

**A Formação de Professores para a Compreensão dos Números Inteiros nos Anos Finais do Ensino Fundamental por meio do Estudo de Aula**

**Training Teachers to Understand Whole Numbers in the Final Years of Primary School through Lesson Study**

**Formar a los profesores para que comprendan los números enteros en los últimos cursos de primaria mediante el estudio de las lecciones**

Suzete de Souza Borelli<sup>1</sup>

Eli Ferreira dos Santos<sup>2</sup>

**Resumo**

Este artigo tem como objetivo compreender como os professores percebem as dificuldades de ensino e de aprendizagem dos números inteiros, apoiado na ótica dos Estudos de Aula, aplicados no 7º ano do ensino fundamental. Para isso, apresentamos parte de uma pesquisa de doutorado mais ampla, que adotou como metodologia de formação de professores o Estudo de Aula. A pesquisa, de caráter qualitativo, utilizou os procedimentos formativos dos Estudos de aula: estudo, planejamento, observação e reflexão de uma aula em uma escola particular na cidade de Santo André, em 3 turmas do 7º ano dos anos finais do ensino fundamental, com a participação de dois professores de matemática. Entre os resultados da pesquisa observou-se uma melhoria nas análises dos professores na identificação das dificuldades dos alunos, apoiadas nos referenciais teóricos discutidos ao longo da formação.

**Palavras-chave:** Estudo de Aula. Formação continuada. Ensino dos números inteiros. Planejamento de sequência de atividade. Anos finais do ensino fundamental.

**Abstract**

This article aims to understand how teachers perceive the difficulties in teaching and learning integers, based on the perspective of Lesson Studies, applied in the 7th grade of elementary school. To this end, we present part of a broader doctoral research, which adopted Lesson Study

---

<sup>1</sup> Doutora no Ensino de Ciências e Matemática. Universidade Cruzeiro do Sul/ UNICSUL, São Paulo, São Paulo, Brasil. [suzeteborelli@gmail.com](mailto:suzeteborelli@gmail.com). <https://orcid.org/0000-0002-0738-8162>

<sup>2</sup> Doutorando no Ensino de Ciências e Matemática. Universidade Cruzeiro do Sul/ UNICSUL, São Paulo, São Paulo, Brasil. [erfabruno@gmail.com](mailto:erfabruno@gmail.com). <https://orcid.org/0009-0001-6359-4606>

as a teacher training methodology. The research, of a qualitative nature, used the formative procedures of Lesson Studies: study, planning, observation and reflection of a lesson in a private school in the city of Santo André, in three classes of the 7th grade of the final years of elementary school, with the participation of two mathematics teachers. Among the results of the research, an improvement was observed in the teachers' analyses in identifying the students' difficulties, supported by the theoretical references discussed throughout the training.

**Keywords:** Classroom study. Continuing education. Teaching whole numbers. Planning a sequence of activities. Final years of elementary school.

### Resumen

Este artículo tiene como objetivo comprender cómo los profesores perciben las dificultades de la enseñanza y el aprendizaje de los números enteros, apoyado en la perspectiva de los Estudios de Aula, aplicados en el 7º año de la enseñanza primaria. Para ello, presentamos parte de una investigación doctoral más amplia, que adoptó el Lesson Study como metodología de formación docente. La investigación, de carácter cualitativo, utilizó los procedimientos formativos de Estudios de Aula: estudio, planificación, observación y reflexión de una clase en una escuela particular de la ciudad de Santo André, en 3 clases del 7º año de los años finales de la enseñanza fundamental, con la participación de dos profesoras de matemáticas. Entre los resultados de la investigación, se observó una mejora en los análisis de los docentes en la identificación de las dificultades de los estudiantes, apoyada en los referenciales teóricos discutidos a lo largo de la formación.

**Palabras clave:** Estudio en el aula. Formación continua. Enseñanza de los números enteros. Planificación de una secuencia de actividades. Últimos cursos de primaria.

### 1 Introdução

Este artigo apresenta parte de uma pesquisa de doutorado concluída em ensino de ciências e matemática, que discutiu sobre as contribuições dos Estudos de Aula na formação de professores de matemática que ensinam números inteiros no 7º ano do ensino fundamental. Tem por objetivo compreender como os professores percebem as dificuldades de ensino e de aprendizagem dos números inteiros, apoiado na ótica dos Estudos de Aula, aplicados no 7º ano do ensino fundamental.

Nesse sentido, buscou-se um aporte teórico para dar subsídios nessas discussões e reflexões, como Glaeser (1985), Cid (2003), Bruno (1997), Bachelard (1995), entre outros.

Segundo Silva e Romão (2022), é importante destacar que o conjunto dos números inteiros, composto por números positivos e negativos, em especial os negativos, possui uma relevância muito grande, não só no contexto da matemática para formalização de uma ferramenta para cálculos mais complexos durante o 7º ano do ensino fundamental, mas para os anos subsequentes de escolaridade dos alunos, mas também pelas aplicações que esse conjunto numérico tem nas outras disciplinas, entre elas a Física a Biologia, entre outras.

