que os licenciandos usem de sobreposição com as peças do Tangram e percebam que área de um triângulo retângulo isósceles grande corresponde à 4 triângulos retângulo isósceles pequeno e à 3 quadrados. O conhecimento que se espera desenvolver é que dependendo da unidade de medida teremos diferentes números associados à área, embora a grandeza área seja invariante em relação a sua superfície (KoTd). Uma situação de produção (Ferreira, 2010) é trazida pela Questão 5. Esse tipo de situação está localizado no quadro geométrico e se diferencia das anteriores por admitir várias respostas corretas. O objetivo da questão é desenvolver o conhecimento que figuras de mesma área podem ter perímetros diferentes e figuras de mesmo

perímetro podem ter áreas diferentes (KoTd).

4 Resultados e discussões

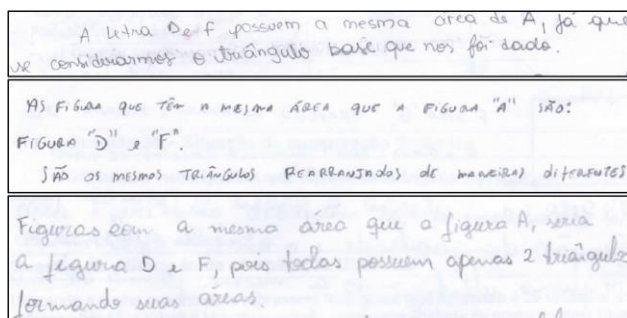
Tendo em vista que esta investigação busca compreender o conhecimento matemático mobilizado e desenvolvido por futuros professores no contexto dos conceitos de área e perímetro, a atividade analisada foi concebida com ênfase nas categorias do subdomínio *Knowledge of Topics* (KoT). No entanto, conforme apontam estudos recentes que exploram o conhecimento docente em diferentes níveis educacionais, é comum a articulação entre os diversos subdomínios do conhecimento especializado do professor de matemática (por exemplo, Delgado-Reboledo; Espinoza-Vásquez, 2021). Essa articulação decorre tanto da própria estrutura do modelo *Mathematics Teacher's Specialized Knowledge* (MTSK) quanto da natureza integrada do conhecimento docente (Delgado-Reboledo; Espinoza-Vásquez, 2021). Assim, no processo analítico, era esperado que surgissem indícios, evidências e oportunidades de pesquisas (Escudero-Ávila *et al.* 2015) da mobilização de conhecimentos relacionados a outras categorias para além daquelas inicialmente previstas no subdomínio KoT.

Como destacado anteriormente, a institucionalização se deu de forma concomitante com a validação, em que analisamos e sintetizamos as respostas e soluções dos licenciandos. A seguir, apresentaremos a análise da resolução dos oito grupos para a tarefa proposta, identificando os subdomínios e

categorias relacionados aos conhecimentos que foram mobilizados pelos participantes.

Na Questão 1 todos os grupos identificaram corretamente as figuras que possuíam mesma área que a figura dada, mas apenas 3 apresentaram uma justificativa (Figura 2).

Figura 2 - Justificativa de 3 grupos para a questão 1

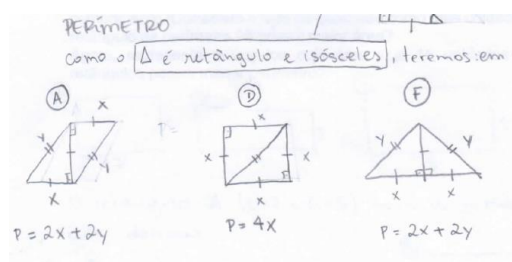


Fonte: Acervo da Pesquisa

Para responder quais das figuras de mesma área que a figura dada possuíam também o mesmo perímetro, cinco grupos evidenciaram o conhecimento de que figuras qualitativamente diferentes podem ser equivalentes quanto ao tributo área (Kordaki, 2003) (KoTd), da definição de perímetro (Barbosa, 2002) (KoTd) e o conhecimento auxiliar acerca de triângulo retângulo isósceles (KSMA). Dois grupos recorreram a representação

figural como estratégia para responder à pergunta (KPMsp). Ficou evidenciado, na resposta de três grupos, o uso de símbolos, termos e expressões para justificar algebricamente sua resposta acerca do perímetro das figuras (KPMml) (Figura 3). Ao final, foi possível evidenciar que três grupos conseguiram concluir que superfícies de mesma área podem ter perímetros diferentes (Baltar, 1996) (KoTph).

