

**Sequência Fedathi para a Formação de Professores de Matemática:
simetrias de triângulos mediados pelo GeoGebra**

**Fedathi Sequence for Mathematics Teacher Education: Symmetries of
Triangles Mediated by GeoGebra**

**Secuencia Fedathi para la Formación de Profesores de Matemáticas:
Simetrías de Triángulos Mediadas por GeoGebra**

Paulo Vitor da Silva Santiago¹

Francisco Régis Vieira Alves²

Maria José Costa dos Santos³

Resumo

Este artigo objetiva-se analisar uma proposta didática para o ensino de simetrias do triângulo qualquer, fundamentada na Teoria da Objetivação e na metodologia da Sequência Fedathi na formação de professores de Matemática. O foco está na exploração das propriedades algébricas de rotações e reflexões mediadas pelo *software* GeoGebra, com vistas à formação continuada de professores de Matemática. A proposta visou favorecer a visualização, compreensão conceitual e articulação entre Geometria e Álgebra. A abordagem fundamenta-se também na Teoria da Objetivação, destacando o papel ativo do professor na construção do conhecimento durante as sessões didáticas. Espera-se que a experiência descrita contribua para o fortalecimento do raciocínio abstrato por meio de representações visuais e interativas.

Palavras-chave: Grupos de Simetrias. GeoGebra. Visualização. Formação docente.

Abstract

This article aims to analyze a didactic proposal for teaching symmetries of any triangle, based on the Theory of Objectification and the Fedathi Sequence methodology in the training of Mathematics teachers. The focus is on the exploration of the algebraic properties of rotations and reflections mediated by the GeoGebra software, with a view to the continued training of Mathematics teachers. The proposal aimed to favor visualization, conceptual understanding and articulation between Geometry and Algebra. The approach is also based on the Theory of Objectification, highlighting the active role of the teacher in the construction of knowledge during the didactic sessions. It is expected that the experience described will

¹ Doutor em Ensino. Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, CE, Brasil. pvitor60@hotmail.com.

 <https://orcid.org/0000-0002-6608-5452>

² Doutor em Educação. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Fortaleza, CE, Brasil. fregis@ifce.edu.br.  <https://orcid.org/0000-0003-3710-1561>

³ Pós-Doutora em Educação. Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, CE, Brasil. mazeautomatic@gmail.com.  <https://orcid.org/0000-0001-9623-5549>.

contribute to the strengthening of abstract reasoning through visual and interactive representations.

Keywords: Symmetry Groups. GeoGebra. Visualization. Teacher Education.

Resume

Este artículo busca analizar una propuesta didáctica para la enseñanza de las simetrías de cualquier triángulo, basada en la Teoría de la Objetivación y la metodología de Secuencias Fedathi, en la formación de docentes de Matemáticas. El enfoque se centra en la exploración de las propiedades algebraicas de las rotaciones y reflexiones, mediadas por el software GeoGebra, con miras a la formación continua del profesorado de Matemáticas. La propuesta busca favorecer la visualización, la comprensión conceptual y la articulación entre la Geometría y el Álgebra. El enfoque también se basa en la Teoría de la Objetivación, destacando el rol activo del docente en la construcción del conocimiento durante las sesiones didácticas. Se espera que la experiencia descrita contribuya al fortalecimiento del razonamiento abstracto mediante representaciones visuales e interactivas.

Palabras clave: Grupos de Simetrías. GeoGebra. Visualización. Formación docente.

1 Introdução

Os grupos de simetria descrevem as invariâncias de uma figura geométrica sob transformações que preservam sua estrutura, como rotações e reflexões. Esses grupos possuem aplicações relevantes em diversas áreas do conhecimento, incluindo Física, Química, Ciência da Computação e Arte

(Armstrong, 1988; Cotton, 1990; Melo, 2014). A formalização dessas propriedades ocorre por meio da Teoria dos Grupos, ramo da Álgebra Abstrata que fornece um arcabouço para o estudo de estruturas algébricas. No campo da Geometria, os grupos de simetria de polígonos e sólidos regulares se destacam por permitir conexões entre representações geométricas e algébricas (Coxeter, 1973; Santos, 2021).

Apesar de sua importância teórica e didática, os grupos de simetria permanecem pouco explorados em propostas voltadas à formação de professores da Educação Básica, sobretudo na formação continuada. Há escassez de abordagens que articulem os fundamentos algébricos com representações visuais mediadas por tecnologia digital. Nesse contexto, o *software* GeoGebra destaca-se como ferramenta interativa que permite explorar dinamicamente transformações isométricas, facilitando a compreensão conceitual de simetrias por meio de construções visuais manipuláveis (Hohenwarter *et al.*, 2008).