O ensino e aprendizagem dos números inteiros, especialmente nos anos finais do ensino fundamental, apresentam desafios significativos para professores e alunos. Dentre algumas dessas dificuldades enfrentadas, destacam-se a compreensão do conceito e a percepção de seus significados em situações do cotidiano e nas tarefas matemáticas propostas em sala de aula.

Entre as muitas dificuldades enfrentadas, destacamos algumas que são abordadas por Bachelard (1995), denominadas por ele, como obstáculos de origem epistemológicas, ou seja, que vêm do próprio conhecimento matemático desse conjunto numérico.

Glaeser (1985), identificou alguns obstáculos para a aprendizagem, abordando questões teóricas e práticas. Essas dificuldades levantadas pelos autores podem ocorrer pela falta de conhecimento do conteúdo, pela confusão entre sinais operativos e predicativos (Cid, 2003) e pelas limitações na representação gráfica e contextual das operações matemáticas.

A seguir discutiremos o nosso referencial teórico, sobre os números inteiros e sobre os Estudos de Aula.

## **2 Referencial teórico**

O referencial teórico que fundamenta as discussões deste artigo envolve o ensino e aprendizagem dos números inteiros e dos Estudos de Aula. A junção desses dois temas ajuda a pensar melhor sobre o que acontece na sala de aula e como os alunos constroem

o conhecimento matemático, especialmente quando enfrentam dificuldades para entender os conceitos e realizar as operações com números inteiros.

### **2.1 Números inteiros**

O desafio na compreensão dos números inteiros também aconteceu na comunidade matemática, uma vez que ele só foi legitimado no séc. XIX com os estudos de Henkel (apud Glaeser (1985), quando conseguiu apresentar uma fundamentação por meio de leis mais formais para os números inteiros. Foi a partir da organização proposta por ele que esse conjunto passou a ser interpretado como uma ampliação do conjunto dos números naturais, permitindo ao conjunto  $Z$  (dos números inteiros) fosse estruturado a partir de  $N$  (conjunto dos números naturais), com regras e leis formais validadas de forma a se constituir em um novo campo numérico.

Glaeser (1985) também se apoia em documentos históricos para identificar e discutir os obstáculos epistemológicos que dificultam a compreensão dos números inteiros. Os estudos realizados por ele identificam seis obstáculos: (1) Inaptidão para manipular quantidades negativas isoladas; (2) Dificuldade em dar sentido a quantidades negativas isoladas; (3) Dificuldade em unificar a reta numérica; (4) A ambiguidade dos dois zeros; (5) Estagnação das operações concretas; (6) Desejo de um modelo organizador.

- Obstáculo (1): A inaptidão para manipular quantidades negativas isoladas ocorre quando surge a necessidade de manipular quantidades negativas isoladas, por exemplo:  $+(-5) = -3$  ou  $2 \times (-5) = -10$ .

- Obstáculo (2): A dificuldade em dar sentido a quantidades negativas isoladas ocorre quando não se consegue justificar qual o sentido que tem uma solução negativa. No entanto, Cyrino (2021) apresenta as ideias de Brousseau (1983), que não considera a dificuldade de manipulação e a dificuldade de dar sentido a quantidades negativas isoladas como obstáculos de aprendizagem, pois são épocas e contextos diferentes. Atualmente, encontra-se muitos exemplos de situações que envolvem o uso dos números

inteiros negativos, como identificação de andares de edifícios abaixo do subsolo, temperaturas abaixo de zero grau, entre outros.

- Obstáculo (3): Dificuldade em unificar a reta numerada acontece quando se observa as diferenças das quantidades negativas e das positivas. Por exemplo: um ciclista sai de um ponto O em uma estrada e percorre a distância de 2 Km para a direita de bicicleta e, em seguida, anda 7 km em sentido contrário na mesma estrada. A dificuldade está em localizar esses pontos na reta, pois envolvem valores positivos e negativos

- Obstáculo (4): a ambiguidade dos dois zeros ocorre quando há a dificuldade em dar sentido ao zero: zero absoluto, ou seja, quando abaixo dele nada poderia ser inserido e, por isso, os números negativos foram considerados absurdos. A partir do momento em que o zero foi visto como origem, favoreceu a criação e a aceitação dos Números Inteiros na comunidade científica.

- Obstáculo (5): a estagnação nos estágios das operações concretas quando se atribui sentido concreto aos números, relacionando-os às experiências cotidianas, o que não favoreceu o desenvolvimento dos Números Inteiros. Com o abandono da explicação das regras de sinais via considerações concretas para a via formal, foi nesse momento que a compreensão do domínio se fortaleceu.

- Obstáculo (6): o desejo de um modelo unificador que permitisse validar tanto o campo aditivo quanto o campo multiplicativo, uma vez que a reta numerada não é adequada para a multiplicação. Glaeser (1985) descreve a reta como uma justaposição de duas semirretas opostas com sinais diferentes, favorecendo o modelo de duas semirretas opostas funcionando de forma isolada.

