

Registros de Representação Semiótica de Sistemas de Equações apresentados em Livros Didáticos do Ensino Fundamental

Records of Semiotic Representation of Equation Systems presented in Textbooks of Elementary School

Registros de representación semiótica de sistemas de ecuaciones presentados en libros de texto de la enseñanza primaria.

José Menezes da Silva Filho  0009-0000-6982-3679

Universidade Federal de Pernambuco, Recife, Pernambuco, Brasil. E-mail: jose.msilvafo@ufpe.br

Ana Fabiola Rodrigues da Silva  0009-0004-0225-0131

Universidade Federal de Pernambuco, Recife, Pernambuco, Brasil E-mail: afarodrigues2015@gmail.com

Mateus de Moura Maciel  0009-0008-4304-9425

Universidade Federal de Pernambuco, Recife, Pernambuco, Brasil. E-mail: mateus.maciel.pos@ufpe.br

Resumo: Este artigo visa analisar como os sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas são abordados em Livros Didáticos dos anos finais do Ensino Fundamental, com foco nos registros de representação semiótica mobilizados e nas propostas de conversões. A análise fundamenta-se na Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS), de Raymond Duval. O corpus da pesquisa é constituído por dois capítulos do 8º ano de coleções aprovadas pelo PNLD. A pesquisa possui abordagem qualitativa de caráter documental. Nos capítulos foram classificados os tipos de transformações semióticas no conteúdo de sistemas de equações. Os resultados evidenciam a predominância do registro algébrico nos capítulos, especialmente nas atividades de resolução, bem como uma incidência significativa de conversões da língua materna para o registro algébrico. Observa-se uma exploração limitada de conversões inversas e de registros como o pictórico, o tabular e o numérico, o que pode restringir a construção de significados matemáticos.

Palavras-chave: Sistemas de equações. Representações semióticas; Livro didático; Ensino fundamental.

Abstract: This article aims to analyze how systems of first-degree equations with two unknowns are addressed in textbooks for the final years of elementary school, focusing on the semiotic representation registers used and the conversion proposals. The analysis is based on Raymond Duval's Theory of Semiotic Representation Registers (TRRS). The research corpus consists of two chapters from the 8th grade of collections approved by the PNLD. The research has a qualitative documentary approach. In the chapters, the types of semiotic transformations in the content of equation systems were classified. The results show the predominance of the algebraic register in the chapters, especially in the resolution activities, as well as a significant incidence of conversions from the mother tongue to the algebraic register. There is limited exploration of inverse conversions and registers such as pictorial, tabular, and numerical, which may restrict the construction of mathematical meanings.

Keywords: Systems of equations. Semiotic representations. Textbook. Elementary school.

Resumen: Este artículo analiza cómo se abordan los sistemas de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas en libros de texto de enseñanza básica, centrándose en los registros de representación semiótica movilizados y propuestas de conversiones. El análisis se basa en la Teoría de los Registros de Representación Semiótica (TRRS) de Raymond Duval. El corpus está constituido por dos capítulos del 8.º curso de colecciones aprobadas por el PNLD. La investigación tiene un enfoque cualitativo documental. En los capítulos se clasificaron las transformaciones semióticas en el contenido. Los resultados evidencian el predominio del registro algebraico, especialmente en actividades de resolución, y una incidencia significativa de conversiones de la lengua materna al registro algebraico. Se observa una exploración limitada de conversiones inversas y de registros como el pictórico, tabular y numérico, lo que puede restringir la construcción de significados matemáticos.

Palabras clave: Sistemas de ecuaciones. Representaciones semióticas. Libro de texto. Enseñanza primaria.

1 Introdução

A Base Nacional Curricular Comum (BNCC), dentre suas orientações para o currículo de matemática, atribui a utilização de representações e a mudança entre elas como uma das maneiras de fomentar a aprendizagem significativa em Matemática. Esse atual documento normativo salienta que a utilização de registros de representação é necessária em ações como resolução, comunicação e na modelagem de situações, de modo que esses conhecimentos possibilitem o desenvolvimento do raciocínio dos estudantes em formação (Brasil, 2018).

A BNCC ressalta ainda que a utilização das representações matemáticas e a conversão entre elas por estudantes possibilita o domínio de “um conjunto de ferramentas que potencializa de forma significativa a capacidade de resolver problemas, comunicar e argumentar; enfim, ampliar a capacidade de pensar matematicamente” (Brasil, 2018, p. 530).

De modo a corroborar, Duval (2015) enfatiza que a diversidade de registros de representação semiótica se relaciona ao desenvolvimento da Matemática, proporcionando, tanto ao estudante quanto ao professor, uma maneira de exteriorizar os reflexos do pensamento humano no contexto das situações matemáticas.

Desse modo, neste estudo, buscamos olhar para o trabalho com Sistemas de Equações Polinomiais de 1º grau, que segundo a BNCC, deve ser desenvolvido desde o 8º ano dos anos finais do Ensino Fundamental, indicando como habilidade a ser avaliada “Resolver e elaborar problemas relacionados ao seu contexto próximo, que possam ser representados por sistemas de equações de 1º grau com duas incógnitas e interpretá-los, utilizando, inclusive, o plano cartesiano como recurso” (Brasil, 2018, p. 313). Nessa habilidade, observamos a presença de registros algébricos e geométricos, que remonta a uma discussão que ultrapassa os métodos de resolução algébrica, incluindo a sua representação no plano cartesiano, bem como a discussão sobre a interpretação geométrica da solução desse sistema. Neste contexto, é possível dizer que no estudo de Sistemas de Equações há uma transformação que pode ser denominada como uma passagem do campo algébrico para o geométrico.

A investigação de Nobre, Amado e Ponte (2011) analisou a resolução de problemas de sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas por estudantes no 9º ano, focalizando nas representações utilizadas (aritmética, algébrica, pictórica e língua natural). Os autores buscaram compreender de que maneira essas representações auxiliam na aquisição dos métodos usuais de resolução. Nesse estudo, foi observado que a maioria dos estudantes conseguiu resolver

corretamente os problemas, mas que recorreu “a um modo de representação aritmética, na resolução dos quatro problemas, conjugando a linguagem natural com o modo de representação pictórico” (Nobre; Amado; Ponte, 2011, p. 13). Dessa maneira, os autores defendem que a resolução de problemas de sistemas de equações por meio de múltiplos modos de representação incentiva o pensamento algébrico e ajuda na compreensão dos métodos formais.