Este trabalho apresenta uma proposta didática fundamentada na metodologia da Sequência Fedathi (Borges Neto, 2018) e na Teoria da Objetivação (Radford, 2014), voltada à

formação continuada de professores de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental. A proposta consiste na construção e análise das simetrias do triângulo qualquer no GeoGebra, promovendo a compreensão da estrutura algébrica de grupo em atividades exploratórias guiadas.

A Teoria da Objetivação orienta a concepção da formação como um processo coletivo, em que o professor ressignifica sua prática ao interagir ativamente com conceitos matemáticos em situações de aprendizagem compartilhada. Já a Sequência Fedathi contribui com uma organização didática baseada em quatro fases (Tomada de Posição, Maturação, Prova e Solução), que favorecem a autonomia docente e o protagonismo na construção do conhecimento.

A proposta integra elementos visuais e manipulativos — como o uso de moldes dos polígonos (tetraedro, octaedro, prisma triangular de base quadrada, cubo, retângulo) e *applets* dinâmicos — a fim de facilitar a compreensão de conceitos como identidade, inverso e não comutatividade no contexto do grupo de simetrias do

triângulo qualquer. Além disso, busca-se promover a articulação entre a linguagem geométrica e a estrutura algébrica dos grupos, proporcionando subsídios didáticos para a aplicação desses conceitos em sala de aula.

A problemática do trabalho, a saber: como incluir o GeoGebra na Formação Continuada de Professores de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental com suas contribuições e potenciais benéficos para o ensino de Simetria?

Este trabalho tem como objetivo analisar o ensino de Simetria na Formação Continuada de Professores de Matemática mediados pela Sequência Fedathi, Teoria da Objetivação e o ensino de Simetria. Ao integrar a Simetria de forma significativa no ensino de Matemática, estamos capacitando os professores de Matemática a observar, analisar e compreender o mundo sob uma nova perspectiva, tornando a matemática uma disciplina viva e conectada com a realidade, e seu ensino dinâmico pode enriquecer a compreensão interdisciplinar dos estudantes em sala de aula.

Este artigo é parte de uma pesquisa de doutorado vinculada ao Programa de Pós-Graduação Rede Nordeste de Ensino (RENOEN/UFC), com foco na elaboração de sessões didáticas mediadas por tecnologias digitais. Na seção seguinte, descreve-se a fundamentação metodológica e os resultados da implementação da proposta.

2 Fundamentação Teórico-Metodológica

A proposta didática apresentada neste artigo estrutura-se com base na Sequência Fedathi (Borges Neto, 2018), metodologia voltada à organização do ensino a partir de quatro fases: Tomada de Posição, Maturação, Prova e Solução. Essa abordagem visa promover o protagonismo dos estudantes por meio da resolução de problemas e da mediação docente centrada na investigação.

No contexto da formação de professores, essa metodologia favorece a construção autônoma do conhecimento matemático, especialmente quando articulada a recursos tecnológicos como o GeoGebra, que possibilita a experimentação e a visualização interativa de conceitos abstratos, como as simetrias do triângulo qualquer. O *software* permite a manipulação de

transformações geométricas, conectando a representação visual à estrutura algébrica dos grupos.

A pesquisa também se ancora na Teoria da Objetivação (Radford, 2014), que entende a aprendizagem como processo social em que os sujeitos atribuem significado a conceitos por meio da atividade colaborativa. Na proposta em questão, o professor-cursista participa de uma Sessão Didática em que interage com construções dinâmicas, formula conjecturas e valida propriedades dos grupos de simetria a partir de suas experiências práticas.

Sob essa perspectiva dialética entre objetivação e subjetivação, o desenvolvimento da aprendizagem abrange tanto o ato de conhecer quanto o processo de tornar-se (Radford, 2017). Conforme Radford (2021), aprender consiste na complexa trajetória com o saber e sua transformação subjetiva em objeto da consciência. Desse modo, a aprendizagem é compreendida como um processo multifacetado que, no contexto escolar, envolve a interação ativa entre discente, docente, demais colegas e o ambiente de aprendizagem. Essa dinâmica colaborativa entre professores e alunos é designada labor conjunto (Radford, 2017; 2023).

Para Radford (2023), o labor conjunto configura-se como a principal categoria ontológica da Teoria da Objetivação, concebido como um modo de vida orgânico e sistêmico, um evento originado da busca coletiva pela solução de um problema. Os participantes da atividade, sejam professores ou alunos, não interagem passivamente; ao contrário, engajam-se de forma ativa e colaborativa em prol de um objetivo comum: a apreensão do saber histórico-cultural. Esse labor conjunto transcende a linguagem verbal, englobando também a expressão corporal por meio de gestos, ritmo, emoções, sensações e outras modalidades semióticas de objetivação. Adicionalmente, o labor conjunto implica uma relação ética específica, fundamentada no compromisso e no respeito mútuo, manifestando preocupação e cuidado com o outro em uma atitude de alteridade.

