

Uma proposta de ensino-aprendizagem baseada em investigações matemáticas para o estudo da função afim

A teaching-learning proposal for the linear function based on mathematical investigations

Una propuesta de enseñanza-aprendizaje basada en investigaciones matemáticas para el estudio de la función lineal

Julio Cesar Brito¹
Andréa Pereira Mendonça²

Resumo

Neste artigo, apresentamos uma proposta de ensino-aprendizagem fundamentada em Investigações Matemáticas para o estudo da função afim, destinada a alunos do 9º ano do Ensino Fundamental. Conduzida a partir da resolução de tarefas investigativas, a proposta contempla a vivência de quatro etapas: exploração, formulação de conjecturas, teste e avaliação. Um estudo de caso, realizado com uma turma de matemática do 9º ano de uma escola pública de Manaus, revelou dificuldades dos alunos em definir estratégias de raciocínio, sistematizar a construção de uma solução, realizar cálculos aritméticos e interpretar resultados. Também identificamos a necessidade de aprimorar habilidades de comunicação, a fim de que os alunos justifiquem suas conclusões com base em dados. A partir dos resultados obtidos, a proposta de ensino-aprendizagem será aprimorada, incluindo o estabelecimento de papéis rotativos aos alunos em cada equipe, para ampliar o engajamento nas etapas da investigação, e posteriormente organizada em um guia didático para utilização por outros professores.

Palavras-chave: Investigações Matemáticas. Função Afim. Ensino Fundamental. Aprendizagem Matemática.

Abstract

This paper presents a teaching-learning proposal based on Mathematical Investigations for the study of the Affine Function, aimed at 9th-grade elementary school students. The proposal has been conducted through the resolution of investigative tasks and it has been done in four stages: exploration, conjecture formulation, testing and evaluation. A case study experienced with a 9th-grade mathematics class at a public school in Manaus has shown students' learning difficulties

¹ Mestrando do Programa de Pós-Graduação em Ensino Tecnológico. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Amazonas/IFAM, Manaus, Amazonas, Brasil. julioabr22@gmail.com. <https://orcid.org/0000-0002-6812-9965>.

² Doutora em Ciência da Computação. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Amazonas/IFAM, Manaus, Amazonas, Brasil. andrea.mendonca@ifam.edu.br. <https://orcid.org/0000-0003-4251-5312>.

such as defining reasoning strategies, systematizing the construction of a solution, performing arithmetic calculations, and interpreting results. It has also been identified the need to improve communication skills so that students can justify their conclusions based on data. According to the results acquired, the teaching-learning proposal can be improved by the establishment of rotating roles for students in each team in order to increase engagement in the investigation stages and, subsequently, it might be organized into a teaching guide to be used by other teachers.

Keywords: Mathematical Investigations. Affine Function. Elementary School. Mathematical Learning.

Resumen

En este artículo, presentamos una propuesta de enseñanza-aprendizaje fundamentada en Investigaciones Matemáticas para el estudio de la función afín, destinada a alumnos de 9º año de Educación Básica. Conducida a partir de la resolución de tareas investigativas, la propuesta contempla la vivencia de cuatro etapas: exploración, formulación de conjeturas, prueba y evaluación. Un estudio de caso, realizado con una clase de matemáticas de 9º año de una escuela pública de Manaos, reveló dificultades de los alumnos en definir estrategias de razonamiento, sistematizar la construcción de una solución, realizar cálculos aritméticos e interpretar resultados. También identificamos la necesidad de mejorar habilidades de comunicación, a fin de que los alumnos justifiquen sus conclusiones con base en datos. A partir de los resultados obtenidos, la propuesta de enseñanza-aprendizaje será perfeccionada, incluyendo el establecimiento de roles rotativos para los alumnos en cada equipo, para ampliar el compromiso en las etapas de la investigación, y posteriormente organizada en una guía didáctica para su uso por otros docentes.

Palabras clave: Investigaciones Matemáticas. Función Afín. Educación Básica. Aprendizaje Matemático.

1. Introdução

A função afim, também chamada de função polinomial do 1º grau, é um objeto de conhecimento da Álgebra, sendo frequentemente ensinada no 9º ano do Ensino Fundamental e, além de representar o primeiro contato dos alunos com o conceito de função, serve de base para o estudo da função quadrática e exponencial no Ensino Médio.

A aprendizagem da função afim é desafiadora para os alunos porque requer deles conhecimentos prévios sobre conjuntos, relações, plano cartesiano, manipulação algébrica, interpretação de gráficos e tabelas, desenvolvimento do raciocínio relativo à proporcionalidade e identificação de regularidades. Na literatura, muitos autores têm reportado essas dificuldades, assim como investido esforços para mitigá-las, a exemplo de Souza *et al.* (2020), Oliveira (2023), Silva (2023) e Miola e Sogame (2023).

Levando em conta esse contexto, apresentamos neste trabalho uma proposta de ensino-aprendizagem da função afim para alunos do 9º ano, a qual está fundamentada em Investigações Matemáticas, uma estratégia didático-metodológica com foco na resolução de tarefas investigativas que se organiza em quatro momentos: i) exploração e formulação de questões; ii) conjecturas; iii) teste e reformulação; e iv) justificação e avaliação (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2022).

O trabalho em questão teve por objetivo analisar em que aspectos uma proposta de ensino-aprendizagem fundamentada em investigações matemáticas pode contribuir para a aprendizagem da função afim por alunos do 9º ano do Ensino Fundamental.

Para alcançar esse objetivo, a proposta foi implementada com uma turma de alunos do 9º ano do ensino fundamental da Escola Municipal Raul Queiroz Menezes de Veiga, localizada na cidade de Manaus, Amazonas, utilizando como abordagem metodológica o estudo de caso, o qual foi realizado no período de 13/09/2024 a 04/11/2024 e aprovado pelo Comitê de Ética em Pesquisa, conforme Processo Nº 6.856.937, em 29 de maio de 2024.

No estudo de caso foram adotados diferentes instrumentos de coleta de dados (respostas dos alunos aos Roteiros de Tarefas Investigativas, respostas dos alunos ao questionário diagnóstico e anotações do caderno de bordo do pesquisador) e a análise dos dados foi realizada com base na espiral de Creswell (2014).