Duval (2012) afirma que a coordenação de diferentes registros de representação semiótica é uma condição necessária para a aprendizagem e contribui para minimizar as confusões entre objetos matemáticos e suas representações. Oliveira e Roehrs (2023) destacam o papel do professor na condução do trabalho entre múltiplas representações e na utilização de diferentes signos, simbologias e linguagens, enfatizando as diferentes maneiras de representação de objetos matemáticos.

Para além dos professores, nesse artigo, consideramos o papel do livro didático na apresentação dos conteúdos escolares e na formação das práticas docentes e delimitamos a seguinte questão de pesquisa: Quais registros de representação semiótica são apresentados nos Livros Didáticos de Matemática do Ensino Fundamental na abordagem dos sistemas de equações, e quais as abordagens desses registros na conversão entre diferentes representações?

De acordo com Macêdo, Brandão e Nunes (2019, p. 83-84) o Livro Didático (LD) de matemática “tem o propósito de funcionar como um material didático coadjuvante nos processos de ensino e de aprendizagem, contribuindo assim para o acontecimento do aprendizado da Matemática”. Dessa forma, a nossa hipótese é que as obras didáticas aprovadas no Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD), após a homologação da BNCC, estejam em consonância com as orientações curriculares preestabelecidas no atual documento normativo da Educação Básica.

Assim, este estudo visa analisar as representações semióticas mobilizadas em Livros Didáticos do Ensino Fundamental na abordagem dos sistemas de equações, com base na Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) de Raymond Duval. Para alcançar esse objetivo, propõem-se os seguintes objetivos específicos: a) Identificar os tipos de registros de representação utilizados na apresentação e resolução de sistemas de equações nos Livros Didáticos analisados; b) Verificar se há propostas de conversão entre diferentes registros nos exemplos e exercícios apresentados.

Partindo desses pressupostos, este estudo encontra-se dividido em quatro seções. A primeira apresenta a Teoria de Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval com

discussão dos tipos de registros de representação vinculados ao conteúdo de sistemas de equações. Em seguida, apresentamos a metodologia utilizada. A terceira seção é dedicada à análise e discussão dos dados da pesquisa, identificando os tipos de registros de representação de sistemas de equações. Por fim, na quarta seção, apresentamos as considerações finais.

2 Conversões e Tratamentos em Sistemas de Equações

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica, de autoria de Raymond Duval, apresenta grande relevância para a Educação Matemática ao oferecer um caminho para a compreensão e aprimoramento de processos de ensino e aprendizagem. Essa teoria evidencia, por um lado, o papel das representações no desenvolvimento do conhecimento matemático e, por outro, fornece possíveis organizações de práticas pedagógicas e processos avaliativos (Faria; Barbosa, 2024).

Para Duval (2011, p. 68), a distinção e classificação de registros de representação semiótica relacionados a conteúdos matemáticos é a “primeira etapa para elaborar uma ferramenta de análise cognitiva das atividades matemáticas”. Nesse sentido, cabe ao professor promover explicações e situações de aprendizagem que mobilizem diferentes tipos de registros de representação semiótica, favorecendo a compreensão dos objetos matemáticos.

Duval (2011) estabelece que o aspecto matematicamente essencial de uma representação semiótica não reside na representação em si, mas nas transformações que podem ser realizadas a partir dela, sendo fundamental considerar a diversidade de registros de representação para a análise dessas transformações. Duval (2012) explica que essas atividades cognitivas consistem em: a formação de uma representação identificável como uma representação de um registro dado deve respeitar as regras do registro, no caso de sistemas de equações, pode ser o enunciado de um problema no registro de língua materna seguindo as regras gramaticais; o tratamento de uma representação, que indica as transformações em um mesmo registro, que pode ser compreendida como a transformação no registro algébrico de sistemas de equações em busca de sua solução; a conversão entre diferentes registros, é a transformação de um registro para outro, que pode conservar todo ou apenas uma parte do conteúdo da representação inicial. No caso de sistemas de equações, a saída do enunciado de um problema para seu registro algébrico.

Brandl *et al.* (2024) salientam que, em atividades propostas por alguns Livros Didáticos, permanece tácita a noção de que a compreensão do tratamento de um registro seria suficiente para garantir a compreensão das conversões entre diferentes tipos de registros de representação.

Contudo, Duval (2009, p. 63) considera que a conversão é “a atividade cognitiva menos espontânea e difícil de adquirir para a grande maioria dos alunos. Conforme a TRRS, a compreensão da conversão depende da congruência semântica entre duas representações de um mesmo objeto matemático, quanto menor a congruência semântica entre as representações, maior exigência será necessária para realizar a conversão (BRANDL *et al.*, 2024).

Em Matemática, as representações semióticas não são apenas indispensáveis para fins de comunicação, mas constituem um elemento essencial para o próprio desenvolvimento da atividade matemática. Esse fato se justifica, uma vez que “os objetos matemáticos são abstratos e acessíveis apenas por meio de suas representações, logo a compreensão em matemática está diretamente ligada à capacidade de distinguir um objeto de sua representação” (Faria; Barbosa, 2024, p. 2).

Essa necessidade é ampliada quando se trata de conteúdos de álgebra. Duval, Campos e Barros (2015) ressaltam o papel dos registros de representação no desenvolvimento da álgebra, principalmente quando as letras são utilizadas no lugar de números e grandezas. Nobre, Amado e Ponte (2011, p.2) afirmam que o pensamento algébrico requer o conhecimento de diferentes formas de representação e a mudança entre elas, além da aquisição da “capacidade de operar com símbolos, em contexto e quando adequado”. De acordo com Duval, Campos e Barros (2015, p.53), “o registro das escritas simbólicas constitui um tipo de registro diferente da língua natural, mas oferece a possibilidade de fazer operações discursivas análogas às da língua natural”.