O trabalho docente demanda desenvolvimento em colaboração com os discentes, em uma atuação conjunta (Radford, 2021). Afinal, a partilha desse saber cultural e conhecimento ocorre em um movimento constante, influenciando ambas as partes envolvidas (professor/aluno) e impulsionando o

processo de ensino-aprendizagem (Radford, 2023).

Nesse sentido, espera-se que os professores, enquanto conselheiros da ação, possuam formação adequada e compreendam a natureza cíclica e colaborativa do processo, diferenciando-o de uma transmissão unilateral do saber pelo docente a um aluno passivo.

Paralelamente ao processo de objetivação, a aprendizagem mediada pelo labor conjunto desencadeia um processo de subjetivação, no qual o indivíduo, concebido em sua potencialidade, é ativado e coproduz subjetividades. Assim, os processos de objetivação e subjetivação ocorrem simultaneamente, de maneira contínua e interligada durante a atividade humana.

A adoção do Labor Conjunto como categoria ontológica e epistemológica na Teoria da Objetivação direciona a análise para a atividade em sala de aula como unidade fundamental (Radford, 2018). Contudo, não se pode desconsiderar o papel da linguagem, dos signos, dos artefatos e do corpo nos processos de objetivação, os quais, na Teoria da Objetivação, são entendidos como elementos integrantes da atividade e do pensamento dos sujeitos, e não

meramente como mediadores. A Teoria da Objetivação adota uma concepção monista, inspirada no equilíbrio aristotélico, buscando integrar o individual e o social, compreendendo objetivação e subjetivação como processos indissociáveis que demandam uma análise equilibrada, sem privilegiar um em detrimento do outro.

A integração da tecnologia digital no ensino da Simetria tem se mostrado um recurso fundamental para conectar conceitos matemáticos com aplicações práticas do cotidiano. A utilização de *softwares* como o GeoGebra possibilita aos estudantes visualizar e manipular figuras geométricas em um ambiente virtual, o que facilita a apreensão de ideias complexas e estimula a exploração de problemas do mundo real. Conforme Braga (2013), a tecnologia digital oferece oportunidades para investigar e experimentar conceitos geométricos de maneiras que seriam dificultadas por abordagens exclusivamente tradicionais. Isso não apenas torna o aprendizado mais interativo, mas também evidencia a relevância da Simetria em contextos cotidianos, como na arquitetura e na engenharia.

A Simetria desempenha um papel crucial na resolução de problemas, fornecendo uma estrutura para

compreender e solucionar questões espaciais e quantitativas. De acordo com Santiago e Alves (2022), a habilidade de resolver problemas geométricos desenvolve competências cognitivas essenciais, como a visualização espacial e a aplicação de conceitos matemáticos em diferentes situações. Essa ênfase na resolução de problemas permite que os alunos não apenas assimilem conhecimento teórico, mas também desenvolvam habilidades práticas para aplicar a Simetria em contextos reais.

A exploração de conceitos geométricos por meio da tecnologia digital constitui um meio eficaz para aprofundar a compreensão dos alunos. Segundo Braga (2013), a tecnologia digital, a exemplo dos aplicativos de Geometria Dinâmica, facilita a exploração ativa e a experimentação com conceitos geométricos, promovendo um entendimento flexível. O uso de ferramentas digitais permite que os estudantes visualizem e manipulem formas geométricas de maneiras inovadoras em comparação com métodos tradicionais, enriquecendo o processo de aprendizagem.

No âmbito dos currículos de matemática, a Simetria assume um papel relevante na lógica matemática, contribuindo para estimular o pensamento crítico e a resolução de

problemas (Santos, 2017). A introdução de conceitos geométricos desde os anos iniciais do Ensino Fundamental auxilia no desenvolvimento de habilidades lógicas e de raciocínio matemático. A priorização da Simetria nos currículos visa fornecer aos alunos as ferramentas necessárias para compreender e aplicar a lógica matemática em diversas situações do cotidiano. A inclusão da Simetria no currículo representa, portanto, uma estratégia para assegurar que os alunos adquiram competências matemáticas essenciais desde cedo.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) estabelece diretrizes claras para o ensino da geometria nos Anos Finais do Ensino Fundamental, enfatizando a importância do desenvolvimento de habilidades espaciais e da compreensão de formas e transformações geométricas. Conforme Brasil (2018), espera-se que os estudantes sejam capazes de compreender e utilizar conceitos geométricos para resolver problemas e criar representações espaciais, desenvolvendo uma compreensão

abrangente da matemática. Essas diretrizes buscam garantir que os alunos adquiram competências fundamentais para seu desenvolvimento acadêmico e para a vida cotidiana.