O estudo em questão traz contribuições para a prática docente e para a pesquisa em Educação Matemática. Quanto à primeira, o trabalho contribui para a implementação de experiências de ensino diferenciadas, com adoção de tarefas investigativas como catalizadoras da aprendizagem, disponibilizando-as para replicação e/ou adaptação por outros professores. Em termos da contribuição para a pesquisa, os resultados obtidos colaboram para ampliar o corpo de conhecimento sobre práticas fundamentadas em Investigações Matemáticas, assim como revelar as potencialidades e os desafios do ensino-aprendizagem da função afim no contexto do Ensino Fundamental.

Para a apresentação deste trabalho, o artigo foi organizado da seguinte forma: inicialmente, descrevemos os fundamentos teóricos que embasam a pesquisa e, em seguida, apresentamos a organização e estrutura da proposta de ensino-aprendizagem.

Posteriormente, detalhamos o percurso metodológico adotado, incluindo a implementação do estudo de caso e o processo de análise. Por fim, apresentamos os resultados e as discussões, seguidas das considerações finais.

2. Fundamentação Teórica

A proposta de ensino-aprendizagem está fundamentada em Investigações Matemáticas, assim como é orientada por diretrizes curriculares para o estudo da função afim, conforme apresentamos a seguir.

2.1 Investigações Matemáticas

Em termos mais gerais, investigar é procurar conhecer o que não se sabe (Ponte, 2003). Para os matemáticos, Ponte *et al.* (2022, p. 13) esclarecem que “a procura por padrões, a descoberta de relações e propriedades entre objetos matemáticos conhecidos ou não dão sentido ao termo investigar”.

As Investigações Matemáticas podem ser definidas “como uma estratégia didático-metodológica para o desenvolvimento do pensamento matemático e da capacidade dos alunos para trabalhar de forma autônoma na resolução de tarefas investigativas” (Ponte *et al.*, 1998, p. 8). As tarefas investigativas, por sua vez, são aquelas que possibilitam aos alunos vivenciar os quatro momentos das investigações matemáticas (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2022): i) exploração e formulação de questões: envolve o reconhecimento e exploração de uma questão problemática; ii) formulação de conjecturas: momento no qual os alunos devem organizar os dados e fazer afirmações sobre uma conjectura; iii) testes e reformulação: envolve a realização de testes e refinamento das conjecturas; e iv) justificação e avaliação: momento no qual os alunos justificam suas conjecturas e avaliam o raciocínio empregado na solução.

Conforme explicita Corradi (2011), a aplicação de investigações matemáticas em sala de aula pressupõe alguns desafios para os docentes, entre eles está o próprio ato de criação das tarefas investigativas e, muitas vezes, os professores começam adaptando tarefas existentes. Além disso, o professor precisa demonstrar espírito investigativo, tornar explícito aos alunos, a partir de sua própria prática, como se vivenciam os quatro momentos da investigação, e prover apoio e *feedback* aos alunos a fim de mantê-los encorajados, sem induzi-los a um caminho específico.

Os alunos, por sua vez, também passam por desafios, alguns deles relacionados às suas vivências prévias com a disciplina de Matemática e com a novidade de resolver tarefas investigativas a partir dos quatro momentos, não sentindo, por exemplo, a necessidade de justificar suas conjecturas ou seu raciocínio (Ponte, 2003).

Na literatura há vários relatos sobre a adoção de investigações matemáticas em sala de aula, dentre as quais citamos o trabalho de Pires (2011) que descreve a experiência de uma professora do Ensino Fundamental I com investigações matemáticas, no âmbito do Programa de Formação Contínua em Matemática (PFCM). O estudo evidencia a importância dessa experiência para o desenvolvimento da compreensão docente sobre o papel das tarefas investigativas, assim como para a valorização da comunicação e da argumentação no ensino de Matemática.

Franzoni e Quartieri (2020), por sua vez, reportam a adoção de Investigações Matemáticas para o estudo de Educação Financeira e Economia com alunos de Licenciatura. As autoras destacam que, embora os alunos tenham apresentado dificuldades de interpretação inicial das tarefas investigativas assim como em encontrar e formular equações e generalizações, a abordagem adotada contribuiu para o desenvolvimento do pensamento crítico e para o estabelecimento de relações entre teoria e prática por parte dos alunos.

Com respeito ao estudo específico da função afim, Souza (2020) descreve a aplicação de Investigações Matemáticas com alunos do primeiro ano do Ensino Médio e aponta que a aprendizagem foi favorecida pela adoção de uma tarefa investigativa relacionada ao cotidiano dos alunos - a venda de geladinhos. O autor também aponta um desafio referente à dificuldade dos alunos em serem protagonistas de sua própria investigação.

2.2 Função Afim e o Currículo do Ensino Fundamental

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) organiza o componente curricular de Matemática para o Ensino Fundamental em cinco unidades temáticas: Números (compreende o desenvolvimento do sentido dos números e das operações, bem como o cálculo mental, estimativas, algoritmos e propriedades das operações); Álgebra (foca em

padrões, sequências, regularidades, expressões algébricas, equações e relações funcionais, como gráficos e tabelas, e está diretamente relacionada ao pensamento generalizante); Geometria (trata de formas, figuras planas e espaciais, localização e movimentação no espaço, propriedades geométricas e relações métricas entre os elementos geométricos); Grandezas e Medidas (envolve a compreensão e uso de diferentes unidades de medida, conversão de unidades, estimativas e resolução de problemas que envolvem tempo, massa, comprimento, área, volume etc); e, Probabilidade e Estatística (relaciona-se à coleta, organização, representação e interpretação de dados, além de conceitos iniciais de probabilidade e análise de situações que envolvem o acaso).

A Álgebra, unidade na qual se situa o estudo da função afim, tem como finalidade:

o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos (BNCC, 2017, p.7).

No currículo, tanto na BNCC (Brasil, 2017) quanto no RCA – Referencial Curricular Amazonense (Amazonas, 2020), o estudo da função afim tem início no 9º ano do Ensino Fundamental e deve oportunizar ao aluno o desenvolvimento da habilidade (EF09MA06):

Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis. (Brasil, 2017, p. 316-317).

