

Evidências do Conhecimento Especializado dos Professores que Ensinam Matemática no 5º ano Acerca da Tematização do Pensamento Geométrico em Lesson Study

Evidence of the Specialized Knowledge of 5th-Grade Mathematics Teachers Regarding the Thematization of Geometric Thinking in Lesson Study

Evidencias del Conocimiento Especializado de los Profesores que Enseñan Matemáticas en 5º Grado Sobre la Tematización del Pensamiento Geométrico en el Estudio de Clase

Priscila Bernardo Martins¹

Suzete de Souza Borelli²

Edda Curi³

Ruy César Pietropaolo⁴

Resumo

Este artigo tem por objetivo identificar evidências do conhecimento especializado dos professores que ensinam matemática no 5º ano acerca da tematização do Pensamento Geométrico em Lesson Study no contexto de um Projeto de Pesquisa com fomento CNPq, envolvendo duas diretorias de ensino do Estado de São Paulo (Leste 1 e Campinas Oeste). A metodologia incorpora uma abordagem qualitativa de tipologia interpretativa a partir de múltiplas fontes de dados, como recursos audiovisuais (vídeos, áudios e fotografias) e recursos escritos (protocolos de planejamento, observação e reflexão da aula, questionários e protocolos das atividades propostas nas formações). O marco teórico que sustentou as análises corresponde ao Conhecimento Especializado do Professor de Matemática (MTSK). Dentre os resultados evidenciados, aponta-se a metodologia de formação Lesson Study como promissora na

¹ Doutora em Ensino de Ciências e Matemática. Universidade Cruzeiro do Sul/CSE, São Paulo, São Paulo, Brasil. E-mail: priscila.bmartins11@gmail.com. <https://orcid.org/0000-0001-6482-4031>

² Doutora em Ensino de Ciências e Matemática. Universidade Cruzeiro do Sul/CSE, São Paulo, São Paulo, Brasil. E-mail: suzeteborelli@gmail.com. <https://orcid.org/0000-0002-0738-8162>

³ Doutora em Educação Matemática. Universidade Cruzeiro do Sul/CSE, São Paulo, São Paulo, Brasil. E-mail: edda.curi@gmail.com. <https://orcid.org/0000-0001-6347-0251>

⁴ Doutor em Ensino de Ciências e Matemática. Universidade Cruzeiro do Sul/CSE, São Paulo, São Paulo, Brasil. E-mail: rpietropaolo@gmail.com. <https://orcid.org/0000-0002-1353-2191>



Educação Matemática em Revista – Rio Grande do Sul

constituição, mobilização e ampliação no Conhecimento Especializado de Professores que ensinam Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Palavras-chave: Conhecimento Especializado do Professor de Matemática. Lesson Study. Projeto de Pesquisa. Formação de Professores. Grupo Colaborativo.

Abstract

This article aims to identify evidence of specialized knowledge of teachers who teach Mathematics in the 5th grade about the thematization of Geometric Thinking in Lesson Study in the context of a Research Project funded by CNPq involving two education directorates in the State of São Paulo (East 1 and West Campinas). The methodology incorporates a qualitative approach of interpretative typology from multiple data sources such as audiovisual resources (videos, audios and photographs), written resources (planning protocols, observation and reflection of the class, questionnaires and protocols of the activities proposed in the trainings). The theoretical framework that supported the analyses corresponds to the Specialized Knowledge of the Mathematics Teacher - MTSK. Among the results, we highlight the Lesson Study training methodology as promising in the constitution, mobilization and advances in the Specialized Knowledge of Teachers who teach Mathematics in the Early Years of Elementary School.

Keywords: Mathematics Teacher's Specialized Knowledge. Lesson Study. Research Project. Teacher Training. Collaborative Group.

Resumen

Este artículo tiene como objetivo identificar evidencias del conocimiento especializado de profesores que enseñan Matemática en el 5º grado sobre la tematización del Pensamiento Geométrico en el Estudio de Clase en el contexto de un Proyecto de Investigación con financiamiento del CNPq envolviendo dos direcciones de enseñanza del Estado de São Paulo (Este 1 y Campinas Oeste). La metodología incorpora un enfoque cualitativo de tipología interpretativa basada en múltiples fuentes de datos como recursos audiovisuales (vídeos, audios y fotografías), recursos escritos (protocolos de planificación, observación y reflexión de la clase, cuestionarios y protocolos de las actividades propuestas en la formación). El marco teórico que sustenta los análisis corresponde al Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas – MTSK. Entre los resultados, destacamos la metodología de formación Lesson Study como prometedora en la constitución, movilización y avances del Conocimiento Especializado de Profesores que enseñan Matemáticas en los Años Iniciales de la Educación Primaria.

Palabras clave: Conocimientos especializados del profesor de matemáticas. Estudio de lecciones. Proyecto de investigación. Formación de Profesores. Grupo Colaborativo.

1 Introdução

Originário do Japão, o *jugyou kenkyuu*, traduzido como Lesson Study, difundiu-se ao redor do mundo a partir dos anos de 1990 com a pesquisa de doutorado de Makoto Yoshida,

que se constituiu como marco inicial de divulgação desse modelo para a população ocidental (Richit, 2020). Esse modelo estabeleceu-se como um dos principais mecanismos de formação de professores no Japão (Stigler; Hiebert, 2016), popularizado pelo ciclo do processo de “planejar aula, realizar e ver”, com colaborações de vários participantes e profissionais da Educação (Isoda; Baldin, 2023).

