



## ANÁLISE DA PRODUÇÃO ESCRITA EM MATEMÁTICA: UM NOVO OLHAR SOBRE O ENSINO E A APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA

### ANALYSIS OF WRITTEN PRODUCTION IN MATHEMATICS: A NEW LOOK AT THE TEACHING AND LEARNING OF MATHEMATICS

<https://doi.org/10.37001/emr.v0i0.1610>

Paulo Vinícius Pereira de Lima<sup>1</sup>

Geraldo Eustáquio Moreira<sup>2</sup>

#### Resumo

Este trabalho apresenta resultados de uma investigação desenvolvida com o objetivo de analisar as produções escritas de estudantes do 6º ao 9º anos do Ensino Fundamental, no conteúdo de potenciação com números inteiros, conforme o desenvolvimento do pensamento matemático expresso em suas avaliações. O estudo considerou a literatura atual no ensino de avaliação e produção escrita em Matemática. O material de análise foi constituído pelas avaliações escritas da disciplina de Matemática do ano de 2016, realizadas em escolas particulares de Ensino Fundamental do Distrito Federal. O estudo apresenta uma amostra de como a prática do uso da análise da produção escrita em Matemática tem contribuído na elaboração de estratégias de intervenções a serem usadas pelos professores em sala de aula, em especial os que acompanham os estudantes em atividades extraclasse, bem como contribuído para a melhoria do ensino e aprendizagem de Matemática.

**Palavras-chave:** Educação Matemática. Avaliação. Análise. Ensino. Produção escrita.

#### Abstract

This work presents results of an investigation developed with the objective of analyzing the written productions of students from the 6th to the 9th year of elementary school, in the content of potentiation with integers, according to the development of the mathematical thought expressed in their evaluations. The study considered current literature in the teaching of evaluation and written production in Mathematics. The analysis material consisted of the written assessments of the Mathematics discipline of the year 2016, carried out in private schools of Elementary School of the Federal District. The study presents a sample of how the practice of using the analysis of written production in Mathematics has contributed in the elaboration of strategies of interventions to be used by teachers in the classroom, especially what accompanies the students in extraclass activities, as well as contributed for the improvement of the teaching and learning of Mathematics.

**Keywords:** Mathematical education. Evaluation. Analyze. Teaching. Writen producion.

---

<sup>1</sup> Mestrando em Educação no Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade de Brasília – PPGE/FE-UnB, Linha de Pesquisa em Ensino de Ciências e Matemática; Especialista em Metodologias de Ensino em Matemática pela Universidade de Brasília - UnB; Licenciado em Matemática. pauloviničius49@gmail.com.

<sup>2</sup> Estudos Pós-Doutorais pela UERJ. Doutor em Educação Matemática com Estágio Doutoral na Universidade do Minho/PT. Mestre em Educação. Licenciado em Matemática, Pedagogia e Ciências Naturais. Professor Adjunto da Universidade de Brasília – UnB. Pesquisador do Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação da UnB (Mestrado e Doutorado Acadêmicos e Mestrado Profissional). geust2007@gmail.com.

## Introdução

As discussões sobre a formação inicial de professores de Matemática têm sido intensas no decorrer dos últimos anos, na busca de novas práticas docentes escolares que possam contribuir para um processo formativo de licenciandos desse campo do conhecimento, para que reflita diretamente em suas atuações profissionais, contribuindo, assim, para a concretização de uma educação de qualidade.

Sandes e Moreira (2018) consideram que a formação de professores que atuam no ensino de Matemática conquistou avanços significativos, embora ainda seja extremamente carente de investigações sob a perspectiva de novas metodologias de ensino.

Pesquisas indicam que o atual modelo de formação profissional não tem oferecido aos futuros professores habilidades e competências necessárias para o enfrentamento da sua futura prática escolar, que lhes são exigidas na sociedade contemporânea; e isso tem refletido diretamente na insatisfação social com o nível de ensino proposto, sobretudo das escolas públicas, cujos indicadores educacionais das avaliações externas mostram um quadro desafiador e ainda aquém dos padrões mínimos que indiquem qualidade para um processo de ensino e aprendizagem satisfatório. Ademais,

[...] a sociedade atual reivindica da escola, além de novos saberes e competências profissionais, a formação de sujeitos que sejam capazes de exercer permanentemente o seu próprio aprendizado. Os saberes e processos tradicionais de se ensinar e de aprender desenvolvidos no seio da escola se tornaram cada vez mais obsoletos e desinteressantes para os alunos. Dessa forma, o professor passou a ser intensamente desafiado a atualizar-se e a inaugurar novas formas de se ensinar, diferentes daqueles vividos em todo o seu processo de escolarização e de formação profissional (HARGREAVES, 2001 apud FIORENTINI, 2008, p. 45).

A análise da produção escrita em Matemática de estudantes tem contribuído nos processos de formação inicial e continuada dos futuros e atuais professores de Matemática, uma vez que promove habilidades sobre os processos de ensino e aprendizagem, auxiliando no desenvolvimento de novas estratégias de aprendizagem matemática. De acordo com Buriasco (2004), é por intermédio da metodologia da análise da produção escrita que se possibilita discorrer sobre as respostas dadas, indagar-se sobre a sua configuração e analisar quais relações as constituem.

Nesse sentido, temos desenvolvido, desde 2012, a análise da produção escrita em Matemática de estudantes em situação de dificuldade de aprendizagem<sup>3</sup>. Diante disso, este trabalho tomou por análise a produção escrita em Matemática de estudantes que frequentam o acompanhamento escolar, assumindo como dado de investigação a avaliação escrita formal realizada por eles em sua escola regular. Tal avaliação abordava os conteúdos de propriedade de potências e operações com frações e números inteiros. A intervenção foi planejada e conduzida, ao longo de quatro meses, em encontros semanais com duração de 1h30min, tendo como meta a construção de novas estratégias que superassem tais dificuldades.

Conforme defendem Fávero e Pina Neves (2012), a análise das respostas dos estudantes e suas categorizações nos revelaram evidentes erros relacionados à operação multiplicação, à técnica da regra de sinais, à técnica da definição e erros relacionados a propriedades de potenciação.