Matematicamente, a função afim também é chamada de função de primeiro grau, e é apresentada como segue: $f(x) = ax + b$, sendo a e b constantes reais com $a \neq 0$, onde x é a variável independente e $y = f(x)$ é a variável que depende de x .

A aprendizagem desse conteúdo articula diferentes representações (algébrica, gráfica e em tabelas) e é fundamental para a compreensão de outros tipos de função, como por exemplo, as funções quadrática e exponencial. Também é essencial para a compreensão de conceitos-chave como relação linear entre variáveis, representação gráfica dessa relação no plano cartesiano, interpretação da inclinação (coeficiente angular a) e do intercepto (coeficiente linear b) de uma reta, assim como aplicação destes conceitos na resolução de problemas que envolvam variação, dependência de grandezas e proporcionalidade, por exemplo.

Os fundamentos teóricos apresentados nesta seção, assim como a identificação dos trabalhos relacionados, subsidiaram a concepção da proposta de ensino-aprendizagem, mais especificamente no que diz respeito à elaboração das tarefas investigativas, à organização de roteiros para oportunizar a vivência das quatro etapas da investigação pelos alunos, assim como estabelecer o adequado alinhamento da proposta com a BNCC.

Na próxima seção apresentamos a proposta de ensino-aprendizagem da função afim, fundamentada em Investigações Matemáticas e alinhada à BNCC.

3. A Proposta de Ensino-Aprendizagem

Quadro 1 – Organização das Unidades de Ensino e Conteúdos.

Unidade I: Plano Cartesiano (C.H: 2h e 40min)
Resultados pretendidos da Aprendizagem: <i>Explicar</i> a localização de pontos no plano cartesiano; <i>identificar</i> os pares ordenados (x,y) no plano cartesiano. Objeto de Conhecimento: Plano Cartesiano (eixo x, eixo y, quadrantes, par ordenado). Recurso Utilizado: Roteiros de Tarefas Investigativas 01 - Identificação dos pares ordenados no Plano Cartesiano.
Unidade II: Conjuntos, Relações, Conceito de Função Afim e Gráfico de uma Função Afim (C.H: 5h e 20min)
Resultados pretendidos da Aprendizagem: <i>Descrever</i> a lei de formação da Função Afim; <i>resolver</i> tarefas envolvendo Função Afim; <i>interpretar</i> o Gráfico da Função Afim. Objetos de conhecimento: Conjunto; Relações; Definição pela lei da Função Afim; Representações da Função Afim; Interpretação Gráfica. Recursos Utilizados: Roteiros de Tarefas Investigativas 02 - Compra e Venda de Terreno.
Unidade III: Coeficiente Angular e Linear da Função Afim (C.H: 2h e 40min)
Resultados pretendidos da Aprendizagem: <i>Identificar</i> os coeficientes Angular e Linear da Função Afim; <i>resolver</i> tarefas envolvendo Função Afim. Objetos de Conhecimento: Coeficiente angular (função crescente e decrescente) e linear da Função Afim. Recursos Utilizados: Roteiros de Tarefas Investigativas 03 - Abastecimento de Reservatórios de Água.
Unidade IV: Estudo do sinal da Função Afim (C.H: 2h e 40min)
Resultados pretendidos da Aprendizagem: <i>Aplicar</i> as propriedades da Função Afim para identificar para quais valores de x a função assume um valor positivo, negativa ou nulo. Conteúdo: Estudo do sinal da Função Afim. Recursos Utilizados: Roteiros de Tarefas Investigativas 04 - Venda de Tapetes Artesanais.

Fonte: Autoria própria.

A proposta de ensino-aprendizagem da função afim tem como público-alvo os alunos do 9º ano do Ensino Fundamental e foi organizada em quatro unidades, conforme

ilustrado no Quadro 1, totalizando uma carga horária de 13 horas e 20 minutos, tomando-se como base o tempo de 50 minutos por aula.

A estrutura da proposta de ensino-aprendizagem, conforme apresentada no Quadro 1, está alinhada à BNCC, e a seleção dos objetos de conhecimento foi realizada com base na análise de 13 livros didáticos de Matemática, aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), com vigência no período de 2022 a 2026.

Como também pode ser observado no Quadro 1, para cada unidade temática foi elaborado um Roteiro de Tarefa Investigativa (RTI)³, concebido como um instrumento pedagógico que orienta os alunos ao longo da resolução das tarefas investigativas, fundamentado em Investigações Matemáticas. Cada roteiro foi organizado de modo a conduzir os alunos por quatro momentos essenciais do processo investigativo: exploração inicial e formulação de perguntas; construção de conjecturas; realização de testes e possíveis reformulações; e, por fim, justificativa e avaliação das soluções.

Das quatro tarefas investigativas, duas são autorais e duas foram adaptadas de livros (Giovanni Júnior, 2018, p. 257; Silveira, 2018, p. 127). A adaptação foi necessária em virtude da complexidade que é conceber tarefas, obedecendo aos quatro momentos definidos em Investigações Matemáticas, conforme mencionado por Corradi (2011).

Quadro 2 – Estrutura da Tarefa Investigativa 4 - Unidade IV: Estudo do sinal da Função Afim.

Unidade 4: Estudo do sinal da Função Afim. Contexto da tarefa: Apresenta uma situação e um gráfico sobre venda de tapetes artesanais. Enunciado: Solicita, em cada momento, que o aluno responda a um conjunto de perguntas.	
Momento 1: exploração e formulação de questões	Momento 2: formulação de conjecturas
É solicitado ao aluno que, a partir das informações contidas no gráfico, identifique se os artesãos tiveram lucros e prejuízos.	É solicitado do aluno que responda a um conjunto de questões, nas quais devem apresentar suas conjecturas sobre lucros ou prejuízos dos artesãos ao longo dos meses.
Momento 3: Testes e reformulação	Momento 4: Justificação e avaliação
É requerido dos alunos testarem suas conjecturas, considerando previsões de lucro ou prejuízo em determinado mês.	É apresentado uma perspectiva de mudança angular no gráfico e solicitado do aluno que avalie e justifique o impacto na venda de tapetes.