Internacionalmente o Lesson Study foi popularizado e reconhecido por sua abordagem de resolução de problemas para aprender e ensinar matemática (Isoda; Katagiri, 2012 *apud* Isoda; Baldin, 2023). No Brasil, educadores matemáticos vêm desenvolvendo as suas compreensões acerca de como o Lesson Study pode ser implementado e dinamizado, em conformidade com os seus propósitos e contextos. Assim, segundo Richit (2020), o Lesson Study pode realizar-se a partir de dinâmicas específicas, abrangendo distintos níveis de ensino e áreas do conhecimento, de acordo com o formato de formação a ser promovido (Ponte, 2016 *apud* Richit, 2020).

Neste texto, reconhecemos o Lesson Study como uma metodologia de formação de professores, centrada na prática do professor e sustentada na colaboração e reflexão, que acarreta o desenvolvimento profissional em Matemática, abrangendo pluralidades de suas dimensões, como os conhecimentos profissionais, as aprendizagens, as mudanças na prática e a cultura profissional. Em se tratando das etapas, a organização é por ciclo, seguindo os princípios basilares do contexto japonês: a) planejamento cuidadoso das aulas sobre os conteúdos do currículo prescrito, incluindo a seleção da metodologia, materiais didáticos e estabelecimento de objetivos quanto aos saberes e às dificuldades dos estudantes em relação ao conteúdo proposto; b) implementação do planejamento baseado na resolução de problemas, promovendo a participação ativa dos estudantes, instigando a argumentação crítica sobre as estratégias de resolução e os resultados; c) a sessão de reflexão após a aula, baseada em observações do desempenho dos estudantes e da própria prática, registrados em diário e nas críticas de observadores (Baldin, 2009).

A partir dessa organização por ciclos, pesquisadores de diferentes países têm assegurado que o Lesson Study permite aprofundamentos teóricos em diversos domínios do conhecimento matemático, didático, curricular (Ponte *et al.*, 2016). Nesse sentido, este artigo tem por objetivo

identificar evidências do conhecimento especializado dos professores que ensinam matemática no 5º ano acerca da tematização do Pensamento Geométrico em Lesson Study no contexto de um Projeto de Pesquisa com fomento do CNPq, envolvendo duas diretorias de ensino do Estado de São Paulo (Leste 1 e Campinas Oeste).

2 Referencial - Marco teórico MTSK

O grupo de investigação em Didática do Matemáticas da Universidade de Huelva, Espanha, a partir dos estudos de Shulman (1986) e Ball, Thames e Phelps (2008), desenvolveu um estudo acerca do conhecimento do professor de Matemática. Nesse sentido, foi construído um marco teórico para o Conhecimento Especializado do Professor de Matemática, denominado MTSK, que considera dois grandes domínios de conhecimento — o Conhecimento Matemático (MK) e o Conhecimento Didático do Conteúdo (PCK). Cada um desses dois domínios contempla três subdomínios.

O Conhecimento Matemático é elemento primordial do professor e refere-se ao conhecimento próprio do componente curricular que se ensina. Esse conhecimento é constituído pelos subdomínios: Conhecimento do Conteúdo Matemático; Conhecimento da Estrutura da Matemática; Conhecimento da Prática Matemática.

No subdomínio conhecimento acerca dos objetos de conhecimentos matemáticos, o professor necessita conhecer com profundidade o conteúdo que se ensina aos estudantes. Carrillo *et al.* (2014) propõe cinco categorias para caracterizar esse subdomínio: fenomenologia, conhecimento das definições, propriedades e fundamentos, registros de procedimentos e de representação. Dessa forma, a fenomenologia, segundo Carrillo *et al.* (2014), abrange o conhecimento do professor sobre fenômenos que favorecem um novo conhecimento matemático e dos contextos, dos usos e das suas aplicações de um objeto de conhecimento matemático a ser ensinado. O conhecimento das definições, propriedades e fundamentos inclui as relações entre os conceitos matemáticos conectados às suas propriedades específicas e fundamentações em processos matemáticos, como provas e demonstrações ou teoremas. Já os registros de procedimentos contemplam o conhecimento do professor sobre os procedimentos a serem realizados, ou seja, o conhecimento de algoritmos convencionais e

alternativas (como fazer?); as condições suficientes para se proceder a um procedimento (quando se pode fazer e usar?); os fundamentos dos algoritmos (por que se faz assim?). O registro de Representação envolve o conhecimento correlato às distintas formas de representar um conceito ou procedimento matemático, incluindo representações numéricas, gráficas, verbais e pictóricas.

O subdomínio Conhecimento da Estrutura da Matemática corresponde ao conhecimento do professor acerca das conexões dos conteúdos ao longo do currículo, envolvendo o conhecimento das prescrições curriculares do conteúdo matemático, as competências específicas e as habilidades descritas em documentos oficiais. Nesse subdomínio, há quatro categorias: conexões de complexidade (relação dos conteúdos ensinados com os conteúdos futuros); conexão de simplificação (relação dos conteúdos ensinados com os conteúdos anteriores); conexões de conteúdo transversais (correspondem a uma relação, conexão de um conteúdo matemático com outros conteúdos dos demais componentes curriculares); conexões auxiliares (conexões entre os conteúdos referentes a propriedades, tipos e características entre si).

O subdomínio Conhecimento da Prática Matemática corresponde a práticas específicas do trabalho matemático e está relacionado ao conhecimento das formas de produzir matemática e conhecer a comunicação matemática, o raciocínio, o uso da linguagem matemática, dos processos matemáticos, como a resolução de problemas, a investigação.