Figura 3 - Recorte da resposta de um dos grupos para questão 1

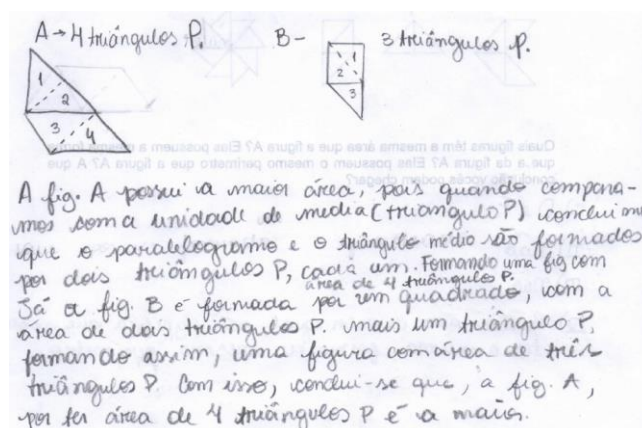


Fonte: Acervo da Pesquisa

Na Questão 2 todos os grupos conseguiram identificar a figura de maior área. Evidenciamos na resposta de todos os grupos a mobilização do conhecimento que, escolhida uma unidade de medida (triângulo retângulo isósceles pequeno), a área de uma

superfície (as figuras formadas) é a quantidade de vezes que essa unidade ‘cabe’ na superfície (Berka, 1983; Clements; Stephan, 2004) (Kotph). Na Figura 4 temos o recorte da resposta de um dos grupos.

Figura 4 - Resposta de um dos grupos para a Questão 2



Fonte: Acervo da Pesquisa

Na Questão 3 todos os grupos perceberam que a área e o perímetro da figura não se alteram com as transformações de rotação e a translação, enquanto há alteração por homotetias (Figura 5) (KoTd). Dentre os grupos, dois tentaram validar sua resposta

determinando a área das figuras e comparando-as. Para tanto, mobilizaram o conhecimento que, escolhida uma unidade de medida, a área de uma superfície é a quantidade de vezes que essa unidade ‘cabe’ na superfície (KoTph).

Figura 5 - Resposta de um dos grupos para a Questão 3

Podemos afirmar que ② e ⑥ possuem a mesma área e perímetro, pois foram feitos somente movimentos de rotação e de translação não alterando suas medidas, em quanto o item ③ houve alteração tanto no perímetro, quanto na área, pois o item pedia que criássemos uma figura em que os lados fossem metade da medida da outra figura.

Fonte: Acervo da Pesquisa

A Questão 4 é situação de medida exata e de mudança unidade com unidade de medida não convencional (Ferreira, 2010). Todos os grupos usaram de sobreposição (KoTp) com as peças do Tangram e perceberam que a

área de um triângulo retângulo isósceles grande corresponde a 4 triângulos retângulo isósceles pequeno e a 3 quadrados, conforme pode ser evidenciado na Figura 6, que traz o recorte da resposta de um dos grupos.

Figura 6 - Resposta de um dos grupos para a Questão 4

b) Ao sobrepor agora o quadrado por cima do triângulo retângulo isósceles maior podemos perceber que ao colocar um quadrado no centro , obtemos dois triângulos retângulos isósceles que podemos realocá-los para formar um novo quadrado, podemos fazer isso pois sua área não vai alterar, logo sua área equivale a 2 quadrados.

Fonte: Acervo da Pesquisa

A mobilização do conhecimento que dependendo da unidade de medida teremos diferentes números associados à área (Kordaki, 2003), embora a grandeza

área seja invariante em relação a sua superfície (KoTph) foi evidenciado na resposta de cinco grupos (Figura 7).