O foco recai sobre o grupo de simetrias do triângulo qualquer, um exemplo clássico de grupo finito não abeliano⁴. A proposta convida os participantes a explorar, por meio do GeoGebra, as seis transformações isométricas que compõem esse grupo: a identidade, duas rotações e três reflexões. Tais transformações são discutidas em termos de composição, identidade e inversos, permitindo que o conceito de grupo seja experienciado visualmente antes de ser formalizado simbolicamente.

A escolha por essa abordagem fundamenta-se em trabalhos que apontam as dificuldades enfrentadas por professores e licenciandos ao lidar com tópicos de Álgebra Abstrata (Sousa *et al.*, 2024a; 2024b; Eves, 2002). O uso do GeoGebra pode contribuir para a superação desses obstáculos ao tornar

⁴ Quando um grupo G não é abeliano vamos denotar o elemento neutro por 1 e usamos notação multiplicativa para a operação de G . Se G é abeliano denotamos o elemento neutro por 0

e usamos notação aditiva para a operação de G . Disponível em: https://www.ime.unicamp.br/~engler/aulas_V_mm445.

tangíveis os conceitos por meio da simulação e manipulação.

Assim, a fundamentação teórico-metodológica deste estudo alia a estrutura didática da Sequência Fedathi à mediação tecnológica e à abordagem sociocultural da Teoria da Objetivação, compondo um cenário formativo em que o professor se torna agente ativo da construção do conhecimento matemático.

3 Simetrias do Triângulo Qualquer

As simetrias do triângulo qualquer constituem um exemplo clássico e didaticamente rico para a introdução de conceitos da Teoria dos Grupos. Esse triângulo possui exatamente seis simetrias que preservam sua forma e estrutura: uma transformação identidade, duas rotações e três reflexões. Essas transformações, quando consideradas sob a operação de composição, formam o grupo de simetria do triângulo qualquer, conhecido como grupo diedral D_3 , que é isomorfo⁵ ao grupo de permutações S_3 .

A transformação identidade mantém todos os vértices fixos. As duas rotações são executadas em torno do

baricentro do triângulo: uma rotação de 120° no sentido anti-horário (denotada por θ) e uma rotação de 240° (ou θ^2). As três reflexões ocorrem em torno das mediatrizes do triângulo, que também são suas alturas, bissetrizes e mediatrizes, refletindo dois vértices e mantendo o terceiro fixo.

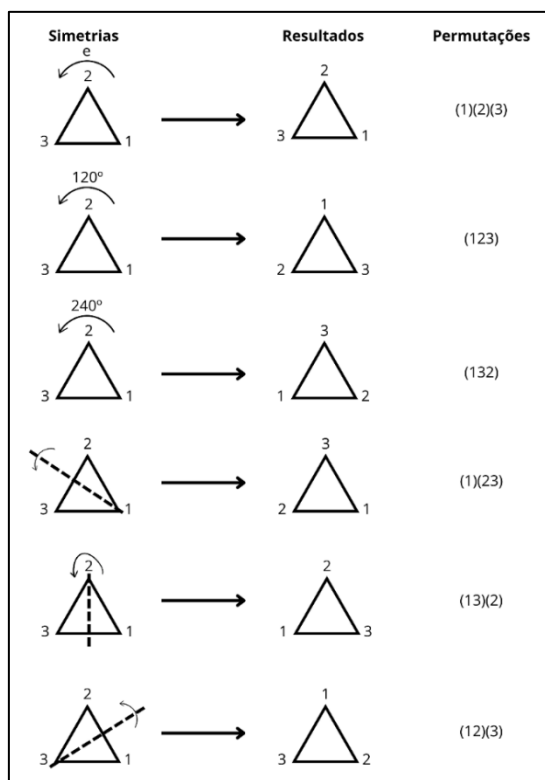
Na Figura 1, são ilustradas seis simetrias com as permutações correspondentes dos vértices. Ou seja, as seis isometrias do triângulo qualquer: identidade, rotações de 120° e 240° , e três reflexões. Cada transformação corresponde a uma permutação dos vértices, conforme indicado.

Essas simetrias satisfazem as quatro propriedades que caracterizam um grupo: fechamento, associatividade, existência do elemento identidade e existência de inversos. Além disso, o grupo D_3 é não comutativo: por exemplo, a composição de uma reflexão seguida de uma rotação pode produzir um resultado distinto da ordem inversa.