O Conhecimento Didático do Conteúdo (PCK) corresponde ao conhecimento particular do professor, próprio do trabalho do ensino. Esse conhecimento é formado por três subdomínios, a saber: Conhecimento das Características da Aprendizagem Matemática, Conhecimento do Ensino de Matemática e Conhecimento dos Padrões de Aprendizagem da Matemática. Nesse sentido, o conhecimento das Características da Aprendizagem Matemática, de acordo com Carrillo et al. (2014), incorpora os conhecimentos acerca das características de aprendizagem dos estudantes correlatos ao conteúdo matemático como objeto de aprendizagem. Esse conhecimento engloba os modos de aprendizagem (possíveis modos de aprendizagem associadas à natureza do conteúdo matemático); as potencialidades e dificuldades dos estudantes (relacionado aos erros, obstáculos e dificuldades em relação à matemática e um

conteúdo específico); as formas de interação (conhecimentos acerca dos processos e estratégias dos estudantes e conhecimentos sobre o vocabulário empregado para abordar um determinado conteúdo); conhecimento de Concepções dos Estudantes sobre Matemáticas (conhecimentos sobre expectativas e interesses que os estudantes têm sobre a matemática).

Segundo Carrillo et al. (2014), o domínio do conhecimento do Ensino de Matemática envolve o conhecimento de recursos e materiais, incluindo os digitais, relacionados ao Ensino; o conhecimento das tarefas, atividades e exemplos (selecionando com intencionalidade aquelas que são mais potentes aos estudantes em relação a um determinado conteúdo); conhecimento de teorias de ensino específico da Educação Matemática.

O domínio Conhecimento dos padrões de aprendizagem da matemática corresponde ao conhecimento que o professor tem sobre o que está prescrito de acordo com o ano de escolaridade. Esse domínio envolve o conhecimento curricular e incorpora três subdomínios. O primeiro diz respeito ao conhecimento que o professor tem sobre os conteúdos matemáticos que serão ensinados e o ano/nível que será incorporado em suas aulas. Esse tipo de conhecimento pode ser adquirido pelo professor em uma consulta a um documento norteador como um currículo prescrito, por exemplo. O segundo subdomínio abrange o Conhecimento do nível de desenvolvimento conceitual e processual esperado por um conteúdo em determinado ano/nível de ensino (objetos de conhecimentos e habilidades previstas). O terceiro subdomínio incorpora a sequência de temas, o conhecimento que o professor tem sobre os conhecimentos prévios dos estudantes sobre um determinado tema e os conhecimentos posteriores, ou seja, a expectativa que o professor tem acerca das aprendizagens que os estudantes deverão desenvolver no decorrer dos anos de escolaridade (Carrillo et al., 2014). Cabe destacar, ainda, que no centro do modelo estão as crenças do professor em relação à matemática e sobre os processos de ensino e de aprendizagem dessa área de conhecimento (Carrillo et al., 2014).

3 Metodologia

A pesquisa incorpora uma perspectiva qualitativa interpretativa (Erickson, 1986) que, segundo Bogdan e Biklen (1994), constitui-se de uma metodologia de investigação que enfatiza a descrição, a indução, a teoria fundamentada e o estudo das percepções pessoais. Na pesquisa

qualitativa, segundo Lakatos e Marconi (2003), o investigador assume um papel ativo na interpretação dos dados, sendo comum o uso de instrumentos de coleta de dados. Nesse sentido, neste estudo, empregamos como fontes de dados recursos audiovisuais (vídeos, áudios e fotografias) e recursos escritos (protocolos de planejamento, observação e reflexão da aula, questionários e protocolos das atividades propostas nas formações).

O contexto da pesquisa foi o Projeto de Pesquisa denominado *Contribuições da pesquisa para o processo de ensino e de aprendizagem em Matemática no 5º ano do Ensino Fundamental: um projeto envolvendo duas Diretorias de Ensino da Rede Estadual de São Paulo*, que teve apoio da agência de fomento do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e contrapartida da Universidade Cruzeiro do Sul, especificamente do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências que estabeleceu uma parceria com duas diretorias de ensino do Estado de São Paulo, a Campinas Oeste e a Leste 1. O objetivo do projeto foi identificar quais os conhecimentos que as professoras produzem e mobilizam ao analisarem os itens e resultados de avaliações diagnósticas relacionados ao Objeto de Conhecimento tematizado e como esses conhecimentos poderiam influenciar a melhoria de sua prática e das aprendizagens dos seus estudantes.

Com esse objetivo, o projeto foi desenvolvido nas dependências da Universidade Cruzeiro do Sul, campus Liberdade e contou com a participação inicial de seis professoras participantes, duas delas oriundas de Campinas e quatro da Leste 1. Além disso, o projeto também contou com a participação de três pesquisadores, sendo dois mestrandos e uma doutoranda do Programa de Pós-Graduação supracitado, além das três coordenadoras do Projeto. Cabe evidenciar que as professoras participantes possuem entre 45 e 61 anos. Duas delas apresentam mais de 20 anos de magistério e as demais entre 6 e 13 anos. Todas as professoras têm formação acadêmica em Licenciatura em Pedagogia e uma delas possui outra Licenciatura (Letras) e especialização em Educação Especial.

As ações tiveram três momentos constituidores. As ações presenciais na Instituição Sede; as ações presenciais nas escolas envolvidas e ações síncronas por meio da plataforma Meet. Todas essas ações foram pautadas no ciclo da metodologia de formação Lesson Study, as quais apresentamos na sequência juntamente com as nossas análises.



Educação Matemática em Revista – Rio Grande do Sul

4 Metodologia de Formação Lesson Study no Projeto de Pesquisa: descrição e análise dos resultados à luz do MTSK

Em sua essência, a metodologia de formação incorpora três etapas, popularizada pelo ciclo do processo de “planejar aula, realizar e ver” (Isoda; Baldin, 2023). Desse modo, além das etapas de planejamento, observação e reflexão da aula, nesse projeto, incluímos tais etapas e adaptamos outras no ciclo, em conformidade com os nossos propósitos, contexto e participantes da pesquisa.

