

**O uso do GeoGebra para Aprendizagem do Teorema de Pitágoras:
contribuições para o desenvolvimento do pensamento geométrico**

**The Use of GeoGebra for Learning the Pythagorean Theorem:
Contributions to the Development of Geometric Thinking**

**Uso de GeoGebra para aprender el Teorema de Pitágoras: contribuciones
al desarrollo del pensamiento geométrico**

Marielly da Costa Nascimento ¹

Adriana Fátima de Souza Miola ²

Resumo

Este relato de experiência discuti as contribuições do GeoGebra para a aprendizagem do Teorema de Pitágoras por meio do Estudo de Aula. Utilizamos autores como Ponte *et al.* para discutir a importância da tecnologia aliada às abordagens metodológicas para desenvolver o pensamento geométrico. A pesquisa foi do tipo qualitativa e o Estudo de Aula na perspectiva de Ponte *et al.* contribuiu na organização, discussão e elaboração do planejamento e na produção de dados. O GeoGebra propiciou a construção do objeto a partir de seus recursos de movimentação e visualização. O ensino exploratório apoiado em Canavarro, Oliveira e Menezes foi fundamental para organizar os momentos de desenvolvimento do planejamento em sala de aula. Os resultados apontam que, mesmo com os desafios encontrados, os recursos e as abordagens metodológicas contribuíram para que os estudantes desenvolvessem o pensamento geométrico, bem como para que a professora regente e as autoras refletissem sobre suas práticas.

Palavras-chave: Educação Matemática. Aprendizagem Matemática. Teorema de Pitágoras. GeoGebra.

¹ Graduanda em Licenciatura em Matemática. Universidade Federal da Grande Dourados /UFGD, Dourados, Mato Grosso do Sul, Brasil. mary_Costa12@outlook.com  <https://orcid.org/0009-0002-7173-0433>

² Doutora em Educação Matemática. Universidade Federal da Grande Dourados /UFGD, Dourados, Mato Grosso do Sul, Brasil. adrianamiola@ufgd.edu.br  <https://orcid.org/0000-0002-4757-2554>

Abstract

This experience report discussed the contributions of GeoGebra to learning the Pythagorean theorem through Lesson Study. Authors such as Ponte *et al.* were used to discuss the importance of technology combined with methodological approaches to develop geometric thinking. The research was qualitative, and Lesson Study from the perspective of Ponte *et al.* contributed to the organization, discussion, and planning, as well as data production. GeoGebra enabled the construction of the object through its movement and visualization resources. Exploratory teaching supported by Canavaro, Oliveira, and Menezes (2012) was fundamental in organizing the planning development moments in the classroom. The results show that, despite the challenges encountered, the resources and methodological approaches contributed to the students' development of geometric thinking, as well as to the reflection of the classroom teacher and the authors on their practices.

Keywords: Mathematical Education. Mathematical Learning. Pythagorean Theorem. GeoGebra.

Resumen

Este relato de experiencia discutió las contribuciones de GeoGebra al aprendizaje del Teorema de Pitágoras a través del Estudio de Clase. Utilizamos autores como Ponte *et al.* (2016) para discutir la importancia de la tecnología aliada a los enfoques metodológicos para desarrollar el pensamiento geométrico. La investigación fue de tipo cualitativa y el Estudio de Clase en la perspectiva de Ponte *et al.* (2016) contribuyó a la organización, discusión y elaboración de la planificación, así como a la producción de datos. GeoGebra facilitó la construcción del objeto a partir de sus recursos de movimiento y visualización. La enseñanza exploratoria apoyada en Canavaro, Oliveira y Menezes (2012) fue fundamental para organizar los planificar momentos de desarrollo en el aula. Los resultados indican que, a pesar de los desafíos encontrados, los recursos y enfoques metodológicos contribuyeron para que los estudiantes desarrollaran el pensamiento geométrico, así como para que la profesora y las autoras reflexionaran sobre sus prácticas.

Palabras clave: Educación Matemática. Aprendizaje Matemático. Teorema de Pitágoras. GeoGebra.

1 Considerações iniciais

Os dispositivos eletrônicos, como os aparelhos celulares, tornaram-se uma extensão de nossos corpos, e suas funções já ultrapassaram a de um computador, visto que em determinados momentos o celular vira câmera fotográfica, *scanner*, banco, agenda, *GPS*, entre outras diversas funcionalidades, deixando em segundo plano sua principal função: realizar uma ligação. Nesse contexto, os aparelhos celulares têm ocupado diferentes espaços, incluindo as salas de aula, em algumas ocasiões podendo ser um excelente recurso para proporcionar aprendizagem em diferentes áreas, como apontam variados estudos (Chiare, 2018; Kenski, 2007; Borba, 2014).