⁵ Imediatamente, ele faz uma observação que implica no resultado que, na linguagem atual, afirma que todo grupo é isomorfo a um grupo de permutações e que hoje é conhecido como Teorema de Cayley: Segue que, se todo o grupo é multiplicado por um qualquer dos seus

símbolos, tanto como primeiro como segundo fator, o efeito é simplesmente reproduzir o grupo. Disponível em: <https://www.matematica.br/historia/grupoabst.html>.

Figura 1 - Simetrias e permutações do triângulo qualquer



Fonte: Elaborado pelos autores (2024)

A formalização dessas transformações no contexto da Álgebra Abstrata oferece aos estudantes e professores uma oportunidade concreta de compreender a estrutura de grupo de forma visual. A associação entre simetrias geométricas e permutações permite representar os elementos do grupo por meio de funções bijetivas sobre os vértices do triângulo, evidenciando o isomorfismo com S_3 .

Ao explorar essas transformações por meio do GeoGebra, os participantes da proposta puderam

visualizar e manipular os efeitos de cada simetria, reforçando o vínculo entre a representação geométrica e a estrutura algébrica subjacente. Essa abordagem favorece a transição entre o raciocínio visual e a abstração matemática, elemento essencial para a aprendizagem significativa de conceitos da Teoria dos Grupos.

4 Proposta didática com o GeoGebra

A proposta didática aqui apresentada foi desenvolvida no contexto da formação continuada de professores dos anos finais do Ensino Fundamental, com base na metodologia da Sequência Fedathi e fundamentada na exploração das simetrias do triângulo qualquer por meio do GeoGebra. A pesquisa se caracteriza como qualitativa e utilizou a técnica da observação participante (Gil, 2008), uma vez que o pesquisador atuou diretamente como formador durante as sessões. A formação docente campesina aconteceu entre fevereiro a junho de 2025, com seis professores de Matemática que lecionam nos anos finais do Ensino Fundamental em escolas no campo.

A atividade formativa foi estruturada a partir da seguinte situação-

problema, apresentada na fase de Tomada de Posição da Sequência Fedathi:

Quadro 1 - Situação-problema

Como a implementação de botões interativos no GeoGebra, correspondentes às rotações R_n e reflexões S_n , pode facilitar a exploração visual das simetrias do triângulo qualquer, permitindo identificar os elementos do grupo de simetria e suas relações composicionais?

Fonte: Elaborado pelos autores (2024)

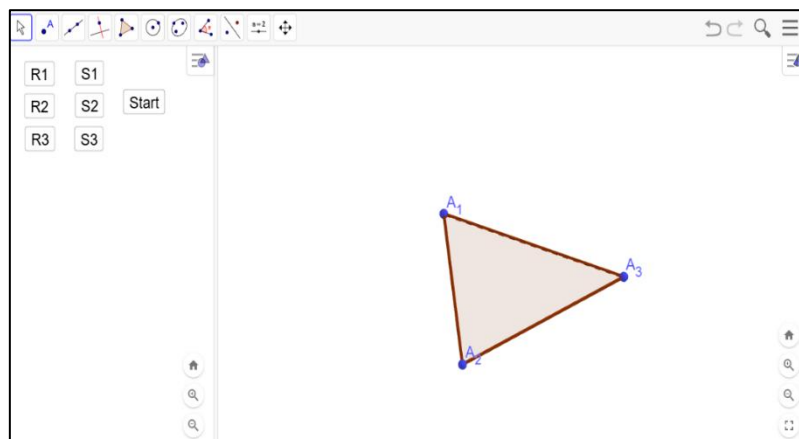
Na fase de Maturação, os professores iniciaram a exploração do triângulo qualquer utilizando o GeoGebra 3D. As construções foram realizadas com botões que ativavam rotações sucessivas de 120° (denotadas R_1 , R_2 e R_3) e reflexões (denotadas S_1 , S_2 e S_3). Cada uma dessas transformações foi aplicada e observada de modo interativo, permitindo aos participantes explorarem visualmente as simetrias e

testar diferentes composições. Durante os momentos da prática pedagógica com os professores, foram disponibilizadas as construções geométricas para manipulação de cada reflexão e simetria do triângulo.

Durante a Maturação os professores tiveram a oportunidade de visualizar cada movimentação da figura geométrica com seus *tablets*, *notebooks* e celulares. Com isso, o professor pesquisador observou os momentos em grupo dos docentes no ambiente de sala de aula.

As Figuras 2 a 5 ilustram construções das simetrias no GeoGebra (Sousa *et al.*, 2024), em que representam as rotações R_1 , R_2 e R_3 no triângulo qualquer, permitindo a observação de suas ações sobre os vértices. Neste contexto, o *software* tem a opção de inserir um botão para movimentação do controle deslizante oculto, sendo que R (reflexão) e S (simetria) da figura geométrica.