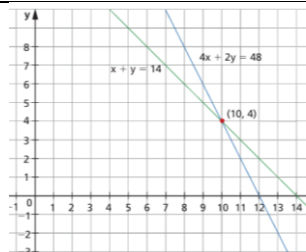
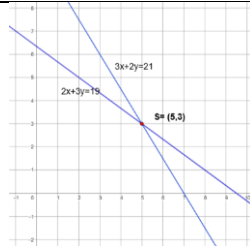
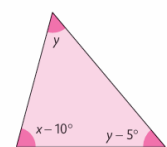
Nobre, Amado e Ponte (2011) salientam ainda o papel da resolução de problemas no incentivo para a utilização de variadas representações, auxiliando estudantes a representar suas ideias de maneira a fazer sentido, mesmo que se apresente de modo não convencional. Em outra direção, mas com a mesma relevância, os autores reforçam a necessidade de que as representações convencionais e estabelecidas da atividade matemática sejam aprendidas pelos estudantes a fim de favorecer a comunicação de ideias matemáticas (NOBRE *et al.*, 2011).

No caso de Livros Didáticos, eles devem apresentar problemas, mas a discussão no âmbito da resolução de problemas e o incentivo para a utilização de variadas representações é geralmente realizada pelo professor, que cria a partir de suas práticas um ambiente para a resolução de problemas.

Nobre, Amado e Ponte (2011) evidenciam que as dificuldades apresentadas pelos estudantes na resolução de problemas envolvendo sistemas de equações variam segundo os

modos de representação mobilizados. Os autores observam que muitos estudantes recorrem inicialmente a estratégias de natureza aritmética, como tentativa e erro, raciocínios numéricos ou esquemas pictóricos, mesmo quando a situação admite uma formulação algébrica direta. Embora essas estratégias possam indicar limitações no uso da linguagem algébrica formal, elas também revelam formas de raciocínio funcional e relacional que podem constituir um ponto de partida para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Quadro 1 - Tipos de registros de representação semiótica relacionados aos sistemas de equações

Tipos de registro		Exemplo 1	Exemplo 2								
Língua natural/ Língua materna		Em um estacionamento, há carros e motos, totalizando 14 veículos e 48 rodas. Quantos carros e quantas motos há nesse estacionamento?	Certo tipo de doce é vendido em embalagens do tipo x e y. Duas embalagens do tipo x e três embalagens do tipo y totalizam 19 doces. Já três embalagens do tipo x e duas embalagens do tipo y totalizam 21 doces. Quantos doces há em cada embalagem?								
Algébrico	Propriamente dito	$\begin{cases} x + y = 14 \\ 4x + 2y = 48 \end{cases}$ Onde x é o número de carros e y o número de motos	$\begin{cases} 2x + 3y = 19 \\ 3x + 2y = 21 \end{cases}$ Onde x é o número de embalagens do tipo x e y o número de embalagens do tipo y								
	Matricial	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 4 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 & 48 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19 & 21 \end{bmatrix}$								
	Tabular		<table><tr><th>Embalagem X</th><th>Embalagem Y</th><th>Número total de doces</th></tr><tr><td>2</td><td>3</td><td>19</td></tr><tr><td>3</td><td>2</td><td>21</td></tr></table>	Embalagem X	Embalagem Y	Número total de doces	2	3	19	3	2
Embalagem X	Embalagem Y	Número total de doces									
2	3	19									
3	2	21									
Numérico		$10 + 4 = 14$ $4 \cdot 10 + 2 \cdot 4 = 48$	$2 \cdot 5 + 3 \cdot 3 = 19$ $3 \cdot 5 + 2 \cdot 3 = 21$								
Simbólico		Solução do Sistema $S = \{(10, 4)\}$	Solução do Sistema $S = \{(5, 3)\}$								
Gráfico											
Pictórico			c) A adição de x e y é igual a 140°. 								

Fonte: Adaptado de Brandl *et al.* (2024)

Dessa forma, este estudo assume como pressuposto para o ensino de sistemas de equações a necessidade da abordagem de diferentes registros de representação semiótica e da coordenação entre eles para ocorrer a conceitualização desse objeto matemático. Nessa perspectiva, Nobre *et al.* (2011, p. 4) enaltecem o papel da apropriação das características das

representações para a caracterização do objeto matemático, indicando que as mesmas “constituem veículos para a compreensão e interpretação de ideias matemáticas e, simultaneamente, ferramentas para o desenvolvimento de estratégias na resolução de problemas, proporcionando múltiplas concretizações de um conceito ou estrutura matemática”

Considerando a necessidade de distinguir e classificar os diferentes registros mobilizados no ensino de sistemas de equações, apresenta-se, no Quadro 1, uma sistematização dos principais tipos de registros de representação semiótica relacionados a sistemas de equações. Para a elaboração desse quadro, nos baseamos na discussão de Brandl *et al.* (2024) e em exemplos retirados de Livros Didáticos dos anos finais do Ensino Fundamental.

O quadro ilustra, por meio de exemplos, como um mesmo objeto matemático pode ser representado em diferentes registros (língua natural, algébrico, matricial, numérico, simbólico, gráfico e pictórico), evidenciando a diversidade envolvida nesse conteúdo. Essa classificação constitui um referencial analítico fundamental para a investigação, uma vez que permite identificar, nos Livros Didáticos analisados, quais registros são privilegiados, quais são ausentes ou pouco explorados e de que maneira são propostas as transformações de tratamento e conversão entre eles.

3 Metodologia

Os procedimentos metodológicos adotados nesse artigo estão descritos nessa seção. Do ponto de vista dos procedimentos realizados, esse estudo se caracteriza como pesquisa documental. Esse tipo de procedimento se caracteriza pela utilização “de materiais que não receberam ainda um tratamento analítico, ou que ainda podem ser reelaborados de acordo com os objetos da pesquisa” (Gil, 2008, p. 45).

Nessa perspectiva, foram selecionados Livros Didáticos de matemática com vistas a atingir o objetivo de analisar as representações semióticas mobilizadas em exemplares de livros do Ensino Fundamental na abordagem dos sistemas de equações, com base na Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) de Raymond Duval.

Vale salientar que essa pesquisa possui abordagem qualitativa, uma vez que, para Lüdke e André (1986, p.39), os documentos são considerados “uma fonte poderosa de onde podem ser retiradas evidências que fundamentem afirmações e declarações do pesquisador. Para essas autoras, o documento representa e apresenta informações sobre o contexto no qual a informação está inserida. Nesse sentido, o LD traz em sua organização uma proposta de abordagem que pode ser tratada qualitativamente.