No entanto, no dia 13 de janeiro de 2025 todos os professores da educação básica brasileira foram surpreendidos com a aprovação da Lei n.º 15.100, que proibia a utilização, por estudantes, de aparelhos eletrônicos portáteis pessoais nos estabelecimentos públicos e privados de ensino da educação básica. Por um lado, a ação foi comemorada em parte pelos profissionais da educação, por considerarem que os alunos poderiam ter mais atenção às aulas e, por outro lado, a lei limitava as possibilidades de recursos para a prática pedagógica dos professores em sala de aula. Com isso, em 21 de março de 2025, a Resolução n.º 2 do Conselho Nacional de Educação (CNE) e da Câmara de Educação Básica (CEB) instituiu as Diretrizes Operacionais Nacionais sobre o uso de dispositivos digitais em espaços escolares e integração curricular de educação digital e midiática. Assim, os recursos puderam retornar aos espaços escolares, mas somente para uso pedagógico.

Considerando o exposto, este relato buscou contribuir com a discussão sobre o uso de recursos tecnológicos em sala de aula, descrevendo uma experiência em uma turma de 9º ano do ensino fundamental de uma escola pública de Mato Grosso do Sul (MS). A atividade fez parte de um projeto do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica (PIBIC), com financiamento do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq). O objetivo foi discutir as contribuições do uso do GeoGebra para a aprendizagem do Teorema de Pitágoras por meio do Estudo de Aula.

A escolha desse tema se deu pelo fato de que o Teorema de Pitágoras é um conteúdo importante na grade curricular matemática, porque ele tem a capacidade de conectar conceitos geométricos e algébricos de maneira direta e visualmente compreensível e estabelece uma relação fundamental em triângulos retângulos, sendo utilizado em diversas áreas de estudo além de Matemática, como na Física, para calcular distâncias em movimentos vetoriais; na Engenharia, para determinar a estabilidade de estruturas; e na Arquitetura, para projetar ângulos e dimensões corretas em construções, por exemplo. Isso permite que os estudantes adquiram conhecimentos especializados em Matemática e estejam preparados para desafios e problemas pessoais e profissionais, pois, de acordo com Ramos (2022, p. 12),

Até hoje, o Teorema é muito utilizado em áreas como arquitetura, construção civil, urbanização e física, além da própria matemática. O Teorema de Pitágoras é um dos aprendizados mais simples e importantes da geometria. E a geometria está em todo

lugar, seja na engenharia ou na biologia, é uma das primeiras coisas que você precisa saber em qualquer tipo de ciência. A fórmula é muito usada na construção, por exemplo, para calcular a quantidade certa de material, ou no caso de um avião pousando, para saber a distância até a pista de pouso.

Em resumo, a simplicidade conceitual e a versatilidade desse Teorema o torna uma ferramenta relevante para a solução dos problemas sobre geometria, porque o estudo dele pode contribuir para o aprimoramento da compreensão de conceitos essenciais da matemática e possibilita o enriquecimento sobre a amplitude de aplicações práticas que se pode derivar de conhecimentos milenares. Além disso, o Teorema de Pitágoras é uma das principais ferramentas no ensino de geometria no ensino fundamental. Introduzido geralmente no 8º ou 9º ano, o Teorema permite aos alunos compreenderem a relação entre os lados de um triângulo retângulo, proporcionando uma base sólida para estudos mais avançados em matemática, como trigonometria e geometria analítica, que são basilares no ensino médio.

Para ensinar o Teorema de Pitágoras de maneira a contribuir para o desenvolvimento do pensamento geométrico, diversas metodologias podem ser utilizadas, como, por exemplo, o uso de recursos visuais, como o aplicativo GeoGebra, que propicia a construção e manipulação de figuras geométricas de forma interativa e investigativa, facilitando a visualização das relações entre os lados do triângulo. Nesse sentido, diferentes estudos revelam as contribuições do GeoGebra para o ensino e a aprendizagem de conceitos matemáticos, em diferentes níveis de ensino (Leite; Miola, 2023; Afonso; Miola, 2024, 2025). Com isso, o GeoGebra viabiliza o uso de mecanismos de movimentação, investigação e visualizações dos conceitos geométricos que podem auxiliar na compreensão do Teorema de Pitágoras, enriquecendo o conhecimento matemático dos discentes e aprimorando suas habilidades de resolução de problemas.

Aliado a isso, os recursos do GeoGebra podem propiciar o desenvolvimento do pensamento geométrico. Segundo Gravina (2001), a natureza evolutiva do pensamento geométrico se inicia com o pensamento empírico, e finaliza nos pensamentos hipotético-dedutivos. O empírico representa uma Geometria empírica, em que os estudantes, ao analisarem os objetos geométricos, mobilizam características extraídas dos objetos que constituem seu contexto. Já o hipotético-dedutivo representa um *status* dedutivo da Geometria, em que o aluno reconhece os objetos geométricos por meio de processos dedutivos, ou seja, mobilizando

propriedades desses objetos que compõem o mundo abstrato, a Geometria dedutiva. Gravina (2001, p. 565, tradução nossa) afirma que:

Podemos considerar pelo menos dois níveis de desenvolvimento dos alunos no processo de aprendizagem de geometria. O primeiro enfoca a compreensão da geometria como um modelo teórico baseado em axiomas, definições, teoremas e provas. O segundo enfoca o desenvolvimento de habilidades que dão suporte à própria produção de provas dos estudantes, assumindo que já é muito claro para eles o significado de provar um teorema — um raciocínio dedutivo baseado em axiomas, definições e teoremas já provados. Alguns quadros teóricos foram desenvolvidos como uma contribuição para a compreensão das habilidades cognitivas necessárias neste processo de aprendizagem em ambos os níveis.