Figura 2 – Simetria do triângulo qualquer para $n = 3$

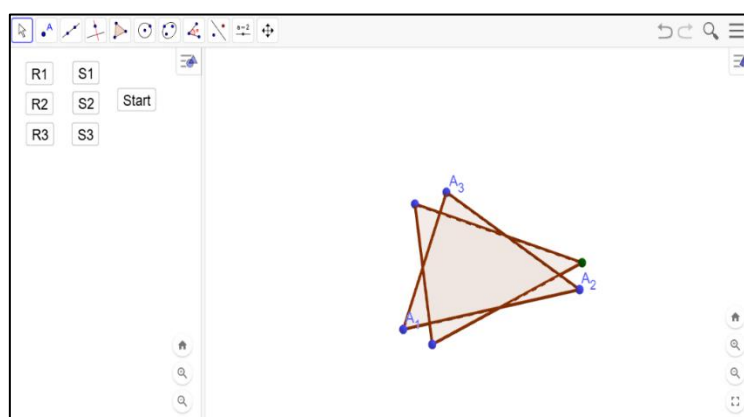


Fonte: Elaborado pelos autores (2024)

No GeoGebra, a manipulação do triângulo ganha um significado literal e prático, referindo-se à capacidade de interagir dinamicamente com as simetrias construídas na sua interface. Diferente da visualização, aqui a manipulação explorar as propriedades geométricas, as transformações e a forma de compreender as relações matemáticas.

Essa interação dinâmica permite não apenas visualizar, mas também compreender empiricamente as relações geométricas que definem cada tipo de movimento do triângulo, reforçando a conexão entre a ação física de manipular e a abstração matemática da identidade da Figura 3.

Figura 3 – Construção do triângulo qualquer no GeoGebra para R_1

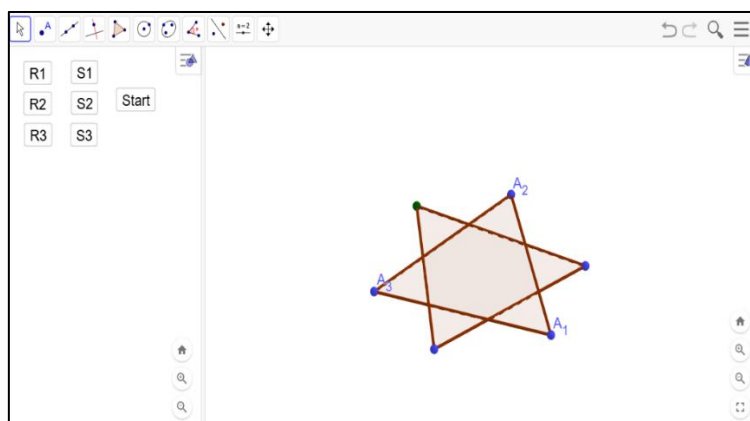


Fonte: Elaborado pelos autores (2024)

Durante a movimentação da Figura 4, observou-se a reflexão de um triângulo em relação a uma linha, chamada de eixo de reflexão. Os docentes tiveram a oportunidade de

visualizar cada ponto do triângulo original, mapeando para um ponto equidistante do eixo, mas no lado oposto, resultando em um triângulo congruente, porém com sua orientação invertida.

Figura 4 – Simetria no GeoGebra para R_2

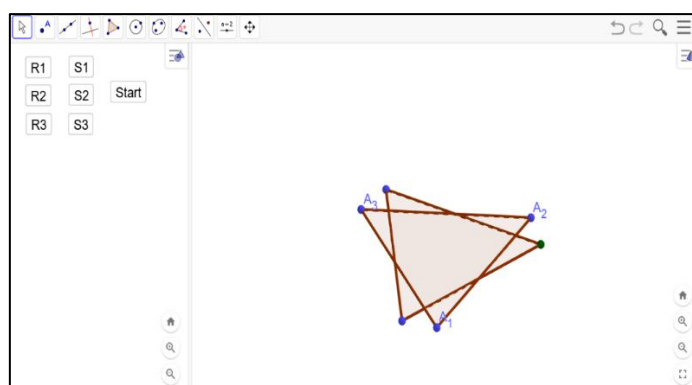


Fonte: Elaborado pelos autores (2024)

No campo da geometria, a rotação se estabelece como uma das transformações isométricas mais intuitivas e fundamentais, essencial para a compreensão de conceitos como simetria e congruência. Ao

disponibilizar uma rotação da Figura 5, os professores, conseguiram manipular, realizando um giro em torno de um ponto fixo central, conhecido como centro de rotação, por um determinado ângulo.