Para selecionar os livros, foram utilizados como critérios a aprovação no Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) destinado aos anos finais do Ensino Fundamental de 2024 e a adoção da coleção nas escolas de Pernambuco, segundo os dados do Relatório de Escolha PNLD2024. A partir desse relatório, foi construída a Tabela 1 com o número de escolas pernambucanas que escolheram cada coleção.

Tabela 1 – Coleções de Livro Didático de Matemática escolhidas em Pernambuco

Coleção	Editora	Número de Escolas em PE que escolheram
A Conquista Matemática	Editora FTD S.A.	412
Superação! Matemática	Editora Moderna Ltda	283
Matemática e Realidade	Saraiva Educação S.A.	232
Teláris Essencial: Matemática	Editora Ática S/A	207
Arribá Conecta - Matemática	Editora Moderna Ltda	89
Desafios da Matemática com Ênio Silveira	Editora Moderna Ltda	43
Conexões & Vivências Matemática	Editora do Brasil S/A	38
Geração Alpha Matemática	Edições SM Ltda	38
Amplitude Matemática	Editora do Brasil S/A	36
Matemática – Bianchini	Editora Moderna Ltda	25
Coleção Matemática em Cena	Editora Wisdom Ltda	22
Jornadas: Novos Caminhos – Matemática	Saraiva Educação S.A.	11
Matemática nos Dias de Hoje	Editora SEI Ltda	4

Fonte: Relatório de Escolha PNLD2024

Dessa forma, foram selecionadas as duas coleções mais adotadas no nosso estado: A Conquista da Matemática e a Superação! Matemática. Após essa seleção, realizamos a leitura do sumário de cada coleção e verificamos que o conteúdo de sistemas de equações consta nos livros de 8º ano. Para a análise da abordagem e dos exercícios resolvidos presentes em cada capítulo, nos referenciamos na Teoria dos Registros de Representações Semióticas de Duval (2012, 2015), como também nas pesquisas anteriormente realizadas por Nobre, Amado e Ponte (2011) e Brandl, Lenartovicz e Silva (2024).

Desse modo, na abordagem inicial de cada capítulo, foi averiguada a presença de orientações sobre o trabalho com diferentes representações dos sistemas de equações. Classificamos os tipos de registros de representação nos capítulos de Sistemas de Equações (Registro em Língua Materna (RLM), Registro Algébrico (RA), Registro Matricial (RM), Registro Tabular (RT), Registro Numérico (RN), Registro Simbólico (RS), Registro Figural (RF) e Registro Gráfico (RG) e Registro Pictórico (RP)).

A partir dos procedimentos realizados, foi possível construir um panorama sobre a diversidade (ou ausência) de registros relacionados aos sistemas de equações, bem como sobre as conversões sugeridas entre eles.

4 Que Registros de Representação de Sistemas de Equações são utilizados nos Livros Didáticos?

Nessa seção, analisamos a abordagem dos sistemas de equações com duas incógnitas nos capítulos do 8º ano das coleções A Conquista Matemática e Superação! Matemática, com foco nos registros de representação semiótica apresentados e nas propostas de conversão entre registros, à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) de Raymond Duval. Assim, foram definidas as categorias de análise para o conteúdo de sistemas de equações, de modo a verificar: (i) formas de abordagem para os diferentes registros de representação semiótica apresentados nos capítulos de sistemas de equações; (ii) os tipos de registros observados nos capítulos de sistemas de equações; e (iii) os tipos de conversão apresentados nos capítulos.

Inicialmente, apresentamos uma breve descrição dos capítulos analisados. No livro do oitavo ano Conquista da Matemática, de Giovanni Júnior (2022), os capítulos 5 e 6 da quinta unidade são destinados ao conteúdo de sistemas de equações e as resoluções desse sistema. Esse conteúdo é introduzido a partir de uma situação-problema contextualizada apresentada no registro da língua materna. Como está apresentado na Figura 1, esse registro é inicialmente transformado para um registro pictórico, em seguida numérico, e posteriormente para o algébrico (conversão $RLM \rightarrow RP \rightarrow RN \rightarrow RA$). Observamos que a primeira resolução do sistema apresentada recorreu a estratégia de tentativa e erro, enfatizando outras maneiras de resolução do sistema antes da apresentação da formalização e reforçando as características que, segundo Nobre, Amado e Ponte (2011), estudantes apresentam ao lidar com a resolução de problemas algébricos. Essa valorização inicial de diferentes registros de representação intermediários é um ponto que pode ser explorado pelo professor.

Em seguida, nas atividades propostas, são observadas situações que visam a transformação de conversão entre o registro de língua materna para o registro algébrico, por meio da definição das incógnitas e da construção do sistema de equações correspondente, envolvendo diferentes contextos (problemas de compra e venda, idades ou quantidades).

Na próxima seção, o livro continua com a resolução do mesmo problema inicial, fazendo conversão do registro algébrico para o registro simbólico e, em seguida, para o registro gráfico

(RA→RS→RG). As atividades propostas seguem a discussão desses registros de representação, discutindo um pouco cada um deles. O livro continua apresentando as resoluções de sistemas pelo método da substituição e o método de adição.

Figura 1 – Abordagem inicial de sistemas de equações no livro Conquista da Matemática

RLM

Em um estacionamento, há carros e motos, totalizando 14 veículos e 48 rodas. Quantos carros e quantas motos há nesse estacionamento?

RP

Podemos resolver essa situação-problema da seguinte maneira: São 14 veículos. Se cada veículo tivesse duas rodas, seriam 28 rodas.

Mas o problema cita que são 48 rodas no total. Então, podemos substituir motos por carros até completar 48 rodas e 14 veículos.

$4 \cdot 2 = 8$

RN

$10 - 4 = 6$

RA

Quantidade de veículos de 4 rodas: 10 } 14 veículos e 48 rodas
 Quantidade de veículos de 2 rodas: 4 }
 Nesse estacionamento, há 10 carros e 4 motos.
 Esse modo de resolver o problema pode se tornar trabalhoso e demorado quando as quantidades envolvidas forem muito grandes.