A partir desse entendimento, o pensamento geométrico ocorre em situações de manipulação de objetos e, nesse sentido, concordamos com Gravina (2001), ao destacar *softwares* de Geometria Dinâmica, por exemplo, o GeoGebra, que ao serem trabalhados em sala de aula podem desenvolver algumas das primeiras características do pensamento geométrico, dentre elas, conjecturar e estabelecer relações. Nessa perspectiva, Pais (1996) reforça que, ao elaborar as atividades a serem desenvolvidas em sala de aula, é importante articular quatro elementos fundamentais: o objeto, o desenho, a imagem mental e o conceito, envolvendo os estudantes em um processo de formação dos conceitos geométricos.

Na obra de Ojeda e Miola (2024) identificamos as contribuições do GeoGebra para a construção do conceito da relação Euler de uma turma de ensino médio, em que esse recurso possibilitou aos alunos participantes mobilizarem os elementos destacados por Pais (1996), pois o ambiente computacional propicia que o aluno produza e manipule objetos concreto-abstratos e os *softwares* educativos podem desencadear ações mentais de forma mais ativa que o ambiente estático, como o uso de papel e lápis.

Posto isso, este relato de experiência buscou desenvolver o pensamento geométrico em uma turma de 9º ano do ensino fundamental de uma escola pública do MS. A atividade contou com os recursos do GeoGebra para a elaboração do objeto matemático, a construção e mobilização dos conceitos de Geometria envolvendo o Teorema de Pitágoras e, principalmente, com o Estudo de Aula para o desenvolvimento da investigação e produção dos dados.



Educação Matemática em Revista – Rio Grande do Sul

2 O desenvolvimento do estudo por meio do Estudo de Aula

O estudo foi do tipo qualitativo que, segundo Godoy (1995), é uma perspectiva na qual um fenômeno pode ser compreendido no contexto em que ocorre e do qual é parte. Assim, o pesquisador vai a campo buscando “captar” o fenômeno em estudo a partir do ponto de vista das pessoas nele envolvidas, considerando todas as visões relevantes. Dentro dessa abordagem, optamos em utilizar o Estudo de Aula como metodologia de pesquisa. Essa abordagem, para Ponte *et al.* (2016), tem como foco o ensino e a aprendizagem matemática, e parte de temas nos quais os alunos apresentam dificuldades ou os professores consideram ser um desafio ensinar.

Partindo dessa premissa, fomos a uma escola pública, onde conversamos com a direção e com a professora regente, apresentamos nosso estudo e identificamos que o Teorema de Pitágoras era uma das preocupações daquela instituição. Encontramos estudos, como de Costa (2020), Miola e Pereira (2013) e Ribeiro (2017), que revelam que muitos alunos passam pelo ensino fundamental sem compreender os conceitos básicos da matemática, incluindo o de Geometria, e isso agravou ainda mais depois do período da pandemia de COVID-19. Diante disso, e da realidade escolar, nossa proposta de estudo foi aceita pela escola parceira.

Seguindo os passos do Estudo de Aula que, segundo Fuji (2016) e Murata (2011), começa com o planejamento da aula em conjunto com participantes, depois vem a observação da aula em que todos participam e que pode escolher algum dos integrantes para ministrar, em seguida, faz-se uma reflexão pós-aula em conjunto e uma nova aula é elaborada, se necessário.

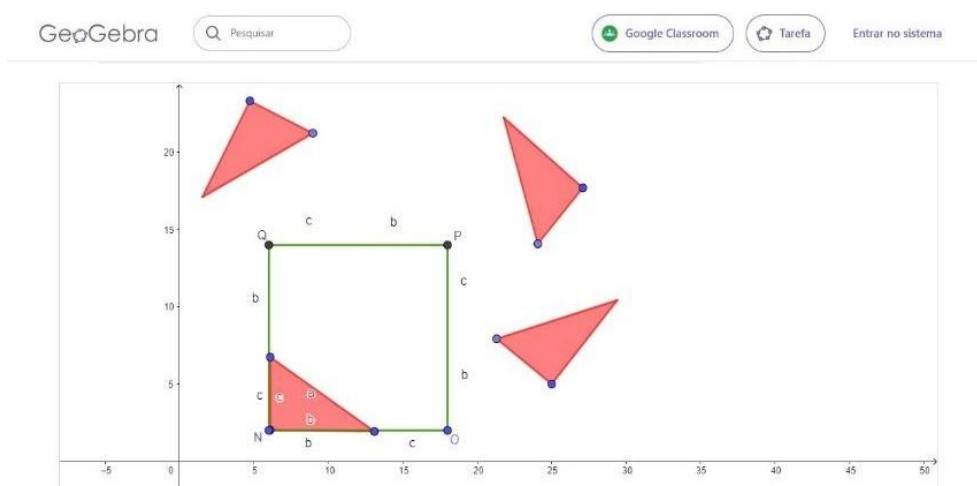
O planejamento foi feito a partir das discussões entre a primeira autora deste texto e a professora regente da escola parceira e, assim, ficou acordado que utilizaríamos o ensino exploratório como metodologia de ensino e que trabalharíamos com uma turma do 9º ano do ensino fundamental. Dado o contato da primeira autora com a escola e com a turma durante o período de estágio supervisionado IV, entendemos que o relacionamento já estabelecido facilitou a aceitação da proposta pela professora regente, que ficou empolgada com a ideia ao perceber a adequação com as necessidades e os objetivos da turma escolhida.