Fonte: Autoria própria.

³ Os quatro Roteiros de Tarefa Investigativa estão disponibilizados na íntegra em: https://drive.google.com/drive/folders/14c1qCPtq1hH4bNd_2FshmZRhtPiVE9Bi?usp=sharing

Para exemplificar, apresenta-se no Quadro 2 a estrutura da Tarefa Investigativa 4, que trata sobre o estudo do sinal da função afim a partir da venda de tapetes artesanais, obedecendo aos quatro momentos previstos nas Investigações Matemáticas. Similarmente, os quatro momentos da investigação estão presentes nas demais tarefas investigativas que compõem a proposta apresentada no Quadro 1.

Cada RTI possui indicação de recursos de apoio (vídeos, textos e capítulos de livros), que abordam os conteúdos necessários à resolução da tarefa investigativa. Na curadoria desses materiais, foram considerados o uso de linguagem acessível e objetiva, capazes de apoiar os alunos na compreensão dos conceitos abordados e na realização das tarefas investigativas, sem exigir um tempo excessivo de estudo.

Quadro 3 - Rubrica Analítica - Critério: Conhecimento Matemático.

Crítérios	Avançado	Proficiente	Próximo de Proficiente	Iniciante
Conhecimento Matemático	Demonstra conhecer os conceitos e princípios matemáticos envolvidos na tarefa investigativa, faz leitura e interpretação correta dos dados apresentados, inclusive aqueles apresentados em gráficos e/ou tabelas e usa terminologia e notação de forma apropriada.	Demonstra conhecer quase completamente os conceitos e princípios matemáticos envolvidos na tarefa investigativa. Demonstra ter habilidade em leitura e interpretação dos dados apresentados, inclusive aqueles expostos em gráficos e/ou tabelas, mas se confunde em algumas situações. Eventualmente usa terminologia e notação de forma inapropriada.	Demonstra conhecer poucos conceitos e princípios matemáticos envolvidos na tarefa investigativa. Demonstra pouca habilidade em leitura e interpretação dos dados, demonstrando mais dificuldades com os expostos em gráficos e/ou tabelas. Frequentemente, usa terminologia e notação de forma inapropriada.	Não demonstra conhecer os conceitos e princípios matemáticos envolvidos na tarefa investigativa. Não faz leitura e interpretação correta dos dados apresentados, sobretudo daqueles apresentados em gráficos e/ou tabelas e demonstra desconhecer a terminologia e notação matemática.

Fonte: Adaptado de Ponte, Brocardo e Oliveira (2022, p. 116).

Para avaliar o desempenho dos alunos na resolução das tarefas investigativas, foi utilizada uma rubrica analítica. Uma rubrica é “um conjunto coerente de critérios sobre o trabalho a ser realizado pelos alunos que inclui descrições de níveis de desempenho” Brookhart (2013, p. 4). A rubrica analítica é composta por vários critérios, sendo cada um

deles descritos separadamente, o que contribui para fornecer orientação e *feedback* mais específico para os estudantes (BENDER, 2014).

Neste estudo foi adaptada uma rubrica analítica apresentada por Ponte, Brocardo e Oliveira (2022, p. 116) na qual são considerados três critérios de avaliação: conhecimento matemático, estratégias e processos de raciocínio e comunicação. No Quadro 3, apresenta-se a rubrica de forma parcial⁴, demonstrando o critério de conhecimento matemático. Como pode ser observado, a rubrica foi estruturada com quatro níveis: avançado, proficiente, próximo de proficiente e iniciante.

Uma vez apresentada a proposta de ensino-aprendizagem, a próxima seção descreve o percurso metodológico adotado para sua implementação em uma turma do 9º do Ensino Fundamental.

4. Percurso Metodológico

A aplicação desta proposta de ensino-aprendizagem foi realizada por meio de um estudo de caso (Yin, 2015), com uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental da Escola Municipal Raul Queiroz Menezes de Veiga, localizada na cidade de Manaus, Amazonas, no período de 13/09/2024 a 04/11/2024, contabilizando nove encontros. O estudo foi submetido e aprovado pelo Comitê de Ética em Pesquisa, conforme Processo nº 6.856.937, em 29 de maio de 2024.

A turma foi constituída por 26 alunos, sendo 57,7% do gênero masculino e 42,3% do gênero feminino. A faixa etária dos alunos situava-se entre 14 a 16 anos, havendo apenas um aluno de com anos. Nesta intervenção, a turma foi organizada em grupos, sendo formados cinco grupos de quatro alunos e dois grupos de três alunos.

A aplicação ocorreu conforme o planejamento demonstrado no Quadro 1, e buscou-se responder as duas questões de pesquisa (QP), a saber:

QP1: Em que aspectos a proposta, fundamentada em Investigações Matemáticas, contribuiu para a aprendizagem da função afim dos alunos do 9º ano do Ensino

⁴A versão completa da rubrica está disponível em:
https://drive.google.com/file/d/1m4DePem4FuYOBRS5b_eHljiafNPrBnLqo/view?usp=sharing

Fundamental, considerando o desenvolvimento do conhecimento matemático, estratégias e processos de raciocínio e comunicação?

QP2: Quais dificuldades foram apresentadas mais frequentemente pelos alunos ao lidarem com tarefas investigativas e os momentos da investigação?

As aulas ocorriam duas vezes por semana, sendo dois tempos de 50 minutos em cada dia. Em um dos dias, as aulas de Matemática se concentravam nos primeiros horários da manhã, e, no outro, nos últimos horários, após o intervalo do lanche.

As aulas ocorreram obedecendo a seguinte dinâmica: nos primeiros 30 minutos, os alunos assistiam a uma aula expositiva sobre o conteúdo que era o foco do RTI, seguida da resolução de uma pequena tarefa, na qual o pesquisador (primeiro autor deste artigo) intervinha em conjunto com a turma, simulando os momentos da investigação. Na sequência, a turma era organizada em grupos, para resolver o RTI planejado para o dia, ficando o pesquisador disponível para orientar as equipes, esclarecer dúvidas e reforçar o conteúdo, quando necessário. Cabe destacar que no próprio RTI, os alunos tinham indicações de materiais de estudo sobre o tema e, para poupar tempo, todos os RTIs eram impressos previamente e entregues às equipes.