Agora, vamos aplicar os conhecimentos de cálculo algébrico para resolver o problema de outro modo. Inicialmente, indicamos:

- a quantidade de carros que há no estacionamento com x ;
- a quantidade de motos que há no estacionamento com y .

Em seguida, a partir dos dados do problema, montamos duas equações:

$$x + y = 14 \text{ e } 4x + 2y = 48$$

quantidade de carros } quantidade total de rodas
 quantidade de motos } Cada moto tem 2 rodas.
 quantidade de veículos } Cada carro tem 4 rodas.

Quando duas equações de 1º grau com duas incógnitas são associadas pelo conectivo e, dizemos que há um **sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas** (no caso, x e y).

No exemplo, esse sistema pode ser representado assim:

$$\begin{cases} x + y = 14 \\ 4x + 2y = 48 \end{cases}$$

Fonte: Giovanni Júnior (2022, p.158-159)

No capítulo do livro Superação! Matemática, de Teixeira (2022), a discussão de Sistemas de equações encontra-se na unidade 8. O capítulo sobre sistemas de equações também se inicia com uma situação apresentada no registro da língua materna (Figura 2).

Figura 2 – Abordagem inicial de sistemas de equações no livro Superação! Matemática

Em um final de semana, foi realizada uma partida entre os times do 8º ano A e 8º ano B pelo campeonato de futebol da escola.

Durante a partida, foram marcados 8 gols. A diferença entre a quantidade de gols marcados pelo time do 8º ano A e a de gols marcados pelo time do 8º ano B foi 2 gols.

De acordo com essas informações, quantos gols marcou cada time nessa partida?

Para responder a essa pergunta, podemos escrever duas equações, uma para representar o total de gols marcados durante a partida e outra para representar a diferença entre a quantidade de gols marcados na partida pelos dois times.

Vamos indicar por x a quantidade de gols marcados pelo 8º ano A e por y a quantidade de gols marcados pelo 8º ano B. Assim:

total de gols | $x + y = 8$

diferença entre a quantidade de gols marcados pelos times | $x - y = 2$

Fonte: Teixeira (2022, p.168).

No entanto, observamos uma condução mais direta para o registro algébrico (conversão RLM → RA), com menor ênfase na exploração de outros registros antes da formalização. De maneira análoga à outra coleção, esse capítulo traz logo após a apresentação do sistema uma atividade proposta, também propõe a transformação de sistemas no registro de língua materna para o registro algébrico.

Na próxima seção, o capítulo apresenta a resolução de sistemas pelo método da substituição e método da adição. Variadas atividades são propostas com diferentes registros. Ao final delas, o capítulo propõe uma seção que apresenta a conversão entre o registro algébrico

e o registro gráfico, apresentando inclusive as representações gráficas de sistema possível determinado, sistema possível e indeterminado e sistema impossível.

Com o intuito de sistematizar as abordagens dos registros de representação semiótica observadas nos capítulos analisados e problematizar a predominância de determinados tipos de atividades, elaboramos o Quadro 2. Esse quadro sintetiza a relação entre os registros de representação mobilizados e as formas predominantes de abordagens associadas a cada tipo de registro nas duas coleções.

Quadro 2 – Forma de abordagem predominante identificada por tipo de registro nos capítulos analisados

Registro de representação	Tipos de abordagem predominante no capítulo de Conquista da matemática	Tipos de abordagem predominante no capítulo de Superação! Matemática
Algébrico	Formalização dos sistemas e resolução por métodos algébricos	Ênfase nos procedimentos simbólicos de resolução
Língua Materna	Introdução de situações-problema e enunciados contextualizados	Situações-problema com rápida transição para o algébrico
Gráfico	Representação de retas no plano cartesiano	Confirmação gráfica da solução algébrica
Numérico	Verificação pontual de soluções	Substituição de valores e checagem de resultados
Simbólico	Notação matemática formal associada ao registro algébrico	Escrita formal das equações
Pictórico	Auxílio na resolução de sistema por tentativa e erro	Apresentação das informações iniciais do sistema
Tabular	Apresentação das informações iniciais do sistema	Não identificado
Matricial	Não identificado	Não identificado

Fonte: Elaboração própria.

O Quadro 2 evidencia que os capítulos mobilizam uma variedade de registros de representação semiótica na abordagem de sistemas de equações e expõe diferenças nas funções atribuídas a esses registros e às transformações entre eles. Observamos que, em ambas as obras, o registro algébrico assume papel central, sendo frequentemente tratado como ponto de chegada das atividades, sobretudo no capítulo do livro Superação! Matemática, na qual predomina uma condução direta da língua materna para o registro algébrico.

Essa abordagem pode limitar o desenvolvimento da compreensão conceitual, uma vez que, segundo Duval (2009, 2011), a atividade matemática não se reduz ao domínio de tratamentos dentro de um único registro, mas exige a coordenação consciente de diferentes registros por meio de conversões. Embora o capítulo do livro A Conquista da Matemática apresente uma exploração inicial mais diversificada, incluindo registros pictóricos, numéricos e tabulares, tais registros aparecem majoritariamente como apoio à introdução do conteúdo, não sendo sistematicamente retomados ao longo das atividades de resolução.

Para classificação dos tipos de registros encontrados nos capítulos de sistemas de equações, foram contabilizadas 77 situações no livro A Conquista da Matemática e 90 no livro Superação! Matemática. Tais situações foram categorizadas de acordo com as representações sistematizadas no Quadro 1 e organizadas na Tabela 2.

Tabela 2 – Registros de representação semiótica identificados nos capítulos analisados

Registro de representação	Capítulo		Capítulo	
	A Conquista da matemática		Superação! Matemática	
	Quantidade	Percentual	Quantidade	Percentual
Algébrico	31	40%	40	44,5%
Tabular	1	1,3%	0	0%
Matricial	0	0%	0	0%
Simbólico	10	13%	2	2,2%
Língua Materna	26	34%	32	35,6%
Gráfico	6	7,8%	12	13,3%
Numérico	2	2,6%	0	0%
Pictórica	1	1,3%	4	4,4%

Fonte: Elaboração própria.