Durante o planejamento de aula definimos o tempo necessário, que foi de duas aulas. Na verdade, foi a quantidade possível, pois as aulas nessa escola são agrupadas em duas em dias diferentes da semana. Selecionamos também os recursos a serem utilizados e a estrutura

da aula, para garantir um bom desenvolvimento, de acordo com as necessidades da turma escolhida. Com o auxílio do GeoGebra, pensamos, discutimos e apresentamos uma tarefa abordando o Teorema de Pitágoras.

Para o momento de observação da aula, ou seja, o desenvolvimento do planejamento, o ensino exploratório foi essencial para que atingíssemos o principal objetivo: que os alunos conseguissem deduzir a fórmula geral do Teorema, seguindo as fases dessa metodologia. De acordo com Canavarro, Oliveira e Menezes (2012), essa organização didática é uma aula exploratória típica, geralmente estruturada em quatro momentos, que são: 1- Introdução da tarefa: que consiste na apresentação e leitura da tarefa com os alunos, para esclarecer sua interpretação e estabelecer os objetivos dela; 2- Desenvolvimento da tarefa: os estudantes são incentivados a explorar a tarefa, permitindo que eles construam uma resolução autônoma da tarefa; 3- Discussão da tarefa: uma fase importante nessa metodologia, pois os alunos compartilham suas estratégias e seu raciocínio com os colegas, aqui o aluno é sempre o protagonista do seu aprendizado; 4- Sistematização: permite aos discentes consolidar seu entendimento e refletir sobre sua própria aprendizagem.

Figura 1 - Atividade desenvolvida no GeoGebra



Fonte: As autoras.

Para o desenvolvimento do planejamento da aula, foi necessário utilizar a sala de tecnologia da escola, por possuir mais espaço e o acesso à internet era liberado de acordo com

as normas escolares. Solicitamos aos alunos que baixassem o aplicativo do GeoGebra em seus celulares para terem acesso à atividade. Iniciamos a aula organizando os alunos em duplas e trios e disponibilizamos o link da tarefa que seria trabalhada (<https://www.geogebra.org/m/u8pxjub3>), além de fornecer uma versão impressa, conforme mostram as Figuras 1 e 2, para que eles também pudessem responder diretamente na folha, pois os celulares poderiam não funcionar e não havia computadores disponíveis para todas as duplas.

Por meio do objeto construído no GeoGebra, os estudantes poderiam movimentar os triângulos retângulos e encaixá-los dentro do quadrado de modo que eles poderiam conjecturar e deduzir a fórmula do Teorema de Pitágoras por meio das questões formuladas (Figura 2).

Figura 2 - Perguntas da tarefa

Responda as questões abaixo: a) Quais figuras geométricas você vê na imagem acima? Qual é o nome delas? Por quê? Justifique. b) Organize os triângulos dentro do quadrado de modo que eles formem um quadrado menor no seu interior. c) Qual a medida do lado do quadrado maior? (Suponha que os lados dos triângulos meçam $a = 5$, $b = 4$ e $c = 3$). d) Qual é a área do quadrado maior? Mostre como chegou ao resultado (chame de área 1). e) Qual é a área do triângulo? Mostre como chegou ao resultado. f) Qual é a área do quadrado menor? (Mostre como você fez). g) Se somarmos as áreas dos 4 triângulos com a área do quadrado menor, qual resultado obtemos? (Chame essa área de 2). h) O que podemos concluir com os resultados da área 1 e da área 2? Escreva justificando a resposta. i) Agora calcule a medida do lado do quadrado maior, substituindo os valores 5 por a, 4 por b e 3 por c. Mostre o resultado. j) Com essas novas medidas, calcule a área do quadrado maior? Mostre como chegou ao resultado. (Chame de área 1). k) Com essas novas medidas, calcule a área do triângulo? Mostre como chegou ao resultado. L) Com essas novas medidas, calcule a área do quadrado menor? Mostre como chegou ao resultado. m) Some as áreas dos 4 triângulos com a área do quadrado menor, que são os resultados dos itens K) e L), qual resultado obtemos? Mostre como resolveu (chame o resultado de área de 2). n) Agora iguale os resultados da área 1 com a área 2. Resolva a equação. Mostre como você fez.
--

Fonte: As autoras.