Para responder às questões de pesquisa foram combinados múltiplos instrumentos de coleta de dados, tais como: i) respostas dos alunos aos RTIs, avaliadas por meio da rubrica analítica; ii) resposta dos alunos ao questionário diagnóstico, aplicado no início da intervenção; e, iii) anotações do caderno de bordo do pesquisador.

A análise dos dados foi realizada com base na espiral de Creswell (2014). Para o autor o processo de análise:

[...] envolve a organização dos dados, a realização de uma leitura preliminar da base de dados, a codificação e organização dos temas, a representação dos dados e a formulação de uma interpretação deles. Esses passos estão interconectados e formam uma espiral de atividades, todas elas relacionadas à análise e representação de dados (Creswell, 2014, p. 146).

O processo iniciou-se com a organização dos dados coletados em pastas e planilhas eletrônicas, seguida da leitura e sistematização de acordo com os respectivos instrumentos – questionário diagnóstico, RTIs e anotações do caderno de bordo. Os dados do questionário diagnóstico foram tabulados e apresentados graficamente. Igualmente, as

respostas dos alunos aos RTIs foram corrigidas com base na rubrica, os resultados, tabulados e posteriormente apresentados por meio de gráficos. As anotações do caderno de bordo foram organizadas considerando os momentos da investigação. A interpretação dos dados foi guiada pelas questões de pesquisa, que exigiu uma análise conjunta dos dados.

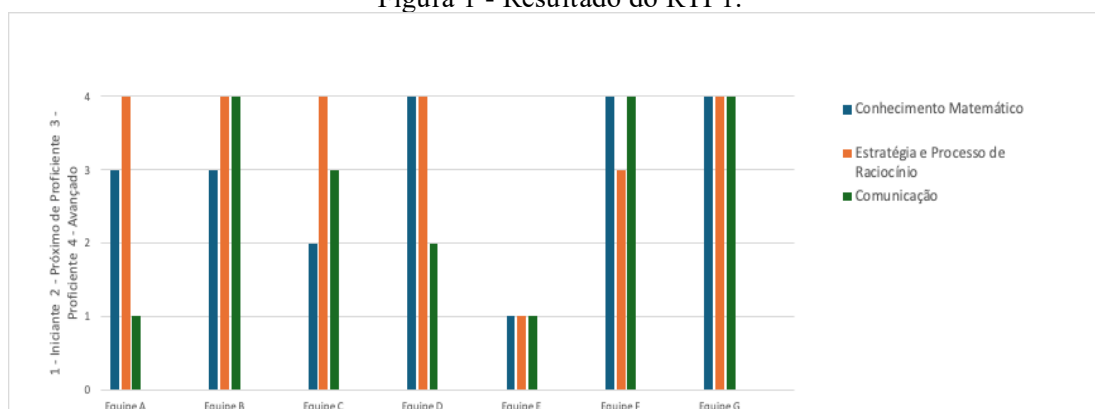
Na próxima seção, apresentam-se os resultados do estudo, considerando as questões de pesquisa mencionadas.

5. Resultados e Discussões

Os resultados do questionário diagnóstico, aplicado antes da intervenção, revelaram que, do total de alunos 26 alunos, 30,4% informaram ter dificuldades relacionadas à compreensão da Matemática, independentemente do conteúdo abordado; 26,1% revelaram ter dificuldades com a operação aritmética de divisão e 17,4% da turma disseram ter dificuldades para concentração e atenção durante as aulas de Matemática.

A maioria dos alunos afirmou não ter uma prática regular de estudo fora de sala de aula: 46,2% dos alunos afirmaram não estudar Matemática fora de sala de aula, nem mesmo quando possuem tarefas ou provas; 46,2% disseram que só estudam fora da sala de aula quando há atividades avaliativas; e apenas 7,6% afirmaram manter uma rotina de estudo, mesmo quando não há tarefas ou atividades avaliativas. Por fim, apenas 20% dos alunos relataram dificuldades de tempo para estudar fora de sala de aula, em virtude de auxiliar em afazeres domésticos.

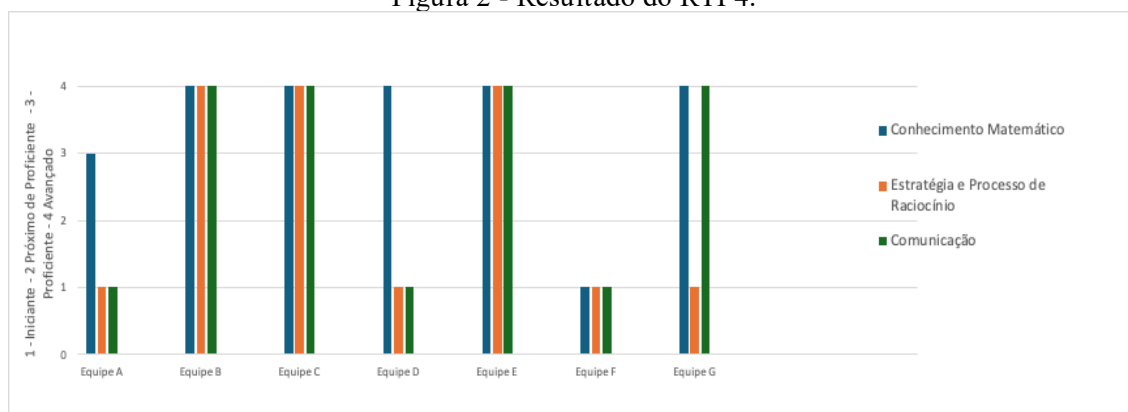
Figura 1 - Resultado do RTI 1.



Fonte: Autoria Própria (2025).

Com respeito à questão de pesquisa 1 (QP1), apresenta-se nas Figuras 1 e 2 uma síntese do desempenho dos alunos do primeiro e do último RTI1 e RT4, o que permite observar um retrato da aprendizagem, considerando o ponto inicial e final da intervenção, bem como os avanços e dificuldades ao longo do processo.