Esse obstáculo decorre, em grande parte, da natureza abstrata dos números inteiros e da maneira como são apresentados nos materiais didáticos e nas práticas de ensino em sala de aula adotadas pelos professores

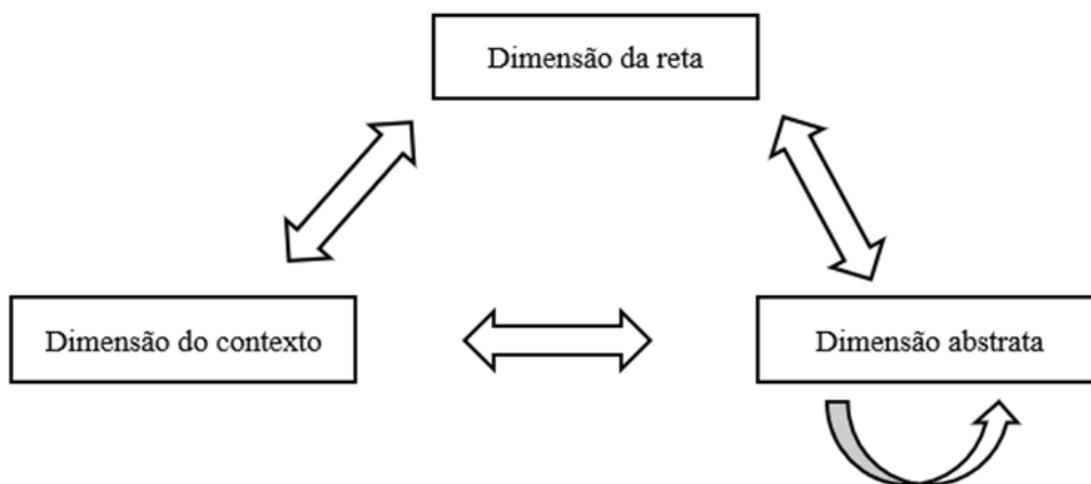
Para Cid (2003) a compreensão dos números inteiros está relacionada a seus significados: o de neutralização e o de deslocamento.

Na neutralização, os objetos que se manipulam se relacionam a quantidades que podem ter o mesmo sentido ou sentidos opostos. Quando as quantidades são iguais e os sentidos são opostos, elas se neutralizam entre si. Neste caso, os sinais que acompanham os números são denominados por Cid (2003) de predicativos, indicam o sentido. Os sinais que são denominados de operativos representam as operações a serem realizadas.

No deslocamento, os sinais predicativos indicam o sentido do deslocamento ou da situação da posição em relação à origem. Os sinais operativos podem significar composição de deslocamento ou aplicação de um deslocamento em relação a uma posição para obter uma nova posição.

Passamos a analisar a abordagem feita por Bruno (1997), que apresenta uma abordagem relacionada ao ensino dos números inteiros, destacando a importância de equilibrar três dimensões de conhecimento, as quais são: a dimensão do contexto; a dimensão da reta numerada e a dimensão abstrata. A figura 1 ilustra a adaptação do modelo das dimensões de Bruno (1997).

Figura 1 - Dimensões do conhecimento dos números inteiros



Fonte: adaptado de Bruno, 1997.

- Dimensão da Reta: representa graficamente os valores e operações na reta numerada. Envolve as representações dos números inteiros na reta, baseada na identificação dos números como pontos da reta e como vetores, e indicam a direção e o sentido.

- Dimensão do Contexto: relaciona os números inteiros a situações do cotidiano, como transações financeiras, mudanças de temperatura e deslocamentos físicos. São situações concretas que envolvem os números inteiros.

- Dimensão Abstrata: envolve as operações formais e as generalizações. Essa dimensão envolve o conhecimento sobre os sistemas numéricos como estruturas matemáticas, as formas de escrita numéricas e os símbolos. As noções de adição e de subtração são identificadas mediante o uso da noção do oposto de um número. Assim,  $a - b = a + (-b)$  e  $a + b = a - (-b)$ .

A autora discute que a dimensão da reta se articula com o contexto e com a dimensão abstrata. A adaptação ao modelo original, foi realizada em função das atividades propostas no livro didático analisado neste artigo, partia da dimensão abstrata e a ela retornava.

Concordamos com Souza Miola e Rossette (2022) que destacam que o domínio do conteúdo, perpassa por conhecer todos os diferentes significados e contextos em que os números inteiros aparecem, bem como entender os obstáculos que os alunos enfrentam na construção de sua aprendizagem sobre o tema, para buscar recursos didáticos para superá-los no decorrer do ensino.

## **2.2 Estudo de aula**

O Estudo de Aula é uma metodologia de formação de professores que possibilita investigar a própria prática e tem por princípio a colaboração entre os participantes, com objetivo de melhoria na aprendizagem dos alunos. Esta metodologia teve sua origem no Japão (Isoda e Lorca, 2012), sendo denominada pelos japoneses por "Jyugyo Kenkyuu", que em inglês foi traduzida como Lesson Study e para os portugueses foi chamada de Estudo de Aula, terminologia que acabou sendo adotada por essa pesquisa.