4.1 Descrição do Lesson Study no Projeto

A primeira etapa do Projeto, denominada como *Estudo e Diagnóstico*, foi realizada em dez encontros. Iniciamos os encontros analisando os itens de avaliação referentes aos quatro bimestres da Avaliação Prova Paulista, até chegarmos a um consenso e definirmos o Pensamento Geométrico como temática do Lesson Study. Com essa definição, nos apropriamos de todas as teorizações que permeiam o Pensamento Geométrico baseados em Van Hiele (1986), Parzysz (2006), Curi (2021) e Rainieri e Colombo (2012), bem como de pesquisas brasileiras que discutiam esse tipo de pensamento nos anos iniciais do Ensino Fundamental, como Santos (2023) e Pezzete (2023). A partir de todo esse estudo, as professoras analisaram, à luz dos teóricos abordados, os itens de avaliações e as atividades presentes em dois materiais empregados na Rede Estadual, um denominado Slides e o outro Currículo em Ação, referentes ao quinto ano de escolaridade, no tocante à temática Geometria.

Com o desenrolar dos encontros, incorporamos o estudo da taxonomia de Bloom (1956), com o intuito de mostrar às professoras os domínios cognitivos presentes nas habilidades do currículo e explicitar a composição de uma habilidade. Todo esse estudo também foi norteado pela análise de habilidades do currículo, itens de avaliação e atividades dos materiais supracitados. Nos encontros, em síntese, as dinâmicas eram organizadas seguindo etapas: 1. apropriação teórica; 2. atividade analítica em grupo; 3. socialização das discussões e 4. sistematização e formalização.

A segunda etapa do Projeto, *Planejamento*, foi realizada em três encontros. No primeiro e segundo encontros dessa etapa, solicitamos que as professoras, divididas em dois grupos, selecionassem uma aula do material Slide (encontro 1) e do material Currículo em Ação

(encontro 2) referentes às Figuras Geométricas Espaciais e respondessem algumas questões norteadoras, visando antecipar alguns aspectos do Planejamento coletivo. A título de exemplo, algumas questões contempladas nesse instrumento foram: Para pensarmos no desenvolvimento dessas atividades, que recursos didáticos poderiam ser utilizados? Quais dificuldades os estudantes poderiam ter para realizar as atividades? Quais encaminhamentos podemos sugerir ao professor para superação dessas dificuldades no decorrer da realização da aula? Quais são os indícios que permitem você avaliar que o objetivo foi alcançado?

Cabe destacar que, coincidentemente, todos os grupos selecionaram a aula 18 Comparação de Figuras Geométricas Espaciais do material Currículo em ação. Portanto, a aula foi eleita pelos grupos para o Planejamento. No terceiro encontro, coletivamente, as professoras discutiram e planejaram a aula 18, constituída por seis atividades. Cabe evidenciar que, nesse texto, focaremos em apenas três atividades, conforme Figura 1.

A partir dessas atividades, o grupo discutiu e preencheu o instrumento contendo alguns aspectos, a saber: atividade; habilidade do currículo; objetivo da atividade; nível do pensamento geométrico; nível cognitivo; conhecimentos prévios; dificuldades dos estudantes; encaminhamos para superação das dificuldades; recursos didáticos; indicadores avaliativos. Além desses aspectos, o instrumento continha o aspecto desenvolvimento da aula, mostrando os momentos: problematização, trabalho autônomo, discussão coletiva/intervenção da professora e sistematização, que serão mais bem evidenciados no Quadro 1.

Em relação aos conhecimentos prévios, o grupo de professoras identificou, em relação à atividade 1, que os estudantes deveriam saber representar o cubo e o paralelepípedo; conhecer a nomenclatura da pirâmide quadrangular e quantificar arestas, vértices e faces dos prismas e da pirâmide. Em relação à atividade 2, as professoras concluíram que os estudantes deveriam ter conhecimentos sobre as características e os atributos de prismas de base retangular e do cubo, bem como dos corpos redondos – esfera e cilindro. No que diz respeito à atividade 6, o grupo concluiu sobre os conhecimentos dos estudantes a respeito dos prismas (duas bases e faces retangulares) e dos corpos redondos (rolam, apenas alguns têm base e vértice).

Figura 1 – Atividades selecionadas da Aula 18 - Comparação de Figuras Geométricas Espaciais

1 Complete a tabela.

Desenho da figura geométrica espacial	Nome	Objeto semelhante	Nº de faces	Nº de vértices	Nº de arestas
	cubo				
	paralelepípedo				

75

2 Veja as duplas de figuras espaciais geométricas e preencha a tabela abaixo com as semelhanças e diferenças entre elas.

Figuras geométricas espaciais	Semelhanças	Diferenças

6 Observe as figuras geométricas espaciais e responda, seguindo os agrupamentos realizados em cada afirmativa.

A Circule o prisma pentagonal e responda quais as outras figuras geométricas espaciais que fazem parte do mesmo grupo. Justifique sua resposta.

B Marque com "X" o cone e responda quais outras figuras geométricas espaciais que fazem parte do mesmo grupo. Justifique sua resposta.

Fonte: Currículo em Ação (São Paulo, 2025)

Quadro 1 - Momentos da aula definidos no Planejamento⁵

Momentos	Descrição	Tempo Previsto
Problematização	Apresentação da atividade da aula 18 e problematização de alguns aspectos das figuras geométricas espaciais, como a identificação das suas características e nomenclaturas.	10 min
Trabalho autônomo	Os alunos, organizados em grupos (de três integrantes) ,dedicam-se a discutir e resolver cada atividade proposta.	50 min
Discussão coletiva/ Intervenção da professora	Apresentação das estratégias, representações, soluções e conclusões dos grupos.	25 min
Dinâmica Descobrimo a Figura Geométrica a partir de suas características	A professora propõe uma dinâmica, na qual cada grupo discute e seleciona uma figura geométrica espacial, indicando algumas características dessa figura. Depois, cada grupo apresenta uma característica e os demais terão de descobrir a nomenclatura da figura.	20 min.
Sistematização	A professora sistematiza formalmente com a turma as nomenclaturas e atributos relacionados às figuras geométricas espaciais abordadas nas atividades da aula 18, empregando os sólidos geométricos como recursos didáticos.	15 min

Fonte: elaborado pelas pesquisadoras a partir da adaptação de Richit *et al.* (2023).