Refletir sobre o erro requer bem mais do que a análise do professor, é preciso criar espaços de reflexão e discussão entre professores e estudantes. Tal atividade mostrou-se significativa para o desenvolvimento profissional do professor, visto que promove reflexão e ação a partir da produção matemática de estudantes reais em situação de escolarização, possibilitando a reorientação de sua prática educacional. Quanto ao estudante, a análise da produção escrita em Matemática possibilitou refletir sobre suas ações, revendo práticas de estudo e compreendendo os meios que aborda o conhecimento, interrogando e observando as diferentes estratégias.

Além disso, de acordo com Santos (2007, p. 21),

Ao assumirmos a avaliação como prática de investigação, um aspecto de extrema importância a ser considerado é como se “olha” para o “erro”<sup>6</sup> dos alunos. Muitas pesquisas foram realizadas em relação ao papel constitutivo que ele desempenha no processo de aprendizagem, no que pode ajudar os professores a fazerem interpretações da atividade Matemática dos alunos, nas considerações dele como resultado de experiências prévias dos alunos em sala de aula, dele como poderosa ferramenta para diagnosticar dificuldades de aprendizagem, entre outros aspectos.

O objetivo principal desse trabalho é analisar as contribuições da análise de produção escrita em Matemática para o ensino e aprendizagem de Matemática. Analisando avaliações de estudantes que cursam do 6º ao 9º anos, na tentativa de levantar hipóteses sobre a sua

---

<sup>3</sup> Situação de dificuldade: Estudantes que apresentam baixo rendimento escolar em matemática. As causas podem ter relação direta com obstáculos didáticos, epistemológicos; questões psicológicas, familiares, entre outras. No Brasil, estes estudantes, de modo geral, frequentam acompanhamentos escolares em busca de apoio especializado.  
*Educação Matemática em Revista*, Brasília, v. 24, n. 63, p. 51-72, jul./set. 2019.

construção do conhecimento matemático, propondo estratégias de intervenção que possam promover a aprendizagem dos estudantes e refletir sobre o uso da análise de produção escrita em Matemática como ferramenta que auxilia a prática do profissional de Matemática.

Para o alcance dos objetivos propostos, emergiu a seguinte pergunta de pesquisa: Qual a importância da análise da produção escrita em Matemática de estudantes para o processo de ensino e aprendizagem de Matemática?

Nesse contexto investigativo, são apresentadas seções que tratam da avaliação como instrumento de oportunidade de aprendizagem, a análise da produção escrita em Matemática em benefício da avaliação para a aprendizagem. Sequencialmente descreve-se o percurso metodológico, os resultados obtidos com as devidas análises e as considerações finais do trabalho.

Diante do cenário traçado, este estudo tem como objetivo geral analisar a produção escrita em Matemática de estudantes do 6º ao 9º anos do Ensino Fundamental em uma avaliação formal. Os objetivos específicos são: levantar hipóteses sobre o processo de construção do pensamento Matemático; buscar estratégias de intervenção a partir dos protocolos analisados que promovam a aprendizagem dos estudantes, e, identificar a contribuição dessa atividade no processo de ensino e aprendizagem de Matemática.

### **Avaliação: instrumento como oportunidade de aprendizagem**

A avaliação constitui-se como uma importante ferramenta a ser trabalhada dentro e fora da sala de aula, que pode estender tanto para reelaboração de práticas de inclusão na evidencição da subjetividade e das maneiras de lidar dos estudantes para a reconstrução do conhecimento, quanto pode ocasionar a exclusão no âmbito escolar, sendo ela fundamental para que o professor repense seu papel no processo de ensino e aprendizagem e as ações que contemplam suas práticas pedagógicas.

Avaliar o rendimento de estudantes tem sido um fator preocupante dos professores, tendo em vista que tal atividade faz parte do contexto docente, verificar e julgar tais rendimentos acompanhando o progresso dos estudantes reflete na vigência do ensino. Nesse sentido, acompanhar os passos e estratégias desenvolvidas pelos estudantes incide diretamente nas práticas abordadas pelo professor e nos efeitos de seu trabalho docente, pois, ao avaliar o progresso dos estudantes, o professor está avaliando o seu próprio trabalho.

Portanto a avaliação é parte do cenário docente, cabendo ao professor a incumbência de aprimorar suas técnicas avaliativas.

De acordo com Souza (2019), com muita frequência, propomos mecanismos para avaliar o outro ou constituir maneiras para se autoavaliar. Assim, tem se observado que a ação avaliativa permeia o contexto social e as práticas que desenvolvemos diariamente. Segundo a autora, no cenário educacional, a avaliação tem se concebida como uma prática que replete especificidades, contribuindo como um dos fatores responsáveis pelo fracasso escolar.

A reestruturação dos processos avaliativos propicia práticas inovadoras e transformações significativas nas condutas, planos e mediações pedagógicas do educador, estabelecidas por quebras no ensino tradicional e na abertura de novos métodos avaliativos que proporcionem avanços constantes neste processo, contribuindo assim para uma avaliação para a aprendizagem. Para Nagy-Silva (2005), a avaliação tem, enquanto uma abordagem prática de pesquisa ou/e entre suas particularidades mais significativas, o fato de colaborar com o desenvolvimento de estudantes ao mesmo tempo em que estes percebam seus erros e procuram superá-los.

O processo avaliativo não está relacionado ao ato de apenas classificar, validar, mas envolve uma análise de relevância que, por sua vez, engloba decisões que devem favorecer progresso no objeto sob avaliação, permitindo assim um diagnóstico sobre os caminhos percorridos por ele e o estudante, investigando e questionando as ações desenvolvidas.

[...] o ato de avaliar não serve como pausa para pensar a prática e retornar a ela; mas sim como um meio de julgar a prática e torná-la estratificada. De fato, o momento de avaliação deveria ser um “momento de fôlego” na escalada, para, em seguida, ocorrer a retomada da marcha de forma mais adequada, e nunca como um ponto definitivo de chegada, especialmente quando o objeto da ação avaliativa é dinâmico como, no caso, a aprendizagem. Com a função classificatória, a avaliação não auxilia em nada o avanço e o crescimento. Somente com a função diagnóstica ela pode servir para essa finalidade (LUCKESI, 2000, p. 34).

Acreditamos que as avaliações e os resultados que elas evidenciam contribuem em fatores que visam investigar, analisar, compreender e propor soluções para os problemas interligados ao ensino e à formação do professor de Matemática.