Sobre os Estudos de Aulas, originalmente difundido no Japão, Richit (2020) aponta que essa abordagem de formação de professores tem se consolidado em diversos

países, e que tem revelado algumas adaptações para sua implementação, dependendo das características do grupo, do projeto e do contexto em que será desenvolvido.

Para Bell e Gilbert (2004), o Estudo de Aula leva em consideração o local em que será desenvolvido, orienta-se a partir da prática, está focado na aprendizagem do aluno, baseia-se na colaboração entre os seus participantes e orienta-se por pesquisas produzidas.

Para Ponte *et al* (2016) afirmam:

Um aspecto fundamental dos estudos de aula é que eles centram-se nas aprendizagens dos alunos e não no trabalho dos professores. Isto distingue-os de outros processos formativos que envolvem observação de aulas, mas que se centram, principalmente, na atuação dos professores. A participação num estudo de aula constitui uma oportunidade para os professores aprenderem questões importantes em relação aos conteúdos que ensinam, às orientações curriculares, aos processos de raciocínio e às dificuldades dos alunos e à própria dinâmica da sala de aula. (Ponte *et al*, 2016, p. 870)

Os autores corroboram a ideia de que o trabalho do professor está focado na aprendizagem dos alunos, e que essa prática contribui também para a aprendizagem do próprio professor, dentro de seu processo de desenvolvimento profissional. Segundo os autores, o ponto de partida é a identificação em proporcionar um problema significativo a ser proposto aos alunos.

Richit (2020), relata que em Portugal os Estudos de Aula são desenvolvidos em três aspectos, “Os depoimentos revelam três importantes aspectos relativos aos estudos de aula dinamizados em Portugal: a abordagem exploratória, a realização de pequenas investigações sobre a prática e a concretização da colaboração” (Richit, 2020, p. 13). A autora destaca que a abordagem exploratória envolve compreender o planejamento da aula, a elaboração das propostas e as intervenções do professor, consolidou-se como a principal etapa desenvolvida no contexto português.

Nosso Estudo de Aula foi concebido em três etapas: o planejamento colaborativo (incluindo o estudo, levantamento da dificuldade de aprendizagem que será trabalhada e a escolha das atividades), a implementação da aula planejada e a reflexão da aula (Felix, 2010).

Nesse processo, acreditamos que o Estudo de Aula pode tornar as abordagens de ensino mais práticas e compreensíveis para o professor e, como consequência disto, os estudantes podem ter melhor compreensão sobre o assunto estudado e sobre o desenvolvimento do seu próprio pensamento, estabelecendo dessa forma uma relação direta entre a teoria e a prática (Borelli, 2019).

### **3 Metodologia e procedimento de pesquisa**

A metodologia adotada nesta investigação foi a pesquisa qualitativa, conforme os pressupostos de Creswell (2010). O autor define a pesquisa qualitativa a partir de algumas características.

As informações são coletadas no *ambiente natural* a partir da interação do pesquisador em conversação direta com os participantes e das observações extraídas no local das vivências dos participantes.

O pesquisador, como um *instrumento fundamental da pesquisa*, utiliza os próprios dados coletados por meio de diferentes documentos, evitando, em geral, utilizar dados coletados por outros pesquisadores. Os dados são extraídos de *múltiplas fontes*, como entrevistas com os participantes, observação participante, análise de vídeos e gravações, e são organizados em categorias ou temas que abarcam todas essas fontes.

Para a *análise de dados indutiva*, o pesquisador cria seus próprios padrões de interpretação, que podem envolver a colaboração interativa dos participantes, a fim de atribuir *significados aos participantes*, e a sua relação com o tema de estudo e categorias que *emergem* da análise. É aprender sobre os participantes e lidar com a pesquisa para extrair informações.

No que se refere à construção da *lente teórica*, destaca-se a necessidade de buscar em diferentes fontes de estudos que ampliem a compreensão dos dados que são levantados, considerando dificuldades epistemológicas, didáticas e culturais, de acordo com o ambiente e a relação dos participantes com a pesquisa.

Durante a investigação, o pesquisador deve *interpretar* as experiências vivenciadas para atribuir sentido às informações coletadas e sistematizadas, e a partir disso, criar um *relatório holístico*, combinando as características identificadas com o planejamento, implementação prática e análise reflexiva.

Assim, a pesquisa qualitativa conforme as ideias de Creswell (2010) fornece meios de identificar elementos que subsidiam as análises da pesquisa, e contribuem para a construção do conhecimento sobre o objeto investigado.

A partir da escolha metodológica, foram convidados dois professores de matemática de uma escola particular a participar deste estudo, juntamente com suas três turmas do 7º ano dos anos finais do ensino fundamental.

O trabalho teve início com uma formação para que os professores compreendessem o que é o Estudo de Aula, os motivos da escolha por essa metodologia e as etapas que comporiam o processo. Em seguida, iniciaram-se as etapas do trabalho: a escolha do tema, estudo dos referenciais teóricos sobre os números inteiros, análise do material didático utilizado pelos professores, planejamento de uma sequência de atividades que cobrisse as lacunas identificadas, aplicação e análise das atividades escolhidas pelos professores participantes e, finalmente a etapa de reflexão.