O grupo de professoras constatou que os estudantes poderiam apresentar dificuldades na quantificação dos números de vértices, arestas e faces dos prismas e da pirâmide, bem como na quantificação do cubo e do paralelepípedo. Decidiram, também, pela socialização das representações desses sólidos elaboradas corretamente por um estudante e pelo acompanhamento dos alunos com dificuldades na representação.

No que tange à atividade 2, as professoras relataram a dificuldade de alunos compreenderem o fato de que o prisma de base retangular e o cubo terem o mesmo número de faces, vértices e arestas. Para isso, eles devem reconhecer que o cubo é um caso particular de um prisma de base retangular. No que se refere aos corpos redondos, os estudantes poderão não reconhecer que o cilindro possui 2 bases, enquanto a esfera não possui nenhuma. Frente a essas dificuldades, as professoras apontaram a necessidade de apresentar algumas indagações aos estudantes. Para os **prismas**: essas figuras são semelhantes? Quantas faces, vértices e arestas

⁵ O tempo previsto foi destinado para as seis atividades, mas neste texto nos ateremos a analisar três atividades que consideramos relevantes no ciclo.

tem cada uma? Quantas bases tem cada uma? As bases são iguais? Como elas são? **Corpos redondos:** Essas figuras são iguais? Elas têm base? E vértices? Quais as características que elas têm em comum?

Em relação à atividade 6, o grupo de professoras identificou que as dificuldades estão em diferenciar corpos redondos de prismas e que os encaminhamentos seriam observar as representações, fazer questionamentos que permitissem observar as diferenças, fazendo com que observem características comuns.

Quanto aos recursos, para todas as atividades, o grupo indicou a consulta da representação das figuras nas atividades da aula 18, bem como os conjuntos de sólidos geométricos. Em se tratando dos indicadores de avaliação, o grupo indicou as discussões realizadas durante a socialização das descobertas dos estudantes.

Em relação ao desenvolvimento da Aula, o grupo, a partir das discussões e reflexões, estabeleceu momentos da aula, conforme Quadro 1, a seguir.

Após o fechamento do Planejamento coletivo, iniciamos a negociação com as professoras sobre a implementação da aula planejada. Assim, esclarecemos como essa etapa seria desenvolvida. Após esse diálogo, as professoras chegaram ao consenso de que a aula seria aplicada na turma da Professora Luci, que atua em uma escola de Campinas. Com isso, elaboramos uma agenda para as atividades que seriam desenvolvidas na etapa de implementação e observação da aula, tais como: filmagem da aula, conversa informal com a equipe gestora e professores da escola participante, bem como com os estudantes da turma na qual seriam aplicadas as atividades planejadas.

A terceira etapa do Projeto, denominada implementação e observação da aula, foi realizada no dia 8 de abril de 2025 em uma turma do 5º ano da Escola Estadual Benito Juarez de Souza, localizada na cidade de Campinas. Nessa ocasião, a professora Luci conduziu a aula planejada e nós, formadoras do Projeto, observamos atentamente e preenchemos um instrumento de observação, contendo questões específicas sobre a aula implementada à luz do Planejamento realizado. Nesse sentido, alguns episódios registrados nesse instrumento serão evidenciados na sequência. Assim, tomamos como ponto de partida os momentos da aula:

problematização, trabalho autônomo, discussão coletiva e intervenção da professora, dinâmica e tempo previsto.

Em relação ao momento Problematização, o primeiro episódio que gostaríamos de destacar é que, assim que chegamos à sala de aula, a professora nos mostrou algumas planificações de figuras geométricas espaciais e disse que as utilizaria no decorrer da aula. Em todos os momentos, a professora recorreria a esse recurso, ou seja, montava e desmontava – o que não é absolutamente necessário – uma das figuras para quantificar as faces.

O segundo episódio a ser revelado é que a professora, antes de iniciar o desenvolvimento das atividades relativas à Aula 18, não fez as orientações acerca das atividades que os estudantes desenvolveriam, tampouco retomou os conceitos matemáticos envolvidos, problematizando alguns aspectos das figuras geométricas espaciais, como a identificação das suas características e nomenclaturas, conforme acordado no planejamento. O que chamou a nossa atenção foi que a única explanação que a professora realizou antes de iniciar a atividade foi a retomada da fórmula de Euler⁶, que não havia sido discutida no planejamento.

Em relação ao momento trabalho autônomo, a professora organizou os estudantes em trios, conforme combinado, contudo, na maioria dos grupos, o trabalho foi individual, ou seja, não identificamos o incentivo à interação entre eles. No planejamento, a professora havia indicado que a sua turma não estava habituada a trabalhar em grupo.

A partir de nossas observações, constatamos que os estudantes apresentaram dificuldades em relação aos conhecimentos geométricos que deveriam ter para desenvolver a atividade. Nesse sentido, alguns alunos tiveram dificuldades na identificação dos números de faces, vértices e arestas da pirâmide de base quadrada. Desse modo, a professora retomou a fórmula de Euler e manipulou a planificação dessa figura, quantificando somente os números de faces. Outra dificuldade que observamos foi na representação de algumas figuras, mesmo com o apoio da representação na própria aula, ou seja, as representações eram incompletas; a título de exemplo, podemos citar que os estudantes representaram apenas uma face do prisma

⁶ Segundo Euler, os números F de faces, A de arestas e V de vértices de um poliedro (sólido geométrico) convexo sempre satisfazem a igualdade $F-A+V=2$.

de base retangular. Todavia, a professora não identificou essa dificuldade, mesmo circulando pelos grupos.