Figura 7 - Resposta de um dos grupos para a Questão 4

e) Percebemos que a diferença está apenas na unidade de medida que utilizamos e que podemos realocar suas formas sem alterar suas áreas;

Fonte: Acervo da Pesquisa

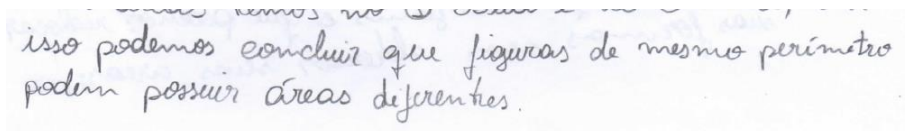
Na Questão 5 quatro grupos evidenciaram o conhecimento que

figuras de mesma área podem ter perímetros diferentes e três grupos o

conhecimento que figuras de mesmo perímetro podem ter áreas diferentes (Baltar, 1996) (Figura 8). Ambos os

conhecimentos pertencem ao subdomínio do KoTd.

Figura 8 - Resposta de um dos grupos para a Questão 5



Fonte: Acervo da Pesquisa

Embora o foco da atividade tenha sido direcionado às especificidades do conhecimento matemático dos professores, os subdomínios Conhecimento das Características da Aprendizagem (KFLM) e Conhecimento do Ensino da Matemática (KMT), pertencentes ao Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (PCK), também foram contemplados. Esses subdomínios emergiram de forma implícita ao longo do desenvolvimento do estudo e foram abordados explicitamente durante a fase de institucionalização, considerando a importância de os professores vivenciarem experiências similares àquelas que pretendem proporcionar aos seus estudantes (Ribeiro; Gibim; Alves, 2021). Nesse momento, foram promovidas discussões sobre possíveis dificuldades enfrentadas por estudantes da educação básica, como a distinção entre área e perímetro (KFLM), bem como sobre o uso de recursos didáticos, como o Tangram e a malha quadriculada.

Além disso, abordaram-se a elaboração intencional de tarefas voltadas à compreensão conceitual desses tópicos e a utilização de estratégias de ensino fundamentadas nas fases da Teoria das Situações Didáticas (KMT).

As etapas da Teoria das Situações Didáticas (TSD) configuraram-se como oportunidades de pesquisa (Escudero-Ávila et al., 2015) para investigar o desenvolvimento do conhecimento especializado do professor de matemática, especificamente no subdomínio Conhecimento da Prática Matemática (KPM). Durante a situação de ação, foi possível observar a mobilização do Conhecimento da Prática de Resolução de Problemas (KPMsp), evidenciada pelas reformulações estratégicas dos grupos diante das retroações do milieu e pelo uso de figuras como recurso heurístico. Na situação de formulação, os licenciandos comunicaram oralmente e por escrito as estratégias utilizadas, mobilizando o Conhecimento da Prática de

Demonstração (KPMpr) nas funções de verificação, explicação e comunicação, ao apresentarem argumentos para justificar suas soluções e torná-las compreensíveis a outros grupos. Por fim, na etapa de validação, ao organizarem logicamente suas respostas e apresentarem sistematizações das soluções construídas, os licenciandos acionaram o KPMpr na função de sistematização, confirmando que as situações propostas promoveram a ativação e o desenvolvimento de diferentes aspectos do conhecimento especializado docente.

5 Considerações

Este trabalho é um recorte de uma pesquisa de mestrado em andamento e tem como objetivo responder à seguinte questão: que conhecimento matemático especializado é revelado por futuros professores de matemática sobre as grandezas área e perímetro? Para abordar essa questão, adotamos como objeto de estudo o conhecimento especializado do professor de Matemática, buscando investigar o conhecimento matemático mobilizado e desenvolvido por futuros professores associado aos conceitos de

área e perímetro. Os conteúdos de área e perímetro foram abordados à luz do Campo Conceitual das Grandezas Geométricas.

Embora a atividade analisada neste recorte tenha sido concebida com foco no subdomínio Knowledge of Topics (KoT), durante sua execução, também foram incentivadas mobilizações de categorias pertencentes aos subdomínios Knowledge of Mathematics Teaching (KMT) e Knowledge of Features of Learning Mathematics (KFLM), ambos integrantes do Conhecimento Pedagógico do Conteúdo.

Ao final da atividade, três grupos concluíram que superfícies com a mesma área podem apresentar perímetros diferentes, evidenciando a mobilização de conhecimentos relativos à escolha da unidade de medida e à definição de área. Todos os grupos reconheceram que as grandezas área e perímetro são conservadas por simetrias de rotação e translação, e alteradas por homotetias. Cinco grupos destacaram que diferentes unidades de medida resultam em valores numéricos distintos associados à área, embora a grandeza da área permaneça invariável em relação à superfície.