Essas questões tinham o objetivo de conduzir os estudantes no primeiro momento de calcular as áreas dos triângulos e do quadrado, e depois igualá-las utilizando valores numéricos. Na sequência, eles utilizariam a mesma estratégia de forma genérica, ou seja, com valores de a , b e c .

3 Algumas discussões a partir do desenvolvimento do planejamento

Como na segunda fase do ensino exploratório os alunos são incentivados a explorar a tarefa, deixamos eles resolverem a tarefa de forma autônoma, permanecendo sempre por perto para observar o desenvolvimento. Interferimos apenas quando necessário, fazendo perguntas que os induzissem a refletir e encontrar soluções por conta própria, encorajando o desenvolvimento do pensamento geométrico. Durante a tarefa, surgiram dúvidas básicas, como a diferença entre área e perímetro e o cálculo da área de um triângulo. Essas questões foram esclarecidas com explicações diretas, garantindo que eles entendessem os conceitos e pudessem aplicá-los corretamente.

Figura 3 - Alunos desenvolvendo a tarefa



Fonte: As autoras.

Além das dúvidas já mencionadas, surgiram outras questões recorrentes sobre a multiplicação de polinômios para calcular a área do quadrado maior descrita na atividade, pois a expressão que determina o cálculo dessa área é $(b + c)^2$; e alguns estudantes inicialmente afirmavam que o resultado era simplesmente $b^2 + c^2$. Para corrigir esse equívoco, foi necessário intervir com perguntas objetivas, auxiliando-os a perceberem por si mesmos que, para obter o resultado correto, era preciso aplicar a propriedade distributiva, resultando em $a^2 + 2bc + b^2$. Esse fato exigiu mais tempo do que o planejado, impactando o andamento das fases previstas, já que tínhamos apenas duas aulas destinadas ao desenvolvimento dessa tarefa.

Para a resolução das primeiras questões, os estudantes recorriam constantemente ao objeto do GeoGebra para movimentar e verificar as relações e responderem as perguntas. Nesses momentos o objeto do GeoGebra foi fundamental porque, conforme afirma Pais (2000, p. 2), os recursos didáticos são como suporte experimental na organização do ensino e aprendizagem e servem de “[...] interface mediadora para facilitar na relação entre professor, aluno e o conhecimento em um momento preciso da elaboração do saber”.

A partir disso, a tarefa foi elaborada de modo que os estudantes pudessem realizar os experimentos e refletissem sobre suas ações para atenderem aos questionamentos da tarefa, com o cuidado de não cair no empirismo desprovido de significado, que seria vivenciar essa experiência sem reflexões, que Pais (2000) chama de inversão didática: que é quando o instrumento de aprendizagem se transforma no objeto de estudo em si mesmo, deixando de cumprir o seu papel de mediação na aprendizagem.

A seguir, apresentamos alguns registros das atividades dos alunos em que surgiram algumas resoluções que havíamos discutido e estavam previstas no planejamento.

Figura 4 - Resolução do produto de polinômios sem usar a propriedade distributiva

h) O que podemos concluir com os resultados da área 1 e da área 2)? Escreva justificando

Concluímos que eles possuem o mesmo valor.

i) Agora calcule a medida do lado do quadrado maior? substituindo os valores 5 por a, 4 por b e 3 por c. Mostre o resultado

b+c

j) Com essas novas medidas calcule a área do quadrado maior? Mostre como chegou (chame de área 1)

$(a+b)^2 = (a+b) \cdot (a+b) = ab + b^2$

k) Com essas novas medidas calcule a área do triângulo? Mostre como chegou

$\frac{b \cdot c}{2}$

l) Com essas novas medidas calcule a área do quadrado menor? Mostre como chegou

a^2 , $a \cdot a = a^2$

Fonte: As autoras.

Figura 5 - Resolução do produto de polinômios usando a propriedade distributiva

- j) Com essas novas medidas calcule a área do quadrado menor. Mostre como chegou (chame de área 1)
- $$(c+b)(c+b) = c^2 + 2cb + b^2 = a^2$$
- k) Com essas novas medidas calcule a área do triângulo? Mostre como chegou
- $$\frac{b \cdot c}{2}$$
- l) Com essas novas medidas calcule a área do quadrado menor? Mostre como chegou
- $$a \cdot a = a^2$$
- m) Some as áreas dos 4 triângulos com a área do quadrado menor, que são os resultados dos itens K) e L), que resultado obtemos? Mostre como resolveu (chame o resultado de área de 2)
- $$b \cdot c + b \cdot c + b \cdot c + b \cdot c - 4bc + a^2 = 2bc + a^2$$
- n) Agora iguale os resultados da área 1 com a área 2. Resolva a equação. Mostre como você fez.
- $$c^2 + 2cb + b^2 = 2bc + a^2$$
- $$c^2 + 2cb + b^2 - 2bc = a^2$$
- $$c^2 + b^2 = a^2$$

Fonte: As autoras.