Figura 5 – Construção da simetria do triângulo qualquer do tipo R_3



Fonte: Elaborado pelos autores (2024)

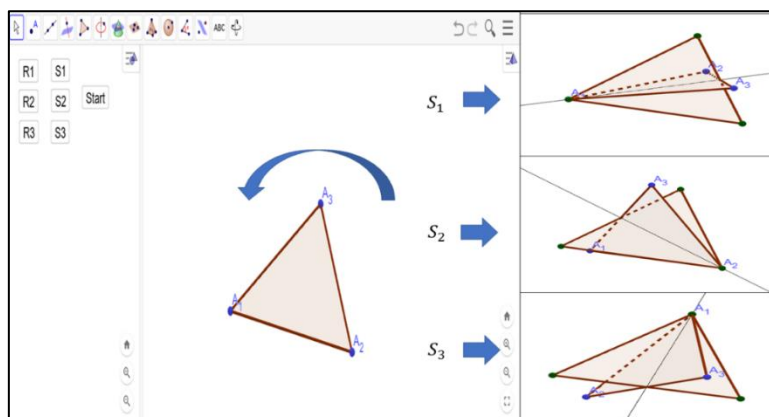
Durante a atividade, os professores identificaram as

propriedades fundamentais do grupo de simetrias: a existência do elemento

identidade, o fechamento sob a operação de composição, a presença de inversos e a associatividade. As reflexões foram

especialmente úteis para evidenciar o comportamento não comutativo do grupo, como mostrado na Figura 6:

Figura 6 – Reflexões no triângulo qualquer



Fonte: Elaborado pelos autores (2024)

As simetrias S_1 , S_2 e S_3 correspondem às reflexões em torno das mediatrizes do triângulo. A composição dessas reflexões com rotações revela a estrutura não abeliana do grupo D_3 .

A fase de Prova envolveu a sistematização dos resultados pelos participantes, que discutiram as características das simetrias e formalizaram, com mediação do formador, os conceitos de grupo e suas propriedades. A verificação da estrutura algébrica foi apoiada por uma tabela de composição (Tabela 1), elaborada a partir das observações feitas no *applet*:

Tabela 1 – Composição entre simetrias do triângulo qualquer

$^{\circ}$	Id	θ	θ^2	F2	F2	F2
Id	Id	θ	θ^2	F2	F2	F2
θ	θ	θ^2	Id	F2	F2	F2
θ^2	θ^2	Id	θ	F2	F2	F2
F2	F2	F2	F2	Id	θ	θ^2
F2	F2	F2	F2	θ^2	Id	θ
F2	F2	F2	F2	θ	θ^2	Id

Fonte: Elaborado pelos autores (2024)

A análise das composições permitiu que os professores reconhecessem, por exemplo, que a aplicação sucessiva de uma rotação de 120° três vezes resulta na identidade, e que a composição entre duas reflexões

pode resultar em uma rotação. Essas observações levaram à identificação de subgrupos cíclicos e à confirmação de que o conjunto das simetrias forma um grupo finito não comutativo.

A proposta demonstrou que o uso do GeoGebra não apenas favorece a visualização das simetrias, mas também apoia a construção do conceito de grupo de maneira intuitiva e fundamentada. A transição do concreto ao abstrato foi mediada por situações de experimentação, discussão coletiva e formalização, possibilitando aos professores compreenderem e aplicarem conceitos fundamentais da Álgebra Abstrata em suas práticas pedagógicas.

5 Considerações finais

A proposta apresentada neste artigo explorou as simetrias do triângulo qualquer a partir de uma abordagem fundamentada na Teoria dos Grupos, utilizando o GeoGebra como ferramenta de mediação didática. Com base na metodologia da Sequência Fedathi e na Teoria da Objetivação, a atividade formativa promoveu a visualização interativa de rotações e reflexões, favorecendo a compreensão dos conceitos de identidade, inverso, não comutatividade e fechamento.

A análise das transformações geométricas no ambiente digital proporcionaram aos professores em

formação continuada a oportunidade de vivenciar, de forma concreta, as propriedades do grupo diedral D_3 , isomorfo ao grupo de permutações S_3 . A manipulação direta das simetrias permitiu conectar a intuição visual à formalização algébrica, facilitando a transição do raciocínio geométrico para a linguagem abstrata da Álgebra.

Ao integrar visualização, experimentação e discussão coletiva, a proposta contribuiu para o desenvolvimento profissional de professores, oferecendo caminhos didáticos para o ensino de conceitos tradicionalmente considerados abstratos. Espera-se que a experiência aqui descrita sirva de subsídio para práticas pedagógicas mais investigativas e conectadas com os recursos tecnológicos disponíveis, ampliando as possibilidades de ensino e aprendizagem da Álgebra Abstrata na formação docente.