A escolha pelo estudo dos números inteiros partiu dos professores, que, em diálogo com a pesquisadora, relataram que os alunos apresentavam muitas dificuldades de compreensão quanto aos significados e procedimentos operatórios relacionadas às quantidades negativas nas operações de adição e subtração, além de dificuldades com suas representações na reta numérica. Essa escolha dos conteúdos pelos professores vai ao encontro das ideias de Ponte *et al* (2016), que afirmam que um dos fundamentos da prática do professor está em identificar as dificuldades de aprendizagens dos alunos.

Posteriormente, foi realizada uma análise do material curricular utilizado, quais significados apareciam, bem como o tipo de tratamento didático que o material

apresentava. Após a análise do material didático, levantamos as lacunas a partir do estudo realizado e selecionamos as atividades que seriam aplicadas nas três turmas.

Durante a aplicação das atividades, foram realizados os registros em vídeo e por escritos, com destaque para os aspectos que consideramos relevantes, principalmente as dúvidas dos alunos, bem como as interações entre os alunos, e as intervenções feitas pelos professores.

Por fim, a reflexão baseou-se inicialmente em uma análise quantitativa dos acertos e erros, seguida da análise das gravações, com foco nas observações das discussões entre os alunos durante a resolução das atividades e nas intervenções feitas pelos professores em cada turma.

#### **4 Estudo do material didático**

Após a realização dos estudos teóricos com os professores, passamos para a análise do material didático utilizado por eles. Os professores utilizavam o livro “Matemática”, de Imenes e Lellis da Editora Moderna, ano 2016. Este estudo foi realizado na etapa de planejamento. Os professores, juntamente com a pesquisadora, analisaram o material didático adotado pela escola e identificaram lacunas importantes para o ensino de números inteiros, com base nos referenciais teóricos utilizados.

Foram realizados dois tipos de análises: a construção dos significados dos números inteiros, segundo as ideias de neutralização e deslocamento (Cid, 2003), e a análise das dimensões do conhecimento (Bruno, 2007).

Na primeira análise, foram selecionadas as páginas de 119 a 142, onde se verificou que para a introdução dos números inteiros envolviam atividades como:

- Uso do termômetro, com indicação de valores acima e abaixo de zero, contemplando a ideia de deslocamento;
- Representação da reta numérica, com o zero como ponto de partida para a noção de simetria;

- Situações de transações comerciais, relacionada a ideia de neutralização;
- Atividades envolvendo altitude, reforçando a ideia de deslocamento (Cid, 2003).

Observou-se que havia predominância de atividades voltadas ao cálculo das operações de adição e subtração, com o objetivo de verificar a compreensão dos conceitos envolvidos.

Na análise das dimensões do conhecimento (Bruno, 1997), observou-se que apenas 2% das atividades apresentavam preocupação com a transição da dimensão abstrata para a reta numérica ou da reta para a dimensão abstrata, e apenas 0,4% abordavam a relação da dimensão abstrata com o contexto. Além disso, 68,6% das atividades partiam de um contexto matemático e retornavam para a própria matemática, evidenciando uma forte ênfase na sistematização de fórmulas, especialmente envolvendo adição e subtração.

Essas análises provocaram nos professores uma nova visão sobre a escolha do material didático, o que se refletiu em comentários como: “Nós fizemos a escolha do livro didático, mas escolhemos muitas vezes pela diagramação e pela aparente organização que ele nos traz, sem termos um referencial que nos ajude a analisá-lo com maior profundidade. “E isto mesmo”, completa outro professor. “Ou então escolhemos pelo nome dos autores mais conhecidos”, (P2).

Para os professores, as análises realizadas suscitaram reflexões significativas e destacaram a importância da formação continuada para aprimoramento do fazer pedagógico, em consonância com as ideias sobre o conhecimento pedagógico do conteúdo, conforme Shulman (1987).

Com base nessa análise, os professores constataram que o livro didático apresentava lacunas importantes no tratamento das relações entre as diferentes

dimensões: do contexto para a reta numérica, da reta para o contexto, da abstrata para a reta e da abstrata para o contexto.

A partir da compreensão dessas dificuldades, percebemos que os professores são desafiados a integrar estes conceitos, articulando os referências teóricos às práticas pedagógicas, especialmente diante do material didático adotado, que, muitas vezes apresentam lacunas significativas, como a ausência de atividades contextualizadas ou de propostas que explorem essas diferentes dimensões de conhecimento sobre os números inteiros.

Incumbir ao professor, de forma isolada, a tarefa de realizar a transposição didática de conceitos extraídos de livros didáticos, apostilas e outros materiais para o contexto da sala de aula configura um processo desafiador, especialmente quando trabalhados em contextos diversos e por meio de representações gráficas e numéricas.

## **5 Planejamento, implementação e reflexão do estudo de aula**

O Estudo de Aula foi concebido em três etapas: planejamento, implementação e reflexão.

### **5.1 Planejamento**

O planejamento das atividades ocorreu com base nos estudos realizados e na análise do material didático. A proposta consistiu em elaborar algumas atividades que permitissem avaliar se os alunos conseguiam formalizar os conceitos envolvidos nas operações de adição e subtração de números inteiros.