Em ambos os capítulos analisados, o registro algébrico concentra a maior parte das ocorrências, confirmando sua centralidade no tratamento dos sistemas de equações. O registro em língua materna aparece com percentuais relevantes, mas majoritariamente restrito a enunciados dos problemas, conforme apresentado na Figura 3.

Figura 3 – Exercício que propõe a transformação de tratamento com o Registro de Língua Materna no livro A Conquista da Matemática

2. Em cada item, complete o enunciado de modo a torná-lo um problema que possa ser representado por um sistema de duas equações do 1º grau nas incógnitas x e y . Depois, represente esse sistema.
- a) Em um jogo de basquete, a cestinha do time vencedor fez 24 cestas.
- b) O perímetro de um terreno retangular é 22 m.

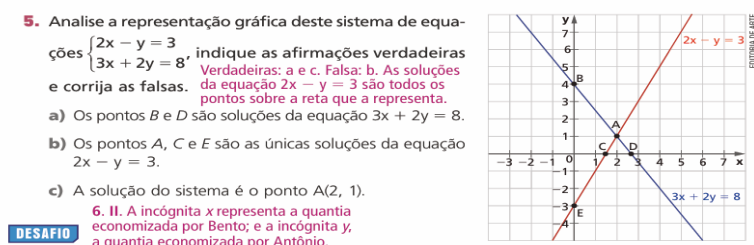
Fonte: Giovanni Júnior (2022, p. 163)

O registro gráfico, embora presente, apresenta uma exploração pontual do potencial geométrico dos sistemas de equações. No capítulo do livro A Conquista da Matemática, o registro gráfico aparece em alguns exemplos, no qual cada equação do sistema é apresentada como uma reta no plano cartesiano, possibilitando a identificação do par ordenado solução como o ponto de interseção das retas (Figura 4).

Sob a perspectiva das transformações semióticas, a tarefa exige principalmente conversões entre registros, em especial do registro gráfico para o algébrico e para a língua materna. Para avaliar as afirmações propostas, o estudante precisa reconhecer que cada ponto pertencente a uma reta satisfaz a equação correspondente (conversão RG $\rightarrow$ RA) e, ao mesmo tempo, interpretar semanticamente o significado de “ser solução de uma equação” ou “ser

solução do sistema” (RG → RLM). Essa distinção é conceitualmente central e, segundo Duval (2011), cognitivamente exigente ao envolver a coordenação de diferentes registros semióticos que não são semanticamente congruentes.

Figura 4 – Exercício proposto que articula o registro algébrico e o registro gráfico no livro A Conquista da Matemática



Fonte: Giovanni Júnior (2022, p. 163)

Nesse sentido, a atividade evidencia uma diferenciação importante entre solução de uma equação e solução de um sistema, distinção que só se torna plenamente compreensível quando o estudante consegue articular o registro algébrico ao gráfico. Enquanto infinitos pontos satisfazem cada equação isoladamente (retas), apenas um ponto satisfaz simultaneamente ambas, caracterizando a solução do sistema. Essa compreensão não decorre de um tratamento interno a um único registro, mas da conversão e coordenação entre eles, conforme enfatiza Duval (2011).

No capítulo do livro Superação! Matemática, o registro gráfico é introduzido como um recurso complementar, geralmente apresentado após a resolução algébrica do sistema. Em alguns exercícios, solicita-se ao estudante que represente as equações no plano cartesiano para confirmar graficamente a solução encontrada. Entretanto, essa representação gráfica aparece mais como um instrumento de verificação do que como um registro autônomo para a resolução do sistema. Atenta-se ainda para a apresentação das etapas de construção da solução gráfica do sistema com o uso do software GeoGebra para a elaboração do registro. Segundo Brandl *et al.* (2024, p. 21), o uso do software permite que o estudante realize a verificação imediata das “mudanças efetuadas no registro algébrico e as implicações no registro gráfico e vice-versa”

A ausência do registro matricial apenas representa a escolha dos capítulos analisados de seguir a BNCC, que não indica o trabalho com matrizes nos anos finais do ensino fundamental. A baixa frequência de registros pictóricos, numéricos, tabulares indica uma restrição na diversidade representacional, em desacordo com as recomendações da BNCC (Brasil, 2018) e com os pressupostos da TRRS.

Figura 5 – Exercício proposto que articula o registro tabular e o registro pictórico no livro A Conquista da Matemática

8. No quadro, estão indicadas a soma em cada linha e em cada coluna. Descubra os números "escondidos" pelas figuras, sabendo que figuras iguais escondem números iguais.

▲	4	▼	■	→ 28
■	◆	▼	▼	→ 18
4	●	▲	■	→ 38
4	4	4	■	→ 20
↓ 30	↓ 26	↓ 22	↓ 26	

EDUCAÇÃO DE ARTE

Fonte: Giovanni Júnior (2022, p.170)

A única atividade do livro A Conquista da Matemática que propõe tratamentos nos registros tabulares, pictóricos e numéricos recorre à comparação de somas e à identificação de padrões. Essa proposta valoriza registros não algébricos na construção do raciocínio matemático, oferecendo uma abordagem que pode favorecer a compreensão conceitual antes da formalização.

A figura 6 apresenta inicialmente o registro pictórico/geométrico, por meio das representações de triângulos com ângulos destacados e identificados por cores e símbolos. Esse registro desempenha papel central na organização visual da informação, permitindo ao estudante reconhecer relações geométricas fundamentais, como a soma dos ângulos internos de um triângulo.

Figura 6 – Exercício proposto que articula o registro pictórico/geométrico e o registro algébrico no livro Superação! Matemática

35. Com base nas informações apresentadas em cada item, determine x e y , em graus.

a) A diferença entre x e y é igual a 15° .

c) A adição de x e y é igual a 140° .

Fonte: Teixeira (2022, p.176).

Associado ao registro pictórico, está o registro algébrico, no qual as medidas angulares são expressas em função das incógnitas x e y , bem como por expressões algébricas. Há ainda o registro da língua materna, presente nos enunciados que estabelecem relações entre as incógnitas (diferença, soma, dobro), e o registro numérico, explicitado na medida fixa de 105° e na propriedade destacada ao final da página.