Na sociedade atual, na escola, ainda é constante a prática de avaliar estudantes por meio de uma aplicação de um teste escrito e converter suas resoluções atribuindo suas respostas a um valor numérico, podendo a avaliação significar uma maneira precisa de

classificar, medir e julgar os desempenhos dos estudantes ao decorrer de todo o processo avaliativo. Hadji (1994, p. 31) ressalta que *o avaliar* é um ato de leitura e compreensão de uma realidade, na qual é interpretado como uma ferramenta adequada, procurando identificar nesta, os caminhos que comprovam os vestígios das estradas percorridas.

Ter a avaliação como prática de investigação resulta em centrar-se num olhar investigativo, o que exige do professor o reconhecimento de que no cenário escolar lidamos com um campo múltiplo de estratégias desenvolvidas por estudantes e ter consciência de que, assim como eles, estamos em constante processo de aprendizagem. Esteban (2003) enfatiza que o professor, ao avaliar, é avaliado, e ao entrar nesse movimento de construção e desconstrução do conhecimento, investigando a trajetória de seus estudantes, confrontará o seu saber e o seu *não-saber*.

Buriasco e Soares (2008) afirmam que a avaliação da aprendizagem, no âmbito do conhecimento matemático, deve ser compreendida como um processo mútuo de investigação, uma ação compartilhado por professores e estudantes, de natureza sistemática, dinâmica e contínua.

Nessa perspectiva, entendemos que a avaliação contribui para a formação de estudantes, que deve ser vista por eles como oportunidade de orientação para a sua aprendizagem, que deve incentivar o pensamento reflexivo, crítico, construtivo, compreendendo e relacionando sua aprendizagem com a realidade a fim de participar como agente transformador da sociedade que atua.

Sobretudo, a avaliação como prática de investigação busca responder e compreender os mecanismos dos processos de ensino e os seus objetivos não têm como foco a busca por respostas, mas interrogar os trajetos, circuitos, estradas trilhadas e suas origens, com isso estaremos nos desligando da ideia de que os resultados matemáticos são sempre únicos, invariáveis e inalteráveis.

O questionamento dos trajetos busca encontrar vestígios da ação, averiguar, explorar e confrontar ideias e objetivos de como os estudantes trabalhavam com determinados problemas. Assumindo essa prática de constante exploração na avaliação dos estudantes, o professor terá uma visão mais ampla do seu processo de ensino e aprendizagem.

Ao apropriar-se dessa perspectiva investigativa, o docente interroga-se a respeito de qual Matemática os seus estudantes estão descobrindo, o que realmente aprendem em sala de aula, quais dificuldades foram encontradas e o que pode ser feito para ultrapassar essa

barreira de dificuldades. Sendo assim, entendemos que a avaliação deixa de ser uma ferramenta mediadora e numérica, passando a ser uma prática investigativa em que professor e estudantes se orientam e contribuem para a sua aprendizagem, passando a fazer parte do cenário constante de todo o processo de ensino e de aprendizagem.

A partir disso, a avaliação deixa de ter um aspecto de penitência e repreensão, passando assim a ser vista como oportunidade de gerir a aprendizagem, oportunidade para que o professor possa exigir que o estudante resolva diversos problemas a partir do seu nível de conhecimento, respeitando sua singularidade. Podendo então, o professor investigar e compreender os meios, interrogando o caminho e dialogando com o estudante enquanto ele aprende e não depois.

### **A análise da produção escrita em Matemática em benefício da avaliação para a aprendizagem**

Na tentativa de romper a barreira entre a avaliação por rendimento e a avaliação da aprendizagem no Ensino de Matemática, tendo como mecanismo a relação entre professor e estudantes sobre as suas interpretações, que tanto o estudante quanto o professor fazem acerca das suas produções no decorrer das aulas de Matemática, durante o processo de se ensinar e aprender na escola, a análise da produção escrita em Matemática tem se tornado não apenas uma ferramenta de análise e compreensão dos caminhos trilhados pelos estudantes, como também uma lupa em prol dos impactos das ações pedagógicas do professor em sala de aula.

[...] ter uma noção o mais precisa possível do que seus alunos sabem e são capazes de fazer, o professor pode, além de tomar decisões adequadas sobre sua prática escolar, contar com seus alunos como interlocutores na compreensão dos caminhos por eles percorridos na busca da resolução da situação; o que contribui para melhorar a aprendizagem, na medida em que favorece a continuidade dela e a progressiva autonomia do aluno (BURIASCO, 2004, p. 247).

Tendo em vista que a avaliação da aprendizagem matemática é tida como uma prática de investigação que busca refletir e interferir nos processos, nas maneiras de lidar dos estudantes ao solucionarem problemas matemáticos, a análise da produção escrita em Matemática pode oportunizar ao professor um olhar mais profundo sobre os desenvolvimentos dos estudantes e a sua afinidade com a Matemática; assim como, enxergar,

aprender e entender as diferentes estratégias dos estudantes ao lidarem com problemas matemáticos, aceitando sua subjetividade, percorrendo os diferentes caminhos e explorando suas técnicas.

Para ocorrer à superação do fracasso escolar, são necessárias mudanças na perspectiva avaliativa para que esta possa de fato auxiliar os professores e estudantes no processo de construção do conhecimento. Talvez, o primeiro passo nessa direção seja a mudança na forma como os erros são encarados.

[...] nessas situações, por meio da análise da produção escrita, o professor tem a oportunidade de detectar possíveis equívocos ou falsas regras estabelecidas pelos alunos. Com a constatação de equívocos ou de falsas regras, o professor pode reorganizar sua prática pedagógica de modo a oportunizar aos alunos meios para compreensão/superação desses enganos (BURIASCO; SILVA, 2005, p. 507).

Contribuindo com esse pensamento, Buriasco (2004) afirma que, ao analisar uma produção escrita em Matemática, é possível discorrer sobre as respostas dadas, indagar-se sobre a sua configuração, procurar encontrar quais relações elas constituem. A produção escrita em Matemática não deixa de ser uma forma de comunicação e, como tal, deve receber atenção especial por parte dos professores, uma vez que, frequentemente, essa é a única forma de diálogo existente entre professores e estudantes.