Esse planejamento considerou a organização da turma, o levantamento de possíveis dúvidas dos alunos, as situações que poderiam surgir em sala de aula e as intervenções adequadas para cada caso.

As atividades foram pensadas de modo a contemplar diferentes dimensões do conhecimento: do contexto para a reta numérica, a dimensão da reta para o contexto, da

dimensão abstrata para a dimensão da reta, da dimensão abstrata para a dimensão do contexto. Ao todo foram elaboradas cinco atividades abordando essas dimensões. A seguir, apresentaremos um fragmento da implementação da aula.

### 5.2 Implementação do planejamento

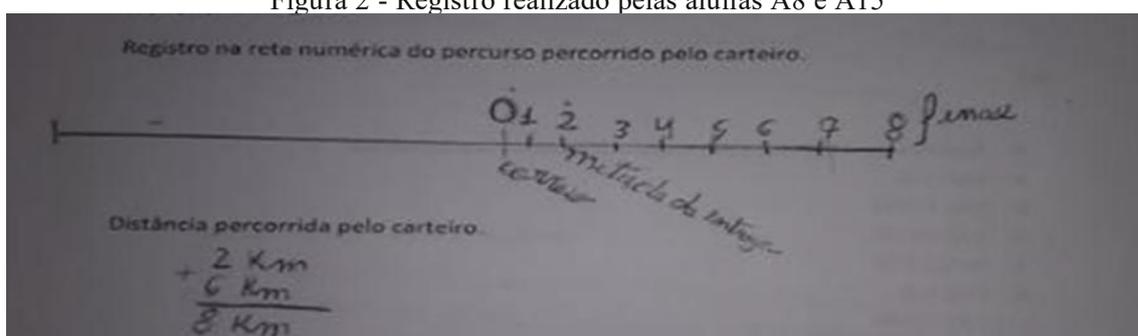
Para ilustrar a implementação do planejamento, discutiremos a seguir a primeira atividade proposta.

Atividade 1: O carteiro sai do correio com encomendas. Percorre uma distância de 2 km e entrega uma parte das encomendas. Continua seu percurso por mais 6 km e entrega o restante das entregas. Represente em uma reta numérica o percurso percorrido pelo carteiro. Qual a distância percorrida pelo carteiro?

Essa atividade foi elaborada com base na dimensão do contexto para a reta numérica, com o objetivo de compreender como os alunos interpretariam o deslocamento do carteiro e o representariam graficamente.

Durante o planejamento, anteciparam-se duas possíveis dificuldades: a representação dos dados do problema na reta numérica, e a escolha da graduação adequada para representar o deslocamento do carteiro. Foram pensadas algumas intervenções: explicar que a reta numérica possui dois sentidos, valores positivos deslocam-se para a direita e valores negativos para a esquerda. Propor uma discussão sobre a unidades de medida e a forma de graduação da reta.

Figura 2 - Registro realizado pelas alunas A8 e A15



Fonte: arquivo da pesquisadora

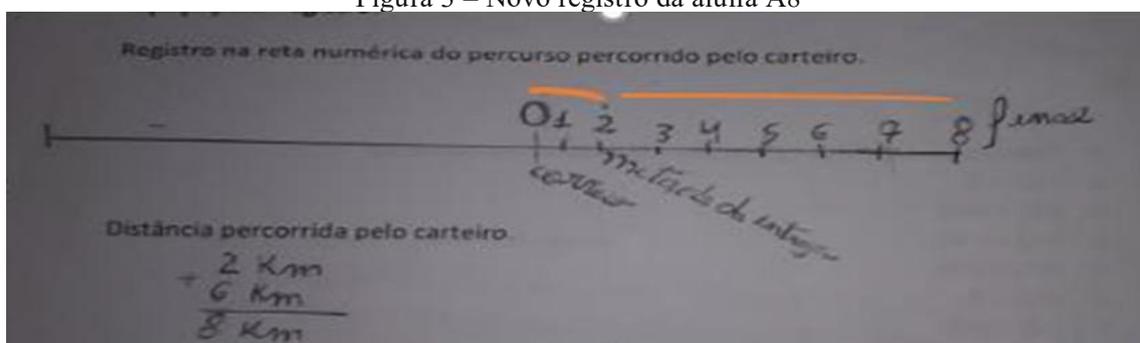
A atividade foi aplicada na turma do 7º ano A, com o consentimento prévio dos responsáveis. O professor P2 e a pesquisadora conduziram a aula, explicando previamente seus objetivos e informando sobre os registros em vídeos e escritos. A organização dos alunos foi feita em duplas, e teve a duração de 150 minutos. A figura 2 ilustra o registro da atividade de duas alunas.

O professor P2, fez algumas intervenções durante a atividade: “Mas esta representação mostra o deslocamento do carteiro? Ou mostra os pontos de entrega? As duas alunas responderam que se tratava do deslocamento do carteiro. Em seguida, o professor P2 questionou “como faço para mostrar o deslocamento do carteiro? As alunas responderam mostrando o movimento que o carteiro fez, indo do ponto zero até o ponto 2, indicado no desenho, figura 3.