A movimentação do objeto elaborado no GeoGebra e as questões da tarefa permitiram que os estudantes mobilizassem conceitos estudados em anos anteriores, que nem sempre eles se recordaram. O cálculo de área e a propriedade distributiva seriam conhecimentos prévios exigidos para a realização dessa tarefa. Verificamos que eles tiveram dificuldades, mas com alguns questionamentos por parte da professora regente e das autoras que estavam presentes na aula, eles conseguiram direcionar a resolução e chegar ao resultado correto. Estudos como de Batista, Paulo e Eufrásio (2023) e Miola (2011, 2018) revelam a importância de atividades que considerem que os alunos retomem seus conhecimentos prévios, ainda que eles não tenham tido aulas em que esses conceitos pudessem ser sistematizados. Identificamos ainda que, para o cálculo de área do quadrado menor, conforme solicitado na tarefa, os alunos não encontraram dificuldades, pois rapidamente eles responderam que a expressão algébrica para calcular essa área seria a^2 .

Na tarefa foi solicitado que os alunos primeiro calculassem a área dos quatro triângulos e a somassem com a área do quadrado maior, chamando essa soma de “área 2”. Em seguida, eles deveriam igualar a área 1 (o quadrado maior) com a área 2. A maioria dos discentes conseguiu realizar essa etapa com sucesso. Esse processo levou-os a descobrir uma fórmula específica, o Teorema de Pitágoras, embora inicialmente não soubessem que se tratava dessa fórmula clássica. Essa tarefa buscou articular os quatro elementos citados por Pais (1996), e

levar os estudantes a terem vivências entre teoria, experiência e intuição. Assim, por meio dessa tarefa, boa parte deles demonstrou uma compreensão sólida da proposta e todo esse processo de visualizar, movimentar, conjecturar e mobilizar conceitos contribuíram para que eles desenvolvessem o pensamento geométrico e algébrico.

Figura 6 - Área do quadrado menor

por a, 4 por b e 3 por c. Mostre o resultado

$c + b = 7$

j) Com essas novas medidas calcule a área do quadrado maior? Mostre como chegou (chame de área 1)

$(c+b) \times (c+b) \Rightarrow c^2 + 2cb + b^2 = a^2$

k) Com essas novas medidas calcule a área do triângulo? Mostre como chegou

$\frac{b \cdot c}{2}$

l) Com essas novas medidas calcule a área do quadrado menor? Mostre como chegou

$a \cdot a = a^2$

m) Some as áreas dos 4 triângulos com a área do quadrado menor, que são os resultados dos itens K) e L), que resultado obtemos? Mostre como resolveu (chame o resultado de área de 2)

$b \cdot c + b \cdot c + b \cdot c + b \cdot c - 4bc + a^2 = 2bc + a^2$

n) Agora iguale os resultados da área 1 com a área 2. Resolva a equação. Mostre como você fez.

$c^2 + 2cb + b^2 = 2bc + a^2$
 $c^2 + 2cb + b^2 - 2bc = a^2$
 $c^2 + b^2 = a^2$

Fonte: As autoras.

Eles não conseguiram concluir todas as fases do ensino exploratório dentro das duas aulas previstas, sendo necessárias, pelo menos, mais duas aulas para sistematizar a tarefa e finalizar seu desenvolvimento. No entanto, a proposta coincidiu com o período dos Jogos Escolares da Pátria e, com isso, só conseguimos prosseguir com a atividade com a professora regente na semana seguinte, após os jogos. Na retomada, buscamos realizar as outras fases da proposta de ensino exploratório, recuperamos as resoluções e sintetizamos com os alunos que a fórmula encontrada representa a relação entre as medidas dos lados de um triângulo retângulo e que o Teorema determina que o quadrado da medida da hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas dos catetos ($a^2 = b^2 + c^2$). Para validar a fórmula, a professora regente passou alguns exercícios no quadro, permitindo que os alunos usassem a fórmula para encontrar o lado desconhecido do triângulo retângulo em algumas situações-problemas e, assim, consolidar o aprendizado.

Figura 7 - Fórmula do Teorema de Pitágoras

chegou
 $a \cdot a = a^2$

m) Some as áreas dos 4 triângulos com a área do quadrado menor, que são os resultados dos itens K) e L), que resultado obtemos? Mostre como resolveu (chame o resultado de área de 2)

$$\frac{b \cdot c + b \cdot c + b \cdot c + b \cdot c}{2} = \frac{4bc}{2} + a^2 = 2bc + a^2$$

n) Agora iguale os resultados da área 1 com a área 2. Resolva a equação. Mostre como você fez.

$$c^2 + 2cb + b^2 = 2bc + a^2$$

$$c^2 + 2cb + b^2 - 2bc = a^2$$

$$c^2 + b^2 = a^2$$

Fonte: As autoras.