Referências

- ARMSTRONG, M. A. **Groups and Symmetry**. New York: Springer-Verlag, 1988.
- BORGES NETO, H. **Sequência Fedathi: Fundamentos**. Curitiba: CRV, 2018.
- BRAGA, D. B. **Ambientes digitais: reflexões teóricas e práticas**. 1. ed. São Paulo: Cortez, 2013.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

COTTON, F. A. **Chemical Applications of Group Theory**. 3. ed. Texas: Wiley, 1990.

COXETER, H. S. M. **Regular Polytopes**. 3. ed. New York: Dover Publications, 1973.

DUMMIT, D. S.; FOOTE, R. M. **Abstract Algebra**. 3. ed. Hoboken: Wiley, 2004.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. São Paulo: Editora Unicamp, 2002.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. São Paulo: Atlas, 2008.

HOHENWARTER, M.; HOHENWARTER, J.; KREIS, Y.; LAVICZA, Z. Teaching and learning calculus with free dynamic mathematics software GeoGebra. *In: Proceedings of the 11th International Congress on Mathematics Education*, Monterrey, México, 2008. p. 1629-1636.

MELO, H. S. The symmetry as interdisciplinary factor through its application and history. **European Scientific Institute: European Scientific Journal**, Special edition, v. 3, p. 378-387, 2014.

RADFORD, L. The progressive development of early embodied algebraic thinking. **Mathematics Education Research Journal**, v. 26, n. 2, p. 257-277, 2014.

RADFORD, L. A teoria da objetivação e seu lugar na pesquisa sociocultural em educação matemática. *In: MORETTI, V. D.; CEDRO, W. L. Educação Matemática e a Teoria Histórico-Cultural: Um olhar sobre as pesquisas*. Campinas, SP: Mercado das Letras, 2017, p. 299-261.

RADFORD, L. Saber, aprendizagem y subjetivación en la teoría de objetivación. *In: SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, 5., p. 27-29, jun. 2018, Belém. **Anais [...]**. Belém: SBEM-PA,

2018. Disponível em:

<https://www.luisradford.ca/pub/Anais%20-%20Conferencia%20-%20Abertura.pdf>.

Acesso em: 16 jul. 2024.

RADFORD, L. La ética en la teoría de la objetivación. *In: RADFORD, L.; SILVA ACUÑA, M. (eds.). Ética: Entre educación y filosofía*. Bogotá: Universidad de los Andes, 2021. p. 107-141.

RADFORD, L. **La teoría de la objetivación: una perspectiva vygotskiana sobre saber y devenir en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas**. Bogotá: Uniandes, 2023.

SANTIAGO, P. V. da S.; ALVES, F. R. V. Math for olympiad: a didactic proposal for high school from the perspective of the international mathematical olympiad.

Journal of Advanced Sciences and Mathematics Education, v. 2, n. 2, p. 97-108, 2022. Disponível em:

<https://journal.foundae.com/index.php/jasme/article/view/135>. Acesso em: 21 jul. 2024.

SANTIAGO, P. V. da S.; ALVES, F. R. V.; SANTOS, M. J. C. dos. Symmetry Groups mediated by GeoGebra in the Training of Mathematics Teachers in rural schools. **Global Scientific and Academic Research Journal of Education and literature**, v. 3, p. 30-35, 2025. Disponível em: <https://gsarpublishers.com/abstract-1479/>. Acesso em: 18 abr. 2025.

SANTOS, M. J. C. dos. A formação do professor de matemática: metodologia Sequência Fedathi (SF). **Revista Lusófona de Educação**, v. 38, p. 81-96, 2017.

Disponível em:

<https://revistas.ulusofona.pt/index.php/rleducacao/article/view/6261>. Acesso em: 23 jun. 2024.

SANTOS, R. A. dos. **Ensino de pirâmides no ensino médio: uma sequência didática apoiada na teoria de registro de representação semiótica**. 2021. Dissertação

(Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2021.

SHUBNIKOV, A. V.; KOPTSIK, V. A. **Symmetry in Science and Art**. New York: Plenum Press, 1974.

SOUSA, R. T. de; ALVES, F. R. V.; AIRES, A. P. F. O GeoGebra no ensino de Álgebra Abstrata: uma abordagem dos grupos diedrais via Engenharia Didática. **Ciência & Educação (Bauru)**, v. 30, e24030, 2024. Disponível em:

<https://doi.org/10.1590/1516-731320240030>. Acesso em: 20 abr. 2025.

SOUSA, R. T. de; ALVES, F. R. V.; AIRES, A. P. F. O cubo mágico e o GeoGebra: uma exploração visual de grupos de permutação. **Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo**, v. 13, n. 3, p. 027–044, 2024. Disponível em: <https://doi.org/10.23925/2237-9657.2024.v13i3p027-044>. Acesso em: 18 abr. 2025.

Recebido em: 01/05/25

Aceito para publicação em: 21/07/2025