Figura 2 - Resultado do RTI 4.



Fonte: Autoria Própria (2025).

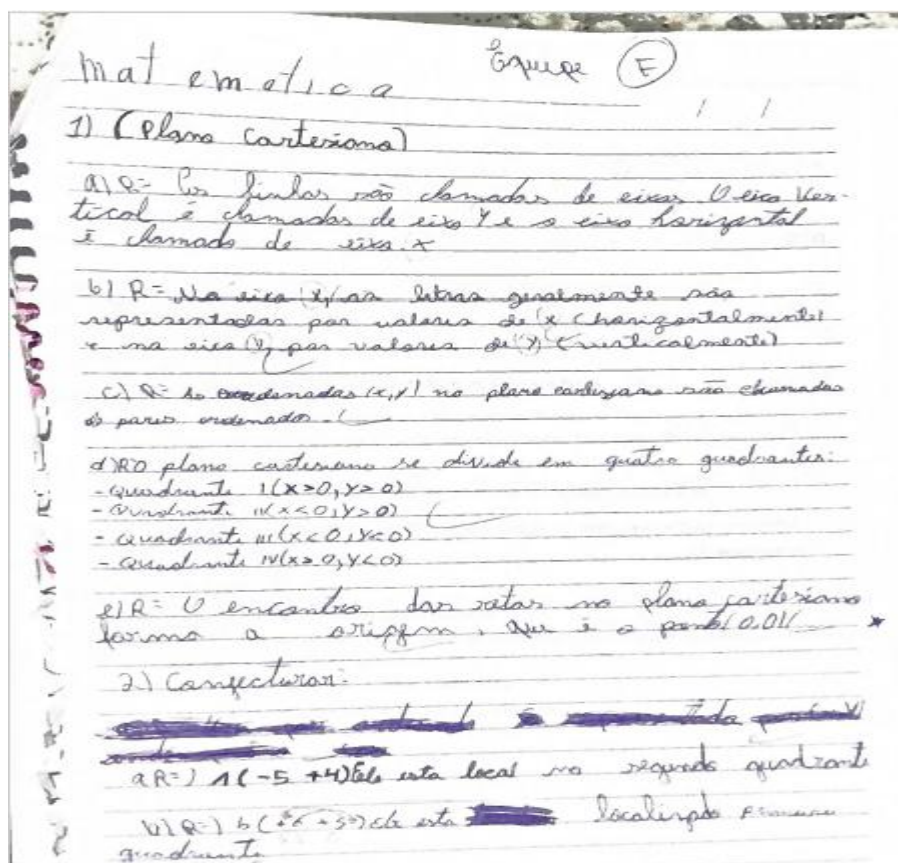
De modo geral, as Figuras 1 e 2 evidenciam que somente a Equipe B manteve o melhor nível de desempenho (nível 3 e 4 da rubrica), quando se observam os resultados do RTI1 e RTI4, respectivamente. Também é possível observar que somente duas equipes (C e E) demonstraram evolução da aprendizagem nos critérios avaliados, com destaque para a Equipe E, que inicia com o menor desempenho (nível iniciante em todos os critérios) e, no RTI4, alcança o nível avançado em todos os critérios. A Equipe F foi a que demonstrou um declínio em todos os critérios de avaliação, comparando o RTI1 ao RTI4.

Com respeito à Equipe F, no RTI1, que exigia a identificação dos valores de x e y , assim como a identificação dos quadrantes (Figura 3), os alunos conseguiram responder corretamente às questões, evidenciando um conhecimento específico sobre os quadrantes no plano cartesiano.

No RTI4, que exigia mais cálculos algébricos que o RTI1, principalmente nas etapas de exploração e conjecturas, nas quais os alunos tinham que fazer interpretações gráficas e também cálculos algébricos a fim de responder e justificar se os artesãos tiveram lucro ou prejuízo com a venda de tapetes, a Equipe F demonstrou o menor

desempenho, o que pode ser justificado por algumas evidências: com respeito a Equipe F, no questionário diagnóstico, observamos que 66,7% dos membros assinalaram não gostar de estudar Matemática e o mesmo percentual declarou estudar Matemática apenas quando há trabalhos e provas marcadas. Ainda no caso da equipe F, destaca-se que alguns membros, durante o estudo de caso, relataram verbalmente ter dificuldades com a realização de cálculos, requisito para responder ao RTI4.

Figura 3 – Resposta da Equipe F ao RTI 1.



Fonte: Arquivo pessoal dos autores.

Considerando os três critérios avaliados na rubrica, os dados da Figura 1 e 2 revelam que houve melhor aprendizagem ao longo do processo no que diz respeito ao conhecimento matemático, isto é, no conhecimento conceitual (nomenclatura, localização de variáveis e identificação de informações em um gráfico). Contudo, observou-se que os alunos apresentaram maiores dificuldades no desenvolvimento de estratégias e processos de raciocínio, especialmente para sistematizar a construção de uma solução, realizar cálculos aritméticos e interpretar resultados para chegar a uma conclusão, conforme exigido nas tarefas RTI4 (lucro ou prejuízo) e, igualmente, também solicitadas no RTI3

(esvaziamento ou abastecimento de água) e RTI2 (compra de terreno). Do total das equipes, 57,1% tiveram queda de desempenho neste critério no RTI4 (Equipes A, D, F e G).

Esta dificuldade de interpretação para chegar a uma conclusão nova é discutida na literatura, Pozo (2002, p. 63), por exemplo, destaca que “não conseguimos transferir ou generalizar nossas aprendizagens. É uma das dificuldades mais habituais com que se defrontam os alunos e professores”. Além disso, nos trabalhos de Duval (2012) ficam explícitos os desafios da aprendizagem dos objetos matemáticos (números, funções etc.) em virtude da capacidade dos alunos para compreender as múltiplas representações do mesmo objeto (fórmulas algébricas, tabelas, gráficos etc.) (Duval, 2012; De Freitas; Rezende, 2013).