O terceiro momento do Estudo de Aula é a reflexão pós-aula, na qual conversamos sobre o desempenho da turma e avaliamos os resultados alcançados. Em nossa conversa, destacamos o desempenho dos estudantes e reconhecemos que, apesar das limitações enfrentadas, as expectativas foram atendidas. Essa fase de reflexão nos permitiu avaliar o progresso realizado e identificar áreas para aprimoramento, garantindo que o objetivo da atividade seja alcançado dentro das condições disponíveis.

A quarta e última fase do Estudo de Aula, a realização de uma nova aula, não foi considerada necessária. Reconhecemos lacunas no aprendizado de alguns alunos, mas a professora ponderou que os conceitos continuariam sendo retomados durante o bimestre em outros momentos e sinalizou a possibilidade de utilizar o GeoGebra em suas atividades. Assim, tendo em vista o desempenho da turma em questão, não foi preciso realizar uma nova aula, e ainda, durante o estágio obrigatório da primeira autora, foi possível observar que os alunos apresentavam poucas dificuldades e sempre utilizavam corretamente o Teorema estudado.

Embora tenha sido desafiador desenvolver as etapas do Estudo de Aula nessa experiência, entendemos que a proposta não deve ser rígida, nem seguir os passos de forma linear, pois o espaço da escola é dinâmico e temos que ter em conta os possíveis imprevistos que ocorrem no calendário escolar. Contudo, esse processo nos fez refletir sobre a importância de trabalhar junto com a regente da turma participante, e da necessidade de construir mais espaços como esse, que possibilitem discussões entre os docentes, como já destacado em diferentes estudos, como de Calle e Sumba (2024), Miola e Pereira (2012, 2013), Zimdars, Agranionih e Baier (2024), entre outros.

4 Considerações finais

A partir do objetivo de discutir as contribuições do uso do GeoGebra para aprendizagem do Teorema de Pitágoras por meio do Estudo de Aula, pretendíamos que os alunos chegassem até a fórmula geral do Teorema de Pitágoras de forma autônoma, utilizando o objeto construído no GeoGebra e a organização do ensino exploratório. O estudo também buscou proporcionar reflexões tanto da professora regente quanto das autoras envolvidas na pesquisa. O planejamento do Estudo de Aula foi desafiador, pois colocou o grupo em dúvidas se os estudantes teriam conhecimentos suficientes para desenvolver a tarefa, e foi a professora regente que assegurou que eles, embora com dificuldades, conseguiriam resolver, e por meio da mediação durante a observação no desenvolvimento do plano de aula, que auxiliou os estudantes a chegarem por si mesmos, e com a ajuda dos colegas, às conjecturas, e as dúvidas muitas vezes foram sanadas por eles mesmos.

Quanto à reflexão pós-aula, compreendemos que não seja um momento único no qual perguntamos a professora regente o que achou, e avaliamos se eles conseguiram resolver e aprender os conceitos abordados. Porém, ao retomar o assunto com seus estudantes, e talvez inserir o conteúdo em seus próximos planejamentos, também pode ser considerada uma contribuição do estudo realizado.

Embora o Estudo de Aula tenha se mostrado uma abordagem viável ao ensino básico, é válido ressaltar que enfrentamos desafios práticos, como a falta de computadores suficientes para todos os discentes. O problema foi resolvido porque a escola ofereceu acesso à internet, e permitiu que eles acessassem a tarefa por meio de seus celulares e completassem a atividade com êxito. Mesmo com essas limitações de espaço e recursos, conseguimos adaptar a atividade à realidade da escola e obtivemos resultados. Isso demonstrou que, apesar das dificuldades, é possível e vale a pena implementar recursos tecnológicos no ensino, pois eles podem contribuir no desenvolvimento da aprendizagem e do pensamento algébrico e geométrico em questão. Identificamos que a maioria dos alunos conseguiu compreender e seguir o raciocínio proposto, evidenciando a relevância dessas abordagens e dos recursos utilizados.

O uso do GeoGebra no ensino de geometria foi um exemplo prático de como as tecnologias podem enriquecer o processo de aprendizagem, pois com essa ferramenta os



Educação Matemática em Revista – Rio Grande do Sul

estudantes podem visualizar e manipular situações geométricas de maneira interativa, facilitando a compreensão dos conceitos e a aprendizagem. Além disso, o uso de tecnologias no ensino contribui significativamente para tornar a aprendizagem mais dinâmica, porque o simples fato de os alunos irem à sala de tecnologia para uma aula de matemática já gerou entusiasmo e curiosidade.

Portanto, o Estudo de Aula não apenas permite a implementação de metodologias ativas, como também faz uso de recursos tecnológicos para melhorar a formação escolar. O uso de ferramentas, como o GeoGebra, e a integração de atividades contribuem para um ensino produtivo e, apesar dos desafios, essas abordagens se mostram valiosas ao criarem um ambiente de aprendizagem adaptado às necessidades dos alunos, resultando em um desenvolvimento mais significativo do pensamento geométrico e algébrico.