Quatro grupos observaram que figuras com a mesma área podem ter perímetros diferentes, enquanto três grupos notaram o inverso: figuras com perímetros iguais podem apresentar áreas distintas.

O fato de nem todos os grupos terem atingido plenamente o objetivo proposto evidencia, por um lado, a riqueza da atividade para promover a mobilização de conhecimentos sobre área e perímetro; por outro, revela distintos níveis de compreensão entre os participantes. Essa constatação aponta para a complexidade conceitual envolvida na distinção e na inter-relação entre essas grandezas, ressaltando a necessidade de experiências didáticas mais sistematizadas, que favoreçam a construção de significados sólidos. Ademais, os resultados sugerem que a atividade funcionou não apenas como um instrumento de ensino, mas também como ferramenta diagnóstica, permitindo identificar lacunas no conhecimento dos licenciandos e orientar futuras intervenções pedagógicas.

Embora o foco tenha recaído sobre as especificidades do conhecimento matemático, os subdomínios KFLM e KMT também foram mobilizados. O primeiro, especialmente no que diz respeito às formas de aprendizagem e às

dificuldades conceituais comuns entre estudantes, foi ativado a partir das tarefas elaboradas com base na Teoria dos Campos Conceituais. Discussões sobre confusões frequentes entre área e perímetro no ensino básico também reforçaram essa dimensão. Já o segundo subdomínio emergiu com a aplicação de tarefas intencionalmente elaboradas para promover a compreensão conceitual dos temas em questão, em articulação com as fases da Teoria das Situações Didáticas (TSD), o que reforçou o papel da atividade como espaço formativo.

Nesse sentido, as etapas da TSD configuraram-se como oportunidades relevantes de investigação sobre o desenvolvimento do conhecimento especializado docente, abrangendo tanto aspectos matemáticos quanto elementos do Conhecimento Pedagógico do Conteúdo. A articulação entre as fases da TSD e os pressupostos da Teoria dos Campos Conceituais mostrou-se uma estratégia formativa promissora para explorar e favorecer o aprofundamento do conhecimento profissional de futuros professores no ensino de área e perímetro.

Os achados deste estudo contribuem, portanto, para ampliar a compreensão sobre a estrutura do KoT, com ênfase nas categorias associadas aos temas de área e perímetro de figuras

planas. Tal aprofundamento permite uma análise mais refinada dessa dimensão do conhecimento especializado docente. Para dar continuidade a essas reflexões, algumas questões emergem e podem orientar novas investigações articuladas à formação de professores: que relações existem entre os descritores do KoT para área e perímetro e os de outros conteúdos matemáticos? Que contextos formativos, na formação inicial e continuada, podem ser explorados com vistas ao desenvolvimento do conhecimento profissional do professor relacionado a essas estruturas matemáticas?

Agradecimentos

À FAPEAM por meio do Programa de apoio à Pós-graduação Stricto Sensu POSGRAD/FAPEAM/2024-2025, à Universidade Federal do Amazonas e à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior como instituições apoiadoras deste trabalho.

Referências

ALMOULOU, S. A. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: Editora UFPR, 2010.

ARAUJO, W. R. D. **Conhecimento especializado do professor de matemática sobre função no contexto de uma experiência prévia de lesson study**. 2018.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2018.

BALTAR, P. M. B. **Enseignement et apprentissage de la notion d'aire de surfaces planes: une étude de l'acquisition des relations entre les longueurs et les aires au collège**. 1996. Tese (Doutorado) – Université Joseph Fourier, Grenoble, 1996.

BARBOSA, P. R. **Efeitos de uma sequência de atividades relativas aos conceitos de comprimento e perímetro no Ensino Fundamental**. 2002. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2002.

BARDIN, L. **Content analysis**. São Paulo: Martins Fontes, 1997.

BERKA, K. Scales of measurement: A critical analysis of the concept of scales and of their function in the theory of measurement. In: COHEN, R. S.; WARTOFSKY, M. W. (Eds.). **Language, logic and method**. Dordrecht: Springer Netherlands, 1983. p. 1-73.

BROUSSEAU, G. **Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques**. Recherches en didactique des mathématiques, v. 7, n. 2, p. 33-115, 1986.