No que diz respeito ao critério comunicação, conforme demonstrado nas Figuras 1 e 2, apenas duas equipes (C e E, 28% das equipes) melhoraram o desempenho no decorrer da intervenção, alcançando, no RTI4 o nível avançado. As equipes B, E e G mantiveram o desempenho avançado, enquanto as equipes D e F tiveram queda, ou seja, no RTI4 não conseguiram construir uma justificativa sobre suas conclusões a respeito de lucro ou prejuízo do artesão com a venda dos tapetes, mesmo tendo passados pela resolução dos RTIs anteriores. A equipe A, por sua vez, manteve o nível iniciante, indicado que a intervenção não foi suficiente para promover melhora. Mesmo os grupos com melhor desempenho apresentaram justificativas curtas e pouco elaboradas, sem explorar a relação entre as afirmações e as evidências em gráficos ou tabelas.

Com relação à Questão de Pesquisa 2 (QP2), que trata das dificuldades dos alunos ao lidarem com tarefas investigativas e os momentos da investigação, observamos que os alunos possuem pouca habilidade para trabalhar em grupo na disciplina de Matemática, com participação desigual, isto é, um ou dois alunos lideram o trabalho da equipe. Além disso, demonstraram dificuldade de dialogar e aprender com os colegas da equipe, recorrendo ao pesquisador em busca de resposta direta. As dificuldades de se concentrarem na resolução das tarefas investigativas ampliavam quando os tempos de aula de Matemática ocorriam após o intervalo do lanche, isso pode se justificar pelo fato

de que os RTIs exigiam concentração e foco que são mais difíceis de alcançar após um momento de dispersão, na qual os alunos estavam em interação social mais intensa.

De modo geral, para melhorar o compromisso dos alunos no trabalho em equipe, em intervenções futuras, adotaremos a distribuição de papéis rotativos aos alunos em cada equipe: por exemplo, *mediador* que lê o RTI, dar realce aos gráficos e tabelas, controla o tempo, chama atenção da equipe para cada etapa da investigação e comunica a resposta da equipe para a classe. Um *escriba* que fica atento às respostas dos membros da equipe, que observa os cálculos e respostas individuais e sistematiza uma versão final para representar a resposta do grupo. Um *analista* que propõe uma estratégia de solução, incentiva a equipe a pensar e questionar as respostas dadas pelos membros do grupo e um *testador* que confere os cálculos e a resposta final da equipe, solicita revisão, quando considera necessário, apontar caminhos de melhoria, quando considera que a resposta fornecida não atende ao que foi solicitado.

Embora os alunos tenham notificado no questionário diagnóstico as dificuldades com a operação de divisão, observamos em sala de aula a dificuldade dos alunos com a realização das quatro operações aritméticas, isso reflete o insuficiente domínio de cálculos básicos, os quais se perpetuam desde o ensino fundamental (Lira; Da Silva; Neto, 2024).

No estudo da função afim, há uma sobrecarga cognitiva tanto no que diz respeito às operações aritméticas, quanto ao lidar com a interpretação de tabelas e gráficos e o desenvolvimento do raciocínio relativo à proporcionalidade e a identificação de regularidades. As bases da aprendizagem das operações aritméticas, conceito de proporcionalidade e regularidade são típicas do Ensino Fundamental I, uma vez que estas não são consolidadas, repercutem no Ensino Fundamental II, com o agravante de os professores deste nível não disporem do tempo necessário para mitigar tais deficiências, em virtude das demandas curriculares.

Esse contexto joga luz ao modelo que prioriza o ensino em largura, com cobertura de conteúdos, em detrimento da aprendizagem mais profunda e, neste cenário, os professores enfrentam o desafio de suprir as deficiências de aprendizagem anteriores e ainda cobrir os conteúdos previstos para o ano letivo em questão, reduzindo as possibilidades de garantir que os pré-requisitos (operações aritméticas, proporcionalidade, regularidades, etc.) sejam consolidados antes de avançar nos conceitos

específicos, como é o caso da função afim. Tudo isso implica em uma discussão mais ampla sobre priorizar conceitos essenciais em cada série/ano, trabalhar abordagens de ensino-aprendizagem que favoreçam a compreensão profunda, antes de avançar para as séries/anos seguintes.

Com relação ao desenvolvimento de estratégias e processos de raciocínio, que incluem transitar entre diferentes registros (texto, linguagem algébrica, tabelas, gráficos, etc.) e a interpretação dos resultados, entende-se que é necessário exercitar mais a conversão entre registros. Por exemplo, dada uma tabela, o aluno pode escrever um texto explicativo sobre o comportamento dos dados, passando de um registro a outro e preservando o significado do objeto matemático.

6. Considerações Finais

Este trabalho teve por objetivo analisar em que aspectos uma proposta de ensino-aprendizagem fundamentada em investigações matemáticas pode contribuir para a aprendizagem de função afim por alunos do 9º ano do Ensino Fundamental.

Para cumprir este objetivo foi apresentada neste artigo uma proposta de ensino-aprendizagem fundamentada em Investigações Matemáticas e alinhada a BNCC, tendo a mesma sido aplicada com uma turma de alunos do 9º ano de uma escola pública municipal da cidade de Manaus/Amazonas.

Os resultados da aplicação evidenciam que, em relação aos quatro momentos da investigação, as dificuldades dos alunos estiveram concentradas como segue. Na etapa de exploração e formulação de questões, a maior dificuldade dos alunos se manifestou em organizar o esforço da equipe para compreender o enunciado e interpretar os dados, sobretudo, quando os mesmos se apresentam em diferentes formas (textos combinados com tabelas e/ou gráficos).

Na etapa de conjecturas, a maior dificuldade dos alunos está em estabelecer uma estratégia de resolução, estabelecer relações e efetuar os cálculos algébricos para a confirmação ou refutação das conjecturas levantadas. No trabalho em equipe, há nesta etapa maior protagonismo dos alunos que têm maior familiaridade com as quatro operações aritméticas e com os cálculos algébricos.

Na etapa de testes e reformulação, por sua vez, observamos que os alunos têm dificuldades em estabelecer um raciocínio dedutivo, isto é, a partir da definição da função afim, prever resultados particulares (lucro ou prejuízo na venda de tapetes em um dado mês do ano). Na última etapa, justificação e avaliação, observamos que a maior dificuldade dos alunos está em escrever uma sentença que justifique suas conclusões com base nos dados, deixando claro seu processo de raciocínio.