No que tange ao momento Discussão coletiva/Intervenção da professora, Luci não discutiu conforme previsto no planejamento e conduziu a correção na lousa, atividade por atividade; concomitantemente, ela abriu, em formato de *slides*, o material curricular referente à aula 18, sem se ater às respostas que os estudantes estavam dando, e, no final de cada atividade, a professora mostrava as respostas por meio dos *slides*. Nesse sentido, como um dos episódios mais relevantes desse momento está o fato que a professora solicitou que os estudantes reproduzissem, na lousa, as figuras contidas em cada uma das atividades, mesmo com o apoio visual dos *slides* na tela do televisor e os estudantes com acesso às atividades para correção. Nesse ínterim, os estudantes revelaram ainda mais as suas dificuldades de representação, mesmo com o apoio visual das figuras, o que mostra que atividades de cópias não estão sendo contempladas nas aulas, conforme previsto por Ranieri e Colombo (2012), mas o que gostaríamos de chamar a atenção é que a professora Luci não percebeu essa dificuldade dos estudantes em relação à representação de algumas figuras geométricas espaciais.

Em relação ao momento da dinâmica, a professora incorporou a atividade, destacando as regras. Um fato que gostaríamos de destacar é que os estudantes selecionaram apenas figuras geométricas espaciais relativas à aula 18, ou seja, o prisma de base quadrangular e retangular e a característica predominante foi o número de faces. Por fim, não houve o momento sistematização.

Na terceira etapa, denominada Reflexão da aula, refletimos acerca da aula implementada e observada em três momentos constituidores. O primeiro momento foi com a professora Luci, após a aula desenvolvida, a partir de uma conversa informal sobre as percepções da professora. O segundo momento foi uma reflexão coletiva com todo o grupo do Projeto, no qual selecionamos esses episódios destacados e mostramos os trechos dos vídeos para discussão e reflexão coletiva, como também a análise dos protocolos de resolução dos estudantes. O terceiro momento foi uma conversa com a professora Luci, de forma individual, na tentativa de apresentar alguns dados importantes acerca das aprendizagens e dificuldades dos estudantes,

bem como dos conhecimentos necessários à docência que foram manifestados no ciclo em Lesson Study.

Além dessas etapas, no projeto, foi incorporado às etapas formação de formadores, visando à formação de todos os envolvidos, considerando o Conhecimento Matemático (MK) e o Conhecimento Didático do Conteúdo (PCK) e a etapa divulgação dos resultados, que consiste em divulgar os resultados do Projeto a partir de publicações em periódicos renomados da área de Educação Matemática, realizar apresentações em congressos, nas secretarias envolvidas e na própria escola.

4.2 Análise dos resultados à luz do MTSK

Na etapa Estudo e Diagnóstico, constatamos que as professoras apresentaram dificuldades em relação ao domínio conhecimento matemático (MK), especialmente em relação ao subdomínio acerca dos objetos de conhecimentos matemáticos e categoria conhecimento das definições, propriedades e fundamentos, visto que elas apresentavam lacunas conceituais em relação às figuras geométricas espaciais. A título de exemplo, temos a afirmação de um Grupo “se você olhar para uma caixa de presente, pode perceber que ela tem a forma de um retângulo e paralelepípedo como nos exemplos do material digital” (Grupo 2, Registro do encontro 10, 2024). Cabe destacar que, todas as intervenções foram feitas a partir da manifestação dessas fragilidades.

Foi possível observar, ainda, nessa etapa, a ampliação do subdomínio conhecimento da estrutura da Matemática, pois as formações foram centradas no estudo das habilidades descritas em documentos oficiais, como o Currículo Paulista (São Paulo, 2019) e a Base Nacional Comum Curricular- BNCC (Brasil, 2017) e os dados dos instrumentos das formações revelaram que as professoras conseguiam identificar a habilidade do currículo envolvida no item de avaliação e também nas atividades, mostrando, inclusive, que o item ou atividade contemplava apenas uma parte da habilidade. Notaram, ainda, que a habilidade descrita na Prova Paulista não contemplava o item em si. Além disso, em relação a esse subdomínio, identificamos a presença da categoria Conexão de Simplificação. Como exemplo, podemos citar: “é um conteúdo que é dado desde o 1º ano. Então deveria ser um conteúdo que, no 5º ano, deveria estar familiarizado com os estudantes, mas sempre há uma quantidade significativa deles que

ainda não absorveram este conceito” (Integrante 2 do Grupo 2, Gravação de áudio do encontro 3, 2024).

Nessa etapa, também foi mobilizado o subdomínio do conhecimento do Ensino de Matemática, em se tratando do conhecimento de teorias de ensino específico da Educação Matemática, isso porque as professoras tiveram a proximidade com as teorizações que permeiam o Pensamento Geométrico, bem como acessaram pesquisas que discutem esse objeto de conhecimento.

Em relação a etapa *Planejamento*, constatamos que o grupo de professoras constituíram e mobilizaram o subdomínio conhecimento da estrutura da matemática (domínio conhecimento matemático - MK), visto que elas conseguiram identificar, de forma assertiva, as habilidades do currículo que a atividade contemplava, realçando apenas a parte correspondente. Outrossim, também ampliaram o subdomínio do conhecimento do Ensino de Matemática, no que tange à categoria teorias de ensino específico da Educação Matemática, à medida que as professoras foram capazes de identificar o nível do Pensamento Geométrico em que as atividades se enquadram.