BROUSSEAU, G. **Introdução ao estudo das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino**. São Paulo: Ática, 2008.

CAMPOS-CANO, M.; FLORES-MEDRANO, E. Prácticas matemáticas: un avance en su caracterización. In: UNIVERSIDAD DE HUELVA (Ed.). **IV Congreso Iberoamericano sobre Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas IV**, vol. 225. Huelva: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Huelva, 2020. p. 1-12.

CARRILLO, J. et al. Determining specialised knowledge for mathematics

teaching. In: UBUIZ, B.; HASER, C.; MARIOTTI, M. A. (Eds.). **Actas del CERME 8**. Antalya: ERME, 2013. p. 2985-2994.

CARRILLO-YÁÑEZ, J. et al. The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. **Research in Mathematics Education**, v. 20, n. 3, p. 236-253, 2018.

CARVAJAL, C. A.; MARTÍNEZ, P. F.; SOTO, A. G. V. Conocimiento especializado de profesores de matemática en formación inicial sobre aspectos lógicos y sintácticos de la demostración. **PNA: Revista de investigación en didáctica de la matemática**, v. 14, n. 2, p. 85-117, 2020.

CLEMENTS, D.; STEPHAN, M. Measurement in pre-K to grade 2 mathematics. In: CLEMENTS, D.; SARAMA, J.; DIBIASE, A.-M. (Orgs.). **Engaging young children in mathematics: standards for early childhood mathematics education**. New York: Routledge, 2004. p. 299-317.

CLEMENTS, D. H.; SARAMA, J. Early childhood mathematics learning. In: LESTER, F. K. Jr. (Ed.). **Second handbook of research on mathematics teaching and learning**. Vol. 1. Charlotte, NC: Information Age, 2007. p. 461-555.

CRESWELL, J. W.; CRESWELL, J. D. **Projeto de pesquisa: Métodos qualitativo, quantitativo e misto**. 4. ed. São Paulo: Penso, 2021.

D'AMORE, B.; FANDIÑO, M. Relaciones entre área y perímetro: convicciones de maestros y de estudiantes. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**, v. 10, p. 39-68, 2007.

DE ALMEIDA, A. R.; RIBEIRO, M. Potencialidades de uma tarefa para promover o conhecimento especializado do professor no tópico frações. **ACERVO: Boletim do Centro de Documentação do GHEMAT-SP**, v. 3, p. 1-18, 2021.

DELGADO-REBOLEDO, R. **Una propuesta de categorización del conocimiento de la práctica matemática de profesores universitarios**. 2020. Tese (Doutorado) – Pontificia Universidade Católica de Valparaíso, Valparaíso, 2020.

DELGADO-REBOLEDO, R.; ESPINOZA-VÁSQUEZ, G. ¿Cómo se relacionan los subdominios del conocimiento especializado del profesor de matemáticas? In: CARRILLO-YÁÑEZ, J.; GONZÁLEZ, L. C. C. (Eds.). **Anais do V Congresso Iberoamericano sobre Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas**. 2021. p. 288-295.

DELGADO-REBOLEDO, R.; ZAKARYAN, D.; ALFARO CARVAJAL, C. El conocimiento de la práctica matemática. In: CLIMENT RODRÍGUEZ, N.; MONTES NAVARRO, M. A.; CARRILLO-YÁÑEZ, J. **Investigación sobre conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK): 10 años de camino**. Madrid: Dykinson, 2022. p. 57-69.

MONTES NAVARRO, A.; CARRILLO-YÁÑEZ, J. Investigación sobre conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK): 10 años de camino. In: CLIMENT RODRÍGUEZ, N.; MONTES NAVARRO, A.; CARRILLO-YÁÑEZ, J. (Eds.). **Investigación sobre conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK): 10 años de camino**. Madrid: Dykinson, 2022. p. 57-69.

DE VILLIERS, M. The role and function of proof in mathematics. **Epsilon**, v. 26, p. 15-30, 1993.

DOUADY, R.; PERRIN-GLORIAN, M. J. A learning process for the concept of area of plane surfaces. **Educational Studies in Mathematics**, v. 20, p. 387-424, 1989.