A figura 3, ilustra como a aluna elaborou a resposta ao questionamento do professor, indicando a linha colorida. Após assistir ao vídeo, o professor P1 afirma ter trabalhado pouco com a representação dos deslocamentos na reta numerada. Pelas dúvidas que os alunos tiveram, ele retoma este conceito e faz a seguinte intervenção:

P1: “O ponto zero será sempre o nosso ponto de partida, o deslocamento realizado pelo carteiro foi de 2 km e no segundo ele andou mais 6 km. Ele deve ir para a minha direita ou para a minha esquerda”?  
A turma responde: - “Para a esquerda” (arquivo da pesquisadora).

Figura 3 – Novo registro da aluna A8



Fonte: arquivo da pesquisadora

O professor P1 retoma a atividade 1 do deslocamento do carteiro, fazendo a representação na lousa na reta numerada, marcando os pontos, primeiramente o 2, depois

o 8, fazendo um arco entre o ponto 2 e o 8, marcando neste arco, + 6. A seguir, a análise de trechos de reflexões sobre a aula.

### **5.3 Reflexão da aula**

A etapa de reflexão consistiu na análise coletiva dos registros dos alunos, das videograções e dos relatos dos professores. Ao assistir ao vídeo, o professor P1 percebeu que os registros incompletos dos alunos da turma 7<sup>o</sup>C estavam diretamente relacionados à forma como ele representou o deslocamento do carteiro na lousa. Ao analisar os registros dos alunos, constatou que todos os alunos reproduziram sua representação, deixando de marcar o deslocamento com um arco ou segmento de reta.

Estas reflexões fizeram parte do nosso estudo e evidenciaram a importância fundamental da etapa da análise no Estudo de Aula. Esse momento possibilitou que os professores assistissem às próprias aulas, revissem os encaminhamentos propostos, retomassem as dúvidas com os alunos e, sobretudo, refletissem sobre a compreensão ou não dos conceitos estudados. Outro ponto importante nessa metodologia de formação é que o professor não está sozinho, há outros pares com quem compartilhar dúvidas, mas também as certezas que vão sendo construídas ao longo da carreira docente.

A pesquisadora, ao fazer a análise das sínteses dos acertos e erros dos alunos, tinha a preocupação de trazer as dificuldades surgidas no 7<sup>o</sup>C para a discussão. Ela percebeu que as dúvidas no desenvolvimento das atividades 1 e 2 estavam relacionadas ao ensino, mas falar com o professor sobre isto, não era algo fácil. Como assistir ao vídeo já estava previsto na pesquisa, foi um facilitador das discussões entre os participantes.

Dessa forma, os dois professores refletiram que não poderiam considerar errado as representações feitas pelos alunos do 7<sup>o</sup>C, já que o engano dos alunos foi motivado pela representação feita pelo P1. Também havia a necessidade de retomar este conceito na reta numerada, mostrando que o ponto de partida é o zero e o ponto de chegada por meio de um arco ou um segmento de reta.

Nesse sentido, Richit (2020) afirma:

Concretamente, os estudos de aula têm-se constituído em contexto para os professores realizarem pequenas investigações sobre a prática profissional, experiência esta que, além de lhes oportunizar aprendizagens sobre os tópicos curriculares, sobre os elementos que influenciam esse ensino, ou seja, os resultados de pesquisas e as orientações nacionais, favorecem o desenvolvimento profissional (Richit, 2020, p. 15).

De acordo com a autora, essas reflexões feitas pelos professores são as pequenas investigações realizadas no decorrer do processo de ensino, e que leva a novas aprendizagens sobre esse processo.

A análise feita pelos professores permitiu identificar os avanços alcançados, os desafios enfrentados e as implicações pedagógicas das atividades realizadas. A abordagem reflexiva do Estudo de Aula proporcionou aos professores uma oportunidade única de avaliar criticamente suas práticas e desenvolver estratégias mais eficazes para abordar as dificuldades observadas. Isto exigiu dos professores participação efetiva dos professores e o planejamento cuidadoso da pesquisadora. A seguir, as reflexões finais geradas sobre as atividades elaboradas e sua implementação.

### **Considerações finais**

A análise da implementação considerou todas as etapas do planejamento e o que de fato ocorreu em sala de aula. Foram levados em conta a elaboração das atividades, os registros dos alunos, as videogravações, os áudios e os apontamentos da pesquisadora, com o objetivo de identificar os conhecimentos construídos ao longo do processo.

Os professores puderam refletir sobre a implementação das próprias aulas, assistindo aos vídeos previamente previstos na pesquisa. Essa ação, proposta pela pesquisadora, contribuiu para que repensassem as suas práticas e o planejamento das atividades, bem como a forma como interagiram com os alunos.

De modo geral, os professores destacaram que foi possível compreender as ações dos alunos durante as atividades, especialmente em função do estudo realizado, incluindo a análise dos registros escritos. Como exemplo de conhecimento construído, podemos

mencionar o uso de arco indicativos para representar o deslocamento de um ponto a outro na reta numérica.