Referências

AFONSO, D. J.; MIOLA, A. F. S. Estudo de Aula e a formação continuada de professores de matemática: algumas reflexões. **Zetetike**, v. 32, n. 00, p. 1-17, 2024.

AFONSO, D. J.; MIOLA, A. F. S. O ensino de Geometria com o uso do GeoGebra para o ensino fundamental: contribuições do Estudo de Aula. **Educação Matemática em Revista**, v. 30, n. 00, p. 1-15, 2025.

BORBA, M. C; SILVA, R. S. R.; GADANIDIS. G. **Fases das Tecnologias Digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento**. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2014.

CALLE, E.; SUMBA, V. Lesson Study y Criterios de Idoneidad Didáctica en la Práctica Reflexiva de Profesores Ecuatorianos. **Zetetike**, Campinas, SP, v. 32, n. 00, p. e024003, 2024. DOI:

CANAVARRO, A.P.; OLIVEIRA, H.; MENEZES, L. Práticas de Ensino Exploratório da Matemática: O Caso de Célia. In: **ATAS DO ENCONTRO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: Práticas de ensino da Matemática**, Lisboa/Portugal, 2012, p.255-266.

COSTA, A. P. O PENSAMENTO GEOMÉTRICO EM FOCO: construindo uma definição. **Revista Eletrônica Científica Ensino Interdisciplina**. v. 6, n. 16, p 77-94, 2020.



Educação Matemática em Revista – Rio Grande do Sul

CORDEIRO B., C., MONTEIRO, P., R., & EUFRASIO. P. L., N. O ensino de Geometria Espacial com realidade aumentada: contribuições de um Estudo de Aula. **Revista Paranaense De Educação Matemática**, 12(29), 100–118, 2023.

CHIARI, A. S. S. Tecnologias Digitais e Educação Matemática: relações possíveis, possibilidades futuras. **Perspectivas da Educação Matemática**. v. 11, n. 26. 2018.

LEITE, A. C. P.; MIOLA, A. F. S. Contribuições do GeoGebra para o Ensino de Funções: o que revelam algumas pesquisas brasileiras. **Revista de Iniciação à Docência**, v. 8, n. 1, 2023.

GODOY, A. S. Introdução à Pesquisa Qualitativa e Suas Possibilidades. **ERA – Revista de Administração de Empresas**, São Paulo, V.35, n.2, p. 51, 1995.

GRAVINA, M. A. **Os ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotético-dedutivo**. 2001. Tese (Doutorado em Informática na Educação) –Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2001.

KENSKI, V. M. **Educação e Tecnologias: o novo ritmo da Informação**. 1. ed. Campinas: Papirus, 2007.

MIOLA. A. F. S.; PEREIRA, P. S. Uma análise de reflexões e de conhecimentos construídos e mobilizados por um grupo de professores no ensino de números decimais para o sexto ano do Ensino Fundamental. **Práxis Educativa**, 7(2), p. 533-558, 2012.

MIOLA, A.F.S; PEREIRA, P. S. O desenvolvimento profissional de um grupo de professores de Matemática no estudo de números decimais. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v.2, p. 63-90, 2013.

MIOLA. A. F. S. Interações e mediações propiciadas pela pesquisa colaborativa e o desenvolvimento profissional de professores de matemática. Tese de Doutorado em Educação Matemática. Campo Grande: Universidade Federal do Mato Grosso do Sul. 2018.

MIOLA, A. F. S. **Uma análise de reflexões e de conhecimentos construídos e mobilizados por um grupo de professores no ensino de números decimais para o sexto ano do ensino fundamental**. 2011. 148 f. Campo Grande: Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) -Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2011. Disponível em: <<https://sistemas.ufms.br/sigpos/portal/trabalhos/download/1825/cursoid:91>>. Acesso em: 10 fev. 2024.

OJEDA, C. A.; MIOLA, A. F. S. Ensino de Geometria Espacial por meio do Geogebra: uma experiência envolvendo a relação de Euler. **Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo**, v. 13, n. 2, p. 05–15. 2024

PAIS, L.C. Intuição, experiência e teoria geométrica. **Revista Zetetiké**, Campinas, n.6, p.65-74, 1996.



Educação Matemática em Revista – Rio Grande do Sul

PONTE, J. P.; QUARESMA, Marisa; PEREIRA, Joana Mata; BAPTISTA, Mônica. **O estudo de aula como processo de desenvolvimento profissional de professores de matemática.** Bolema, Rio Claro (SP), v.30, n.56,p.868-891,dez.2016.

RIBEIRO, A. C. **Desenvolvimento do pensamento geométrico: uma experiência a partir do estudo sobre poliedros.** XXI Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática, Pelotas-RS, 2017.

ZIMDARS, E. R.; AGRANIONIH, N. T.; BAIER, T. Desenvolvimento da prática docente no estudo de aula: uma análise fenomenológica. **Zetetike**, Campinas, SP, v. 32, n. 00, p. e024007, 2024.

Recebido em: 01/05/2025

Aceito para publicação em: 02/07/2025