Uma das falas no Planejamento coletivo exemplifica essa constatação: “Discutimos no nosso grupo que a atividade 6 pode envolver o nível de visualização e análise, mas só saberemos na prática e cada criança pode apresentar um nível diferente” (Integrante do Grupo 1, Gravação de áudio do encontro 13, 2025). Além disso, foi possível mobilizar, ainda nesse subdomínio, a categoria conhecimento de recursos e materiais, pois o grupo conhecia a organização dos materiais curriculares e sabiam quais recursos eram mais apropriados para o desenvolvimento da aula. Também identificamos a mobilização da categoria conhecimento das tarefas, atividades e exemplo, uma vez que o grupo selecionou, no material curricular Currículo em Ação, com intencionalidade, a aula mais potente aos estudantes em relação às figuras geométricas espaciais.

Outro domínio e subdomínio identificado, na etapa *Planejamento*, foi o Conhecimento Didático do Conteúdo (PCK) no conhecimento das Características da Aprendizagem Matemática, visto que as professoras foram capazes de antecipar as dificuldades dos estudantes em relação às figuras geométricas espaciais da aula 18 e, a partir do subdomínio conhecimento

da prática matemática, foram capazes de apontar os encaminhamentos para a superação das dificuldades.

No que se refere à etapa *Implementação e Observação da aula*, foram manifestados, por parte da professora Luci, os dois domínios de conhecimentos: o Conhecimento Matemático (MK) e o Conhecimento Didático do Conteúdo (PCK). Em relação ao domínio Conhecimento Matemático (MK), constatamos, no subdomínio conhecimento acerca dos objetos de conhecimentos matemáticos, que a professora na categoria registros de procedimentos, apesar de ter conhecimento da fórmula de Euler, apresentava lacunas em relação à categoria registro de representação, visto que passaram despercebidas as representações equivocadas que os estudantes estavam registrando em dois momentos: na resolução em grupo e no momento de correção na lousa. Apesar disso, a professora mostrou mobilizar o subdomínio conhecimento da estrutura da Matemática, na categoria Conexões de Complexidade ao apresentar a fórmula de Euler.

No que se refere ao Conhecimento Didático do Conteúdo (PCK), foi manifestado, nessa etapa, o subdomínio Características da Aprendizagem Matemática, uma vez que a professora não percebeu as potencialidades e principalmente as dificuldades dos estudantes relacionadas aos erros e obstáculos em relação à identificação dos números de faces, arestas e vértices da pirâmide de base quadrada, além de não apresentar conhecimentos acerca dos processos e estratégias dos estudantes, se atendo à fórmula e aos conhecimentos sobre o vocabulário geométrico.

Quanto a etapa *reflexão sobre a aula planejada*, foi possível identificar a ampliação do domínio conhecimento matemático (MK), visto que a professora Luci e o grupo, ao analisar os protocolos de resolução dos estudantes, conseguiram perceber os erros cometidos por eles, que passaram despercebidos durante a etapa *implementação e observação da aula*, especialmente em relação ao episódio de representação, no qual os estudantes registraram um quadrado ao invés do cubo e um retângulo ao invés do paralelepípedo.

Evidenciamos que ao centro do marco teórico para o Conhecimento Especializado do Professor de Matemática, denominado MTSK (Mathematics Teacher's Specialized Knowledge), estão as crenças do professor de matemática em relação à disciplina e sobre suas

influências nos processos de ensino e de aprendizagem (Carrillo et al., 2014). Sendo assim, a professora manifestou as suas crenças em relação ao ensino das figuras geométricas espaciais, visto que em todos os momentos, ela se apoiava nos materiais manipuláveis (planificações) para esclarecer alguma dúvida dos estudantes. Esse tipo de recurso não estava previsto no planejamento, pois não contemplava as habilidades das atividades, ou seja, o foco não era a planificação. Essa atitude da professora reverberou nas ações dos estudantes, pois em todos os momentos, eles recorriam a um objeto, como estojo e apontador, para tentar quantificar as faces, vértices e arestas. Assim, percebemos que a crença da professora estava relacionada ao entendimento de que quantificar faces, arestas e vértices no plano era uma boa estratégia para seus alunos.

Considerações Finais

Neste artigo, tivemos por objetivo identificar evidências do conhecimento especializado dos professores que ensinam matemática no 5º ano acerca da tematização do Pensamento Geométrico em Lesson Study. Com esse propósito, foi possível constatar a mobilização dos domínios de conhecimento — o Conhecimento Matemático (MK) e o Conhecimento Didático do Conteúdo (PCK). Nesse sentido, em relação ao domínio Conhecimento Matemático, apesar de as professoras participantes apresentarem lacunas conceituais em relação às figuras geométricas espaciais e em relação ao subdomínio conhecimento acerca dos objetos de conhecimentos matemáticos categoria registro de representação, identificamos uma ampliação em relação ao conhecimento da estrutura da Matemática e conhecimento do Ensino de Matemática, visto que na etapa *Estudo e Diagnóstico*, as formações foram pautadas no estudo aprofundado do Currículo Paulista (São Paulo, 2019), bem como nas teorizações que discutem o Pensamento Geométrico. Essa formação repercutiu especialmente durante a etapa *Reflexão sobre a aula planejada*, tendo em vista que a professora Luci, juntamente com o grupo, conseguiu identificar os erros cometidos pelos seus estudantes e suas aprendizagens, mobilizando, ainda, o Conhecimento das Características da Aprendizagem Matemática que corresponde ao Conhecimento Didático do Conteúdo.

Os dados revelaram, ainda, que a Professora Luci possui uma crença muito arraigada sobre a possibilidade de quantificar arestas e vértices no plano. Na etapa de *Reflexão sobre a aula planejada*, houve indícios de superação dessa crença, visto que ela e o grupo perceberam as influências que isso acarreta para os processos de ensino e de aprendizagem das figuras geométricas espaciais. Nesse sentido, compreendemos a metodologia de formação Lesson Study como promissora na constituição, mobilização e avanços no Conhecimento Especializado de professores que ensinam matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Referências

BALDIN, Y. Y. O significado da introdução da Metodologia Japonesa de Lesson Study nos Cursos de Capacitação de Professores de Matemática no Brasil. *In: Encontro Anual da SBPN e Simpósio Brasil-Japão*, 18, 2009, São Paulo, SP. **Anais [...]**. São Paulo, SP: SBPN, 2009.