Santos e Buriasco (2009, p. 17) enfatizam que a avaliação, quando relacionada diretamente a uma ação investigativa, a análise da produção escrita é uma das maneiras de compreender detalhadamente como os estudantes lidam com o que aprendem de Matemática na escola, como se estruturam os seus processos de aprendizagem e os obstáculos que encontram, tendo como partida as suas maneiras de lidar.

Todavia, é preciso salientar que a análise da produção escrita em Matemática, sozinha não constitui um processo avaliativo para a aprendizagem Matemática, esta deve estar entrelaçada com instrumentos como: debates, intervenções coletivas, observação, relatórios, autoavaliação, dentre outros. Instrumentos que geram um diagnóstico da sua relação com os conteúdos propostos de maneira que o estudante possa entender os seus erros e superá-los.

Segundo Perego e Buriasco (2006, p. 47), o erro que se caracteriza por uma ação/produto diversa do modelo não é visto como uma tentativa de solução, um saber em construção, mas como expressão de um não saber. Nessa concepção sobre os erros, temos uma visão de ensino baseado na transmissão de conhecimentos, em que o professor guia e

mostra o caminho como se somente ele soubesse, mostrando-se possuidor de todo o conhecimento matemático, enquanto o estudante ouve e copia.

Santos (2007) defende que o conceito de erro nos remete a julgar um estudante pela falta do saber e não pelo que eles que já sabem. Nesse sentido, o autor propõe o abandono da ideia de erros para adotar a maneira de lidar, valorizando os modos peculiares de os estudantes construir seus conhecimentos, buscando legitimá-los não como certos ou errados, mas como diferentes, possibilitando com isso interpretar e validar todas as atividades matemáticas dos estudantes, buscando compreender os significados produzidos nos quais o professor possa intervir e interagir.

Com isso entendemos que a produção escrita em Matemática, quando vista como um processo para uma execução da avaliação ou como ferramenta de investigação, oportuniza, entre muitos fatores, investigar e questionar como estudantes e professores enxergam as questões abertas, os erros e as suas maneiras de lidar e o papel que a avaliação cumpre em favorecimento dos estudantes.

A análise da produção escrita em Matemática tem se tornado uma estratégia de conhecer as subjetividades dos estudantes ao resolverem questões abertas, viabilizando atividades que contribuam para a formação inicial e continuada de professores, possibilitando trilhar os caminhos e conhecer as diferentes estratégias dos estudantes, seus modos, como interpretam diferentes problemas.

Com a metodologia do uso da produção escrita em Matemática, os professores saem de uma zona de conforto do certo ou errado para uma gama de diferentes modos de lidar com o conhecimento, que estão inteiramente ligados ao apoio e companheirismo, pois, ao utilizar essa prática, o professor passa a enxergar o estudante significativamente, buscando conhecer e entender a sua singularidade.

Para Smith, Hilen e Hefferban (2000, p. 65),

Se os professores forem capazes de interpretar e entender os modos que os estudantes pensam e representam a Matemática, eles podem utilizar estratégias de ensino sobre esses entendimentos, como também, ajudar o aluno a fazer conexões entre suas representações idiossincráticas e aquelas mais convencionais.

Dessa maneira, se a análise da produção escrita em Matemática for feita de modo contínuo (durante as aulas), é possibilitado ao professor observar a evolução dos estudantes, intervindo quando necessário, buscando diferentes maneiras de se ensinar um determinado conceito, elaborando atividades com o objetivo de superar os erros e dificuldades.

## Metodologia

A presente pesquisa foi realizada segundo a metodologia de análise de produção escrita em Matemática, pois, segundo Kazemi e Franke (2004, p. 204):

O uso da produção escrita dos alunos tem um potencial de influenciar o discurso profissional sobre o ensino e a aprendizagem, engajar os professores em ciclo de experimentação e reflexão e mudar o foco dos professores de uma pedagogia geral para uma particularmente conectada a seus próprios alunos.

O cenário de pesquisa teve como objetivo as investigações de produções escritas, de 2016, de seis estudantes que cursavam entre o 6º ao 9º anos do Ensino Fundamental e que frequentavam o acompanhamento escolar no contra turno e, estavam em situação de dificuldade na aprendizagem da Matemática. Foram coletadas algumas questões das avaliações realizadas pelos estudantes em suas escolas, a fim de compreender e interpretar os mecanismos e as consequências do ensino de potenciação com números inteiros e a maneira como o docente apresentava o conteúdo, além de verificar as possíveis mudanças no ensino desse conteúdo.

Inicialmente, houve a separação das avaliações<sup>4</sup> e a identificação dos conteúdos destacados; no caso das avaliações, o foco da pesquisa foi os conteúdos que abordavam potenciação com números inteiros. Na escolha das questões, procurou-se identificar as convergências apresentadas em comum nos enunciados. Em seguida, todas as respostas das questões foram digitalizadas e organizadas em sequências, para análise e exploração do material. Por fim, foi realizado o tratamento dos resultados. Nele foram descritas as semelhanças apresentadas nas avaliações, elaboradas pelas diferentes escolas, as produções escritas dos estudantes e a elaboração da síntese dos resultados apresentados.

A avaliação formal escrita foi organizada com questões diretas e com poucas questões que envolvessem interpretação, com situações que mostrassem que o estudante consegue aplicar e resolver expressões que envolvem potenciação e radiciação com números inteiros.

---

<sup>4</sup> Avaliações escritas e aplicadas pelas escolas particulares.

## Resultados e discussões

As análises focaram nas hipóteses sobre o processo de construção dos conceitos de potenciação, buscando estratégias de intervenção que promovam a aprendizagem dos estudantes. Identificou-se as particularidades de cada questão e, também, possíveis relações entre as informações apresentadas, com o objetivo de conhecer essa produção escrita em Matemática e o que apresentaram do assunto.

Para apresentar as questões selecionadas das avaliações, optou-se por apresentar e comentar as questões, em especial, os tipos de padrões; modo de abordagem dos conteúdos das avaliações; e exposição dos acertos e erros.

A primeira questão, do Estudante A (6º ano), teve o seguinte enunciado:

### Questão 1

Calcule o valor das expressões numéricas:

$$a) 5 \cdot \sqrt{81} - 8^2 : \sqrt{16} \quad b) 2^4 + \{4 + [\sqrt{49} + (3 \cdot 5^2)] - 2\} - \sqrt{25} =$$

Fonte: Arquivos dos autores.