Cabe destacar que este trabalho apresenta duas limitações: a primeira, é que foi aplicada apenas a uma turma de alunos e a segunda é que foi aplicada no contexto do estudo de um objeto de conhecimento (estudo da função afim), não sendo aplicado em período mais duradouro (bimestre, semestre ou ano). Estas limitações impactam em uma análise interpretativa dos resultados, isto é, não é possível ter evidência sobre o impacto deste estudo na aprendizagem dos alunos ao longo do componente curricular de Matemática.

A despeito destas limitações, os estudos empíricos de curta duração oportunizam investigar a implementação de abordagens didáticas diferenciadas, tais como a apresentada neste trabalho, assim como contribuem para gerar evidências iniciais para estudo mais amplos, expandindo o corpo de conhecimento na área de Educação Matemática.

Como trabalhos futuros, pretendemos: i) aprimorar a proposta de ensino-aprendizagem incluindo, por exemplo, o estabelecimento de papéis rotativos aos alunos em cada equipe, a fim de melhorar o engajamento nas etapas da investigação; ii) materializar a proposta na forma de um guia didático para facilitar a adoção por outros professores; e, iii) replicar este estudo em outras escolas e adaptar este planejamento no estudo de outros objetos de conhecimento de Matemática no Ensino Fundamental II.

Agradecimentos

Os autores agradecem o apoio da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Amazonas (FAPEAM) pela concessão de bolsas de estudo para o primeiro autor. Além disso, os autores declaram o uso de IA Generativa, mais especificamente, do uso do ChatGPT, versão gratuita, para auxiliar na revisão das referências bibliográficas quanto às normas da ABNT, assim como para auxiliar na tradução do resumo deste artigo para os idiomas inglês e espanhol, sendo os mesmos revisados pelos autores.

REFERÊNCIAS

- AMAZONAS (Estado). **Referencial curricular amazonense**. Manaus: CEE/AM, 2020. Disponível em: <https://www.cee.am.gov.br/referencial-curricular>. Acesso em: 22 fev. 2024.
- BENDER, W. N. **Aprendizagem baseada em projetos: educação diferenciada para o século XXI**. Porto Alegre: Penso, 2014.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular: educação é a base**. Brasília: MEC, 2017.
- BROOKHART, S. M. **How to create and use rubrics for formative assessment and grading**. Alexandria: ASCD, 2013.
- CORRADI, D. K. S. Investigações matemáticas. **Revista da Educação Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto**, Ouro Preto, v. 1, p. 162–175, 2011. Disponível em: <https://periodicos.ufop.br/redumat/article/view/2017>. Acesso em: 22 fev. 2024.
- CRESWELL, John W. **Investigação qualitativa e projeto de pesquisa: escolhendo entre cinco abordagens**. 3. ed. Porto Alegre: Penso, 2014.
- DE FREITAS, José Luiz Magalhães; REZENDE, Veridiana. Entrevista: Raymond Duval e a teoria dos registros de representação semiótica. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 2, n. 3, p. 10-34, 2013.
- DUVAL, R.; MORETTI, T. M. D. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 7, n. 2, p. 266-297, 2012.
- LIRA, J. V. D.; SILVA, M. V. R.; SILVA NETO, J. F. Dificuldades de aprendizagem matemática: o que dizem as pesquisas recentes. **Educação Matemática em Revista-RS**, v. 1, n. 25, 2024.
- MIOLA, A. F. S.; SOGAME, M. R. V. Os Registros de representações semióticas de função do primeiro grau em uma coleção de livros didático de matemática aprovada no PNLD 2021. **Educação Matemática em Revista-RS**, v. 1, n. 24, 2023.
- FRANZONI, P.; QUARTIERI, M. T. Investigação matemática e educação financeira: manifestações de aprendizagem em um curso de licenciatura. **Revista Diálogo Educacional**, Curitiba, v. 21, n. 68, p. 487–512.
- GIOVANNI JÚNIOR, J. R. **A conquista da matemática: 9º ano: ensino fundamental: anos finais**. 4. ed. São Paulo: FTD, 2018.
- OLIVEIRA, L. M. S. **Estratégias para o ensino e aprendizagem de função polinomial do 1º e 2º grau em turmas do 9º ano do Ensino Fundamental**. 2023. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal Fluminense, Rio de Janeiro, 2023.

PIRES, M. V. **Tarefa de investigação na sala de aula de Matemática: práticas de uma professora de Matemática**. Quadrante, Lisboa, v. 20, p. 55–81, 2011.

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. 4. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2022.

PONTE, J. P. **Investigação sobre investigações matemáticas em Portugal**. 2003. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de Lisboa, Lisboa, 2003.

PONTE, J. P. **O trabalho do professor numa aula de investigação matemática**. 1998. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de Lisboa, Lisboa, 1998.

POZO, J. I. **Aprendizes e mestres: a nova cultura da aprendizagem**. Porto Alegre: Artmed, 2002.

REZENDE, V.; NOGUEIRA, C. M. I.; CALADO, T. V. Função afim na Educação Básica: estratégias e ideias base mobilizadas por estudantes mediante a resolução de tarefas matemáticas. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, Florianópolis, v. 13, n. 2, p. 25–50, 2020.

SILVA, G. G. **Um conjunto de atividades investigativas de função afim ancorado ao modelo híbrido**. 2023. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Instituto Federal do Rio Grande do Sul, Campus Osório, Osório, 2023.

SILVEIRA, Ê. **Desafio da matemática: 9 anos de professor**. 1. ed. São Paulo: Moderna, 2022.

SOUZA, I. B. *et al.* Atividades investigativas no ensino de função afim: desafios e possibilidades. **REMATEC: Revista de Matemática, Ensino e Cultura**, Campina Grande, ano 15, n. 35, p. 122–142, 2020.

YIN, R. K. **Estudo de caso: planejamento e métodos**. 5. ed. Tradução de Cristhian M. Herrera. Porto Alegre: Bookman, 2015. 290 p. Título original: *Case Study Research*. ISBN.

Recebido em: 26/08/2025

Aceito em: 23/10/2025