BLOOM, B. S. *et al.* **Taxonomy of educational objectives**. New York: David McKay, 1956.

BOGDAN, Roberto C.; BIKLEN, Sari Knopp. **Investigação qualitativa em educação**. Porto: Porto Editora, 1994.

BORELLI, S. S. **Estudos de Aula na formação de professores de Matemática em turmas dos 7º anos do Ensino Fundamental que ensinam números inteiros**. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) —Universidade Cruzeiro do Sul. São Paulo, 2019.

BRASIL, Ministério da Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular: Educação Infantil e Ensino Fundamental**. Brasília, DF, 2017.

CARRILLO, J.; AVILA, D. I. E.; MORA, D. V.; MEDRANO, E. F. **Un marco teórico para el conocimiento especializado del profesor de matemáticas**. Huelva, Espanha: Universidad de Huelva Publicaciones, 2014.

CURI, E. Algumas reflexões sobre o desenvolvimento do pensamento geométrico no Currículo de Matemática da cidade de São Paulo. **Em Teia | Revista De Educação Matemática E Tecnológica Iberoamericana**, [s. l.], v. 12, n. 3, 2021.

ERICKSON, F. **Qualitative Methods in Research on Teaching**. In: *Handbook of Research on Teaching*. 3rd ed. New York: Macmillan, 1986. p. 119-161.



Educação Matemática em Revista – Rio Grande do Sul

ISODA, M.; BALDIN, Y. Y. Estudio de Clases Japonés, su Naturaleza y su Impacto en la Enseñanza y el Aprendizaje de las Matemáticas. **Paradigma**, [s. l.], v. 44, n. 2, p.5–35, 2023.

LAKATOS, E. M.; MARCONI, M. A. Fundamentos de Metodologia Científica. São Paulo, SP: Atlas 2003.

MARTINS, P. B. **Potencialidades dos estudos de aula para a formação continuada de um grupo de professores que ensinam matemática na rede municipal de São Paulo no contexto de uma pesquisa envolvendo implementação curricular**. 2020. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Cruzeiro do Sul. São Paulo, 2020.

MARTINS, P. B.; CURTI, E.; SOUZA BORELLI, S. A metodologia de formação Lesson Study em um projeto de pesquisa desenvolvido em um contexto de implementação curricular: avanços e dificuldades. **Revista Paranaense De Educação Matemática**, [s. l.], v. 12, n. 29, p. 119–142, 2023.

PARZYSZ, B. Representation of space and student's conceptions at high school level. **Educational Studies in Mathematics**, New York, v. 22, n. 6, p. 575-593, 1991.

PEZZETE, K. F. M. **As Figuras Geométricas Espaciais nos Anos Iniciais em Documentos e Materiais Curriculares da Secretaria de Educação do Estado de São Paulo no período de 2019 a 2022**. 2023. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências) —Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2023.

PONTE, J. P. *et al.* O Estudo de Aula como Processo de Desenvolvimento Profissional de Professores de Matemática. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 30, n. 56, p. 868–891, dez. 2016.

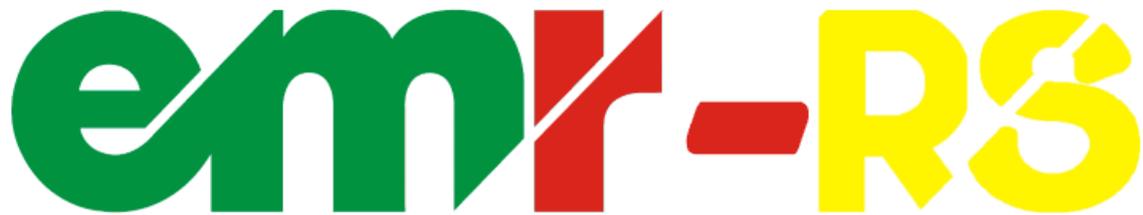
RAINIERE, A. F.; COLOMBO, C. V. **Pensar Geometricamente: ideias para desenvolver trabalho em el aula**. 2. ed. Montevideo: Grupo Magro Editores, 2012.

RICHIT, A. Estudos de Aula na perspectiva de professores formadores. **Revista Brasileira de Educação**, [s. l.], v. 25, 2020.

RICHIT, A.; PONTE, J. P. D. Conhecimentos profissionais evidenciados em Estudos de Aula na perspectiva de professores participantes. **Educação em Revista**, [s. l.], v. 36, 2020.

RICHIT, A.; FIORENTINI, D.; PINA NEVES, R. S. Apresentação. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, [s. l.], v. 12, n. 29, p. 1–4, 2023.

SANTOS, S. O. dos. **O Desenvolvimento do Pensamento Geométrico nos Materiais Curriculares do Professor do Ciclo de Alfabetização da Rede Municipal de São Paulo**. 2023. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências) — Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2023.



Educação Matemática em Revista - Rio Grande do Sul

STIGLER, J. W.; HIEBERT, J. Lesson study, improvement, and the importing of cultural routines. *ZDM – Mathematics Education*, Germany, v. 48, p. 581-587, 2016.

VAN HIELE, P. M. **Structure and insight**: a theory of mathematics education. New York: Academic Press, 1986.

VERGNAUD, G. A Teoria dos Campos conceituais. *In*: BRUN, J. **Didáctica das matemáticas**. Tradução de Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p.155–191.

Recebido em: 30/05/2025

Aceito para publicação em: 03/08/2025