O estudante fez a interpretação adequada das questões, obtendo sucesso ao realizar a manipulação algébrica que o levasse ao resultado final da expressão, assim demonstra ter domínio sobre o conteúdo estudado. O professor, ao analisar essas questões e identificar o sucesso do estudante ao resolvê-las, pode começar a trabalhar com questão do tipo situações problemas, trabalhando com o estudante o conteúdo por diversos tipos de representação Matemática baseado no seu nível de conhecimento e assim ir avançando no processo de ensino e aprendizagem.

Figura 1 \_ Registro da resolução do Estudante A

a)  $5 \cdot \sqrt{81} - 8^2 : \sqrt{16} = 29$

$5 \cdot \sqrt{9} - 64 : 4$

$5 \cdot 9 - 36$

$45 - 36$

$29$

$64 \overline{) 416}$

$\underline{416}$

$00$

$3 \overline{) 215}$

$\underline{215}$

$29$

Fonte: Arquivos dos autores.

Pelo que se observa na Figura 1, o estudante inicia a resolução apresentando o domínio de expressões numéricas com potenciação, o que pode ser revelado em sua resolução, que se efetua primeiro as raízes e as potências para, em seguida, efetuar-se divisão e multiplicação. Todos os cálculos apresentados durante sua resolução estão corretos.

Segundo Moreira, Silva e Rivera (2016, p. 131), para a realização do processo de ensino aprendizagem é fundamental o uso do livro didático e concerne ao professor propor atividades que desenvolva no estudante a habilidade para compreender textos matemáticos, para que desta forma possa superar as dificuldades com a linguagem escrita.

A Figura 2 nos mostra que o mesmo estudante domina os conceitos básicos de resolução de uma expressão numérica com potência, que novamente são expressados em seus cálculos. Primeiramente resolve as raízes e potências apresentadas e em seguida efetua-se os parênteses, colchetes e chaves, respeitando sua ordem de resolução. Um ponto interessante a se observar em seus cálculos é que o estudante entendeu bem o conceito de potência como multiplicação de parcelas.

**Figura 2 – Registro da resolução do Estudante A**

8. (8 pontos)

b)  $2^4 + [4 + [\sqrt{49} + (3 \cdot 5^2)] - 2] - \sqrt{25} = 95$

$16 + [4 + [7 + (3 \cdot 25)] - 2] - 5$

$16 + [4 + [7 + 75] - 2] - 5$

$16 + [4 + 82 - 2] - 5$

$16 + [86 - 2] - 5$

$16 + 84 - 5$

$100 - 5$

$95$

$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$

$4 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$

$\begin{array}{r} 25 \\ \times 3 \\ \hline 75 \end{array}$

Fonte: Arquivos dos autores.

É possível observar que esses tipos de questões são questões propostas diariamente para esses estudantes, que por muitas vezes apresentam dificuldades na compreensão do conceito de potenciação. Vale ressaltar que esse estudante teve êxito em suas resoluções, devido o trabalho junto ao professor de seu acompanhamento escolar, que não trabalhou somente com exercícios repetitivos, mas com material concreto que desse suporte, de

maneira a amenizar as dificuldades apresentadas e esse estudante pudesse de alguma forma ser acolhido e assim progredir nos estudos.

Para Moreira, Silva e Rivera (2016), a concepção de que a Álgebra está diretamente vinculada a um conjunto de regras excepcionalmente memorizadas, parece ser fundamental para a resolução de um problema corretamente, essa ideia é corroborada por livros didáticos e usualmente reforçada pelos professores no exercício de sua docência.

No segundo item, a questão foi apresentada de forma direta solicitando os cálculos dos valores das expressões numéricas. O estudante acertou, verifica-se que, nas resoluções que escreveu, apresenta conhecimentos das definições de potenciação e radiciação, as figuras (1 e 2) mostram que ele domina as propriedades, especialmente o domínio envolvendo mais de uma operação (potência de produto ou de quociente, radiciação, adição e subtração).

A segunda questão, do Estudante B (7º ano), teve o seguinte enunciado:

### Questão 2

Sabendo que  $A = 10^{-1} + 10^{-2} + 10^{-3}$ , calcule o valor numérico de A.

Fonte: Arquivos dos autores.

A Figura 3 mostra que o estudante consegue assimilar bem as propriedades de potenciação, porém tem dificuldades de interpretá-la, uma vez que, ao multiplicarmos potências de mesma base, conserva-se a base e somam-se os expoentes. O estudante, na sua resolução, considerou essa propriedade para todas as operações, o que contribuiu para que o professor considerasse incorreta sua resolução.

Figura 3 \_ Registro da resolução do Estudante B

25. Sabendo que  $A = 10^{-1} + 10^{-2} + 10^{-3}$ , calcule o valor do número A. (Registre os cálculos.)

$$(10^{-1}) + (10^{-2}) = (10^{+3}) + (10^{-3})$$

10

Fonte: Arquivos dos autores.

A questão foi abordada de modo direto, exigia do estudante conceitos de potenciação de mesma base (base dez) e potenciação com expoentes pertencentes ao conjunto dos números inteiros. Provavelmente o estudante identificou que a questão tratava de operação com potências, mas, ao resolver, aplicou a propriedade “multiplicação de potências de

mesma base” não adequada, cometendo equívocos mesmo utilizando essa propriedade ao operar os expoentes, chegando a uma resposta inadequada. Percebe-se que faltou o domínio/conhecimento da propriedade de potência com expoente negativo e sua resolução.

De acordo com Cool (1996), o estudante no decorrer de sua resolução não consegue manter separado essa dualidade na linguagem Matemática, e em alguns casos mantém os significados separados o que o autor denomina de “esquiosofrenia Matemática”, onde o estudante é capaz de manipular os símbolos porém não compreende o significado.

A terceira questão, do Estudante B (7º ano), teve o seguinte enunciado:

### Questão 3

**A expressão numérica abaixo tem como resultado um número inteiro positivo compreendido 0 e 999. Calcule o valor correspondente:**

$$\left(\frac{6}{5} - 1\right)^{-3}$$

Fonte: Arquivos dos autores.