Outro aspecto ressaltado foi que cada professor realizou intervenções de maneira distintas, uma vez que conheciam bem suas turmas e adaptaram suas ações conforme as necessidades específicas dos alunos.

Com relação ao conhecimento do professor sobre as dificuldades enfrentadas pelos alunos na aprendizagem dos números inteiros, ficou evidente que o aprofundamento teórico promovido ao longo dos estudos foi fundamental para a análise do material didático e a para a elaboração das atividades complementares ao livro. Esse processo favoreceu também uma interação mais colaborativa entre os professores, tanto na construção das atividades quanto nas reflexões pedagógicas.

A partir das análises dos protocolos e das discussões realizadas com base nos vídeos, os professores propuseram alguns encaminhamentos com o intuito de superar as dificuldades na compreensão dos conceitos relacionados aos números inteiros. Dentre esses encaminhamentos destacam-se: a necessidade de melhorar a escrita matemática do professor, o cuidado com a ambiguidade do número zero e a importância de explicar o deslocamento de um ponto a outro na reta numérica.

Outro ponto importante diz respeito à percepção dos professores de que a transição entre diferentes dimensões de conhecimento ocorreria de forma automática, o que não se confirmou. Essa constatação permitiu reconhecer que não há uma transferência direta entre as dimensões contextual, gráfica e abstrata. É preciso evidenciar as semelhanças entre elas, sem desconsiderar suas especificidades.

Ficou evidente em algumas atividades que os professores deveriam retomar os conceitos e procedimentos com as suas turmas, propondo novas atividades. Como sugestão, a pesquisadora indicou a retomada do estudo de Freudenthal (1973), que propõe a organização de tarefas que possibilitam aos alunos a indução das regras de sinais nas operações de adição e subtração.

## Referências

BACHELARD, G. **Formação do espírito científico**. 5ª ed. Rio de Janeiro: Editora Contraponto, 1996. Trad. Estela dos Santos Abreu.

BELL, B; GILBERT, J. **A model for achieving teacher development**. In J. Gilbert (Ed), *The RoutledgeFalmer reader in science education*. New York: Routledge Falmer, 2004.

BORELLI, S. S. **Estudos de Aula na formação de professores de Matemática em turmas de 7º ano do Ensino Fundamental que ensinam Números Inteiros**. 2019. 247f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2019.

BROUSSEAU, G. **Les obstacles épistémologiques et les problèmes en Mathématiques. Recherches en didactique des Mathématiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, 1983.

BRUNO, A. La enseñanza de los números negativos: aportes de una investigación. Números. **Revista de didáctica de la Matemática**, San Cristóbal de La Laguna, n. 29, p. 5-18, mar, 1997.

CID, E. La investigación didáctica sobre los números negativos: estado de la cuestión. In: **Pre-publicaciones del seminario matemático "garcía de galdeano"**, 2003, Zaragoza.

CYRINO, M. C. C. T. Ações de Formação de Professores de Matemática e o Movimento de Construção de sua Identidade Profissional. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 14, n. 35, p. 1-26, ago. 2021.

CRESWELL, J. W. **Projeto de Pesquisa: Método qualitativo e misto**. 3ª edição. Porto Alegre: Artmed, 2010. Trad. Magda Lopes.

FELIX, T. F. **Pesquisando a melhoria de aulas de matemática segundo a proposta curricular do Estado de São Paulo, com a Metodologia da Pesquisa de Aula (Lesson Study)**. 2010. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2010.

FREUDENTHAL, H. **Didactical phenomenology of mathematical structures**. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company, 1973.



## **Educação Matemática em Revista – Rio Grande do Sul**

GLAESER, G. Epistemologia dos números relativos. Trad. Lauro Tinoco. Rio de Janeiro: **Boletim GEPEM**, v. 17, 29-124, 1985.

ISODA, M; LORCA, Z. **Desenvolvimento da Educação Matemática por meio do Estudo de Aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2012.

PONTE, J. P, QUARESMA, J. M-P, BAPTISTA, M. O Estudo de Aula como Processo de Desenvolvimento Profissional de Professores de Matemática. **Bolema**, v. 30, n. 56, p. 868-891, dez. 2016.

RICHIT, A. Estudos de aula na perspectiva de professores formadores. **Revista Brasileira de Educação**, v. 25, e 250044, p. 1-24, dez. 2020.

SILVA, D. F, ROMÃO, E. C. O Erro no Processo de Ensino e Aprendizagem em Matemática: análises e potencialidades no Conjunto dos Números Inteiros. **TANGRAM - Revista De Educação Matemática**, v. 5, n.1, 160-187, 2022.

SHULMAN, L. **Conhecimento e ensino**: Fundamentos da nova reforma. In: Harvard Educational Review, n. 57, p. 1-22, 1987.

SOUZA MIOLA, A. F., ROSSETTI, M. Algumas Tendências sobre o Ensino de Números Inteiros: uma metassíntese das pesquisas brasileiras. **Revista Diálogos em Educação Matemática**, v. 1, n.1, p. 1-18, 2022.

Recebido em: 20/02/2025

Aceito para publicação em: 02/05/2025