A Tabela 3 sintetiza as conversões entre registros de representação semiótica de sistemas de equações identificadas nos capítulos analisados das coleções A Conquista da Matemática e Superação! Matemática. Nela, são apresentadas a frequência absoluta e o

percentual de cada tipo de conversão observada nas atividades propostas, permitindo uma visão comparativa sobre a ênfase atribuída pelos livros didáticos às transformações entre registros.

Tabela 3 – Conversões entre registros de representação semiótica de sistemas de equações identificadas nos capítulos analisados

Conversão entre registros	A Conquista da Matemática	Superação! Matemática
RLM $\rightarrow$ RA	13 (54,2%)	11 (42,4%)
Língua natural $\rightarrow$ Algébrico		
RA $\rightarrow$ RLM	0 (0%)	1 (3,8%)
Algébrico $\rightarrow$ Língua natural		
RG $\rightarrow$ RA	0 (0%)	1 (3,8%)
Gráfico $\rightarrow$ Algébrico		
RA $\rightarrow$ RG	2 (8,3%)	12 (46,2%)
Algébrico $\rightarrow$ Gráfico		
RA $\rightarrow$ RS	5 (20,8%)	1 (3,8%)
Algébrico $\rightarrow$ Simbólico		
RLM $\rightarrow$ RG	1 (4,2%)	0 (0%)
Língua natural $\rightarrow$ Gráfico		
Múltiplas conversões	3 (12,5%)	0 (0%)
RA $\rightarrow$ RN $\rightarrow$ RG		
RLM $\rightarrow$ RP $\rightarrow$ RN $\rightarrow$ RA		
RLM $\rightarrow$ RA $\rightarrow$ RS		
Total de conversões	24 (100%)	26 (100%)

Fonte: Elaboração própria.

Os dados apresentados na tabela 3 evidenciam diferenças na forma como ambos os capítulos exploram as conversões entre registros de representação semiótica, aspecto central da TRRS. Em ambos os capítulos, observa-se a predominância da conversão da língua materna para o registro algébrico (RLM $\rightarrow$ RA). Esse resultado pode sugerir que os livros tendem a conduzir os estudantes rapidamente da situação-problema para a formalização algébrica, reforçando a centralidade do registro algébrico no tratamento dos sistemas de equações. Contudo, conforme assinala Duval (2009, 2011), a compreensão matemática não se consolida apenas pela passagem para o registro algébrico, mas pela coordenação entre diferentes registros, especialmente por meio de conversões semanticamente não congruentes.

Nesse sentido, destaca-se que A Conquista da Matemática apresenta uma maior diversidade de percursos de conversão, incluindo conversões múltiplas, como RLM $\rightarrow$ RP $\rightarrow$ RN $\rightarrow$ RA e RA $\rightarrow$ RN $\rightarrow$ RG, ainda que com percentuais moderados. Essas sequências indicam uma tentativa de articular registros pictóricos, numéricos e gráficos como etapas intermediárias na construção do significado do sistema, o que pode contribuir para a redução do custo cognitivo das conversões.

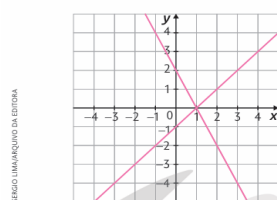
Em contrapartida, Superação! Matemática concentra-se fortemente na conversão algébrico $\rightarrow$ gráfico (RA $\rightarrow$ RG), que representa 46,2% das ocorrências, evidenciando o uso

do registro gráfico predominantemente como instrumento de verificação ou confirmação da solução algébrica, e não como meio de produção do sistema ou de exploração conceitual.

Observa-se ainda a quase inexistência de conversões inversas, como $RA \rightarrow RLM$ e $RG \rightarrow RA$, em ambos os capítulos analisados, limitando oportunidades para que o estudante interprete, explique ou reconstrua situações a partir de representações formais. Na figura 7 constam as únicas atividades que apresentam as conversões $RG \rightarrow RA$ e $RA \rightarrow RLM$, todas observadas apenas no livro de Superação! Matemática.

Figura 7 – Exercício proposto que solicita a conversão entre registro gráfico para registro algébrico no livro Superação! Matemática

41. A imagem mostra a representação geométrica de um sistema de equações.



Entre os sistemas de equações a seguir, determine aquele que está representado geometricamente.

41. Resposta: Alternativa c.
- a) $\begin{cases} -x - y = 1 \\ -3x - 3y = 3 \end{cases}$ c) $\begin{cases} -2x - y = -2 \\ 3x - 3y = 3 \end{cases}$
- b) $\begin{cases} 2x + y = -2 \\ x - 3y = 3 \end{cases}$ d) $\begin{cases} -x + y = -2 \\ x - y = 3 \end{cases}$

45. Elabore um problema envolvendo o sistema apresentado a seguir.

43. Respostas: a) $\begin{cases} x - y = 8 \\ x + y = 26 \end{cases}$;
 $\begin{cases} x + 2y = 2 \\ 8x - 4y = -4 \end{cases}$ b) Concorrentes;
c) 17 e 9 anos.

Depois, peça a um colega que o resolva. Por fim, verifique se a resposta obtida por ele está correta. 45. Resposta pessoal.

Fonte: Teixeira (2022, p. 176).

Segundo Duval (2011), a ausência desse tipo de conversão pode comprometer a compreensão conceitual, uma vez que o estudante pode dominar procedimentos algébricos sem atribuir sentido aos objetos matemáticos representados. Assim, embora ambas as coleções apresentem conversões entre registros, os dados revelam uma exploração ainda restrita da diversidade e da reciprocidade dessas conversões, reforçando práticas centradas no tratamento algébrico em detrimento de uma coordenação mais equilibrada entre registros.

5 Considerações Finais

Este estudo teve como objetivo analisar os registros de representação semiótica mobilizados na abordagem dos sistemas de equações em livros didáticos dos anos finais do Ensino Fundamental, à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval. A análise dos capítulos das coleções A Conquista Matemática e Superação! Matemática evidenciou que, embora ambas apresentem uma diversidade de registros, há uma

predominância significativa do registro algébrico, tanto na apresentação dos conteúdos quanto nas atividades propostas.