A Figura 4 apresenta, de maneira geral, um dos problemas enfrentados em sala atualmente, muitos estudantes não conseguem resolver contas que envolvam operações com frações. Nesta questão pode-se perceber que o estudante sabe que, ao operarmos com denominadores diferentes, devemos fazer o Mínimo Múltiplo Comum e, em seguida, resolver a questão.

Percebe-se que o estudante comete erros ao não considerar o denominador um, embaixo do número um, fazendo com que a questão ficasse incorreta. Outro ponto a se destacar é a falta de conhecimento sobre a resolução com potência negativa, visto que o estudante resolve seis menos cinco, obtendo um, subtraindo três e restando dois, considerando o denominador cinco. Uma das maneiras corretas de resolução esperada, ao se trabalhar com potência negativa, é inverter a fração, fazendo com que o expoente fique positivo, em seguida resolvendo a potenciação.

**Figura 4 – Registro da resolução do Estudante B**

24. A expressão numérica abaixo tem como resultado um número inteiro positivo compreendido entre 0 e 999. Calcule o valor correspondente.

$$\left(\frac{6}{5} - 1\right)^{-3}$$

$\frac{6-5}{5} = \frac{1}{5}$   $\frac{1}{5^3} = \frac{1}{125}$   $\frac{1}{125} \cdot 125 = 1$

250

Fonte: Arquivos dos autores.

A questão exigia conceitos que envolvessem operação com números racionais e potenciação com expoente negativo. O estudante cometeu equívocos ao realizar a manipulação algébrica, realizou a operação que está dentro dos parênteses com números racionais, obtendo um resultado não adequado. Também não realizou a potenciação. Possivelmente o estudante não tinha o domínio de conteúdo ou o conhecimento necessário para realizar a manipulação algébrica dessa questão. Assim, uma possível solução seria retomar o estudo de operações com números racionais e potenciação. Observa-se que ao encontrar o obstáculo, busca estratégias específicas para sanar possíveis dificuldades.

A quarta questão, do Estudante C (7º ano), teve o seguinte enunciado:

#### Questão 4

Considere a expressão:

$$(-10)^3 - \sqrt{9} \cdot (-10)^2 \cdot (-2)^2$$

O número que representa a metade do valor dessa expressão é: (Registre os cálculos) a)

- a) ( ) - 200
- b) ( ) - 100
- c) ( ) + 100
- d) ( ) - 1100

Fonte: Arquivos dos autores.

A Figura 5 nos mostra que o estudante domina alguns conceitos sobre potenciação, porém apresenta dificuldades quanto aos números inteiros, resolvendo incorretamente o jogo de sinais com potências de base negativa e expoente par, paralelo a isso, observa-se também uma dificuldade quanto à resolução das raízes, que o estudante multiplica o radicando pelo índice.

Figura 5 – Registro da resolução do Estudante C

Considere a expressão:

$$(-10)^3 - \sqrt{9} \cdot (-10)^2 \cdot (-2)^2$$

O número que representa a metade do valor dessa expressão é: (Registre os cálculos.)

a) (X) -200  
b) ( ) -100  
c) ( ) +100  
d) ( ) -1100

$$\begin{aligned} & (-10)^3 - \sqrt{9} \cdot (-10)^2 \cdot (-2)^2 \\ & -1000 - 18 \cdot (-100) \cdot (-4) \\ & -1000 - (-418) = -200 \end{aligned}$$

Fonte: Arquivos dos autores

A quarta questão foi abordada de forma direta, porém foi solicitado o raciocínio do estudante em considerar a metade do resultado para marcação do item. Verifica-se na questão que envolve resolução de potenciação e radiciação com estratégias mais elaborada, que apresentou, conforme resolução maiores problemas, evidenciando que o estudante tem algum conhecimento das definições de potenciação e radiciação, mas não domina as propriedades de potenciação como, por exemplo, que todo número par elevado à expoente par fica positivo. Observa-se também a dificuldade especialmente a que envolve mais de uma operação (potência de produto ou de quociente, radiciação, adição e subtração).

Nos cálculos apresentados, o estudante erra alguns valores da radiciação e nas potenciações não considera os sinais quando eleva ao quadrado o número. Além disso, após o resultado por ele encontrado, não considera o que se pede na questão “o número que representa a metade do valor dessa expressão”, indicando o valor sem considerar a sua metade.

A questão envolve conceitos de potenciação e radiciação, o estudante identificou o que teria que fazer para chegar ao resultado da questão, mas cometeu equívocos na resolução da raiz quando ele multiplicou por dois ou somou duas vezes, cometeu erros ao resolver as potências. Possivelmente o estudante apresenta algumas dificuldades processuais que o estão levando a cometer tais equívocos. Assim, acreditamos que uma possível solução seria a retomada desses conceitos, refazendo toda a parte processual com o estudante para descobrir onde se encontra o obstáculo que está fazendo com que este estudante não consiga desenvolver corretamente esses conceitos.

A quinta questão, do Estudante D (9º ano), teve o seguinte enunciado:

### Questão 5

São dados os números inteiros:

$$x = -(-3)^3 - (2^2)^3 \text{ e } y = (-2)^3 - (-3)^2 - (-5)^0 + (-2)^4$$

O produto de  $x \cdot y$  é igual a: (Registre os cálculos)

- a) ( ) +74
- b) ( ) -74
- c) (  ) -37
- d) ( ) +37

Fonte: Arquivos dos autores.

Pela análise da Figura 6, constatou-se que o estudante não faz o domínio do conceito de potência, em especial quando comete alguns equívocos quanto a sua resolução como, por exemplo, multiplica a base pelo expoente em todas as potências e na potência com expoente zero ele a considera como um negativo. Vale ressaltar que, mesmo resolvendo incorretamente, observa-se que o estudante apresenta domínio sobre multiplicação com números inteiros, no final ele assina a alternativa que mais se aproxima do valor expressado em seus cálculos.

Segundo Silva, Porto e Moreira (2016), para uma melhor compreensão do que se passa com o estudante no que diz respeito à falta de formalidade da linguagem matemática, em especial quando o ele se depara com o ensino de Álgebra, é necessário uma recolha de dados, tanto no âmbito docente quanto discente.