FERREIRA, L. F. D. **A construção do conceito de área e da relação entre área e perímetro no 3º ciclo do ensino fundamental: estudos sob a ótica da teoria dos campos conceituais**. 2010. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2010.

FLORES, E.; ESCUDERO, D. I.; AGUILAR, A. Oportunidades que brindan algunos escenarios para mostrar evidencias del MTSK. In: BERCIANO, A.; GUTIÉRREZ, G.; ESTEPA, A.; CLIMENT, N. (Eds.). **Investigación en Educación Matemática XVII**. Madrid: SEIEM, 2013. p. 275-282.

FLORES-MEDRANO, E.; ÁVILA, D. I. E.; NAVARRO, M. Á. M.; GONZÁLEZ, Á. A.; YÁNEZ, J. C. Nuestra modelación del conocimiento especializado del profesor de matemáticas, el MTSK. In: GONZÁLEZ, A. A. (Ed.). **Un marco teórico para el conocimiento especializado del profesor de matemáticas**. Huelva: Universidad de Huelva, 2014. p. 57-72.

GARCÍA, G.; CARRILLO, J. Relación entre perímetro y área: el caso de Patricia y las interacciones. In: CATALÁN, M. P. B.; MORENO, M.; LÓPEZ, M. J. G. (Coords.). **Investigación en educación matemática: actas del X Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática**. Huesca: Instituto de Estudios Altoaragoneses, 2006. p. 185-194.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. São Paulo: Atlas, 2022.

GÓMEZ, T.; VÁSQUEZ, K. Área y perímetro de cuadriláteros en estudiantes colombianos de. In: SCOTT, P.; RUIZ, Á. (Eds.). **XIV Conferencia Interamericana de Educación Matemática**. Bogotá: CIAEM, 2015. p. 1-9.

KORDAKI, M. The effect of tools of a computer microworld on students' strategies regarding the concept of conservation of area. **Educational Studies in Mathematics**, v. 52, p. 177-209, 2003.

LIMA, P. F.; BELLEMAIN, P. M. B. Grandezas e Medidas. In: CARVALHO, J. B. P. F. (Ed.). **Coleção explorando o**

ensino: Matemática. Brasília: MEC, 2010. p. 167-200.

MARTÍNEZ, M.; PARDO, S. Concepciones de estudiantes de educación básica sobre perímetro y área. **Eco matemático**, v. 8, n. 1, p. 71-80, 2017.

PAIS, L. C. **Didática da Matemática: uma análise da influência francesa**. São Paulo: Autêntica, 2019.

POPOCA, M.; ACUÑA, C. Cambio en figuras de área igual, conservación y relaciones figurales. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, v. 24, p. 541-550, 2011.

RIBEIRO, M.; GIBIM, G.; ALVES, C. **A necessária mudança de foco na formação de professores de e que ensinam matemática: Discussão de tarefas para a formação e o desenvolvimento do conhecimento interpretativo**. *Perspectivas da Educação Matemática*, v. 14, n. 34, p. 1-24, 2021.

STAKE, R. E. **Qualitative case studies**. Oxford: Oxford University Press, 2005.

TEIXEIRA, P. J. M.; PASSOS, C. C. M. Um pouco da teoria das situações didáticas (TSD) de Guy Brousseau. **Zetetiké: Revista de Educação Matemática**, v. 21, n. 1, p. 155-168, 2013.

VERGNAUD, G. Cognitive and developmental psychology and research in mathematics education: Some theoretical and methodological issues. **For the learning of mathematics**, v. 3, n. 2, p. 31-41, 1982.

VERGNAUD, G. Difficultés conceptuelles, erreurs didactiques et vrais obstacles épistémologiques dans l'apprentissage des mathématiques. In: **CONSTRUCTION DES SAVOIRS. Obstacles et conflits**, 1989. p. 33-44.

VERGNAUD, G. The theory of conceptual fields. **Human Development**, v. 52, n. 2, p. 83-94, 2009.

ZABALA, A. **A prática educativa: como ensinar**. São Paulo: Penso, 2015.

ZAKARYAN, D.; RIBEIRO, M. Mathematics teachers' specialized knowledge: a secondary teacher's knowledge of rational numbers. **Research in Mathematics Education**, v. 21, n. 1, p. 25-42, 2019.

Recebido em: 07/02/2025

Aceito para publicação em: 05/03/2025