Os resultados indicam que as conversões mais frequentes ocorrem da língua materna para o registro algébrico, revelando uma condução recorrente das situações-problema para a formalização simbólica. Essa centralidade do registro algébrico, associada à baixa incidência de conversões inversas e à exploração limitada de registros como o pictórico, o tabular e o numérico, pode restringir a coordenação entre diferentes registros, condição apontada por Duval como essencial para a compreensão matemática.

Embora a coleção A Conquista Matemática apresente maior diversidade de percursos de conversão, especialmente com o uso de registros intermediários, essas abordagens aparecem de forma pontual e pouco sistematizada. Já a coleção Superação! Matemática evidencia uma forte ênfase na conversão do registro algébrico para o gráfico, predominantemente como instrumento de verificação da solução, limitando o potencial do registro gráfico como meio de construção de significado matemático.

À luz da TRRS, esses resultados sugerem que os livros didáticos analisados ainda privilegiam tratamentos internos ao registro algébrico em detrimento de propostas que incentivem a coordenação consciente entre registros, o que pode elevar o custo cognitivo das atividades e favorecer aprendizagens de caráter mais procedimental. Nesse contexto, destaca-se o papel do professor como mediador fundamental, capaz de ampliar e ressignificar as propostas do livro didático, promovendo atividades que favoreçam a conversão entre diferentes registros e a explicitação dos significados matemáticos envolvidos.

Por fim, este estudo reforça a necessidade de que futuras produções didáticas e formações docentes considerem de maneira mais sistemática a diversidade e a reciprocidade das conversões entre registros de representação semiótica, especialmente no ensino de conteúdos algébricos. Investigações futuras podem ampliar a análise para outras coleções, outros conteúdos matemáticos ou para práticas efetivas em sala de aula, aprofundando a compreensão sobre o papel das representações semióticas na aprendizagem matemática.

Referências

BRANDL, Eduardo; LENARTOVICZ, Ilizete Gonçalves; SILVA, Milaiervy Bernardo da. Análise do conteúdo de sistemas lineares em dois livros didáticos de matemática sob a perspectiva da Teoria dos Registros de Representação Semiótica. In: FEIRA DO CONHECIMENTO DO IFC – CAMPUS IBIRAMA, 5., 2024, Ibirama. **Anais eletrônicos...** Ibirama: Instituto Federal Catarinense, 2024. Disponível em: <https://publicacoes.ifc.edu.br/index.php/feiradoconhecimento/article/view/4692>. Acesso em: 23 jun. 2025.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular: educação é a base**. Brasília, DF: SEB/CNE/MEC, 2018.

DUVAL, Raymond. Prefácio. In: D'AMORE, B.; FANDIÑO PINILLA, M.I.; IORI, M. **Primeiros elementos de semiótica: sua presença e sua importância no processo de ensino -aprendizagem da matemática**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015. (p. 9- 11).

DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. **Revemat: revista eletrônica de educação matemática**, v. 7, n. 2, p. 266, 2012.

DUVAL, Raymond. **Semiósis e pensamento humano: registro semiótico e aprendizagens intelectuais**. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

DUVAL, Raymond. **Ver e ensinar matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representação semiótica**. São Paulo: PROEM, 2011.

DUVAL, Raymond; CAMPOS, Tânia M.M; BARROS, Luiz Gonzaga Xavier; DIAS, Marlene Alves. **Ver e ensinar matemática de outra forma: introduzir a álgebra no ensino: qual é o objetivo e como fazer isso?** São Paulo: PROEM, 2015.

FARIA, Paula Juliana Barbosa; BARBOSA, Lucas Diego Antunes. REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA: uma revisão das contribuições de Duval. In: ENCONTRO MINEIRO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA(EMEM), 10. Montes Claros – Minas Gerais. **Anais...** Minas Gerais: EMEM, 2024.

GIL, Antônio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy; CASTRUCCI, Benedicto. **A conquista da matemática: 8º ano**. 5. ed. São Paulo: FTD, 2022.

LÜDKE, M; ANDRÉ, M.E.D.A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária, 1986.

MACÊDO, J.; BRANDÃO, D.; NUNES, D. Limites e possibilidades do uso do livro didático de Matemática nos processos de ensino e de aprendizagem. **Educação Matemática Debate**, Montes Claros, v. 3, n. 7, p. 68–86, 2019.

NOBRE, Sandra; AMADO, Nélia; PONTE, João Pedro da. Representações na aprendizagem de sistemas de equações. In: ENCONTRO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (EIAM), 2011, Lisboa. **Anais eletrônicos...** Lisboa: Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática (SPIEM), 2011.

OLIVEIRA, Luciano de; ROEHRS, Rafael. **Linguagem imagética e sistema de equações: representações semióticas e contextualização como aportes**. Seven Editora, [S. l.], 2023. Disponível em: <https://sevenpubl.com.br/editora/article/view/2810>. Acesso em: 4 sep. 2025.

TEIXEIRA, Lilian Aparecida. **SuperAÇÃO!: Matemática**. 1. ed. São Paulo: Editora Moderna, 2022.

Declarações finais obrigatórias

Disponibilidade de dados: Os dados estão apresentados no artigo.

Financiamento: Não há.

Conflito de interesses: Sem conflitos declarados.

Aprovação ética e consentimento: Não informado pelos autores.

Contribuição de autoria – CRediT: Não informado pelos autores.

Uso de IA generativa: Não informado pelos autores.

Dados de publicação – preenchimento editorial

Recebido em: 11/04/2026

Aprovado em: 12/07/2026

Publicado em: 09/10/2026

Editor(a) responsável: Marta Cristina Cezar Pozzobon

Como citar este trabalho: SILVA FILHO, José Menezes da; SILVA, Ana Fabiola Rodrigues da; MACIEL, Mateus de Moura. Registros de Representação Semiótica de Sistemas de Equações apresentados em Livros Didáticos do Ensino Fundamental. Educação Matemática em Revista – RS, Porto Alegre, v. 2, n. 27, p. 118-136, 2026. Disponível em: <https://doi.org/10.37001/EMR-RS-v.2-n.27-2026.4855>.

Licença: Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional (CC BY 4.0).

Copyright: autores(as), com direito de primeira publicação concedido à Educação Matemática em Revista – RS/SBEM-RS.

Taxas: a EMR-RS não cobra taxas de submissão, avaliação, publicação, distribuição ou download.