**Figura 6 \_ Registro da resolução do Estudante D**

São dados os números inteiros:

$$x = -(-3)^3 - (2^2)^3 \quad \text{e} \quad y = (-2)^3 - (-3)^2 - (-5)^0 + (-2)^4$$

O produto de  $x \cdot y$  é igual a: (Registre os cálculos.)

a) ( ) +74  
b) ( ) -74  
c) (  ) -37  
d) ( ) +37

Fonte: Arquivos dos autores.

A quinta questão foi abordada de forma direta, porém solicitava o produto de  $x$  por  $y$  para marcação do item. A questão envolve resolução de potenciação e operações, evidenciando que o estudante tem algum conhecimento das definições de potenciação, mas

não de suas propriedades. Nos cálculos apresentados pelo estudante, há os erros em multiplicar a base pelo expoente e, no caso do número elevado a zero, considera o sinal negativo. Segue na resolução apresentado o que se pede o produto de x por y.

Moreira, Silva e Rivera (2016, p. 128), colaboram com esse pensamento ao ressaltarem que é necessário observar a linguagem utilizada pelo professor no processo de ensino e aprendizagem, como também a descrição da linguagem utilizada pelo livro didático no que diz respeito aos conteúdos que tratam desta transição da Aritmética para a Álgebra, pois o professor é o mediador entre a linguagem formal utilizada pelo livro didático e a linguagem cotidiana do estudante.

A questão envolve conceitos de potenciação e multiplicação de números inteiros. O estudante, ao resolver a questão, cometeu um erro que muitos estudantes cometem quando começam a estudar o conceito de potenciação, que é multiplicar o expoente pela base ao em vez de realizar o produto de “n” fatores iguais, que gera como resultado a potência. Uma possível intervenção seria com exercícios e revisão do processo de manipulação de uma potência, já que o estudante demonstra não ter compreendido da maneira correta tais processos.

A sexta questão, do Estudante D (9º ano), teve o seguinte enunciado:

#### Questão 6

**Determine o valor de um produto, em reais, dado pela seguinte expressão:**

$$\frac{8^2 \cdot 4^6 \cdot 2^{-7}}{2^{-1} \cdot 32^2}$$

Fonte: Arquivos dos autores.

A sexta questão foi abordada de forma direta, solicitando a determinação de um produto. Conforme resolução apresentada, o estudante considera as bases maiores, opera os expoentes e multiplica o numerador da fração pelo expoente da potência, e no denominador procede do mesmo modo, resultando como potências o número 64. Após isso, ele divide ambos por 64 e eleva o denominador ao expoente -3, e opera a divisão. Observa-se que, no resultado do denominador, quando se elevou a um expoente negativo, o resultado considerado foi uma multiplicação por -1.

Por sua vez, a Figura 7 mostra que o estudante, por meio de suas resoluções, fez uso da propriedade da potenciação em que, ao multiplicar potências de mesma base, somam-se

os expoentes na multiplicação e subtraem-se na divisão, visto que o estudante resolve incorretamente, pois não transforma todas as potências em mesma base.

**Figura 7 – Registro da resolução do Estudante D**

Determine o valor de um produto, em reais, dado pela seguinte expressão:

(Registre seus cálculos)

$$\frac{8^2 \cdot 4^6 \cdot 2^{-7}}{2^{-1} \cdot 32^2}$$

The image shows handwritten work for the problem. The student has written:  $8^2 = 4^6 \cdot 2^{-7}$  (with a '+' sign above the 4 and 2), then  $2^{-1} \cdot 32^2$ . Below this, they have written  $\frac{64}{64} = \frac{1}{1} = \frac{1}{-1} = -1$ . The final answer  $-1$  is circled. A large red 'X' is drawn over the entire work, indicating it is incorrect.

Fonte: Arquivos dos autores.

Com base nas análises feitas, que evidenciam informações, tanto de dificuldades quanto de possibilidades, foi possível verificar que, com a prática da produção escrita em Matemática como ferramenta de ensino, possibilitou-se ao docente a realização de intervenções que contribuam para o desenvolvimento da aprendizagem de seus estudantes.

Por fim, é perceptível que a produção escrita em Matemática revelou-se “um recurso didático importante, que possibilita não só a aprendizagem em Matemática, mas, também, auxilia na melhoria da formação dos professores” ensinam Matemática (MOREIRA, 2019, p. 58), haja vista que o exercício de refletir sobre a própria prática tem se mostrado eficiente, uma vez que os “[...] impactos oriundos das transformações sociais, pedagógicas e tecnológicas, ditam o fazer pedagógico” (MOREIRA; SILVA; LIMA, 2019, p. 393), ou, ao menos, orientam as práticas docentes.

### Considerações finais

Muitas informações podem ser obtidas a partir de uma análise de produção escrita em Matemática de uma avaliação de um estudante, assim a produção escrita em Matemática, quando tomada como estratégia para a implementação da avaliação, tem oportunizado, entre muitos aspectos, investigar como os professores e estudantes lidam com questões abertas de Matemática, evidenciando seus erros e seus acertos, suas maneiras de lidar e o papel que a avaliação reflete no contexto da sala de aula, e suas contribuições no desempenho de seus estudantes, confirma a ideia de fazermos o uso dessa metodologia em sala de aula. Podendo

assim, conhecer os aspectos relacionados às atividades de Matemática dos estudantes, bem como nosso cotidiano e o processo de capacitação em relação às práticas pedagógicas a serem utilizadas em sala de aula.

Contudo, não podemos afirmar que um estudante não sabe pelo simples fato de sua avaliação não ter muitas informações a respeito de sua produção escrita em Matemática, somente podemos afirmar algo do que foi feito pelo estudante e não do que deixou de fazer. Para isso, a avaliação é, para o professor, um instrumento de informações a respeito das evoluções de seus estudantes diante de suas expectativas de se ensinar e aprender Matemática. É preciso compreender as maneiras de lidar de cada estudante, discutindo estratégias que possam remediar as dificuldades apresentadas a partir de produções escritas de outros estudantes.

Quanto às questões analisadas, verificamos que os estudantes demonstram algum conhecimento matemático até mesmo nos casos em que as questões foram resolvidas incorretamente. Em situações como esta, cabe ao professor, no processo de mediação, auxiliar os estudantes para que estes tomem ciência dos seus erros e dos conhecimentos que já dominam, para que assim eles consigam situarem-se melhor em relação ao seu processo de aprendizagem.

Com isso devemos refletir e buscar entender cada vez mais as produções escritas dos nossos estudantes, pois uma produção pode ter diferentes interpretações e isso pode impactar nas mudanças de nossas abordagens no processo de Educação Matemática.

Para tal, fechamos este estudo com algumas questões que possam ser continuadas em sala de aula com mais estudantes, por exemplo: Com a produção escrita em Matemática, é possível fazer interferências nos saberes revelados pelos estudantes? Os erros e acertos são componentes do mesmo processo nas tomadas de intervenções dentro de sala de aula? Quais os impactos que a prática da investigação das produções escritas pode acarretar a formação docente? São reflexões importantes que ajudarão na melhor compreensão do tema.

## **Agradecimentos**

Os autores agradecem à Universidade de Brasília – UnB, ao Grupo Dzeta Investigações em Educação Matemática - DIEM e à Fundação de Apoio à Pesquisa do

Distrito Federal – FAPDF, financiadora do Projeto de Pesquisa “Formação do professor de Matemática na Perspectiva da Educação do Campo: formação e prática docente, didáticas específicas de Matemática e acompanhamento da aprendizagem do estudante”, pelo apoio.

## Referências

- BURIASCO, R. L. C. Análise da produção escrita: a busca do conhecimento escondido. In: XII ENDIPE - ENCONTRO NACIONAL DE DIDÁTICA E PRÁTICAS DE ENSINO, 08, 2004, Paraná. **Anais eletrônicos**. Curitiba, PR: Pontifícia Universidade Católica do Paraná- PUCPR, 2004. Disponível em: <http://endipe.pro.br/site/eventos-antiores/>. Acesso em: 12 nov. 2016.
- BURIASCO, R. L. C.; SOARES, M. T. C. Avaliação de sistemas escolares: da classificação dos alunos à perspectiva de análise de sua produção matemática. In: VALENTE, W. (org.). **Avaliação em Matemática: história e perspectivas atuais**. 2. ed. São Paulo: Papirus, 2008, p. 87-106.
- COLL, C.; PALACIOS, J.; MARCHESI, A. **Desenvolvimento psicológico e educação**. 2. ed. Porto Alegre, RS: Artes Médicas, 1996.
- ESTEBAN, M. T. **Escola, currículo e avaliação**. 5. ed. São Paulo: Cortez, 2003.
- FIorentini, D. A pesquisa e as práticas de formação de professores de Matemática em face das Políticas Públicas no Brasil. **Bolema**, v.21, n. 29, p. 43-70, jun. 2008.
- HARGREAVES, A.; LO, L. N. K. The paradoxical profession: Teaching at the turn of the century. **Prospects**, v. 30, n. 2, p. 167-180, jun. 2001.
- KAZEMI, E; FRAMKE, M. L. Teacher learning in Mathematics: Using student work to promote collective inquiry. **Journal of Mathematics Teacher Education**, v. 7, p. 203-235, set. 2004.
- LUCKESI, C. C. **Avaliação da aprendizagem escolar: estudos e proposições**. 10. ed. São Paulo: Cortez, 2000.
- MOREIRA, G. E. Tendências em Educação Matemática com enfoque na atualidade. In: NEVES, R. da S. P.; DÖRR, R. C. (Org.). **Formação de professores de Matemática: desafios e perspectivas**. Curitiba: Appris, 2019, p. 45-64.
- MOREIRA, G. E.; SILVA, J. M. P.; LIMA, P. V. P. Revisão sistemática das contribuições de Malba Tahan para a Educação Matemática (2014-2017). **Revemop**, Ouro Preto, MG, v. 1, n. 3, p. 379-396, set./dez. 2019
- MOREIRA, G. E; SILVA, L. F.; RIVERA, A. F. P. A (in)formalização da linguagem matemática na transição da Aritmética para a Álgebra. **Dialogia**, v. 24, p. 127-138, 2016.
- NAGY-SILVA, M. C. **Do observável para o oculto: um estudo da produção escrita de alunos da 4ª série em questões de Matemática**. 2005. 125f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina (UEL), Londrina (PR), 2005.
- NEVES, R. S. P.; FÁVERO, M. H. A pesquisa de intervenção psicopedagógica: evidências sobre o ensinar e aprender matemática. **Linhas Críticas**, v. 18, n. 35, p. 47-68, jan./abr. 2012.
- Educação Matemática em Revista*, Brasília, v. 24, n. 63, p. 51-72, jul./set. 2019.

PEREGO, S. C.; BURIASCO, R. L. C. Registros escritos em Matemática: que informações podem fornecer na avaliação. **Educação Matemática em Revista**, n. 18-19, p. 46-56, 2006.

SANDES, J. P; MOREIRA, G. E. Educação Matemática e a Formação de Professores para uma prática docente significativa. **Revista @mbienteeducação**, v. 11, p. 99-109, 2018.

SILVA, M. C. N.; BURIASCO, R. L. C. Análise da produção escrita em Matemática: algumas considerações. **Revista Ciência & Educação**, v. 11, n. 3, p. 499-512, 2005.

SILVA, F. S.; PORTO, M. D.; MOREIRA, G. E. Mediação entre a formalidade e a informalidade da linguagem matemática nos anos iniciais do ensino fundamental. **Revista de Magistro de Filosofia**, Ano IX, n. 18. 78-93, 2016.

SMITH, M. S; AMY, F. H.; HEFFERNAN, C. Student-constructed representations: Vehicles for helping teachers understand students' mathematical thinking. **Algebra across the grades**, v. 6, p. 65-70, 2000.

SANTOS, J. R. V. **O que alunos da escola básica mostram saber por meio de sua produção escrita em Matemática**. 2007. 115f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de PósGraduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina (PR), 2007.

SANTOS, J. R. V.; BURIASCO, R. L. C. Uma análise interpretativa da produção escrita em matemática de alunos da escola básica. **Revista Zetetike**, v. 16, n. 2, p. 11-43, 2009.

SOUZA, M. N. M. **Avaliação formativa em matemática no contexto de jogos: a interação entre pares, a autorregulação das aprendizagens e a construção de conceitos**. 2019. 196f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós Graduação em Educação, Universidade de Brasília (UnB), Brasília, 2019.

Recebido em: 13 de dezembro de 2018.

Aprovado em: 28 de agosto de 2019.